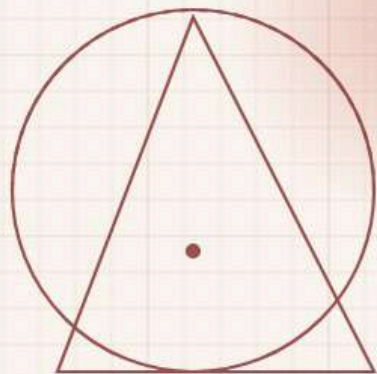




$$\approx 3$$



$$a^2 + b^2 = c^2$$



$$\infty$$

$$\operatorname{sen} \alpha$$

SITUACIONES DE APRENDIZAJE

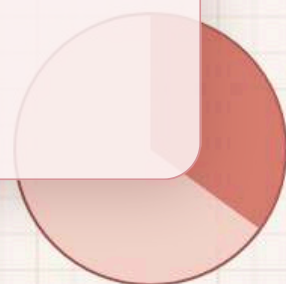
Matemáticas

1.º ESO

10 situaciones de aprendizaje completas

Con secuencia didáctica, evaluación, rúbricas y anexos listos para usar

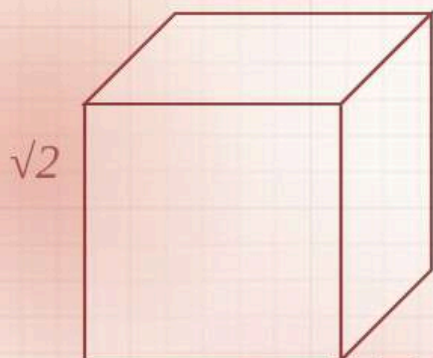
$$3/4$$



$$\Sigma x_i / n$$

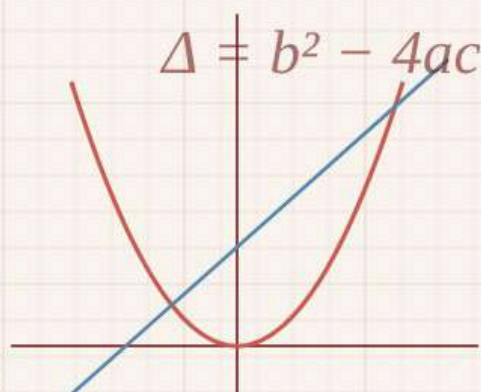
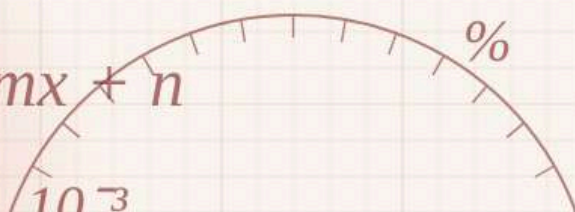
$$2^n$$

$$\pi r^2$$



$$\sqrt{2}$$

$$y = mx + n$$



Índice

Presentación del cuaderno	3
Plan general	5
SdA 01 ¿Cuánto necesitamos realmente?	6
Anexos 1-10 · fichas, dossier, plantillas, evaluación y guía docente	12
SdA 02 Organizamos un festival sin que sobre nada	29
Anexos 1-10 · fichas, dossier, plantillas, evaluación y guía docente	35
SdA 03 Temperaturas bajo cero	59
Anexos 1-10 · fichas, dossier, plantillas, evaluación y guía docente	65
SdA 04 El supermercado matemático	86
Anexos 1-10 · fichas, dossier, plantillas, evaluación y guía docente	92
SdA 05 ¿Qué parte nos corresponde?	114
Anexos 1-10 · fichas, dossier, plantillas, evaluación y guía docente	120
SdA 06 Rebajas, recetas y escalas	140
Anexos 1-10 · fichas, dossier, plantillas, evaluación y guía docente	147
SdA 07 Las letras también calculan	169
Anexos 1-10 · fichas, dossier, plantillas, evaluación y guía docente	176
SdA 08 Diseñamos un espacio	200
Anexos 1-10 · fichas, dossier, plantillas, evaluación y guía docente	207
SdA 09 Historias que cuentan los gráficos	231
Anexos 1-10 · fichas, dossier, plantillas, evaluación y guía docente	237
SdA 10 ¿Qué dicen realmente los datos?	263
Anexos 1-10 · fichas, dossier, plantillas, evaluación y guía docente	270
Créditos, fuentes y condiciones de uso	293

Un cuaderno para pensar con las matemáticas

Este cuaderno reúne **10 situaciones de aprendizaje** completas de Matemáticas para 1.º ESO, con un total de **66 sesiones**. Cada situación parte de un reto con sentido y culmina en un producto final en el que el alumnado interpreta, modeliza, resuelve, comprueba y comunica.



Sobre este volumen

El Real Decreto 217/2022 establece criterios de evaluación y saberes básicos comunes para los cursos de 1.º a 3.º ESO. Este cuaderno propone una secuenciación didáctica propia para 1.º ESO, centrada en la construcción de sentido numérico, proporcional, algebraico, geométrico y estocástico desde situaciones cercanas.

Criterio de uso curricular. La concreción y secuenciación propuestas son orientativas. Deben adaptarse al currículo de la comunidad autónoma, a la programación del departamento, al número real de sesiones y al punto de partida del alumnado.



Criterios metodológicos comunes

- ✓ Resolución de problemas como eje de aprendizaje, evitando reducir las situaciones a una sucesión de ejercicios rutinarios.
- ✓ Conexión entre representaciones numéricas, algebraicas, gráficas, geométricas y verbales.
- ✓ Uso razonado de calculadora, hoja de cálculo, geometría dinámica u otras herramientas cuando mejoran la comprensión o la comprobación.
- ✓ Evaluación continua y formativa mediante producciones de proceso, producto final y evidencia individual.
- ✓ Trabajo explícito del sentido socioafectivo: perseverancia, revisión del error, comunicación, cooperación e inclusión.



Cómo está organizada cada situación



Contexto y reto

Pregunta guía, reto y producto final.



Currículo

Competencias, criterios, saberes y objetivos.



Sesiones

Secuencia con una evidencia por sesión.



DUA

Medidas de inclusión, refuerzo y ampliación.



Evaluación

Instrumentos, rúbrica y variantes.



Los diez anexos de cada situación

Cada situación incluye anexos listos para imprimir o proyectar: dossier con datos, tablas, gráficas y esquemas, fichas de trabajo, plantillas, instrumentos de evaluación y una guía docente con todas las soluciones. Los del alumnado llevan cabecera para nombre, grupo y fecha.

1 Ficha de lanzamiento del reto

2 Dossier de fuentes y materiales base

- 3 Fichas de actividades del alumnado
- 4 Plantilla del producto final
- 5 Lista de cotejo para el proceso y la entrega
- 6 Rúbrica imprimible
- 7 Autoevaluación y coevaluación
- 8 Material de apoyo y refuerzo
- 9 Actividad de ampliación
- 10 Guía docente de respuestas y orientaciones



Claves de lectura: competencias y sentidos

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICAS (SÍNTESIS)

- CE1** Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas.
- CE2** Analizar las soluciones de un problema con distintas técnicas y herramientas, verificando su validez.
- CE3** Formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de forma autónoma.
- CE4** Utilizar el pensamiento computacional: descomponer, reconocer patrones, generalizar y crear algoritmos.
- CE5** Reconocer y utilizar conexiones entre ideas matemáticas, integrando conocimientos.
- CE6** Identificar las matemáticas en otras materias y en situaciones reales, conectándolas con el mundo.
- CE7** Representar conceptos, procedimientos, información y resultados de distintas formas.
- CE8** Comunicar conceptos, procedimientos y argumentos con lenguaje matemático apropiado.
- CE9** Gestionar emociones, aceptar el error y perseverar en el aprendizaje de las matemáticas.
- CE10** Trabajar en equipo con respeto, asumiendo roles y valorando la diversidad.

SENTIDOS DE LOS SABERES BÁSICOS

- A** Sentido numérico
- B** Sentido de la medida
- C** Sentido espacial
- D** Sentido algebraico
- E** Sentido estocástico
- F** Sentido socioafectivo



Base normativa: LOMLOE y Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo. La secuenciación es orientativa y debe adaptarse al currículo autonómico. En cada situación, los criterios de evaluación se presentan en síntesis operativa; su formulación literal figura en el anexo II del real decreto.



Plan general · 1.º ESO

1.º trimestre

3 situaciones · 18 sesiones

1.º-2.º trimestre

1 situación · 6 sesiones

2.º trimestre

2 situaciones · 14 sesiones

2.º-3.º trimestre

1 situación · 7 sesiones

3.º trimestre

3 situaciones · 21 sesiones

1

¿Cuánto necesitamos realmente?

6 sesiones · 1.º trimestre

🕒 Presupuesto razonado para una actividad de grupo

2

Organizamos un festival sin que sobre nada

6 sesiones · 1.º trimestre

🕒 Plan de reparto y turnos sin sobrantes

3

Temperaturas bajo cero

6 sesiones · 1.º trimestre

🕒 Boletín de variaciones térmicas y altitud

4

El supermercado matemático

6 sesiones · 1.º-2.º trimestre

🕒 Comparador de compra y medida

5

¿Qué parte nos corresponde?

7 sesiones · 2.º trimestre

🕒 Guía visual de repartos justos

6

Rebajas, recetas y escalas

7 sesiones · 2.º trimestre

🕒 Mini dossier de proporcionalidad cotidiana

7

Las letras también calculan

7 sesiones · 2.º-3.º trimestre

🕒 Traductor matemático de situaciones

8

Diseñamos un espacio

8 sesiones · 3.º trimestre

🕒 Plano y memoria geométrica de un espacio de aula

9

Historias que cuentan los gráficos

6 sesiones · 3.º trimestre

🕒 Galería comentada de relaciones entre magnitudes

10

¿Qué dicen realmente los datos?

7 sesiones · 3.º trimestre

🕒 Informe estadístico y juego de azar analizado

01 SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

¿Cuánto necesitamos realmente?

PREGUNTA GUÍA

? ¿Cómo podemos calcular y justificar un presupuesto sin perder el control de los números?



CURSO
1.º ESO



SESIONES
6 sesiones · 1.º trimestre



SENTIDOS PRIORITARIOS
A · Sentido numérico · F · Sentido socioafectivo



COMPETENCIAS ESPECÍFICAS
CE1, CE2, CE6, CE8



PRODUCTO FINAL
Presupuesto razonado para una actividad de grupo



CRITERIOS DE EVALUACIÓN
1.1, 1.2, 2.1, 6.1, 8.1

Σ Contexto, reto y sentido

El centro ha conseguido **300 €** para organizar una jornada de convivencia de 1.º ESO, pero las propuestas que llegan del alumnado superan con mucho esa cantidad. Antes de pedir más dinero o de recortar a ciegas, hace falta saber cuánto cuesta realmente cada opción.

La situación moviliza el sentido numérico en un contexto cercano: interpretar precios y unidades, estimar antes de calcular, usar la jerarquía de las operaciones para escribir cálculos correctos y comprobar si el resultado es razonable. El presupuesto final no es solo una cuenta: es un documento que se defiende ante el grupo y que debe resistir la revisión de otro equipo.

🎯 Reto

Diseñar el presupuesto de una jornada de convivencia para todo 1.º ESO que no supere los 300 €, escribiendo cada cálculo con su operación combinada, comprobándolo y justificando las decisiones.

📦 Producto final

Presupuesto razonado para una actividad de grupo.

📖 Vinculación curricular

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS MOVILIZADAS

- CE1** Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas.
- CE2** Analizar las soluciones de un problema con distintas técnicas y herramientas, verificando su validez.
- CE6** Identificar las matemáticas en otras materias y en situaciones reales, conectándolas con el mundo.
- CE8** Comunicar conceptos, procedimientos y argumentos con lenguaje matemático apropiado.

Criterios de evaluación seleccionados · síntesis operativa

- 1.1** Interpretar problemas matemáticos organizando los datos, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.
- 1.2** Aplicar herramientas y estrategias apropiadas que contribuyan a la resolución de problemas.
- 2.1** Comprobar la corrección matemática de las soluciones de un problema.
- 6.1** Reconocer situaciones susceptibles de ser formuladas y resueltas mediante herramientas y estrategias matemáticas, estableciendo conexiones entre el mundo real y las matemáticas y usando los procesos inherentes a la investigación: inferir, medir, comunicar, clasificar y predecir.
- 8.1** Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, oralmente y por escrito, al explicar y justificar razonamientos, procedimientos y conclusiones.

Saberes básicos prioritarios

A

Sentido numérico

- Números naturales: lectura, comparación y uso en contextos de compra.
- Operaciones con naturales y decimales sencillos (precios): suma, resta, multiplicación y división.
- Jerarquía de las operaciones y uso del paréntesis.
- Estrategias de cálculo mental, estimación y redondeo; uso razonado de la calculadora.
- Comprobación de la razonabilidad de un resultado.

F

Sentido socioafectivo

- Perseverancia y gestión del error en la resolución de problemas.
- Trabajo en equipo con roles y toma de decisiones compartida.



Objetivos didácticos

- ✓ Interpretar cantidades y datos de un presupuesto sencillo.
- ✓ Elegir operaciones y estrategias de cálculo adecuadas.
- ✓ Estimar resultados antes de calcular y comprobar su razonabilidad.
- ✓ Explicar por escrito el procedimiento seguido.

Metodología y papel docente

Aprendizaje basado en retos

El reto organiza la secuencia y obliga a movilizar varios procedimientos, no solo a reproducir un algoritmo.

Resolución de problemas

Se explicitan comprensión, planificación, ejecución, comprobación y comunicación de la solución.

Representaciones múltiples

Se conectan expresiones, tablas, gráficas, diagramas, materiales y lenguaje verbal según la naturaleza del contenido.

Tecnología con propósito

Las herramientas digitales se utilizan para explorar, representar, comprobar o automatizar; no sustituyen la argumentación.

Papel docente

Presenta el reto, modela estrategias, plantea preguntas, detecta errores, gradúa ayudas y exige justificación matemática.

Secuencia de sesiones y actividades

- ① Cada sesión genera una **evidencia** que se recoge en la ficha correspondiente del Anexo 3. Las soluciones están en la guía docente (Anexo 10).

1

SESIÓN 1

Lanzamiento: presupuesto imposible y detección de datos necesarios

 **Evidencia:** Ficha 1: lista de datos necesarios y datos que sobran en el presupuesto imposible.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 1

2

SESIÓN 2

Estrategias de cálculo mental y estimación con precios ficticios

 **Evidencia:** Ficha 2: estimaciones por redondeo y diferencia entre estimación y cálculo exacto.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 2

3

SESIÓN 3

Operaciones combinadas y jerarquía en decisiones de compra

 **Evidencia:** Ficha 3: cálculos escritos como una sola operación combinada, con paréntesis cuando hacen falta.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 3

4

SESIÓN 4

Comparación de dos presupuestos y control del error

 **Evidencia:** Ficha 4: comparación de dos presupuestos y detección de tres errores.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 4

5

SESIÓN 5

Diseño del presupuesto del equipo con restricciones **Evidencia:** Ficha 5: borrador del presupuesto del equipo que cumple las restricciones. **Ficha:** Anexo 3 · ficha 5

6

SESIÓN 6

Defensa del presupuesto y revisión individual **Evidencia:** Ficha 6: presupuesto definitivo, defensa oral y comprobación individual. **Ficha:** Anexo 3 · ficha 6**Recursos, interdisciplinariedad y transversalidad** **Recursos**

Catálogo ficticio de precios

calculadora opcional

hoja de cálculo opcional

fichas de presupuesto

 Interdisciplinariedad y transversalidad

Según el contexto, la situación puede conectarse con Tecnología y Digitalización, Física y Química, Biología y Geología, Economía, Geografía, Educación Física o competencia digital. Se promueven consumo responsable, sostenibilidad, lectura crítica de datos, igualdad, cooperación y comunicación rigurosa cuando son pertinentes al reto.

**DUA y atención a la diversidad** **Implicación**

Metas visibles, elección entre contextos equivalentes, retos graduados, trabajo cooperativo con roles y retroalimentación frecuente.

 Representación

Enunciados segmentados, ejemplos modelados, recta numérica, tablas, diagramas, representaciones gráficas, material manipulativo y herramientas digitales cuando aporten valor.

 Acción y expresión

Posibilidad de expresar el razonamiento con cálculos, esquema, explicación oral, tabla, gráfica o breve informe, manteniendo la exigencia del criterio evaluado.

 Refuerzo **Anexo 8**

Presupuesto reducido con operaciones señaladas, tabla de pasos y cantidades enteras pequeñas.

 Ampliación **Anexo 9**

Añadir descuentos por lotes y una condición de gasto máximo/mínimo que obligue a justificar la solución.

**Evaluación**

Evaluación continua y formativa: diagnóstico breve al inicio, evidencias de cada sesión, revisión de borradores o estrategias y valoración final del producto junto con una evidencia individual. La ponderación debe adaptarse a la normativa autonómica y a los acuerdos del departamento.

FASE 1
Inicial

Diagnóstico breve de conocimientos previos en la primera ficha del Anexo 3 y lectura del reto (Anexo 1).

FASE 2
Formativa

Evidencias de cada sesión, revisión de estrategias y errores, y retroalimentación con la lista de cotejo (Anexo 5).

FASE 3
Final

Valoración del producto con la rúbrica (Anexo 6), evidencia individual y reflexión del Anexo 7.

Criterios, evidencias e instrumentos

Criterio	Evidencia principal	Instrumento
1.1	Selección de los datos relevantes del catálogo y de las restricciones, distinguiendo datos útiles e innecesarios.	Ficha 1 / lista de cotejo
1.2	Uso de estimación, cálculo mental y operaciones combinadas con jerarquía correcta para calcular el coste.	Fichas 2 y 3 / escala de valoración
2.1	Comprobación del total por un segundo camino (estimación, cálculo inverso o calculadora) y detección de errores en presupuestos ajenos.	Ficha 4 y comprobación individual (Ficha 6) / rúbrica
6.1	Traducción de la situación real (número de alumnos, precios por unidad o por grupo, límite de 300 €) a operaciones adecuadas.	Presupuesto final (Anexo 4) / rúbrica
8.1	Explicación escrita y oral de las decisiones y de cada operación con lenguaje matemático correcto (=, paréntesis, unidades).	Defensa del presupuesto (Ficha 6) / rúbrica

☆ **Evidencias clave de esta SdA**

Presupuesto final, hoja de cálculos, comprobación de resultados y explicación individual.

+ Rúbrica del producto final

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.



Variantes de aplicación

↗ Versión abreviada

Reducir a 4-5 sesiones, ofrecer datos cerrados y un único producto de una página, manteniendo una evidencia individual.

↘ Versión ampliada

Añadir datos reales del entorno, herramientas digitales, comparación de estrategias y una fase pública de comunicación o investigación.

Ficha de lanzamiento del reto

SdA 1 · ¿Cuánto necesitamos realmente?

ALUMNADO

Vuestro curso quiere celebrar una jornada de convivencia: desayuno, actividad deportiva, materiales y un pequeño recuerdo para cada persona. El centro aporta 300 € y ni un céntimo más. El delegado ya ha hecho una lista... y le salen ¡más de 900 €! ¿Se ha equivocado o es que hay que recortar? Vais a convertirlos en el equipo de cuentas del curso: estimar, calcular sin perder el control de los números y defender un presupuesto que cuadre.

“¿Cómo podemos calcular y justificar un presupuesto sin perder el control de los números?”

🎯 Vuestro reto

Diseñar el presupuesto de una jornada de convivencia para todo 1.º ESO que no supere los 300 €, escribiendo cada cálculo con su operación combinada, comprobándolo y justificando las decisiones.

📦 Lo que vais a producir

Presupuesto razonado para una actividad de grupo.

📍 Hoja de ruta · 6 sesiones

- 1 Analizamos el presupuesto imposible: ¿qué datos necesitamos y cuáles sobran?
- 2 Estimamos y calculamos mentalmente con los precios del catálogo.
- 3 Escribimos los cálculos como operaciones combinadas y respetamos la jerarquía.
- 4 Comparamos dos presupuestos y cazamos errores.
- 5 Diseñamos nuestro presupuesto con las restricciones.
- 6 Defendemos el presupuesto y comprobamos nuestro trabajo.

📖 Al terminar seré capaz de...

- ✓ Interpretar cantidades y datos de un presupuesto sencillo.
- ✓ Elegir operaciones y estrategias de cálculo adecuadas.
- ✓ Estimar resultados antes de calcular y comprobar su razonabilidad.
- ✓ Explicar por escrito el procedimiento seguido.

📝 ¿Cómo me evaluarán?

Con la rúbrica del producto final (Anexo 6), la lista de cotejo (Anexo 5) y una reflexión personal (Anexo 7). ¡Revisadlas antes de empezar!

Dossier de fuentes y materiales base

SdA 1 · ¿Cuánto necesitamos realmente?

ALUMNADO

Datos de la jornada, catálogo de precios (ficticio), tarjetas de restricciones, el presupuesto del delegado y dos ejemplos para analizar. Todos los precios son inventados para el aula.

F1 Datos de la jornada de convivencia

DATOS

Dato	Valor
Grupos de 1.º ESO	4 grupos: 1.º A (26), 1.º B (25), 1.º C (27) y 1.º D (24)
Profesorado acompañante	6 personas (también desayunan)
Dinero disponible	300 € aportados por el centro
Horario	De 9:00 a 14:00
Fecha prevista	Viernes de la última semana de clase

Fuente: Situación ficticia creada para el aula.

¿Cuántas personas participan en total? Algunos datos de esta tabla no hacen falta para calcular el presupuesto.

F2 Catálogo de precios

DATOS

Artículo	Precio	Cómo se vende
Barra de pan (sirve para 4 bocadillos)	1,20 €	por unidad
Paquete de embutido o queso (12 lonchas)	2,40 €	por paquete
Brik de zumo de 1 L (5 vasos)	1,50 €	por unidad
Pieza de fruta	0,30 €	por unidad
Vasos compostables	2 €	paquete de 50
Monitor de actividad deportiva	30 €	por hora y monitor
Balón de voleibol	12 €	por unidad
Camiseta personalizada	6 €	por unidad
Chapa recuerdo	0,50 €	por unidad
Cartulinas y rotuladores (kit)	8 €	por kit (1 por grupo)

Fuente: Precios ficticios, redondeados para facilitar el cálculo.

F3 El presupuesto del delegado

DATOS

Concepto	Cálculo del delegado	Total
Camisetas	$102 \cdot 6$	612 €
Monitores	$2 \cdot 30 \cdot 5$	300 €
Desayuno	$108 \cdot 1,20 + 2,40$	132 €
Chapas	$108 \cdot 0,50$	54 €
Total		1 108 €

El delegado ha contratado más horas de las necesarias, ha calculado mal el desayuno (¡cada barra da para 4 bocadillos y falta comida!), ha comprado chapas también para el profesorado y, además, el total no coincide con la suma de las filas.

Fuente: Ejemplo ficticio con errores, creado para el aula.

🔍 Busca al menos tres errores antes de la ficha 4.

F4 Tarjetas de restricciones

DATOS

Tarjeta	Restricción
R1	El gasto total no puede superar 300 €.
R2	Todas las personas participantes (alumnado y profesorado) deben desayunar: un bocadillo con 2 lonchas, una pieza de fruta y un vaso de zumo.
R3	Debe haber 2 horas de actividad deportiva con 2 monitores.
R4	Cada grupo recibe un kit de cartulinas para su mural.
R5	Si sobra dinero, se puede elegir un recuerdo (camiseta o chapa), pero debe ser para todo el alumnado o para nadie.

Fuente: Elaboración propia.

F5 La jerarquía de las operaciones

TEXTO

Cuando una expresión tiene varias operaciones, se calculan en este orden:

- **1.º** Lo que está entre **paréntesis**.
- **2.º Multiplicaciones y divisiones**, de izquierda a derecha.
- **3.º Sumas y restas**, de izquierda a derecha.

Ejemplo. Para 108 personas: 27 barras de pan y 18 paquetes de embutido cuestan $27 \cdot 1,20 + 18 \cdot 2,40 = 32,40 + 43,20 = 75,60$ €.

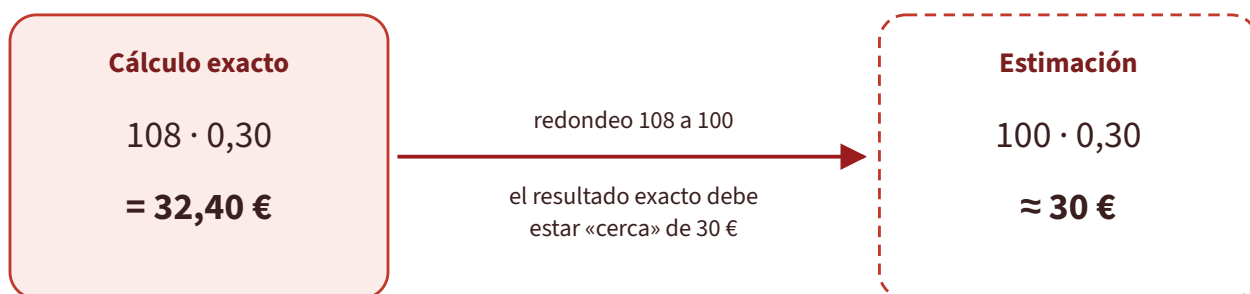
¡Cuidado! $2 + 3 \cdot 4 = 14$, no 20. Si queremos sumar primero, escribimos $(2 + 3) \cdot 4 = 20$.

Fuente: Elaboración propia.

🔍 Escribir el cálculo como una sola expresión ayuda a revisarlo y a explicarlo.

F6 Estimar antes de calcular: redondeo

ESQUEMA



Fuente: Esquema de elaboración propia.

🔍 Si la estimación y el cálculo exacto están muy lejos, hay que revisar.

F7 Dos presupuestos para comparar

DATOS

Concepto	Presupuesto del equipo A	Presupuesto del equipo B
Desayuno	$27 \cdot 1,20 + 18 \cdot 2,40 + 108 \cdot 0,30 + 22 \cdot 1,50 + 3 \cdot 2 = 147 \text{ €}$	$108 \cdot (1,20 + 2,40 + 0,30 + 1,50) = 583,20 \text{ €}$
Monitores	$2 \cdot 30 \cdot 2 = 120 \text{ €}$	$2 \cdot 30 \cdot 5 = 300 \text{ €}$
Kits de cartulinas	$4 \cdot 8 = 32 \text{ €}$	$4 \cdot 8 = 32 \text{ €}$
Recuerdo	$102 \cdot 0,50 = 51 \text{ €}$	—
Total	350 €	915,20 €

Fuente: Ejemplos ficticios elaborados para el aula.

🔍 El equipo B ha cometido un error de planteamiento en el desayuno. ¿Cuál? ¿Cumple el equipo A todas las restricciones?

ANEXO
3

Fichas de actividades del alumnado

SdA 1 · ¿Cuánto necesitamos realmente?

ALUMNADO

FICHA 1

El presupuesto imposible

Sesión 1

Nombre:

Curso/grupo:

Fecha:

Lee F1, F2 y F3. Antes de calcular, organiza los datos.

1 Diagnóstico inicial. Marca la respuesta correcta.

5 + 3 · 2 es igual a...
☐ 16 ☐ 11 ☐ 10

24 : (4 + 2) es igual a...
☐ 4 ☐ 8 ☐ 6

El mejor redondeo de 4,85 € para estimar es...
☐ 4 € ☐ 5 € ☐ 10 €

2 Calcula el número total de personas que participan en la jornada. Escríbelo como una sola operación.

3 Clasifica los datos de F1 y F2.

Datos que necesito para el presupuesto	Datos que no necesito	Datos que me faltan

4 Sin calcular con exactitud, ¿crees que el presupuesto del delegado (F3) es razonable? ¿Por qué?

FICHA 2 Estimar y calcular de cabeza

Sesión 2

Usa el redondeo (F6) para estimar y después calcula el resultado exacto.

1 Completa la tabla.

Compra	Estimación (redondeando)	Cálculo exacto	Diferencia
108 piezas de fruta a 0,30 €			
27 barras de pan a 1,20 €			
22 briks de zumo a 1,50 €			
102 chapas a 0,50 €			

2 Calcula mentalmente y explica la estrategia: $25 \cdot 4 \cdot 6$; $30 \cdot 2 \cdot 2$; $102 \cdot 6$.

3 ¿Cuántas barras de pan hacen falta para 108 bocadillos? ¿Y paquetes de embutido de 12 lonchas si cada bocadillo lleva 2 lonchas? Explica qué haces con el resto de la división.

FICHA 3 Operaciones combinadas

Sesión 3

Repasa la jerarquía de las operaciones (F5).

1 Calcula paso a paso.

Expresión	Pasos	Resultado
$12 + 8 \cdot 3$		
$(12 + 8) \cdot 3$		
$60 - 4 \cdot (5 + 7)$		
$300 - (120 + 4 \cdot 8)$		

2

Escribe una sola expresión para el coste del desayuno completo (pan, embutido, fruta, zumo y vasos) para 108 personas y calcúlala.

3

Coloca los paréntesis para que la igualdad sea cierta.

a) $6 + 4 \cdot 5 = 50 \rightarrow$ _____

b) $30 - 10 - 5 = 25 \rightarrow$ _____

c) $2 \cdot 30 \cdot 2 + 32 = 152 \rightarrow$ _____

FICHA 4

Comparamos y cazamos errores

Sesión 4

Usa F3 y F7. Comprueba cada cálculo por un segundo camino.

1

Encuentra tres errores en el presupuesto del delegado (F3) y corrígelos.

Error	Por qué es un error	Cálculo corregido

2

¿Cuál es el error de planteamiento del equipo B en el desayuno (F7)?

3

¿Cumple el presupuesto del equipo A todas las restricciones (F4)? ¿Qué cambiarías para que cumpla R1?

FICHA 5

Diseñamos nuestro presupuesto

Sesión 5

Trabaja en equipo con las restricciones de F4. Repartid los roles: calculista, comprobador, secretario y portavoz.

1 Borrador del presupuesto.

Concepto	Operación combinada	Estimación	Total exacto
Desayuno			
Monitores			
Kits de cartulinas			
Recuerdo (si cabe)			
TOTAL			

2 ¿Cuánto dinero sobra o falta respecto a 300 €? ¿Podéis añadir un recuerdo para todo el alumnado? Justificadlo con cálculos.

3 Revisión cruzada: otro equipo comprueba vuestro total con la calculadora y lo firma.

☐ Las operaciones están bien escritas (jerarquía y paréntesis)

☐ El total coincide con la suma de las filas

☐ Se cumplen R1, R2, R3, R4 y R5

☐ La estimación está cerca del total exacto

FICHA 6

Defensa y comprobación individual

Sesión 6

Prueba individual: resuelve sin ayuda del equipo.

1 Una excursión para 52 personas cuesta 4 € por persona de autobús y 3 € de entrada; el centro paga 60 €. Escribe una sola expresión para lo que pagan en total las familias y calcúlala.

2 Comprueba tu resultado por otro camino (por ejemplo, calculando primero lo que paga cada persona).

3 Explica en tres frases por qué vuestro presupuesto es el mejor posible con 300 €.

Plantilla del producto final

SdA 1 · ¿Cuánto necesitamos realmente?

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Presupuesto razonado de la jornada de convivencia. Cada cálculo debe aparecer como operación combinada.

Título y equipo

Datos de partida

Personas, dinero disponible y restricciones.

Estimación inicial

¿Cuánto creemos que costará?

Tabla del presupuesto

Concepto · operación combinada · total.

Comprobación

Segundo camino y firma del equipo revisor.

Decisiones y justificación

Qué incluimos, qué descartamos y por qué.

Conclusión

Total, dinero sobrante y recomendación.

Lista de cotejo para el proceso y la entrega

SdA 1 · ¿Cuánto necesitamos realmente?

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Antes de entregar **Presupuesto razonado para una actividad de grupo**, comprueba cada punto y marca la casilla. Si alguno falla, todavía estás a tiempo de mejorarlo.

Contenido del producto

- ☐ Se ha calculado bien el número total de personas (alumnado y profesorado).
- ☐ Cada concepto tiene su operación combinada escrita y correcta.
- ☐ Se han usado paréntesis cuando hacían falta.
- ☐ Las cantidades de pan, embutido y zumo están redondeadas hacia arriba cuando no son exactas.
- ☐ El total no supera los 300 € (R1).
- ☐ Se cumplen todas las restricciones de F4.
- ☐ Hay una estimación previa y una comprobación por otro camino.
- ☐ Las unidades (€) aparecen en todos los resultados.

Calidad y rigor

- ☐ He utilizado vocabulario específico de la materia y lo he explicado cuando era necesario.
- ☐ He apoyado mis afirmaciones con evidencias (datos, citas, mapas o ejemplos concretos).
- ☐ He citado o identificado todas las fuentes utilizadas.
- ☐ He revisado la ortografía, la presentación y el orden del producto.
- ☐ He incorporado las mejoras propuestas en la coevaluación o por el docente.

Lo que más me ha costado

Firma del equipo / fecha de entrega

Rúbrica imprimible

SdA 1 · ¿Cuánto necesitamos realmente?

ALUMNADO · DOCENTE

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Rúbrica para valorar **Presupuesto razonado para una actividad de grupo**. Marca el nivel alcanzado en cada indicador.

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial	Nivel
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.	
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.	
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.	
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.	
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.	

Observaciones del docente

Valoración global

Autoevaluación y coevaluación

SdA 1 · ¿Cuánto necesitamos realmente?

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Parte 1 · Autoevaluación

Afirmación	Aún no	Con ayuda	Bien	Muy bien
Sé escribir un cálculo largo como una sola operación combinada y respetar la jerarquía.	☐	☐	☐	☐
Compruebo mis resultados con una estimación o por otro camino.	☐	☐	☐	☐
He cumplido mi rol y mis tareas dentro del equipo.	☐	☐	☐	☐
He escuchado y tenido en cuenta las ideas de los demás.	☐	☐	☐	☐
He usado fuentes y evidencias para justificar mis ideas.	☐	☐	☐	☐
He revisado y mejorado mi trabajo a partir de la retroalimentación.	☐	☐	☐	☐

Dos aprendizajes que he logrado

Una dificultad que he tenido

Una mejora que haré la próxima vez

Parte 2 · Coevaluación de otro equipo**Equipo evaluado:** _____**Fortaleza 1**

Fortaleza 2

Propuesta de mejora

Material de apoyo y refuerzo

SdA 1 · ¿Cuánto necesitamos realmente?

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Presupuesto reducido para un solo grupo de 25 personas, con las operaciones señaladas.

⊗ Pasos para no perderse

1. ¿Cuántas personas? **2.** ¿Cuántas unidades de cada cosa? **3.** Unidades × precio. **4.** Suma de todos los conceptos. **5.** ¿Me paso del dinero disponible?

⊗ Ejemplo modelado

25 piezas de fruta a 0,30 €: $25 \cdot 0,30 = 7,50$ €.

Estimación: $25 \cdot 0,30$ es como la cuarta parte de 30 → unos 7,50 €. ✓

1 Completa el presupuesto del grupo (25 personas, 80 € disponibles).

Concepto	Unidades	Precio	Operación	Total
Fruta	25	0,30 €	$25 \cdot 0,30$	
Zumo (5 vasos por brik)	5	1,50 €		
Pan (4 bocadillos por barra)		1,20 €		
Kit de cartulinas	1	8 €		
TOTAL				

2 ¿Sobra dinero? ¿Cuánto? Escribe la operación.

Actividad de ampliación

SdA 1 · ¿Cuánto necesitamos realmente?

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

🔗 Descuentos por cantidad: ¿cuándo compensa comprar más?

El proveedor ofrece: «Por cada 10 camisetas, 1 gratis» y «Chapas: 0,50 € la unidad o 20 € el lote de 50». Las ofertas no siempre ahorran dinero: depende de cuántas unidades necesitas.

☰ Pasos

- 1** Calcula el coste de 102 camisetas con la oferta y sin ella.
- 2** Calcula el coste de 102 chapas comprando por unidades, por lotes o combinando ambas.
- 3** Encuentra a partir de cuántas chapas compensa comprar un lote.
- 4** Escribe una regla general que sirva para cualquier número de personas.

1 Tabla de comparación.

Número de chapas	Por unidades	Con lotes (y sueltas)	Opción más barata
30			
40			
50			
102			

📦 Entrega

Una tabla, la regla general escrita con palabras y una recomendación justificada para el curso.

 Ficha 1

1. Diagnóstico: 11; 4; 5 €.
2. Personas: $26 + 25 + 27 + 24 + 6 = 108$ (102 alumnos y alumnas y 6 docentes).
3. Necesarios: número de personas, dinero disponible, precios y formas de venta, restricciones. No necesarios: horario, fecha, nombres de los grupos. Faltan (se deciden con F4): horas de monitor, cantidades por persona, si habrá recuerdo.
4. No es razonable: solo las camisetas (612 €) ya duplican el dinero disponible.

 Ficha 2

1. Fruta: ≈ 30 € ($100 \cdot 0,30$); exacto 32,40 €. Pan: ≈ 30 € ($25 \cdot 1,20$); exacto 32,40 €. Zumo: ≈ 30 € ($20 \cdot 1,50$); exacto 33 €. Chapas: ≈ 50 € ($100 \cdot 0,50$); exacto 51 €.
2. $25 \cdot 4 \cdot 6 = 100 \cdot 6 = 600$; $30 \cdot 2 \cdot 2 = 30 \cdot 4 = 120$; $102 \cdot 6 = 600 + 12 = 612$.
3. Pan: $108 : 4 = 27$ barras exactas. Lonchas: $108 \cdot 2 = 216$; $216 : 12 = 18$ paquetes exactos. Si la división no es exacta (por ejemplo, zumo: $108 : 5 = 21,6$), se redondea hacia arriba: 22 briks.

 Ficha 3

1. $12 + 24 = 36$; $20 \cdot 3 = 60$; $60 - 4 \cdot 12 = 60 - 48 = 12$; $300 - (120 + 32) = 300 - 152 = 148$.
2. $27 \cdot 1,20 + 18 \cdot 2,40 + 108 \cdot 0,30 + 22 \cdot 1,50 + 3 \cdot 2 = 32,40 + 43,20 + 32,40 + 33 + 6 = 147$ € (vasos: $108 : 50 = 2,16 \rightarrow 3$ paquetes).
3. a) $(6 + 4) \cdot 5 = 50$; b) $30 - (10 - 5) = 25$; c) ya es cierta sin paréntesis: $120 + 32 = 152$.

 Ficha 4

1. Errores de F3: 1) monitores: 5 horas en lugar de 2 (300 € en vez de 120 €); 2) desayuno: « $108 \cdot 1,20 + 2,40$ » calcula una barra por persona (bastan 27) y un solo paquete de embutido, y olvida fruta, zumo y vasos; 3) chapas: 108 incluye al profesorado, pero R5 habla del alumnado ($102 \cdot 0,50 = 51$ €); 4) la suma de las filas es $612 + 300 + 132 + 54 = 1\,098$ €, no 1 108 €.
2. El equipo B multiplica todos los precios por 108, como si cada persona necesitara una barra, un paquete de embutido y un brik enteros; no tiene en cuenta cuántas raciones da cada producto.
3. No cumple R1: 350 € $>$ 300 €. Sin el recuerdo (R5 permite no ponerlo), el total es $147 + 120 + 32 = 299$ €, que sí cumple todas las restricciones.

 Fichas 5 y 6

1. Presupuesto que cumple R1-R5: desayuno 147 €, monitores 120 €, kits 32 € $\rightarrow 299$ €. Sobra 1 €: no se puede poner recuerdo para todo el alumnado (las chapas costarían 51 €). Se acepta otra propuesta si es coherente y está bien calculada.
2. Excursión: $52 \cdot (4 + 3) - 60 = 364 - 60 = 304$ €.
3. Comprobación: cada persona paga 7 €; $52 \cdot 7 = 364$; $364 - 60 = 304$ €. Estimación: $50 \cdot 7 = 350$; $350 - 60 = 290$, cerca de 304 €. ✓

 Refuerzo

1. Fruta 7,50 €; zumo 5 briks $\cdot 1,50 = 7,50$ €; pan 7 barras $(25 : 4 = 6,25 \rightarrow 7) \cdot 1,20 = 8,40$ €; kit 8 €. Total 31,40 €.
2. Sobran $80 - 31,40 = 48,60$ €.

 Ampliación

1. Camisetas: por cada 11 se pagan 10; $102 = 9 \cdot 11 + 3 \rightarrow$ se pagan $9 \cdot 10 + 3 = 93$; $93 \cdot 6 = 558$ € frente a 612 €.
2. Chapas: 30 $\rightarrow 15$ € (sueltas); 40 $\rightarrow 20$ € (igual sueltas o lote); 50 $\rightarrow 20$ € (lote, frente a 25 €); 102 $\rightarrow 2$ lotes + 2 sueltas = 41 € (o 3 lotes = 60 €).
3. Regla: compensa un lote si necesitas 40 chapas o más, porque $40 \cdot 0,50 = 20$ €.

 Errores frecuentes

- Calcular de izquierda a derecha sin respetar la jerarquía: $2 + 3 \cdot 4 = 20$.
- Olvidar al profesorado o contar mal el total de personas.
- No redondear hacia arriba al calcular paquetes, barras o briks.
- Multiplicar todo por el número de personas sin pensar cuántas raciones da cada producto.
- Dar resultados sin unidades o con una precisión absurda (por ejemplo, 32,4000 €).

 Criterios para valorar respuestas abiertas

- Se aceptan otras hipótesis de consumo si se explicitan y los cálculos son coherentes con ellas.
- En la defensa se valora más la justificación de las decisiones que llegar exactamente a 300 €.
- La calculadora es válida para comprobar, pero cada cálculo debe aparecer escrito como operación combinada.

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

02 Organizamos un festival sin que sobre nada



PREGUNTA GUÍA

¿Cómo ayudan los divisores y los múltiplos a organizar grupos, turnos y paquetes?



CURSO
1.º ESO



SESIONES
6 sesiones · 1.º trimestre



SENTIDOS PRIORITARIOS
A · Sentido numérico



COMPETENCIAS ESPECÍFICAS
CE1, CE3, CE5, CE7



PRODUCTO FINAL
Plan de reparto y turnos sin sobrantes



CRITERIOS DE EVALUACIÓN
1.1, 1.2, 3.1, 5.1, 7.1



Contexto, reto y sentido

La comisión de fiestas de 1.º ESO organiza un **festival de fin de trimestre** y tiene delante una lista de tareas que parecen sencillas hasta que se intenta cumplirlas: preparar bolsas de bienvenida iguales con 84 pulseras, 126 pegatinas y 210 caramelos sin que sobre ni falte nada, formar equipos de voluntariado con la misma composición, colocar 252 sillas en filas iguales o decidir cuándo coinciden el sorteo, la actuación y el aviso de megafonía. Todas ellas esconden la misma pregunta: ¿qué números «encajan» unos en otros?

La situación moviliza el sentido numérico a través de la divisibilidad: múltiplos y divisores, criterios de divisibilidad, números primos, descomposición en factores primos, máximo común divisor (MCD) y mínimo común múltiplo (MCM). El alumnado no aprende dos algoritmos sueltos, sino a **reconocer qué pregunta hace el contexto** (¿repartir en partes iguales o esperar a que dos ritmos coincidan?), a calcular con la factorización y a comprobar la solución con la situación real. El plan final es un documento que debe poder ejecutarse sin que sobre nada.

🎯 Reto

Diseñar el plan de reparto y de turnos del festival de 1.º ESO para que no sobre ni falte nada, decidiendo en cada caso si hace falta un MCD o un MCM, calculándolo con la factorización y comprobando que el resultado funciona en la situación real.

📦 Producto final

Plan de reparto y turnos sin sobrantes.



Vinculación curricular

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS MOVILIZADAS

- CE1** Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas.
- CE3** Formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de forma autónoma.
- CE5** Reconocer y utilizar conexiones entre ideas matemáticas, integrando conocimientos.
- CE7** Representar conceptos, procedimientos, información y resultados de distintas formas.

Criterios de evaluación seleccionados · síntesis operativa

- 1.1** Interpretar problemas matemáticos organizando los datos, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.
- 1.2** Aplicar herramientas y estrategias apropiadas que contribuyan a la resolución de problemas.
- 3.1** Formular y comprobar conjeturas sencillas de forma guiada analizando patrones, propiedades y relaciones.
- 5.1** Reconocer las relaciones entre los conocimientos y experiencias matemáticas, formando un todo coherente.
- 7.1** Representar conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos de modos distintos y con diferentes herramientas, incluidas las digitales.

Saberes básicos prioritarios

A

Sentido numérico

- Múltiplos y divisores de un número natural; relación de divisibilidad y su uso en problemas de reparto.
- Criterios de divisibilidad por 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 y 11.
- Números primos y compuestos; criba de Eratóstenes.
- Descomposición de un número en factores primos y expresión con potencias.
- Máximo común divisor y mínimo común múltiplo mediante la factorización; elección razonada de uno u otro según la situación.

F

Sentido socioafectivo

- Perseverancia al explorar posibilidades y gestión del error al comprobar una conjetura.
- Trabajo en equipo con roles y revisión de los cálculos de otro equipo.



Objetivos didácticos

- ✓ Reconocer múltiplos, divisores y criterios de divisibilidad.
- ✓ Descomponer números en factores primos.
- ✓ Distinguir cuándo conviene usar MCD o MCM.
- ✓ Resolver y representar problemas de reparto y sincronización.



Metodología y papel docente

Aprendizaje basado en retos

El reto organiza la secuencia y obliga a movilizar varios procedimientos, no solo a reproducir un algoritmo.

Resolución de problemas

Se explicitan comprensión, planificación, ejecución, comprobación y comunicación de la solución.

Representaciones múltiples

Se conectan expresiones, tablas, gráficas, diagramas, materiales y lenguaje verbal según la naturaleza del contenido.

Tecnología con propósito

Las herramientas digitales se utilizan para explorar, representar, comprobar o automatizar; no sustituyen la argumentación.

Papel docente

Presenta el reto, modela estrategias, plantea preguntas, detecta errores, gradúa ayudas y exige justificación matemática.



Secuencia de sesiones y actividades

-  Cada sesión genera una **evidencia** que se recoge en la ficha correspondiente del Anexo 3. Las soluciones están en la guía docente (Anexo 10).

1

SESIÓN 1

Reto de reparto: paquetes iguales sin sobrantes

 **Evidencia:** Ficha 1: tabla de pruebas de reparto de bolsas, conjetura sobre el mayor número de bolsas y tres formas de colocar 252 sillas.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 1

2

SESIÓN 2

Múltiplos, divisores y criterios de divisibilidad

 **Evidencia:** Ficha 2: tabla de criterios de divisibilidad, parejas de divisores de 252, verdadero/falso y cifras que faltan.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 2

3

SESIÓN 3

Factorización y mapa de factores primos

 **Evidencia:** Ficha 3: números primos con la criba, factorizaciones de 84, 126, 210 y 252, árbol de factores de 180 y revisión de dos errores.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 3

4

SESIÓN 4

MCD en repartos y agrupamientos

 **Evidencia:** Ficha 4: MCD de las bolsas, de los equipos de voluntariado y de las baldosas del escenario, con explicación de por qué 12 equipos no son posibles.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 4

5

SESIÓN 5

MCM en turnos y coincidencias periódicas

 **Evidencia:** Ficha 5: múltiplos de 20 y 30, coincidencias horarias con el MCM, lanzaderas y clasificación MCD/MCM.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 5

6

SESIÓN 6

Plan final del festival y reto individual de transferencia

 **Evidencia:** Ficha 6: tabla del plan final del festival, problema individual de transferencia (MCD y MCM) y justificación de la elección.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 6

**Recursos, interdisciplinariedad y transversalidad** **Recursos**

Tarjetas de cantidades

fichas de divisibilidad

recta de múltiplos

calculadora solo para comprobación

 Interdisciplinariedad y transversalidad

Según el contexto, la situación puede conectarse con Tecnología y Digitalización, Física y Química, Biología y Geología, Economía, Geografía, Educación Física o competencia digital. Se promueven consumo responsable, sostenibilidad, lectura crítica de datos, igualdad, cooperación y comunicación rigurosa cuando son pertinentes al reto.



DUA y atención a la diversidad

Implicación

Metas visibles, elección entre contextos equivalentes, retos graduados, trabajo cooperativo con roles y retroalimentación frecuente.

Representación

Enunciados segmentados, ejemplos modelados, recta numérica, tablas, diagramas, representaciones gráficas, material manipulativo y herramientas digitales cuando aporten valor.

Acción y expresión

Posibilidad de expresar el razonamiento con cálculos, esquema, explicación oral, tabla, gráfica o breve informe, manteniendo la exigencia del criterio evaluado.

Refuerzo Anexo 8

Números menores de 100, descomposición guiada y árbol de factores parcialmente completado.

Ampliación Anexo 9

Diseñar un caso que admita varias soluciones y justificar cuál optimiza número de grupos o tiempo.



Evaluación

Evaluación continua y formativa: diagnóstico breve al inicio, evidencias de cada sesión, revisión de borradores o estrategias y valoración final del producto junto con una evidencia individual. La ponderación debe adaptarse a la normativa autonómica y a los acuerdos del departamento.

FASE 1 Inicial

Diagnóstico breve de conocimientos previos en la primera ficha del Anexo 3 y lectura del reto (Anexo 1).



FASE 2 Formativa

Evidencias de cada sesión, revisión de estrategias y errores, y retroalimentación con la lista de cotejo (Anexo 5).



FASE 3 Final

Valoración del producto con la rúbrica (Anexo 6), evidencia individual y reflexión del Anexo 7.

Criterios, evidencias e instrumentos

Criterio	Evidencia principal	Instrumento
1.1	Identificación en las tarjetas de cantidades y en el programa horario de qué hay que repartir y qué ritmo se repite, con sus datos numéricos.	Fichas 1 y 6 / lista de cotejo
1.2	Elección y aplicación correcta del MCD o del MCM mediante factorización en problemas de reparto y de turnos.	Fichas 4 y 5 / escala de valoración
3.1	Conjetura sobre el mayor número de bolsas posible, comprobada con divisores y con la factorización, y análisis de por qué 12 equipos no son posibles.	Fichas 1, 2 y 4 / rúbrica
5.1	Conexión entre criterios de divisibilidad, factorización, MCD y MCM, y explicación escrita de cuándo conviene cada uno.	Fichas 3 a 6 / rúbrica
7.1	Árbol de factores, diagrama de Venn, recta de múltiplos y tabla resumen del plan final, con rótulos y resultados.	Plan final (Anexo 4) / rúbrica

☆ Evidencias clave de esta SdA

Plan de reparto, problemas resueltos, árbol de factores y explicación de elección MCD/MCM.



Rúbrica del producto final

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.



Variantes de aplicación

↗ Versión abreviada

Reducir a 4-5 sesiones, ofrecer datos cerrados y un único producto de una página, manteniendo una evidencia individual.

↖ Versión ampliada

Añadir datos reales del entorno, herramientas digitales, comparación de estrategias y una fase pública de comunicación o investigación.

Ficha de lanzamiento del reto

SdA 2 · Organizamos un festival sin que sobre nada

ALUMNADO

Falta una semana para el festival de fin de trimestre y la comisión de fiestas tiene un problema: ha llegado el material (84 pulseras, 126 pegatinas, 210 caramelos, 252 sillas) y nadie sabe cómo repartirlo sin que sobre nada. Además, el sorteo se hace cada 20 minutos, la actuación cada 30 y el aviso por megafonía cada 45, y a las 10:00 empiezan los tres a la vez. ¿Volverán a coincidir? Vais a ser el equipo de logística del festival: con divisores, primos y múltiplos organizaréis grupos, turnos y paquetes.

“ ¿Cómo ayudan los divisores y los múltiplos a organizar grupos, turnos y paquetes? ”

🎯 Vuestro reto

Diseñar el plan de reparto y de turnos del festival de 1.º ESO para que no sobre ni falte nada, decidiendo en cada caso si hace falta un MCD o un MCM, calculándolo con la factorización y comprobando que el resultado funciona en la situación real.

📦 Lo que vais a producir

Plan de reparto y turnos sin sobrantes.

📍 Hoja de ruta · 6 sesiones

- 1 Probamos repartos de bolsas y sillas: ¿cuándo sobra algo y cuándo no?
- 2 Estudiamos múltiplos, divisores y criterios de divisibilidad.
- 3 Descomponemos números en factores primos con árboles y la criba.
- 4 Calculamos el MCD para repartir en grupos o lotes iguales.
- 5 Calculamos el MCM para sincronizar turnos y avisos.
- 6 Redactamos el plan final y resolvemos un problema individual.

📋 Al terminar seré capaz de...

- ✓ Reconocer múltiplos, divisores y criterios de divisibilidad.
- ✓ Descomponer números en factores primos.
- ✓ Distinguir cuándo conviene usar MCD o MCM.
- ✓ Resolver y representar problemas de reparto y sincronización.

📋 ¿Cómo me evaluarán?

Con la rúbrica del producto final (Anexo 6), la lista de cotejo (Anexo 5) y una reflexión personal (Anexo 7). ¡Revisadlas antes de empezar!

Dossier de fuentes y materiales base

SdA 2 · Organizamos un festival sin que sobre nada

ALUMNADO

Tarjetas de cantidades, programa horario, criterios de divisibilidad, criba de Eratóstenes, árbol de factores, diagrama de MCD y MCM, recta de múltiplos y errores frecuentes. Todos los datos del festival son ficticios, creados para el aula.

F1 Tarjetas de cantidades del festival

DATOS

Tarjeta	Cantidad	Qué hay que conseguir
Bolsas de bienvenida	84 pulseras, 126 pegatinas y 210 caramelos	El mayor número de bolsas iguales, sin que sobre nada.
Voluntariado	24 de 1.º A, 36 de 1.º B y 30 de 1.º C	El mayor número de equipos con la misma composición, sin dejar a nadie fuera.
Sillas	252 sillas	Colocarlas en filas con el mismo número de sillas, sin que sobre ninguna.
Escenario	Suelo rectangular de 240 cm × 180 cm	Cubrirlo con baldosas cuadradas enteras, lo más grandes posible, sin cortar ninguna.
Lanzaderas	Línea 1: sale cada 12 min. Línea 2: sale cada 18 min. Salen juntas a las 9:00.	Saber a qué hora vuelven a salir juntas.

Fuente: Datos ficticios creados para el aula.

🔍 Para cada tarjeta, ¿hay que repartir en partes iguales o esperar a que dos ritmos coincidan?

F2 Programa horario del festival

DATOS

Actividad	Se repite	Primera vez
Sorteo de regalos	cada 20 minutos	10:00
Actuación musical	cada 30 minutos	10:00
Aviso de seguridad por megafonía	cada 45 minutos	10:00
Cambio de turno del puesto de bocadillos	cada 25 minutos	10:00
Cambio de turno del puesto de bebidas	cada 40 minutos	10:00

Fuente: Datos ficticios creados para el aula.

🔍 El festival termina a las 14:00. Si algo ocurre a las 10:00 + 20 min, aparece en la lista a las 10:20.

F3 Criterios de divisibilidad

Un número es divisible por...	...si cumple que	Ejemplo
2	su última cifra es 0, 2, 4, 6 u 8	84 acaba en 4 → sí
3	la suma de sus cifras es múltiplo de 3	126: $1 + 2 + 6 = 9 \rightarrow$ sí
4	sus dos últimas cifras forman un múltiplo de 4	252: $52 = 4 \cdot 13 \rightarrow$ sí
5	acaba en 0 o en 5	210 → sí
6	es divisible por 2 y por 3 a la vez	84: par y $8 + 4 = 12 \rightarrow$ sí
9	la suma de sus cifras es múltiplo de 9	252: $2 + 5 + 2 = 9 \rightarrow$ sí
10	acaba en 0	210 → sí
11	la suma de las cifras de lugar par menos la de lugar impar es 0 o múltiplo de 11	2 728: $(2 + 2) - (7 + 8) = -11 \rightarrow$ sí

Fuente: Elaboración propia a partir del currículo de 1.º ESO.

🔍 Si un número es divisible por 9, también lo es por 3. ¿Y al revés?

F4 La criba de Eratóstenes

ESQUEMA

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

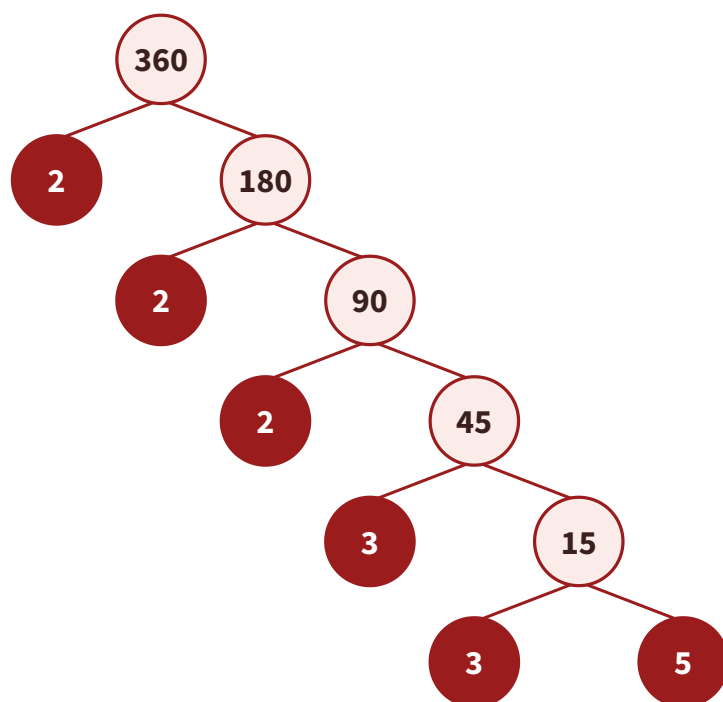
 Primo	 Múltiplo de 2	 Múltiplo de 3
 Múltiplo de 5	 Múltiplo de 7	 Otros compuestos

Fuente: Esquema de elaboración propia.

- 🔍 Los primos quedan en rojo: son los que no se pueden «tachar» como múltiplos de otro más pequeño. ¿Por qué el 2 es el único primo par?

F5 Descomponer 360 en factores primos

ESQUEMA

**Divisiones sucesivas**

$$\begin{array}{r|l}
 360 & 2 \\
 180 & 2 \\
 90 & 2 \\
 45 & 3 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Fuente: Esquema de elaboración propia.

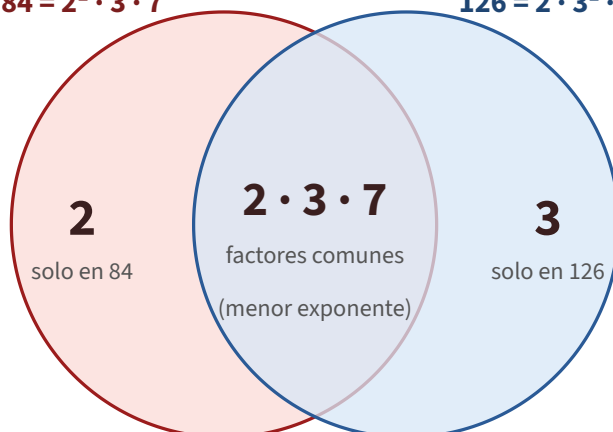
🔍 El árbol y las divisiones sucesivas dan el mismo resultado: $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$. Los círculos rojos son los factores primos.

F6 MCD y MCM con factores primos

ESQUEMA

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$



MCD = solo lo común

$$2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$$

MCM = todo (común y no común)

$$2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 252$$

Fuente: Esquema de elaboración propia.

🔍 Para el MCD se toman los factores comunes con el menor exponente; para el MCM, todos los factores, comunes y no comunes, con el mayor exponente. Se cumple que $42 \cdot 252 = 84 \cdot 126$.

F7

¿MCD o MCM? Cómo decidir

DATOS

Si el problema dice...	Se trata de...	Cómo se calcula
repartir, dividir o cortar en grupos, lotes o trozos iguales, sin que sobre nada; «el mayor número posible» o «lo más grande posible»	MCD (máximo común divisor)	Factores comunes con el menor exponente. Ejemplo: $\text{mcd}(24, 36) = 2^2 \cdot 3 = 12$
volver a coincidir, repetirse cada cierto tiempo, «la primera vez que»; «el menor número posible» de unidades	MCM (mínimo común múltiplo)	Todos los factores con el mayor exponente. Ejemplo: $\text{mcm}(24, 36) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$

Fuente: Elaboración propia.

🔍

El MCD es siempre menor o igual que los números dados; el MCM es siempre mayor o igual que ellos.

F8

Recta de múltiplos del festival

ESQUEMA

Sorteo
cada 20 min

Actuación
cada 30 min

Aviso
cada 45 min

Los tres coinciden en los minutos 0 y 180 (el MCM de 20, 30 y 45 es 180)

Fuente: Esquema de elaboración propia con datos ficticios.

🔍

Cada punto es un momento en el que ocurre la actividad. Las franjas amarillas marcan cuándo coinciden las tres.

F9 Errores frecuentes para analizar

Quién	Afirmación	Pista para revisarla
Ana	«El 1 es un número primo porque solo es divisible por 1 y por él mismo.»	¿Cuántos divisores tiene el 1? ¿Cuántos debe tener un primo?
Bruno	«El mcm de 4 y 6 es 24 porque $4 \cdot 6 = 24$.»	Escribe los primeros múltiplos de 4 y de 6.
Carla	«27 es divisible por 6 porque $2 + 7 = 9$, que es múltiplo de 3.»	¿Qué otro criterio hace falta para el 6?
Dani	« $60 = 2 \cdot 3 \cdot 10$, ya está factorizado en primos.»	¿Es primo el 10?
Eva	«El mcd de 8 y 12 es 24, porque es múltiplo de los dos.»	¿Es 24 un divisor de 8?

Fuente: Ejemplos ficticios elaborados para el aula.

Fichas de actividades del alumnado

SdA 2 · Organizamos un festival sin que sobre nada

ALUMNADO

FICHA 1

Paquetes sin sobrantes

Sesión 1

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Lee F1. Antes de usar ninguna fórmula, prueba, tantea y anota qué ocurre.

1 Diagnóstico inicial. Marca la respuesta correcta.

¿Cuál de estos números es múltiplo de 7?

☐ 35 ☐ 40 ☐ 52

¿Cuál de estos números es divisor de 18?

☐ 4 ☐ 6 ☐ 12

Con 30 personas, ¿cuántos grupos iguales de 6 personas se forman?

☐ 4 ☐ 5 ☐ 6

¿Cuál de estos números es primo?

☐ 9 ☐ 11 ☐ 15

2 Bolsas de bienvenida (F1). Prueba si se pueden preparar bolsas iguales con 84 pulseras, 126 pegatinas y 210 caramelos. Divide y escribe «Sí» o «No» según no sobre ninguna unidad.

Nº de bolsas	Pulseras por bolsa ($84 : n$)	Pegatinas ($126 : n$)	Caramelos ($210 : n$)	¿Sin sobrantes?
2				
5				
6				
7				
10				

3 A la vista de la tabla, ¿cuál crees que es el mayor número de bolsas posible? Escribe tu conjetura y explica cómo la comprobarías.

4 Sillas (F1). Hay 252 sillas. Propón tres formas distintas de colocarlas en filas con el mismo número de sillas cada una, sin que sobre ninguna.

Nº de filas	Sillas por fila	Comprobación (producto)

FICHA 2

Múltiplos, divisores y criterios

Sesión 2

Usa los criterios de divisibilidad de F3 y recuerda: a es divisor de b si $b : a$ es exacta; entonces b es múltiplo de a .

1 Aplica los criterios de F3 sin hacer la división y escribe «Sí» o «No».

Número	¿Divisible por 2?	por 3?	por 5?	por 9?	por 10?
126					
210					
252					
315					
1 080					

2 Divisores de 252 por parejas. Completa la tabla escribiendo la pareja de cada divisor (el divisor multiplicado por su pareja da 252). Después responde: ¿cuántos divisores tiene 252 en total? ¿Qué filas de sillas tendrían entre 10 y 20 sillas?

Divisor	Su pareja (252 : divisor)	Producto
1		
2		
3		
4		
6		
7		
9		
12		
14		

3 Verdadero o falso. Corrige las falsas en tu cuaderno.

	V	F
48 es múltiplo de 8.	☐	☐
7 es divisor de 52.	☐	☐
Todo número es divisor de sí mismo.	☐	☐
Un número par es siempre divisible por 4.	☐	☐
Si un número es divisible por 9, también lo es por 3.	☐	☐
Si un número es divisible por 3, también lo es por 9.	☐	☐
Carla (F9) dice que 27 es divisible por 6.	☐	☐

4 Escribe las cifras que faltan para que se cumpla el criterio. Explica una de tus respuestas en el cuaderno.

- a) 24_ es divisible por 3 → cifras posibles: _____
- b) 3_0 es divisible por 9 → cifra: _____
- c) 5_2 es divisible por 6 → cifras posibles: _____

FICHA 3Factorización y mapa de primos

Sesión 3

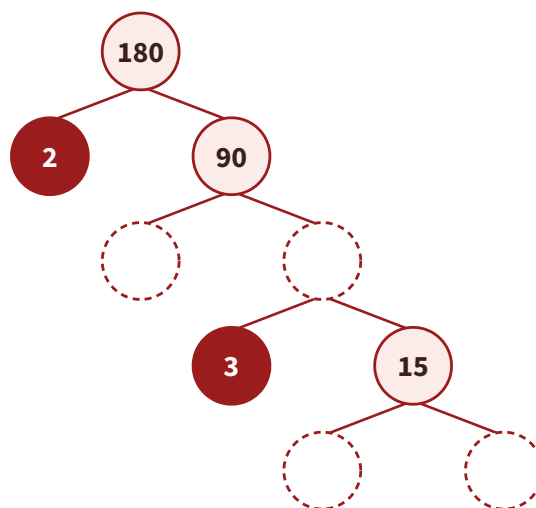
Usa la criba (F4) y el método de F5 (árbol o divisiones sucesivas).

1 Con la criba de F4, escribe los números primos menores que 30 y explica por qué el 1 no es primo ni compuesto.

2 Descompón en factores primos y escribe el resultado con potencias.

Número	Árbol o divisiones sucesivas	Forma factorizada
84		
126		
210		
252		

- 3 Completa el árbol de factores de 180 (los círculos punteados están vacíos) y escribe 180 con potencias.



- 4 Revisa las afirmaciones de Ana y de Dani (F9). ¿Qué error ha cometido cada una? Escribe la corrección.

FICHA 4 El MCD en repartos

Sesión 4

Para repartir en grupos iguales hay que buscar los factores comunes (F6 y F7). Usa las factorizaciones de la ficha 3.

- 1 Bolsas de bienvenida (F1). Calcula el mcd de 84, 126 y 210. ¿Cuántas bolsas se preparan como máximo y qué lleva cada una?

2 Voluntariado (F1). Calcula el mayor número de equipos iguales que se pueden formar con 24, 36 y 30 personas de cada clase. ¿Cuántas personas de cada clase hay en cada equipo?

3 Escenario (F1). Se quiere cubrir el suelo de $240\text{ cm} \times 180\text{ cm}$ con baldosas cuadradas enteras, lo más grandes posible. ¿Cuánto mide el lado? ¿Cuántas baldosas hacen falta? Haz un esquema.

 Un compañero propone formar 12 equipos de voluntarios. ¿Es posible sin que sobre nadie? ¿Y 3 equipos? Razónalo con divisores. Eva (F9) dice que el mcd de 8 y 12 es 24; ¿qué ha confundido?

FICHA 5 El MCM en turnos y coincidencias

Sesión 5

Para saber cuándo coinciden dos ritmos hay que buscar múltiplos comunes. Usa F2, F7 y F8.

1 Sorteo y actuación (F2). Escribe los seis primeros múltiplos de 20 y de 30 y localiza el primero que se repite.

Múltiplos de 20	Múltiplos de 30	Primer múltiplo común

- 2 Calcula $\text{mcm}(20, 30, 45)$ con la factorización. Si todo empieza a las 10:00, ¿a qué hora vuelven a coincidir el sorteo, la actuación y el aviso por megafonía? ¿Cuántas veces coinciden sorteo y actuación entre las 10:00 y las 14:00, contando el inicio pero no el cierre?

- 3 Lanzaderas (F1). La línea 1 sale cada 12 minutos y la línea 2 cada 18; salen juntas a las 9:00. ¿A qué hora vuelven a salir juntas por primera vez? Bruno (F9) dice que $\text{mcm}(4, 6) = 24$: ¿cuál es el error?

- 4 Decide si cada situación se resuelve con MCD o con MCM (F7) y justifica con una frase.

Repartir 48 camisetas y 72 gorras en el mayor número de lotes iguales.

☐ MCD ☐ MCM

Dos luces parpadean cada 8 s y cada 12 s; ¿cuándo coinciden?

☐ MCD ☐ MCM

Cortar cuerdas de 60 cm y de 90 cm en trozos iguales lo más largos posible.

☐ MCD ☐ MCM

Comprar bolsas de 15 pulseras y cajas de 20 camisetas para tener la misma cantidad de cada cosa, comprando lo menos posible.

☐ MCD ☐ MCM

FICHA 6

Plan final del festival y reto individual

Sesión 6

Resumid en equipo vuestro plan. Después, resuelve la parte individual sin ayuda.

1 Tabla resumen del plan del festival (equipo). Para cada situación indica los datos, si se usa MCD o MCM, el resultado y cómo lo habéis comprobado.

Situación	Datos	MCD o MCM	Resultado	Comprobación
Bolsas de bienvenida				
Equipos de voluntariado				
Baldosas del escenario				
Coincidencia de sorteo, actuación y aviso				

2 Individual (1). Para la zona de juegos hay 120 camisetas, 150 gorras y 180 botellas de agua. Se quieren preparar el mayor número posible de lotes iguales sin que sobre nada. ¿Cuántos lotes salen y qué lleva cada uno?

3 Individual (2). Los puestos de bocadillos y de bebidas cambian de turno cada 25 y cada 40 minutos (F2) y empiezan a las 10:00. ¿A qué hora coinciden por primera vez sus cambios de turno? ¿Coinciden otra vez antes de las 14:00?

4 Explica en tres frases cómo has decidido en cada caso entre MCD y MCM y qué comprobación has hecho.

SdA 2 · Organizamos un festival sin que sobre nada

Nombre:

Curso/grupo:

Fecha:

Plan de reparto y turnos sin sobrantes del festival. Cada decisión debe tener su cálculo, su comprobación y su justificación.

Título y equipo

Datos del festival

Cantidades de F1 y ritmos de F2 que usamos.

¿MCD o MCM?

Pregunta de cada situación y operación elegida.

Reparto sin sobrantes (MCD)

Factorizaciones, MCD, número de grupos y contenido de cada uno.

.....

Turnos y coincidencias (MCM)

Factorizaciones, MCM, horas de coincidencia y recta de múltiplos.

[illegible]

Comprobación

Divisiones exactas, suma de unidades y revisión del otro equipo.

Justificación

Por qué MCD o MCM; otras soluciones posibles.

Conclusión

Plan final en pocas líneas.

Lista de cotejo para el proceso y la entrega

SdA 2 · Organizamos un festival sin que sobre nada

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Antes de entregar **Plan de reparto y turnos sin sobrantes**, comprueba cada punto y marca la casilla. Si alguno falla, todavía estás a tiempo de mejorarlo.

Contenido del producto

- ☐ Se han identificado los datos de cada tarjeta (cantidades y ritmos) y qué se pide en cada una.
- ☐ En cada situación se indica por escrito si es un problema de MCD o de MCM y por qué.
- ☐ Las factorizaciones en primos están completas (todos los factores son primos) y escritas con potencias.
- ☐ El MCD se calcula con los factores comunes de menor exponente y el MCM con todos de mayor exponente.
- ☐ Se indica cuántos grupos o lotes salen y qué contiene cada uno.
- ☐ Las horas de coincidencia se expresan en horas y minutos coherentes con el programa (10:00 a 14:00).
- ☐ Hay una comprobación: divisiones exactas en el reparto y múltiplos comunes en los turnos.
- ☐ Al menos una representación está bien rotulada (árbol, diagrama de Venn o recta de múltiplos).
- ☐ Se explica por qué no sirven otras opciones (por ejemplo, 12 equipos).
- ☐ Los cálculos de otro equipo han sido revisados y firmados.

Calidad y rigor

- ☐ He utilizado vocabulario específico de la materia y lo he explicado cuando era necesario.
- ☐ He apoyado mis afirmaciones con evidencias (datos, citas, mapas o ejemplos concretos).
- ☐ He citado o identificado todas las fuentes utilizadas.
- ☐ He revisado la ortografía, la presentación y el orden del producto.
- ☐ He incorporado las mejoras propuestas en la coevaluación o por el docente.

Lo que más me ha costado

Firma del equipo / fecha de entrega

Rúbrica imprimible

SdA 2 · Organizamos un festival sin que sobre nada

ALUMNADO · DOCENTE

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Rúbrica para valorar **Plan de reparto y turnos sin sobrantes**. Marca el nivel alcanzado en cada indicador.

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial	Nivel
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.	
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.	
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.	
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.	
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.	

Observaciones del docente

Valoración global

Autoevaluación y coevaluación

SdA 2 · Organizamos un festival sin que sobre nada

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Parte 1 · Autoevaluación

Afirmación	Aún no	Con ayuda	Bien	Muy bien
Sé factorizar un número en primos y calcular con ello el MCD y el MCM.	☐	☐	☐	☐
Sé decidir si un problema se resuelve con MCD o con MCM y comprobar que la solución funciona.	☐	☐	☐	☐
He cumplido mi rol y mis tareas dentro del equipo.	☐	☐	☐	☐
He escuchado y tenido en cuenta las ideas de los demás.	☐	☐	☐	☐
He usado fuentes y evidencias para justificar mis ideas.	☐	☐	☐	☐
He revisado y mejorado mi trabajo a partir de la retroalimentación.	☐	☐	☐	☐

Dos aprendizajes que he logrado

Una dificultad que he tenido

Una mejora que haré la próxima vez

Parte 2 · Coevaluación de otro equipo**Equipo evaluado:** _____**Fortaleza 1**

Fortaleza 2

Propuesta de mejora

ANEXO
8

Material de apoyo y refuerzo

SdA 2 · Organizamos un festival sin que sobre nada

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Los mismos problemas con números menores de 100, descomposición guiada y un árbol de factores parcialmente completado.

⊗

Ejemplo modelado: MCD y MCM de 12 y 18

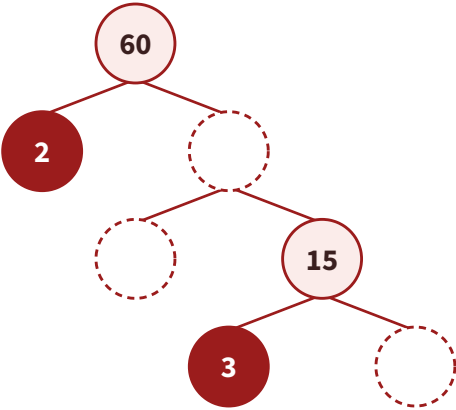
1. Factorizo: $12 = 2^2 \cdot 3$ y $18 = 2 \cdot 3^2$. **2.** MCD: factores comunes con el menor exponente $\rightarrow 2 \cdot 3 = 6$. **3.** MCM: todos los factores con el mayor exponente $\rightarrow 2^2 \cdot 3^2 = 36$. **4.** Compruebo: $12 : 6 = 2$ y $18 : 6 = 3$ (6 divide a los dos); $36 : 12 = 3$ y $36 : 18 = 2$ (36 es múltiplo de los dos).

⊗

Glosario y símbolos

Múltiplo: resultado de multiplicar un número por 1, 2, 3... **Divisor:** número que divide a otro de forma exacta. **Primo:** tiene exactamente dos divisores (1 y él mismo). **Compuesto:** tiene más de dos divisores. **MCD:** el mayor de los divisores comunes. **MCM:** el menor de los múltiplos comunes (distinto de 0). $a \mid b$ se lee «a divide a b».

1 Completa el árbol de factores de 60 (los círculos punteados están vacíos) y escribe 60 con potencias.



2 Hay 36 galletas y 48 caramelos para repartir en bolsas iguales sin que sobre nada. Escribe los divisores de cada número, marca los comunes y responde cuántas bolsas se pueden hacer como máximo.

Divisores de 36	Divisores de 48	Divisores comunes	Bolsas como máximo

- 3

Dos luces parpadean, una cada 6 segundos y otra cada 8, y se encienden a la vez. Escribe los múltiplos de 6 y de 8 hasta el 48 y averigua cuándo vuelven a coincidir.

Múltiplos de 6	Múltiplos de 8	Primero común

Actividad de ampliación

SdA 2 · Organizamos un festival sin que sobre nada

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

🔗 Un caso con varias soluciones: ¿más lotes o lotes más grandes?

Cuando el reparto admite varias soluciones, ¿cuál conviene? Caso modelo: hay 72 gorras, 48 botellas de agua y 120 caramelos para preparar lotes iguales sin que sobre nada. Hay muchas formas de hacerlo, pero cada una tiene consecuencias distintas.

☰ Pasos

- 1** Calcula el mcd de 72, 48 y 120 y completa la tabla con todos los repartos posibles.
- 2** Explica por qué 5 lotes no son posibles aunque 5 sea divisor de 120.
- 3** Diseña tu propio caso (tres productos, con un mcd entre 12 y 40) y escribe todas sus soluciones.
- 4** Elige una solución para tu caso con un criterio que justifiques (más lotes, lotes más pequeños, menos trabajo de montaje...).
- 5** Generaliza: ¿cómo se relacionan los repartos posibles con el mcd? Escribe una regla y pruébala con tu caso.

1 Repartos posibles del caso modelo.

Nº de lotes	Gorras por lote	Botellas por lote	Caramelos por lote
1			
2			
3			
4			
6			
8			
12			
24			

📦 Entrega

Una hoja con la tabla del caso modelo, el caso diseñado con todas sus soluciones, la elección justificada con un criterio y la regla general sobre los divisores del MCD.

 Ficha 1

1. Diagnóstico: $35 (35 = 7 \cdot 5)$; $6 (18 : 6 = 3)$; $5 (30 : 6 = 5)$; 11 (9 y 15 son múltiplos de 3).
2. Tabla de bolsas. 2 bolsas: 42, 63 y 105 → Sí. 5 bolsas: $84 : 5 = 16,8$ → No. 6 bolsas: 14, 21 y 35 → Sí. 7 bolsas: 12, 18 y 30 → Sí. 10 bolsas: $84 : 10 = 8,4$ → No.
3. Conjetura: se acepta cualquier valor razonado; el mayor número que ha funcionado en la tabla es 7 y el valor correcto es 42 (se demuestra en la ficha 4). Es válido proponer comprobar números mayores dividiendo los tres datos a la vez (por ejemplo, 14, 21, 42).
4. Sillas: son posibles, por ejemplo, 2 filas de 126, 3 de 84, 4 de 63, 6 de 42, 7 de 36, 9 de 28, 12 de 21, 14 de 18, etc.
Comprobación: $12 \cdot 21 = 252$; $14 \cdot 18 = 252$; $9 \cdot 28 = 252$.

 Ficha 2

1. Criterios. 126: 2 sí (acaba en 6), 3 sí ($1 + 2 + 6 = 9$), 5 no, 9 sí (9), 10 no. 210: 2 sí, 3 sí ($2 + 1 + 0 = 3$), 5 sí, 9 no (suma 3), 10 sí. 252: 2 sí, 3 sí (suma 9), 5 no, 9 sí, 10 no. 315: 2 no, 3 sí ($3 + 1 + 5 = 9$), 5 sí, 9 sí, 10 no. 1 080: 2 sí, 3 sí ($1 + 0 + 8 + 0 = 9$), 5 sí, 9 sí, 10 sí.
2. Pares de divisores de 252: $1 \cdot 252$, $2 \cdot 126$, $3 \cdot 84$, $4 \cdot 63$, $6 \cdot 42$, $7 \cdot 36$, $9 \cdot 28$, $12 \cdot 21$, $14 \cdot 18$. Total: 18 divisores (1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 12, 14, 18, 21, 28, 36, 42, 63, 84, 126, 252). Entre 10 y 20 sillas por fila: 12 (21 filas), 14 (18 filas) y 18 (14 filas).
3. V/F: V; F ($52 = 7 \cdot 7 + 3$); V; F (6 es par y no es divisible por 4); V; F (el 3 es divisible por 3 y no por 9); F (27 es impar, no es divisible por 2).
4. a) $2 + 4 = 6$, falta una cifra que haga la suma múltiplo de 3: 0, 3, 6 o 9. b) $3 + x + 0$ múltiplo de 9: $x = 6$ (360). c) $5 + x + 2 = 7 + x$ múltiplo de 3 → $x = 2$, 5 u 8; el número ya es par por acabar en 2: 522, 552 y 582.

 Ficha 3

1. Primos menores que 30: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 y 29. El 1 solo tiene un divisor (él mismo): un primo tiene exactamente dos y un compuesto, más de dos.
2. $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$; $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$; $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$; $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$. Comprobación de 252: $4 \cdot 9 \cdot 7 = 252$.
3. Árbol de 180: $180 = 2 \cdot 90$; $90 = 2 \cdot 45$; $45 = 3 \cdot 15$; $15 = 3 \cdot 5$. Resultado: $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ (círculos vacíos: 45, 2, 3 y 5).
4. Ana: el 1 no es primo porque solo tiene un divisor. Dani: 10 no es primo; hay que seguir: $60 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

 Ficha 4

1. Bolsas: $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$, $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$, $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$. Factores comunes con el menor exponente: $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$. Son 42 bolsas, cada una con $84 : 42 = 2$ pulseras, $126 : 42 = 3$ pegatinas y $210 : 42 = 5$ caramelos.
2. Voluntariado: $24 = 2^3 \cdot 3$, $36 = 2^2 \cdot 3^2$, $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ → mcd = $2 \cdot 3 = 6$ equipos. Cada equipo: $24 : 6 = 4$ de 1.º A, $36 : 6 = 6$ de 1.º B y $30 : 6 = 5$ de 1.º C (15 personas).
3. Escenario: $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$ y $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ → mcd = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ cm de lado. Baldosas: $(240 : 60) \cdot (180 : 60) = 4 \cdot 3 = 12$. El esquema es un rectángulo de 4×3 baldosas.
4. 12 equipos no es posible: 12 divide a 24 y a 36 pero no a 30 ($30 = 12 \cdot 2 + 6$). 3 equipos sí es posible porque 3 divide a los tres números, pero no es el máximo. Los repartos posibles son los divisores del mcd (1, 2, 3 y 6). Eva ha confundido mcd con mcm: 24 es múltiplo de 8 y de 12, no divisor; mcd(8, 12) = 4 y mcm(8, 12) = 24.

Ficha 5

- Múltiplos de 20: 20, 40, 60, 80, 100, 120. De 30: 30, 60, 90, 120, 150, 180. Comunes: 60 y 120; el primero es 60, luego $\text{mcm}(20, 30) = 60$.
- $20 = 2^2 \cdot 5$, $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, $45 = 3^2 \cdot 5 \rightarrow \text{mcm} = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$ minutos = 3 h $\rightarrow$ coinciden a las 13:00. Sorteo y actuación coinciden cada 60 min: 10:00, 11:00, 12:00 y 13:00: 4 veces (la quinta, a las 14:00, es el cierre y no cuenta).
- Lanzaderas: $12 = 2^2 \cdot 3$, $18 = 2 \cdot 3^2 \rightarrow \text{mcm} = 2^2 \cdot 3^2 = 36$ min $\rightarrow$ 9:36. Bruno confunde mcm con el producto: $4 \cdot 6 = 24$ es un múltiplo común, pero no el menor; el mcm es 12 ($2^2 \cdot 3$).
- MCD; MCM; MCD; MCM. Justificaciones: 1) repartir en lotes iguales sin sobrantes (mcd = 24 lotes); 2) coincidencia en el tiempo (mcm = 24 s); 3) trozos iguales lo más largos posibles (mcd = 30 cm); 4) menor cantidad común (mcm = 60 unidades).

Ficha 6

- Tabla resumen (equipo): bolsas $\rightarrow$ 84, 126, 210 $\rightarrow$ MCD $\rightarrow$ 42 bolsas de 2, 3 y 5; voluntariado $\rightarrow$ 24, 36, 30 $\rightarrow$ MCD $\rightarrow$ 6 equipos de 4, 6 y 5; baldosas $\rightarrow$ $240 \times 180 \rightarrow$ MCD $\rightarrow$ 60 cm, 12 baldosas; coincidencia $\rightarrow$ 20, 30, 45 $\rightarrow$ MCM $\rightarrow$ 180 min, a las 13:00. Comprobación: divisiones exactas (MCD) y 180 es múltiplo de 20, 30 y 45 (9, 6 y 4 veces).
- Individual 1: $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$, $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$, $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \rightarrow \text{mcd} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ lotes. Cada lote: 4 camisetas, 5 gorras y 6 botellas ($120 : 30$, $150 : 30$, $180 : 30$).
- Individual 2: $25 = 5^2$ y $40 = 2^3 \cdot 5 \rightarrow \text{mcm} = 2^3 \cdot 5^2 = 200$ min = 3 h 20 min $\rightarrow$ coinciden a las 13:20. El siguiente sería a los 400 min (16:40), después del cierre: no vuelven a coincidir antes de las 14:00.
- Respuesta abierta: se valora que se justifique con el tipo de pregunta (repartir en partes iguales y lo más grande posible $\rightarrow$ MCD; volver a coincidir $\rightarrow$ MCM) y que se mencione una comprobación (divisiones exactas, múltiplos comunes).

Refuerzo

- Árbol de 60: $60 = 2 \cdot 30$; $30 = 2 \cdot 15$; $15 = 3 \cdot 5$ (círculos vacíos: 30, 2 y 5). $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.
- Divisores de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. De 48: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48. Comunes: 1, 2, 3, 4, 6 y 12. Como máximo 12 bolsas, con $36 : 12 = 3$ galletas y $48 : 12 = 4$ caramelos.
- Múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48. De 8: 8, 16, 24, 32, 40, 48. Comunes: 24 y 48; coinciden por primera vez a los 24 segundos.

Ampliación

- $72 = 2^3 \cdot 3^2$, $48 = 2^4 \cdot 3$, $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \rightarrow \text{mcd} = 2^3 \cdot 3 = 24$. Repartos: 1 lote (72, 48, 120); 2 (36, 24, 60); 3 (24, 16, 40); 4 (18, 12, 30); 6 (12, 8, 20); 8 (9, 6, 15); 12 (6, 4, 10); 24 (3, 2, 5).
- 5 lotes no son posibles porque 5 no divide a 72 ni a 48 (aunque divida a 120): el número de lotes debe dividir a las tres cantidades a la vez.
- Regla general: el número de lotes posibles es cualquier divisor del mcd; el mayor es el propio mcd. Casos propios y criterios de elección: se acepta cualquier criterio justificado si la tabla está bien calculada (por ejemplo, más lotes para atender a más personas, o menos lotes si cada lote exige una caja o una etiqueta).

⚠ Errores frecuentes

- Pensar que 1 es primo o que todos los números impares son primos (9, 15, 21... son compuestos).
- Dejar factores compuestos en la factorización (por ejemplo, $60 = 2 \cdot 3 \cdot 10$) o no escribir los exponentes.
- Confundir MCD y MCM: elegir el que sale de multiplicar los números o el mayor múltiplo.
- Tomar todos los factores para el MCD o solo los comunes para el MCM; olvidar el menor exponente en el MCD y el mayor en el MCM.
- Aplicar mal el criterio del 6 (basta el 3) o del 11, o sumar cifras para el 4.
- En problemas de horas, olvidar convertir los minutos ($180 \text{ min} = 3 \text{ h}$) o contar mal las coincidencias.

⚖ Criterios para valorar respuestas abiertas

- En las respuestas abiertas se acepta cualquier razonamiento correcto que mencione el tipo de pregunta (repartir o coincidir) y una comprobación numérica.
- En el plan final se valora que cada decisión tenga cálculo, comprobación y una frase de justificación; el árbol, el diagrama de Venn o la recta de múltiplos deben estar rotulados.
- La calculadora sirve para comprobar divisiones exactas, no para sustituir la factorización: cada MCD y MCM debe aparecer con sus factores primos escritos.

03 SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Temperaturas bajo cero

PREGUNTA GUÍA

¿Cómo podemos describir cambios por encima y por debajo de cero sin confundir signo y operación?



CURSO
1.º ESO



SESIONES
6 sesiones · 1.º trimestre



SENTIDOS PRIORITARIOS
A · Sentido numérico



COMPETENCIAS ESPECÍFICAS
CE1, CE2, CE7, CE8



PRODUCTO FINAL
Boletín de variaciones
térmicas y altitud



CRITERIOS DE EVALUACIÓN
1.1, 1.2, 2.1, 7.2, 8.1



Contexto, reto y sentido

El grupo de Naturaleza del instituto prepara una salida a la **Sierra de Nevalta** (ficticia) y necesita un parte meteorológico comprensible para las familias. Cinco estaciones, desde la laguna de la Sima (30 metros por debajo del nivel del mar) hasta la Cima (2 400 m), registran la temperatura de la mañana, de la tarde y de la noche. Hay números negativos por todas partes: temperaturas bajo cero, altitudes bajo el nivel del mar, saldos en rojo en la hucha del club excursionista.

La situación trabaja el sentido numérico con los números enteros: qué significa un signo (posición en una escala) y qué significa una subida o una bajada (variación), cómo se ordenan los enteros en la recta, cómo se suma y se resta con sentido y cómo se calcula una diferencia sin perderse con los dobles signos. Todo converge en un **boletín de variaciones térmicas y altitud** que debe ser correcto, claro y capaz de resistir preguntas del grupo.

🎯 Reto

Elaborar el boletín de variaciones térmicas y de altitud de cinco estaciones de la Sierra de Nevalta, con temperaturas ordenadas, cambios calculados con enteros, diferencias comprobadas en la recta numérica y conclusiones explicadas con lenguaje matemático preciso.

📦 Producto final

Boletín de variaciones térmicas y altitud.



Vinculación curricular

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS MOVILIZADAS

- CE1** Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas.
- CE2** Analizar las soluciones de un problema con distintas técnicas y herramientas, verificando su validez.
- CE7** Representar conceptos, procedimientos, información y resultados de distintas formas.
- CE8** Comunicar conceptos, procedimientos y argumentos con lenguaje matemático apropiado.

Criterios de evaluación seleccionados · síntesis operativa

- 1.1** Interpretar problemas matemáticos organizando los datos, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.
- 1.2** Aplicar herramientas y estrategias apropiadas que contribuyan a la resolución de problemas.
- 2.1** Comprobar la corrección matemática de las soluciones de un problema.
- 7.2** Elaborar representaciones matemáticas que ayuden en la búsqueda de estrategias de resolución de una situación problematizada.
- 8.1** Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, oralmente y por escrito, al explicar y justificar razonamientos, procedimientos y conclusiones.

Saberes básicos prioritarios

A

Sentido numérico

- Números enteros: lectura e interpretación en contextos de temperatura, altitud y saldos (valor y variación).
- Representación y ordenación de enteros en la recta numérica; opuesto y valor absoluto.
- Suma de enteros como desplazamiento en la recta; sumas sucesivas de varios cambios.
- Resta de enteros como suma del opuesto; diferencia entre dos valores y eliminación de dobles signos.
- Estrategias de comprobación: recta numérica, operación inversa y coherencia con el contexto.

F

Sentido socioafectivo

- Gestión del error y revisión de los signos en los cálculos propios y ajenos.
- Trabajo en equipo en la elaboración y presentación de un producto común.



Objetivos didácticos

- ✓ Interpretar enteros en temperaturas, altitudes, saldos y cambios.
- ✓ Ordenar y representar enteros en la recta numérica.
- ✓ Resolver sumas y restas con sentido contextual.
- ✓ Diferenciar cantidad, posición y variación.



Metodología y papel docente

Aprendizaje basado en retos

El reto organiza la secuencia y obliga a movilizar varios procedimientos, no solo a reproducir un algoritmo.

Resolución de problemas

Se explicitan comprensión, planificación, ejecución, comprobación y comunicación de la solución.

Representaciones múltiples

Se conectan expresiones, tablas, gráficas, diagramas, materiales y lenguaje verbal según la naturaleza del contenido.

Tecnología con propósito

Las herramientas digitales se utilizan para explorar, representar, comprobar o automatizar; no sustituyen la argumentación.

Papel docente

Presenta el reto, modela estrategias, plantea preguntas, detecta errores, gradúa ayudas y exige justificación matemática.



Secuencia de sesiones y actividades

- Cada sesión genera una **evidencia** que se recoge en la ficha correspondiente del Anexo 3. Las soluciones están en la guía docente (Anexo 10).

1

SESIÓN 1

Lectura de temperaturas y alturas: qué significa el signo

Evidencia: Ficha 1: lectura de temperaturas y alturas con signo, clasificación de situaciones (valor o cambio) y significado del signo.

Ficha: Anexo 3 · ficha 1

2

SESIÓN 2

Recta numérica humana y comparación de enteros

Evidencia: Ficha 2: situar enteros en la recta, ordenar las temperaturas de las estaciones, comparar con $<$, $>$ y calcular opuestos y valores absolutos.

Ficha: Anexo 3 · ficha 2

3

SESIÓN 3

Cambios de temperatura: suma como desplazamiento

 **Evidencia:** Ficha 3: sumas como desplazamientos en la recta, cambios de temperatura de la mañana a la noche y saldo con variaciones sucesivas.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 3

4

SESIÓN 4

Resta, diferencias y errores con dobles signos

 **Evidencia:** Ficha 4: diferencias de temperatura y de altitud con restas, tabla de dobles signos y detección de errores de signo.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 4

5

SESIÓN 5

Boletín con datos ficticios de cinco estaciones

 **Evidencia:** Ficha 5: borrador del boletín de cinco estaciones con tabla, amplitud térmica, recta numérica y conclusiones.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 5

6

SESIÓN 6

Presentación y desafío individual con saldos/altitudes

 **Evidencia:** Ficha 6: desafío individual con altitudes, saldos y cambios sucesivos, y explicación del boletín.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 6

**Recursos, interdisciplinariedad y transversalidad** **Recursos**

Recta numérica grande

tarjetas de temperaturas y altitudes

datos ficticios

calculadora para verificación

 Interdisciplinariedad y transversalidad

Según el contexto, la situación puede conectarse con Tecnología y Digitalización, Física y Química, Biología y Geología, Economía, Geografía, Educación Física o competencia digital. Se promueven consumo responsable, sostenibilidad, lectura crítica de datos, igualdad, cooperación y comunicación rigurosa cuando son pertinentes al reto.



DUA y atención a la diversidad

Implicación

Metas visibles, elección entre contextos equivalentes, retos graduados, trabajo cooperativo con roles y retroalimentación frecuente.

Representación

Enunciados segmentados, ejemplos modelados, recta numérica, tablas, diagramas, representaciones gráficas, material manipulativo y herramientas digitales cuando aporten valor.

Acción y expresión

Posibilidad de expresar el razonamiento con cálculos, esquema, explicación oral, tabla, gráfica o breve informe, manteniendo la exigencia del criterio evaluado.

Refuerzo Anexo 8

Recta numérica marcada de -20 a 20 y operaciones con apoyo visual.

Ampliación Anexo 9

Incluir varias variaciones sucesivas y pedir expresión única y justificación de dos estrategias.



Evaluación

Evaluación continua y formativa: diagnóstico breve al inicio, evidencias de cada sesión, revisión de borradores o estrategias y valoración final del producto junto con una evidencia individual. La ponderación debe adaptarse a la normativa autonómica y a los acuerdos del departamento.

FASE 1 Inicial

Diagnóstico breve de conocimientos previos en la primera ficha del Anexo 3 y lectura del reto (Anexo 1).



FASE 2 Formativa

Evidencias de cada sesión, revisión de estrategias y errores, y retroalimentación con la lista de cotejo (Anexo 5).



FASE 3 Final

Valoración del producto con la rúbrica (Anexo 6), evidencia individual y reflexión del Anexo 7.

Criterios, evidencias e instrumentos

Criterio	Evidencia principal	Instrumento
1.1	Lectura de las situaciones de F1 y F6: escribe cada dato como entero con su unidad y distingue si es un valor (posición) o un cambio (variación).	Ficha 1 / lista de cotejo
1.2	Cálculo de sumas, restas y cambios sucesivos de enteros usando la recta y la regla de los signos para obtener temperaturas, diferencias y saldos.	Fichas 3 y 4 / escala de valoración
2.1	Comprobación de los resultados con la recta, con la operación inversa o con el sentido del contexto (¿una subida da un valor mayor?) y corrección de los errores de signo de F8.	Fichas 4 y 6 / rúbrica
7.2	Uso de la recta numérica, flechas de desplazamiento y tablas como estrategia para resolver y para organizar el boletín.	Fichas 2, 3 y 5 / rúbrica
8.1	Explicación escrita y oral del boletín con vocabulario preciso: bajo cero, opuesto, valor absoluto, variación, diferencia y amplitud.	Boletín (Anexo 4) y defensa (Ficha 6) / rúbrica

☆ Evidencias clave de esta SdA

Boletín, recta anotada, tabla de cambios y resolución individual.

+ Rúbrica del producto final

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.

🔗 Variantes de aplicación

↗ Versión abreviada

Reducir a 4-5 sesiones, ofrecer datos cerrados y un único producto de una página, manteniendo una evidencia individual.

↖ Versión ampliada

Añadir datos reales del entorno, herramientas digitales, comparación de estrategias y una fase pública de comunicación o investigación.

Ficha de lanzamiento del reto

SdA 3 · Temperaturas bajo cero

ALUMNADO

Mañana salís de excursión a la Sierra de Nevalta. A las 8:00, en la laguna de la Sima hay 3°C y en la Cima, ¡ -12°C ! A las 22:00 la Cima registra -15°C . Las familias preguntan: ¿cuánto frío hará de verdad?, ¿cuánto cambia la temperatura entre la mañana y la noche?, ¿qué estación sufre más variación? Hasta ahora, el parte solo tiene una tabla de números con signos. Vais a convertirlos en el equipo meteorológico: ordenar, sumar, restar y contar la historia de los números bajo cero sin confundir el signo con la operación.

“ ¿Cómo podemos describir cambios por encima y por debajo de cero sin confundir signo y operación? ”

🎯 Vuestro reto

Elaborar el boletín de variaciones térmicas y de altitud de cinco estaciones de la Sierra de Nevalta, con temperaturas ordenadas, cambios calculados con enteros, diferencias comprobadas en la recta numérica y conclusiones explicadas con lenguaje matemático preciso.

📦 Lo que vais a producir

Boletín de variaciones térmicas y altitud.

📍 Hoja de ruta · 6 sesiones

- 1 Leemos temperaturas y alturas con signo: ¿es un valor o un cambio?
- 2 Ordenamos enteros en la recta numérica y los comparamos.
- 3 Sumamos cambios de temperatura como desplazamientos.
- 4 Restamos para calcular diferencias y cazamos errores de signo.
- 5 Redactamos el boletín de cinco estaciones.
- 6 Presentamos el boletín y resolvemos un desafío individual.

📖 Al terminar seré capaz de...

- ✓ Interpretar enteros en temperaturas, altitudes, saldos y cambios.
- ✓ Ordenar y representar enteros en la recta numérica.
- ✓ Resolver sumas y restas con sentido contextual.
- ✓ Diferenciar cantidad, posición y variación.

📝 ¿Cómo me evaluarán?

Con la rúbrica del producto final (Anexo 6), la lista de cotejo (Anexo 5) y una reflexión personal (Anexo 7). ¡Revisadlas antes de empezar!

Datos de cinco estaciones, perfil de la sierra, recta numérica, ejemplos de suma y resta en la recta, reglas de signos, banco de situaciones, gráfico de temperaturas y errores frecuentes. Todos los datos son ficticios, creados para el aula.

F1 Estaciones de la Sierra de Nevalta

DATOS

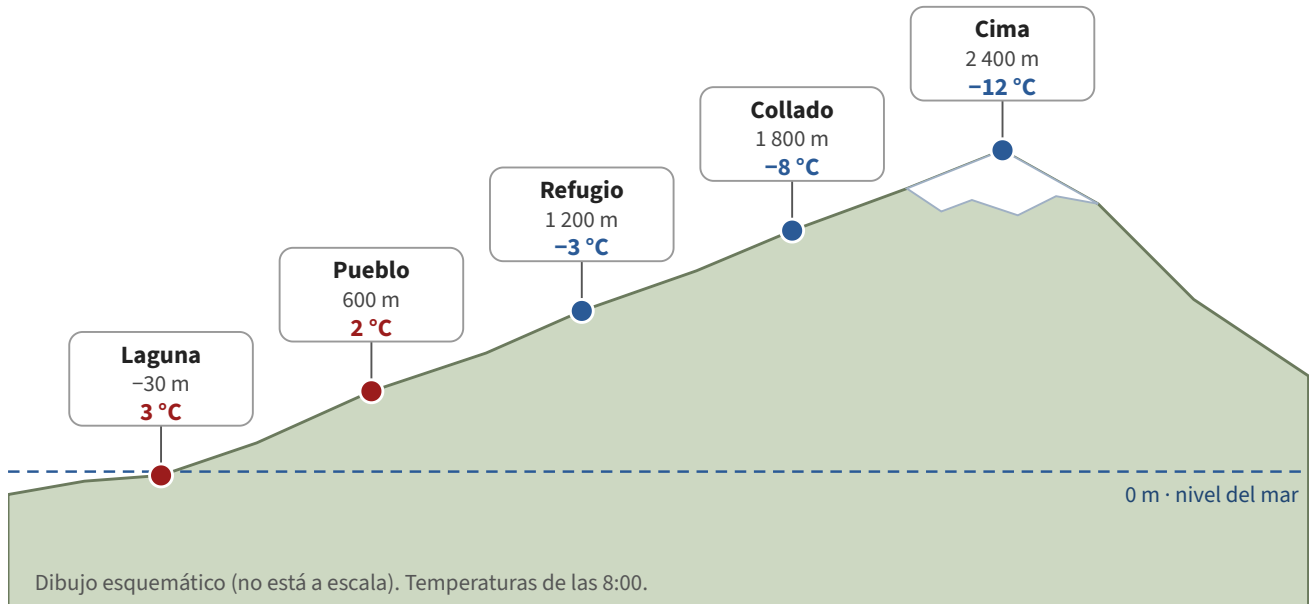
Estación	Altitud	8:00	14:00	22:00
Cima	2 400 m	−12 °C	−6 °C	−15 °C
Collado	1 800 m	−8 °C	−1 °C	−11 °C
Refugio	1 200 m	−3 °C	4 °C	−4 °C
Pueblo	600 m	2 °C	9 °C	−2 °C
Laguna de la Sima	−30 m	3 °C	12 °C	6 °C

Fuente: Datos ficticios creados para el aula.

Una altitud negativa significa por debajo del nivel del mar. ¿Qué estación está a menor altitud? ¿Y cuál registra la temperatura más baja?

F2 Perfil de la sierra y sus estaciones

ESQUEMA

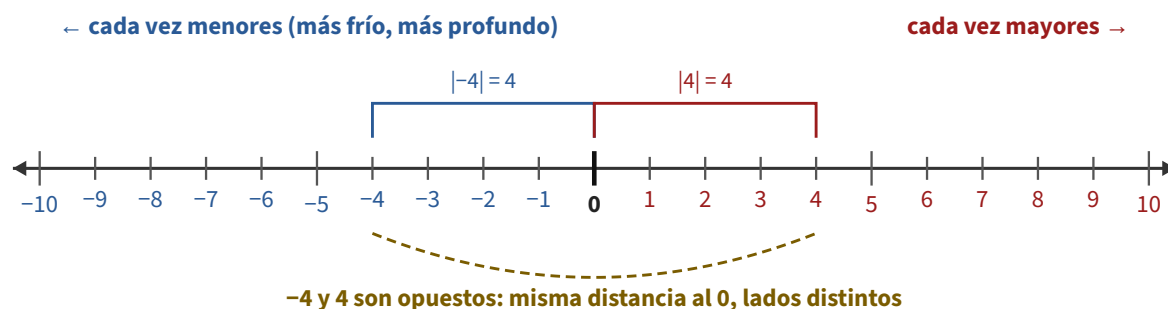


Fuente: Esquema ficticio de elaboración propia (no está a escala).

Cada estación aparece con su altitud y la temperatura de las 8:00. La línea de puntos es el nivel del mar (0 m).

F3 La recta numérica de los enteros

ESQUEMA



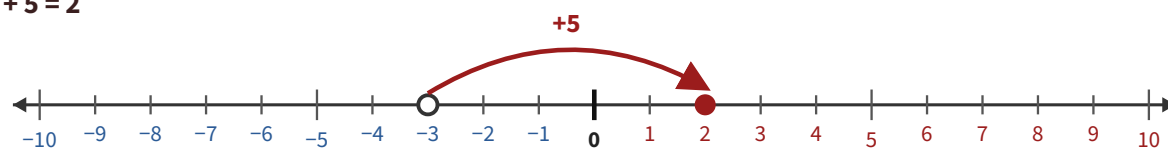
Fuente: Esquema de elaboración propia.

- Q En la recta, de dos números es mayor el que está más a la derecha. El opuesto de a es $-a$ y el valor absoluto $|a|$ es su distancia al 0 .

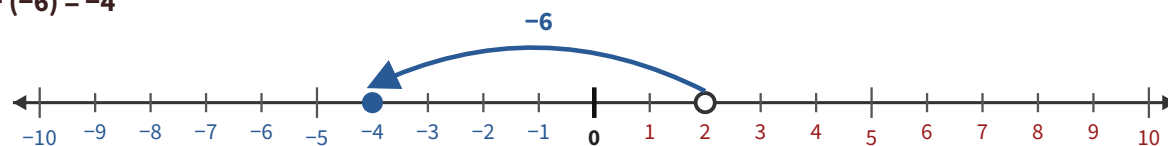
F4 Sumar es desplazarse en la recta

ESQUEMA

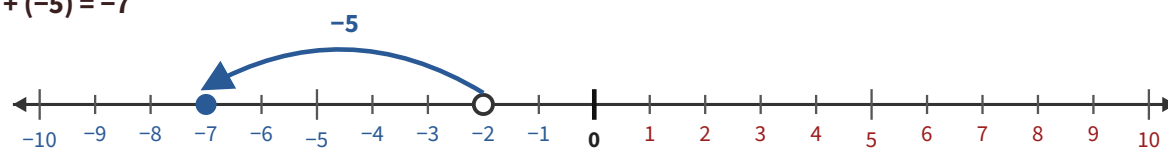
$-3 + 5 = 2$



$2 + (-6) = -4$



$-2 + (-5) = -7$



Fuente: Esquema de elaboración propia.

- Q Sumar un número positivo es moverse hacia la derecha; sumar un número negativo, hacia la izquierda. El punto blanco es la salida y el punto de color, la llegada.

F5 Reglas para sumar y restar enteros

TEXTO

Sumar.

- **Mismo signo:** se suman los valores absolutos y se mantiene el signo. $-4 + (-3) = -7$.
- **Distinto signo:** se restan los valores absolutos (el mayor menos el menor) y se pone el signo del que tiene mayor valor absoluto. $-9 + 5 = -4$; $-3 + 8 = 5$.

Restar es sumar el opuesto: $a - b = a + (-b)$.

- $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$
- $-2 - 4 = -2 + (-4) = -6$
- $-(-7) = 7$

Diferencia entre dos valores: mayor — menor. Si la Cima marca -12°C y el Pueblo 2°C , la diferencia es $2 - (-12) = 2 + 12 = 14^{\circ}\text{C}$.

Ejemplo resuelto (varias variaciones). Una mañana hay -5°C , sube 9°C y después baja 7°C : $-5 + 9 + (-7) = 4 + (-7) = -3^{\circ}\text{C}$.

Fuente: Elaboración propia.

🔍 Comprueba siempre en la recta: si sumas un número positivo, el resultado debe ser mayor que el de partida.

F6 Banco de situaciones con números enteros

DATOS

Nº	Situación
S1	El termómetro marca 7 grados bajo cero.
S2	La laguna de la Sima está 30 metros por debajo del nivel del mar.
S3	Pablo debe 15 € a su hermana.
S4	Lucía ingresa 40 € en la hucha del club.
S5	El garaje del refugio está en el segundo sótano.
S6	El refugio está a 1 200 m de altitud.
S7	La temperatura sube 6 grados.
S8	El submarino desciende 25 metros.
S9	El saldo del club es de 12 € a favor.
S10	La temperatura baja 9 grados entre las 14:00 y las 22:00.

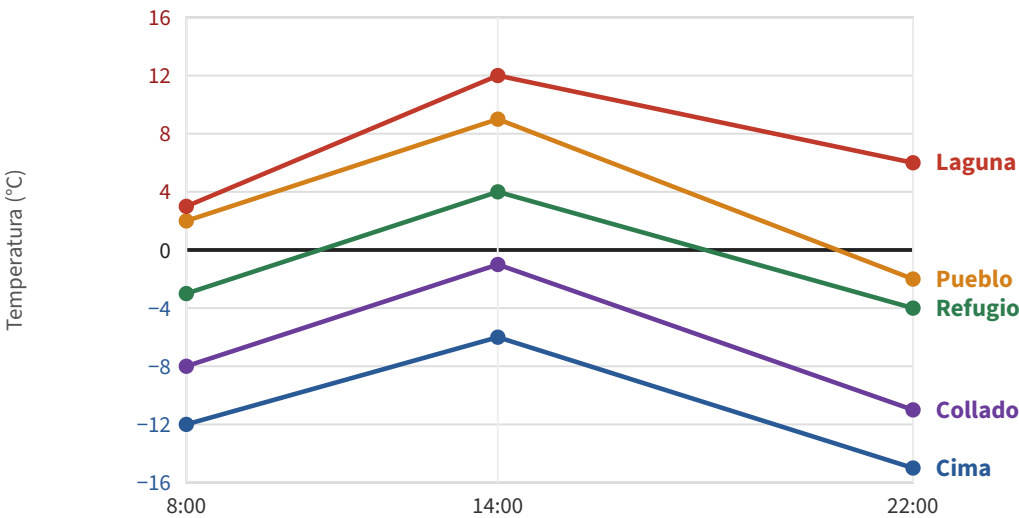
Fuente: Situaciones ficticias elaboradas para el aula.

🔍 Algunas situaciones dicen dónde estamos (un valor) y otras dicen cuánto cambia algo (una variación).

F7

Temperaturas de las cinco estaciones a lo largo del día

ESQUEMA



Fuente: Gráfico de elaboración propia con los datos ficticios de F1.

La línea gruesa horizontal es 0 °C. Lo que queda por debajo está bajo cero.

F8

Errores de signo para analizar

DATOS

Quién	Afirmación	Pista para revisarla
Marta	« -5 es mayor que -2 porque 5 es mayor que 2 .»	Sitúalos en la recta: ¿cuál está más a la derecha?
Hugo	« $-3 + 5 = -8$.»	Parte de -3 y avanza 5 unidades hacia la derecha.
Irene	« $5 - (-3) = 2$.»	Restar -3 es sumar su opuesto.
Raúl	« $-(-4) = -4$.»	¿Cuál es el opuesto de -4 ?
Sara	«La temperatura pasa de -3 °C a -8 °C: ha subido 5 grados.»	¿ -8 está a la derecha o a la izquierda de -3 ?

Fuente: Ejemplos ficticios elaborados para el aula.

ANEXO
3

Fichas de actividades del alumnado

SdA 3 · Temperaturas bajo cero

ALUMNADO

FICHA 1

Leer el signo

Sesión 1

Nombre:

Curso/grupo:

Fecha:

Lee F1 y F6. El signo dice dónde estamos en una escala o cómo cambia algo.

1 Diagnóstico inicial. Marca la respuesta correcta.

¿Cuál es la temperatura más baja?

- ☐ -2 °C
- ☐ -7 °C
- ☐ 3 °C

-4 + 6 es igual a...

- ☐ 2
- ☐ -2
- ☐ -10

Un buceador está a -15 m y sube 5 m. ¿Dónde está?

- ☐ -20 m
- ☐ -10 m
- ☐ 10 m

Ordenados de menor a mayor:

- ☐ -5, -1, 3
- ☐ 3, -1, -5
- ☐ -1, -5, 3

2 Escribe cada situación de F6 como un número entero con signo y señala si es un valor (dónde estamos) o un cambio (cuánto varía).

Situación	Número entero	¿Valor o cambio?
S1		
S2		
S3		
S4		
S5		
S6		
S7		
S8		
S9		
S10		

3 Con F1: escribe con signo las tres temperaturas de la Cima. ¿Cuál es la temperatura más baja y la más alta de toda la tabla? ¿Y la estación a menor altitud?

- 4 Explica con tus palabras qué significa el signo menos en -7°C , en -30 m y en -15 € . ¿Qué significa el signo más en «sube $+6$ grados»?
-
-
-
-

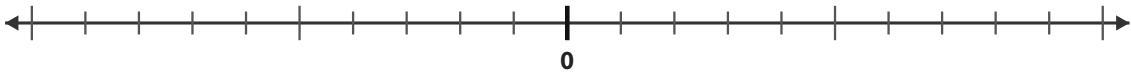
FICHA 2

La recta y el orden

Sesión 2

Usa la recta de F3. Recuerda: de dos enteros, es mayor el que está más a la derecha.

- 1 Marca en la recta los puntos -7 , 4 , -2 , 9 y -10 y escribe el número debajo de cada uno.



- 2 Ordena de menor a mayor las temperaturas de las 8:00 de las cinco estaciones (F1) con el signo $<$. ¿Qué relación observas con la altitud?
-
-
-
-

- 3 Completa cada hueco con $<$, $>$ o $=$.
- a) -5 _____ -2 b) 0 _____ -4 c) -12 _____ -9 d) $|-8|$ _____ 5 e) $-(-3)$ _____
- _____ 3 f) -1 _____ -100

- 4 Completa la tabla de opuestos y valores absolutos.

Número	Opuesto	Valor absoluto
-7		
12		
0		
-30		

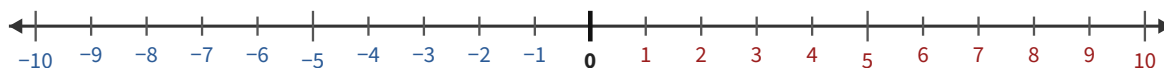
FICHA 3 Sumar es desplazarse

Sesión 3

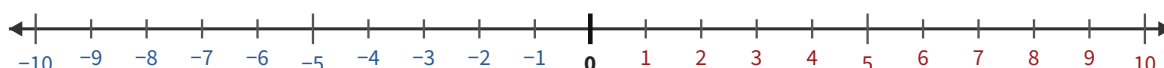
Usa F4 y F5. Dibuja cada suma con una flecha en la recta.

- 1 Dibuja con flechas y calcula: a) $-3 + 5$ b) $2 + (-6)$ c) $-4 + (-3)$.

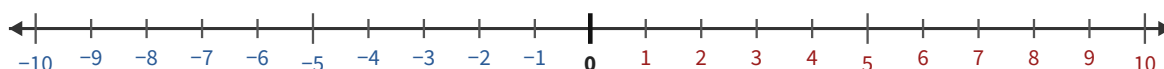
a)



b)



c)



- 2 Calcula la temperatura de las 14:00 a partir de la de las 8:00 y del cambio (F1). Escribe la suma.

Estación	8:00	Cambio hasta las 14:00	Suma	14:00
Cima	-12°C	$+6^{\circ}\text{C}$		
Collado	-8°C	$+7^{\circ}\text{C}$		
Refugio	-3°C	$+7^{\circ}\text{C}$		
Pueblo	2°C	$+7^{\circ}\text{C}$		
Laguna	3°C	$+9^{\circ}\text{C}$		

- 3 Calcula la temperatura de las 22:00 en el Refugio, el Pueblo y la Laguna (F1) a partir de la de las 14:00 y del cambio.

Estación	14:00	Cambio hasta las 22:00	Suma	22:00
Refugio	4°C	-8°C		
Pueblo	9°C	-11°C		
Laguna	12°C	-6°C		

4

Saldo del club: empieza con -20 € (descubierto), ingresa 50 € y después paga 35 €. Escribe una sola expresión y calcula el saldo final.

FICHA 4

Restar y comparar

Sesión 4

Restar es sumar el opuesto (F5). La diferencia entre dos valores es mayor menos menor.

1

Diferencia de temperatura a las 8:00 entre estas parejas de estaciones (F1). Escribe la resta y el resultado.

Pareja	Operación (mayor – menor)	Diferencia
Pueblo y Cima		
Refugio y Collado		
Laguna y Cima		
Laguna y Pueblo		

2

Elimina los dobles signos y calcula.

Expresión	Se convierte en	Resultado
$6 - (-4)$		
$-5 - (-2)$		
$-7 + (-3)$		
$8 + (-12)$		
$-(-9)$		
$-3 - 5$		

3

Revisa las afirmaciones de Marta, Hugo, Irene, Raúl y Sara (F8). Indica el error de cada una y escribe el resultado correcto.

- 4 Altitudes (F1). ¿Cuántos metros de diferencia hay entre la Cima y la Laguna? ¿Y entre el Refugio y la Laguna? Escribe las restas con paréntesis.

FICHA 5 Borrador del boletín

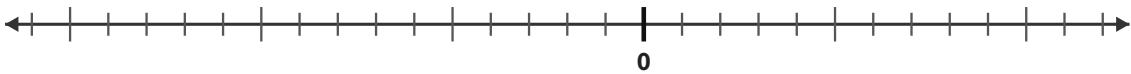
Sesión 5

Trabajad en equipo con los datos de F1 y F7. Repartid los roles: lector de datos, calculista, dibujante de la recta y portavoz.

- 1 Tabla del boletín: copia las temperaturas de F1 y calcula la amplitud térmica (temperatura máxima menos mínima del día) de cada estación.

Estación	Altitud (m)	8:00	14:00	22:00	Amplitud (máx – mín)
Cima					
Collado					
Refugio					
Pueblo					
Laguna					

- 2 Marca en la recta la temperatura mínima del día de cada estación y escribe su nombre. Después ordénalas de menor a mayor.



- 3 Responde con una operación en cada caso: ¿qué estación baja más entre las 14:00 y las 22:00?, ¿cuál sube más entre las 8:00 y las 14:00?, ¿qué estaciones están bajo cero a las 14:00?, ¿hay alguna que no baja de 0°C en todo el día?

- 4 Revisión cruzada: otro equipo comprueba vuestro boletín.

- ☐ Todos los números tienen su signo y su unidad
- ☐ Las temperaturas están bien ordenadas en la recta
- ☐ Cada resta se ha comprobado con una suma
- ☐ Las conclusiones usan vocabulario matemático (bajo cero, diferencia, opuesto...)

FICHA 6 Presentación y desafío individual

Sesión 6

Prepara la defensa del boletín y resuelve la parte individual sin ayuda del equipo.

- 1 Un dron sale del Refugio (1 200 m), baja a la Laguna (-30 m) y después sube 500 m. a) ¿Cuántos metros ha descendido en el primer tramo? b) ¿A qué altitud está al final? c) ¿Qué diferencia de altitud hay entre su punto más alto y el más bajo? Escribe las operaciones.

- 2 El saldo del club es -45 €. Se pagan 30 €, se ingresan 80 € y se pagan 25 €. Escribe una sola expresión con paréntesis y calcula el saldo final. ¿Cuánto falta para llegar a 0 €?

3

En una estación hay -7°C a las 8:00, sube 11°C hasta las 14:00 y baja 14°C hasta las 22:00. Escribe una sola expresión, calcula la temperatura de las 22:00 y la amplitud térmica.

4

Explica por qué restar -3 equivale a sumar 3, ayudándote de un ejemplo de temperaturas.

SdA 3 · Temperaturas bajo cero

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo:

Fecha: _____

Boletín de variaciones térmicas y altitud de la Sierra de Nevalta. Todos los números llevan su signo y su unidad.

Título, fecha y equipo

Estaciones con su altitud (negativa o positiva).

Estaciones con su altitud (negativa o positiva).

8:00, 14:00 y 22:00 de las cinco estaciones.

8:00, 14:00 y 22:00 de las cinco estaciones.

Temperaturas mínimas ordenadas.

Sumas y restas con su comprobación.

Sumas y restas con su comprobación.

Máxima menos mínima en cada estación.

Máxima menos mínima en cada estación.

Tres frases con vocabulario matemático.

Tres frases con vocabulario matemático.

Segundo camino y firma del equipo revisor.

Segundo camino y firma del equipo revisor.

Lista de cotejo para el proceso y la entrega

SdA 3 · Temperaturas bajo cero

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Antes de entregar **Boletín de variaciones térmicas y altitud**, comprueba cada punto y marca la casilla. Si alguno falla, todavía estás a tiempo de mejorarlo.

Contenido del producto

- ☐ Todos los números enteros llevan signo y unidad (°C, m, €).
- ☐ Se distingue en el boletín entre valores (temperaturas, altitudes) y variaciones (subidas y bajadas).
- ☐ Las temperaturas y las altitudes están bien situadas y ordenadas en la recta numérica.
- ☐ Cada cambio de temperatura se ha calculado con una suma o una resta de enteros correcta.
- ☐ Los dobles signos se han resuelto escribiendo la resta como suma del opuesto.
- ☐ Las diferencias se calculan como mayor menos menor y son positivas.
- ☐ La amplitud térmica de cada estación es correcta.
- ☐ Hay al menos una comprobación por otro camino (recta, operación inversa o contexto).
- ☐ Las conclusiones usan vocabulario preciso (bajo cero, opuesto, diferencia, amplitud).
- ☐ El boletín ha sido revisado por otro equipo.

Calidad y rigor

- ☐ He utilizado vocabulario específico de la materia y lo he explicado cuando era necesario.
- ☐ He apoyado mis afirmaciones con evidencias (datos, citas, mapas o ejemplos concretos).
- ☐ He citado o identificado todas las fuentes utilizadas.
- ☐ He revisado la ortografía, la presentación y el orden del producto.
- ☐ He incorporado las mejoras propuestas en la coevaluación o por el docente.

Lo que más me ha costado

Firma del equipo / fecha de entrega

Rúbrica imprimible

SdA 3 · Temperaturas bajo cero

ALUMNADO · DOCENTE

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Rúbrica para valorar **Boletín de variaciones térmicas y altitud**. Marca el nivel alcanzado en cada indicador.

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial	Nivel
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.	
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.	
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.	
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.	
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.	

Observaciones del docente

Valoración global

Autoevaluación y coevaluación

SdA 3 · Temperaturas bajo cero

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Parte 1 · Autoevaluación

Afirmación	Aún no	Con ayuda	Bien	Muy bien
Sé ordenar enteros en la recta y decidir cuál es mayor sin fijarme solo en el signo.	☐	☐	☐	☐
Sé sumar y restar enteros, quitar dobles signos y comprobar el resultado en la recta.	☐	☐	☐	☐
He cumplido mi rol y mis tareas dentro del equipo.	☐	☐	☐	☐
He escuchado y tenido en cuenta las ideas de los demás.	☐	☐	☐	☐
He usado fuentes y evidencias para justificar mis ideas.	☐	☐	☐	☐
He revisado y mejorado mi trabajo a partir de la retroalimentación.	☐	☐	☐	☐

Dos aprendizajes que he logrado

Una dificultad que he tenido

Una mejora que haré la próxima vez

Parte 2 · Coevaluación de otro equipo**Equipo evaluado:** _____**Fortaleza 1**

Fortaleza 2

Propuesta de mejora

ANEXO

8

Material de apoyo y refuerzo

SdA 3 · Temperaturas bajo cero

ALUMNADO

Nombre:

Curso/grupo:

Fecha:

Los mismos cálculos con una recta numérica marcada de -20 a 20 y apoyo visual en cada paso.

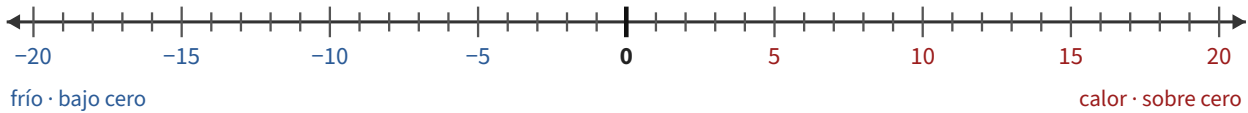
⊗ Ejemplo modelado en la recta

$-4 + 7$. Empiezo en -4 y avanzo 7 unidades hacia la derecha: llego a 3 . $3 + (-8)$. Empiezo en 3 y retrocedo 8 unidades hacia la izquierda: llego a -5 . $-4 - (-9)$. Restar -9 es sumar 9 : $-4 + 9 = 5$.

⊗ Glosario y símbolos

Entero: número natural, su opuesto o el cero. **Opuesto** de a : $-a$. **Valor absoluto** $|a|$: distancia de a al 0 . **Variación:** cuánto sube o baja algo. **Bajo cero:** menor que 0 . **Mayor:** más a la derecha en la recta. Símbolos: $<$ menor que, $>$ mayor que.

1 Usa la recta de -20 a 20 y dibuja una flecha para cada operación.



Operación	Sentido de la flecha	Resultado
$-5 + 8$		
$3 + (-7)$		
$-2 + (-6)$		
$-4 - (-9)$		

2 Ordena de menor a mayor: $-9, 4, -14, 0, -3$. Escríbelos con el signo $<$.

3 A las 8:00 hay -6°C y la temperatura sube 10 grados. ¿Qué temperatura hay después? Escribe la suma y comprueba en la recta.

Actividad de ampliación

SdA 3 · Temperaturas bajo cero

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

 Una jornada de cambios sucesivos

En la Cima, la temperatura a las 8:00 es -9°C y cada hora cambia así: $+5$, $+4$, -3 , -8 , $+2$ y -6 grados. Con muchos cambios seguidos aparecen dos estrategias: ir paso a paso o agrupar los cambios positivos y los negativos.

 Pasos

- 1 Calcula la temperatura después de cada cambio, paso a paso.
- 2 Escribe una expresión única con toda la jornada y resuélvela agrupando los cambios positivos por un lado y los negativos por otro.
- 3 Compara las dos estrategias: ¿llegan al mismo resultado? ¿Cuál es más cómoda y cuál muestra mejor la historia del día?
- 4 Conjetura: si cambias el orden de los cambios, ¿cambian las temperaturas intermedias? ¿Y la temperatura final? Pruébalo con un nuevo orden.
- 5 Diseña una serie de cinco cambios que parta de -4°C , termine en 0°C y no pase nunca por una temperatura positiva.

1 Estrategia paso a paso.

Cambio	Cuenta	Temperatura resultante
$+5$		
$+4$		
-3		
-8		
$+2$		
-6		

 Entrega

Una hoja con la tabla, la expresión única resuelta por las dos estrategias, la conjetura sobre el orden con su comprobación y la serie diseñada con sus temperaturas intermedias.

 Ficha 1

1. Diagnóstico: -7°C (la más baja); $2(-4 + 6)$; $-10\text{ m}(-15 + 5)$; $-5, -1, 3$.
2. S1: -7 , valor. S2: -30 , valor. S3: -15 , valor (saldo). S4: $+40$, cambio. S5: -2 , valor (planta). S6: $+1\ 200$, valor. S7: $+6$, cambio. S8: -25 , cambio. S9: $+12$, valor. S10: -9 , cambio.
3. Cima: -12°C , -6°C y -15°C . Temperatura más baja de la tabla: -15°C (Cima, 22:00). Más alta: 12°C (Laguna, 14:00). Menor altitud: Laguna, -30 m .
4. Respuesta abierta. -7°C : siete grados por debajo de cero. -30 m : treinta metros por debajo del nivel del mar. -15 € : se deben 15 €. El signo $+$ en «sube $+6$ » indica que el cambio es un aumento.

 Ficha 2

1. Posiciones en la recta (de izquierda a derecha): $-10, -7, -2, 4, 9$. Se comprueba que cada punto está en su marca.
2. $-12 < -8 < -3 < 2 < 3$ (Cima, Collado, Refugio, Pueblo, Laguna). Cuanto mayor es la altitud, más baja es la temperatura a las 8:00 en esta sierra.
3. a) $-5 < -2$; b) $0 > -4$; c) $-12 < -9$; d) $|-8| = 8 > 5$; e) $-(-3) = 3$, luego $=$; f) $-1 > -100$.
4. -7 : opuesto 7, valor absoluto 7. 12: opuesto -12 , valor absoluto 12. 0: opuesto 0, valor absoluto 0. -30 : opuesto 30, valor absoluto 30.

 Ficha 3

1. a) $-3 + 5 = 2$ (5 a la derecha); b) $2 + (-6) = -4$ (6 a la izquierda); c) $-4 + (-3) = -7$ (3 a la izquierda).
2. 14:00: Cima $-12 + 6 = -6$; Collado $-8 + 7 = -1$; Refugio $-3 + 7 = 4$; Pueblo $2 + 7 = 9$; Laguna $3 + 9 = 12$ (todo en $^{\circ}\text{C}$).
3. 22:00: Refugio $4 + (-8) = -4^{\circ}\text{C}$; Pueblo $9 + (-11) = -2^{\circ}\text{C}$; Laguna $12 + (-6) = 6^{\circ}\text{C}$.
4. Saldo: $-20 + 50 + (-35) = 30 + (-35) = -5\text{ €}$. El club vuelve a estar en números rojos (debe 5 €).

 Ficha 4

1. Pueblo y Cima: $2 - (-12) = 2 + 12 = 14^{\circ}\text{C}$. Refugio y Collado: $-3 - (-8) = -3 + 8 = 5^{\circ}\text{C}$. Laguna y Cima: $3 - (-12) = 15^{\circ}\text{C}$. Laguna y Pueblo: $3 - 2 = 1^{\circ}\text{C}$.
2. $6 - (-4) = 6 + 4 = 10$; $-5 - (-2) = -5 + 2 = -3$; $-7 + (-3) = -10$; $8 + (-12) = -4$; $-(-9) = 9$; $-3 - 5 = -3 + (-5) = -8$.
3. Marta: $-5 < -2$ (está más a la izquierda: entre dos negativos es menor el de mayor valor absoluto). Hugo: $-3 + 5 = 2$ (avanza 5 hacia la derecha; no se suman los números sin signo). Irene: $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$. Raúl: $-(-4) = 4$, el opuesto de -4 es 4. Sara: ha bajado 5 grados, porque $-8 < -3$; la variación es $-8 - (-3) = -5$.
4. Cima y Laguna: $2\ 400 - (-30) = 2\ 430\text{ m}$. Refugio y Laguna: $1\ 200 - (-30) = 1\ 230\text{ m}$.

 Ficha 5

1. Amplitud (máx - mín): Cima $-6 - (-15) = 9$ °C; Collado $-1 - (-11) = 10$ °C; Refugio $4 - (-4) = 8$ °C; Pueblo $9 - (-2) = 11$ °C; Laguna $12 - 3 = 9$ °C. La tabla recoge las temperaturas y altitudes de F1.
2. Mínimos del día: Cima -15 , Collado -11 , Refugio -4 , Pueblo -2 , Laguna 3 . Orden: $-15 < -11 < -4 < -2 < 3$.
3. Mayor descenso 14:00-22:00: Pueblo $(-2 - 9 = -11$ °C); el resto: Cima -9 , Collado -10 , Refugio -8 , Laguna -6 . Mayor subida 8:00-14:00: Laguna $(12 - 3 = 9$ °C; las demás suben 6 o 7). Bajo cero a las 14:00: Cima $(-6$ °C) y Collado $(-1$ °C). La Laguna nunca baja de 0 °C (mínimo 3 °C).
4. Revisión cruzada: se valora que el equipo revisor compruebe con una suma cada resta.

 Ficha 6

1. Dron: a) $-30 - 1\,200 = -1\,230$: desciende $1\,230$ m. b) Altitud final: $-30 + 500 = 470$ m. Expresión: $1\,200 + (-1\,230) + 500 = 470$ m. c) Punto más alto $1\,200$ m y más bajo -30 m: $1\,200 - (-30) = 1\,230$ m.
2. Saldo: $-45 + (-30) + 80 + (-25) = -75 + 80 + (-25) = 5 + (-25) = -20$ €. Faltan 20 € para llegar a 0 (se necesita un ingreso de $+20$ €).
3. $-7 + 11 + (-14) = 4 + (-14) = -10$ °C a las 22:00. Temperaturas del día: $-7, 4$ y -10 . Amplitud: $4 - (-10) = 14$ °C.
4. Restar -3 es lo mismo que sumar su opuesto, 3 . Ejemplo: si una estación está a -2 °C y la otra a -5 °C, la diferencia es $-2 - (-5) = -2 + 5 = 3$ °C: la primera está 3 grados más caliente. Se acepta cualquier ejemplo correcto.

 Refuerzo

1. $-5 + 8 = 3$ (flecha a la derecha); $3 + (-7) = -4$ (a la izquierda); $-2 + (-6) = -8$ (a la izquierda); $-4 - (-9) = -4 + 9 = 5$ (a la derecha).
2. $-14 < -9 < -3 < 0 < 4$.
3. $-6 + 10 = 4$ °C; en la recta, de -6 avanzo 10 hasta el 4 .

 Ampliación

1. Paso a paso: $-9 + 5 = -4$; $-4 + 4 = 0$; $0 + (-3) = -3$; $-3 + (-8) = -11$; $-11 + 2 = -9$; $-9 + (-6) = -15$ °C.
2. Expresión única: $-9 + 5 + 4 + (-3) + (-8) + 2 + (-6)$. Positivos: $5 + 4 + 2 = 11$. Negativos: $-3 - 8 - 6 = -17$. Resultado: $-9 + 11 + (-17) = 2 + (-17) = -15$ °C.
3. Las dos estrategias dan -15 °C. Paso a paso muestra la historia del día (cuándo estuvo bajo cero); agrupar es más rápido para el resultado final.
4. Conjetura: al cambiar el orden cambian las temperaturas intermedias, pero no la final, porque la suma de los cambios es la misma ($+11$ y -17 , total -6). Se valora que el alumnado pruebe un nuevo orden y compare.
5. Serie válida (ejemplo): partiendo de -4 °C, -2 (queda -6), $+3$ (-3), -1 (-4), $+3$ (-1), $+1$ (0). Se acepta cualquier serie con suma total $+4$ y todas las temperaturas intermedias ≤ 0 .

⚠ Errores frecuentes

- Considerar mayor el número negativo con mayor valor absoluto ($-8 > -3$).
- Confundir el signo del número con la operación: $-3 + 5 = -8$ o $5 - (-3) = 2$.
- Escribir $-(-4) = -4$ o no cambiar el signo al restar un negativo.
- Calcular una diferencia como menor menos mayor y obtener un resultado negativo sin interpretarlo.
- Tomar una bajada como subida (de -3 a -8 «sube 5») o omitir el signo del cambio.
- Olvidar el signo y la unidad en el resultado final o no ponerlo en la recta.

⚖ Criterios para valorar respuestas abiertas

- En las explicaciones se acepta cualquier lenguaje correcto: lo importante es que se distinga valor y variación, y que se justifique con la recta o con el contexto.
- En el boletín se valora más la coherencia (signos, unidades, comprobación) que la cantidad de cálculos.
- La calculadora puede comprobar resultados, pero los desplazamientos y las operaciones deben aparecer escritos y dibujados en la recta.

04 SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

El supermercado matemático



PREGUNTA GUÍA

¿Comprar el envase más grande significa siempre pagar menos?



CURSO
1.º ESO



SESIONES
6 sesiones · 1.º-2.º trimestre



SENTIDOS PRIORITARIOS
A · Sentido numérico · B · Sentido de la medida



COMPETENCIAS ESPECÍFICAS
CE1, CE2, CE6, CE8



PRODUCTO FINAL
Comparador de compra y medida



CRITERIOS DE EVALUACIÓN
1.1, 1.2, 2.2, 6.1, 8.2



Contexto, reto y sentido

En el supermercado del barrio, la garrafa de agua de 8 litros cuesta 2,40 € y la botella de 33 centilitros cuesta 0,45 €. Marta dice que la botella es «más barata, porque cuesta menos». Su hermano Pablo replica que el envase grande siempre sale mejor. ¿Quién tiene razón? Los tickets, las etiquetas y los envases de la tienda están llenos de números decimales y de unidades distintas (kilos y gramos, litros y centilitros, metros y centímetros) que hay que poner en orden antes de decidir.

La situación trabaja el sentido numérico con decimales (lectura, orden, suma, resta, multiplicación y división con precios) y el sentido de la medida (unidades de masa, capacidad y longitud y sus equivalencias). La clave es comparar **cantidades homogéneas**: el precio por kilo, por litro o por metro. El producto final es un comparador de cinco productos con una recomendación de compra argumentada, que debe resistir un control de otro equipo.

🎯 Reto

Construir un comparador de compra de cinco productos con envases de distinto tamaño, pasando todo a la misma unidad, calculando el precio por unidad de medida con decimales y recomendando con argumentos cuál compensa, comprobando que la respuesta tiene sentido.

📦 Producto final

Comparador de compra y medida.



Vinculación curricular

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS MOVILIZADAS

- CE1** Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas.
- CE2** Analizar las soluciones de un problema con distintas técnicas y herramientas, verificando su validez.
- CE6** Identificar las matemáticas en otras materias y en situaciones reales, conectándolas con el mundo.
- CE8** Comunicar conceptos, procedimientos y argumentos con lenguaje matemático apropiado.

Criterios de evaluación seleccionados · síntesis operativa

- 1.1** Interpretar problemas matemáticos organizando los datos, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.
- 1.2** Aplicar herramientas y estrategias apropiadas que contribuyan a la resolución de problemas.
- 2.2** Comprobar la validez de las soluciones de un problema y su coherencia en el contexto planteado, evaluando su alcance y repercusión desde diferentes perspectivas.
- 6.1** Reconocer situaciones susceptibles de ser formuladas y resueltas mediante herramientas y estrategias matemáticas, estableciendo conexiones entre el mundo real y las matemáticas y usando los procesos inherentes a la investigación: inferir, medir, comunicar, clasificar y predecir.
- 8.2** Reconocer y emplear el lenguaje matemático presente en la vida cotidiana comunicando mensajes con precisión y rigor.

Saberes básicos prioritarios

A

Sentido numérico

- Números decimales: lectura, valor de posición, orden y representación.
- Operaciones con decimales en contextos de compra: suma, resta, multiplicación y división; cálculo del cambio.
- Redondeo a céntimos y estimación para comprobar la razonabilidad de un resultado.
- Precio por unidad de medida (cociente precio : cantidad) como herramienta de comparación.

B

Sentido de la medida

- Unidades de masa (kg, g), capacidad (L, cL, mL) y longitud (m, cm): equivalencias y cambios de unidad.
- Elección de la unidad adecuada y comparación de cantidades expresadas en unidades distintas.

F

Sentido socioafectivo

- Consumo responsable: tomar decisiones de compra basadas en datos.
- Revisión del error y trabajo en equipo con roles.



Objetivos didácticos

- ✓ Operar con números decimales en contextos de compra.
- ✓ Convertir unidades de masa, capacidad y longitud.
- ✓ Comparar cantidades homogéneas antes de decidir.
- ✓ Justificar decisiones de compra con datos.



Metodología y papel docente

Aprendizaje basado en retos

El reto organiza la secuencia y obliga a movilizar varios procedimientos, no solo a reproducir un algoritmo.

Resolución de problemas

Se explicitan comprensión, planificación, ejecución, comprobación y comunicación de la solución.

Representaciones múltiples

Se conectan expresiones, tablas, gráficas, diagramas, materiales y lenguaje verbal según la naturaleza del contenido.

Tecnología con propósito

Las herramientas digitales se utilizan para explorar, representar, comprobar o automatizar; no sustituyen la argumentación.

Papel docente

Presenta el reto, modela estrategias, plantea preguntas, detecta errores, gradúa ayudas y exige justificación matemática.



Secuencia de sesiones y actividades

- Cada sesión genera una **evidencia** que se recoge en la ficha correspondiente del Anexo 3. Las soluciones están en la guía docente (Anexo 10).

1

SESIÓN 1

Tickets y etiquetas: lectura de números decimales

Evidencia: Ficha 1: valor de posición, descomposición de decimales, lectura del ticket y de las etiquetas de estantería.

Ficha: Anexo 3 · ficha 1

2

SESIÓN 2

Cálculo con dinero y redondeo razonable

Evidencia: Ficha 2: comprobación del ticket, cálculo del total y del cambio, estimación por redondeo, compra con 10 € y redondeo a céntimos.

Ficha: Anexo 3 · ficha 2

3

SESIÓN 3

Cambios de unidades en masa y capacidad

 **Evidencia:** Ficha 3: conversiones de masa, capacidad y longitud con la escalera de unidades, equivalencias, problemas de reparto y verdadero/falso.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 3

4

SESIÓN 4

Comparación de envases con cantidades diferentes

 **Evidencia:** Ficha 4: precio por kilo y por litro de aceite, arroz y galletas, conclusión sobre el envase grande y corrección de errores de F8.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 4

5

SESIÓN 5

Diseño de un comparador de cinco productos ficticios

 **Evidencia:** Ficha 5: tabla del comparador de cinco productos, cálculos de agua y film, gráfico de barras y revisión cruzada.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 5

6

SESIÓN 6

Decisión final y comprobación individual

 **Evidencia:** Ficha 6: recomendación del equipo, compra mensual con envases combinados, comparaciones individuales y argumento final.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 6

**Recursos, interdisciplinariedad y transversalidad** **Recursos**

Etiquetas y tickets ficticios

envases dibujados

tabla de equivalencias

calculadora

 Interdisciplinariedad y transversalidad

Según el contexto, la situación puede conectarse con Tecnología y Digitalización, Física y Química, Biología y Geología, Economía, Geografía, Educación Física o competencia digital. Se promueven consumo responsable, sostenibilidad, lectura crítica de datos, igualdad, cooperación y comunicación rigurosa cuando son pertinentes al reto.



DUA y atención a la diversidad

Implicación

Metas visibles, elección entre contextos equivalentes, retos graduados, trabajo cooperativo con roles y retroalimentación frecuente.

Representación

Enunciados segmentados, ejemplos modelados, recta numérica, tablas, diagramas, representaciones gráficas, material manipulativo y herramientas digitales cuando aporten valor.

Acción y expresión

Posibilidad de expresar el razonamiento con cálculos, esquema, explicación oral, tabla, gráfica o breve informe, manteniendo la exigencia del criterio evaluado.

Refuerzo Anexo 8

Conversión mediante escalera de unidades y precios con dos decimales.

Ampliación Anexo 9

Añadir desperdicio, cantidad necesaria exacta y comparación entre comprar uno grande o varios pequeños.



Evaluación

Evaluación continua y formativa: diagnóstico breve al inicio, evidencias de cada sesión, revisión de borradores o estrategias y valoración final del producto junto con una evidencia individual. La ponderación debe adaptarse a la normativa autonómica y a los acuerdos del departamento.

FASE 1 Inicial

Diagnóstico breve de conocimientos previos en la primera ficha del Anexo 3 y lectura del reto (Anexo 1).



FASE 2 Formativa

Evidencias de cada sesión, revisión de estrategias y errores, y retroalimentación con la lista de cotejo (Anexo 5).



FASE 3 Final

Valoración del producto con la rúbrica (Anexo 6), evidencia individual y reflexión del Anexo 7.

Criterios, evidencias e instrumentos

Criterio	Evidencia principal	Instrumento
1.1	Lectura del ticket, de las etiquetas y del catálogo: identifica cantidad, unidad y precio de cada envase y distingue precio total de precio por unidad.	Fichas 1 y 2 / lista de cotejo
1.2	Cálculo del precio por unidad de medida con conversión de unidades y operaciones con decimales.	Fichas 2, 3 y 4 / escala de valoración
2.2	Comprobación de la coherencia de los resultados: estimación del ticket, unidades homogéneas, redondeo que no oculta diferencias y análisis de los errores de F8.	Fichas 2 y 4 / rúbrica
6.1	Modelización de una decisión de compra real mediante el precio por unidad y la comparación de envases de distinto tamaño.	Comparador (Anexo 4) / rúbrica
8.2	Argumento de compra redactado con vocabulario cotidiano y matemático preciso (precio por kilo, equivalencia, envase).	Ficha 6 y comparador / rúbrica

☆ Evidencias clave de esta SdA

Comparador, cálculos de conversión y argumento de compra.

+ Rúbrica del producto final

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.

🔗 Variantes de aplicación

↗ Versión abreviada

Reducir a 4-5 sesiones, ofrecer datos cerrados y un único producto de una página, manteniendo una evidencia individual.

↖ Versión ampliada

Añadir datos reales del entorno, herramientas digitales, comparación de estrategias y una fase pública de comunicación o investigación.

Ficha de lanzamiento del reto

SdA 4 · El supermercado matemático

ALUMNADO

En el supermercado del barrio, la garrafa de agua de 8 litros cuesta 2,40 € y la botella de 33 centilitros cuesta solo 0,45 €. Marta dice: «la botella es más barata». Pablo contesta: «el envase grande siempre sale mejor». Y la etiqueta amarilla de la estantería dice otra cosa: 0,30 €/L y 1,36 €/L. ¿Quién tiene razón? Vais a convertirlos en el equipo de consumo del instituto: leer tickets, cambiar de unidades, calcular con decimales y construir un comparador de cinco productos que ayude a las familias a decidir.

“¿Comprar el envase más grande significa siempre pagar menos?”

”

🎯 Vuestro reto

Construir un comparador de compra de cinco productos con envases de distinto tamaño, pasando todo a la misma unidad, calculando el precio por unidad de medida con decimales y recomendando con argumentos cuál compensa, comprobando que la respuesta tiene sentido.

📦 Lo que vais a producir

Comparador de compra y medida.

🗺 Hoja de ruta · 6 sesiones

- 1 Leemos tickets y etiquetas: decimales, unidades y precios por unidad.
- 2 Calculamos con dinero, redondeamos y estimamos.
- 3 Cambiamos de unidades de masa, capacidad y longitud.
- 4 Comparamos envases por su precio por kilo, litro o metro.
- 5 Diseñamos el comparador de cinco productos.
- 6 Tomamos la decisión final y comprobamos individualmente.

📋 Al terminar seré capaz de...

- ✓ Operar con números decimales en contextos de compra.
- ✓ Convertir unidades de masa, capacidad y longitud.
- ✓ Comparar cantidades homogéneas antes de decidir.
- ✓ Justificar decisiones de compra con datos.

📋 ¿Cómo me evaluarán?

Con la rúbrica del producto final (Anexo 6), la lista de cotejo (Anexo 5) y una reflexión personal (Anexo 7). ¡Revisadlas antes de empezar!

Dossier de fuentes y materiales base

SdA 4 · El supermercado matemático

ALUMNADO

Un ticket y unas etiquetas de estantería, el catálogo de cinco productos con varios envases, el valor de posición de los decimales, la escalera de unidades, el método de comparación, un gráfico de precios por unidad y errores frecuentes. Marcas, tienda y precios son ficticios, creados para el aula.

F1 Un ticket de compra

ESQUEMA

SUPERMERCADO MATEMÁTICO		
Ticket ficticio · Caja 3		

LECHE ENTERA 1 L		
3 x 0,95 €		2,85 €
ARROZ 1 KG		
1 x 1,60 €		1,60 €
MANZANAS		
1,350 kg x 2,20 €/kg		2,97 €
QUESO CURADO		
0,240 kg x 12,50 €/kg		3,00 €
PAN BARRA		
2 x 0,85 €		1,70 €
AGUA 1,5 L		
2 x 0,60 €		1,20 €

TOTAL		13,32 €
ENTREGADO		20,00 €
CAMBIO		6,68 €

¡Gracias por su compra!		

Fuente: Ticket ficticio creado para el aula.

🔍 Las manzanas y el queso se venden al peso: el precio es por kilo, no por pieza.

F2 Etiquetas de estantería

ESQUEMA

Galletas surtidas

paquete de 450 g

1,89 €precio por unidad
4,20 €/kg**Arroz redondo**

paquete de 1 kg

1,60 €precio por unidad
1,60 €/kg**Aceite de oliva**

garrafa de 3 L

25,50 €precio por unidad
8,50 €/L**Agua mineral**

botella de 1,5 L

0,60 €precio por unidad
0,40 €/L

Fuente: Etiquetas ficticias creadas para el aula.

🔍 Además del precio del envase, la etiqueta indica el precio por unidad de medida (por kilo, por litro...).

F3 Catálogo de cinco productos y sus envases

DATOS

Producto	Envase 1	Envase 2	Envase 3
Aceite de oliva	500 mL · 4,40 €	1 L · 8,20 €	3 L · 25,50 €
Arroz	500 g · 0,85 €	1 kg · 1,60 €	5 kg · 7,25 €
Galletas	Paquete 450 g · 1,89 €	Paquete 800 g · 3,60 €	Pack 2 paquetes de 450 g · 3,50 €
Agua mineral	Botella 33 cL · 0,45 €	Botella 1,5 L · 0,60 €	Garrafa 8 L · 2,40 €
Film transparente	Rollo 30 m · 2,10 €	Rollo 4 500 cm · 3,15 €	Rollo 50 m · 3,95 €

Fuente: Productos, envases y precios ficticios, creados para el aula.

🔍 ¿Todas las cantidades están en la misma unidad? ¿Qué envase cuesta menos en total? ¿Es eso lo mismo que salir ganando?

F4 El valor de cada cifra de un decimal

DATOS

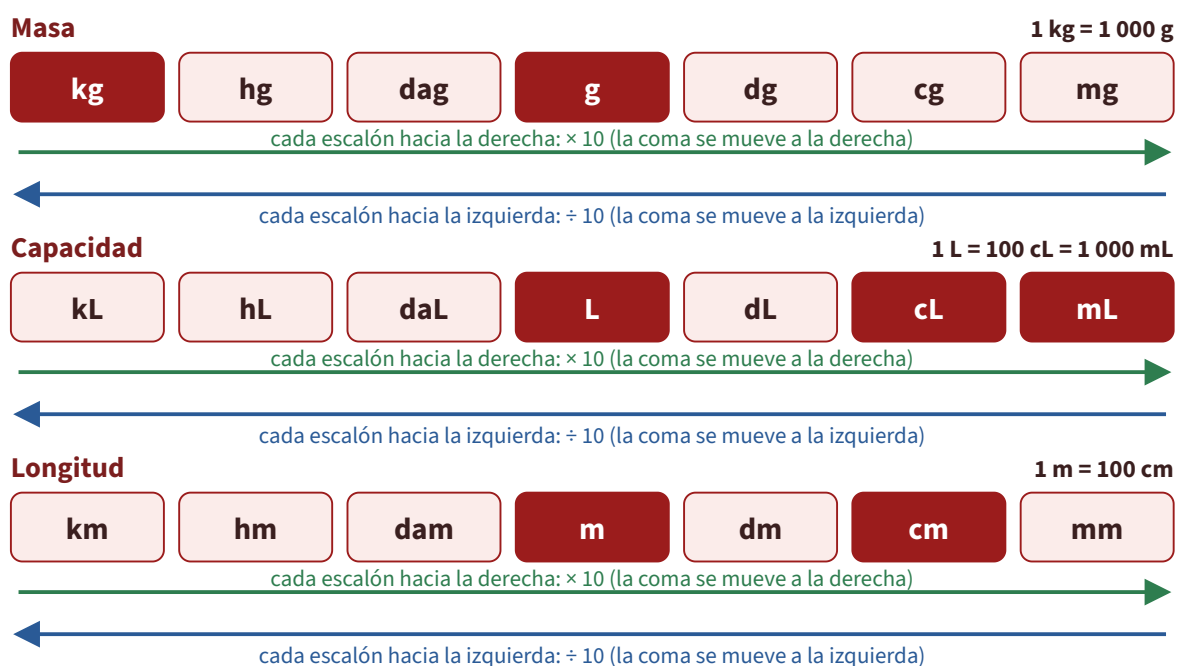
Número	Decenas	Unidades	Décimas	Centésimas	Milésimas	Se lee
13,32	1	3	3	2	—	trece unidades y treinta y dos centésimas
0,240	—	0	2	4	0	doscientas cuarenta milésimas
1,350	—	1	3	5	0	una unidad y trescientas cincuenta milésimas
0,079	—	0	0	7	9	setenta y nueve milésimas

Fuente: Elaboración propia.

🔍 Añadir ceros a la derecha de la parte decimal no cambia el valor: $0,240 = 0,24$. ¿Es mayor 0,5 o 0,45?

F5 La escalera de las unidades

ESQUEMA



Fuente: Esquema de elaboración propia.

🔍 Las unidades más usadas están resaltadas. Para pasar de kg a g hay 3 escalones a la derecha: $\times 1\,000$.

F6 Cómo comparar envases: el precio por unidad

TEXTO

1. Pasa todas las cantidades a la misma unidad (kg, L o m).
2. Divide: precio por unidad = precio : cantidad.
3. Redondea a céntimos al final, nunca antes de comparar si los números casi coinciden.
4. Compara y comprueba con una estimación: ¿tiene sentido?

Ejemplo resuelto. Paquete de galletas de 450 g a 1,89 €. $450 \text{ g} = 0,45 \text{ kg}$. $1,89 : 0,45 = 189 : 45 = 4,2 \text{ €/kg}$.
Estimación: $0,45 \approx 0,5$ y $1,89 \approx 2$, luego $2 : 0,5 = 4$. ✓

Dividir decimales. Multiplica dividendo y divisor por 10, 100... hasta que el divisor sea entero: $0,60 : 1,5 = 6 : 15 = 0,4$.

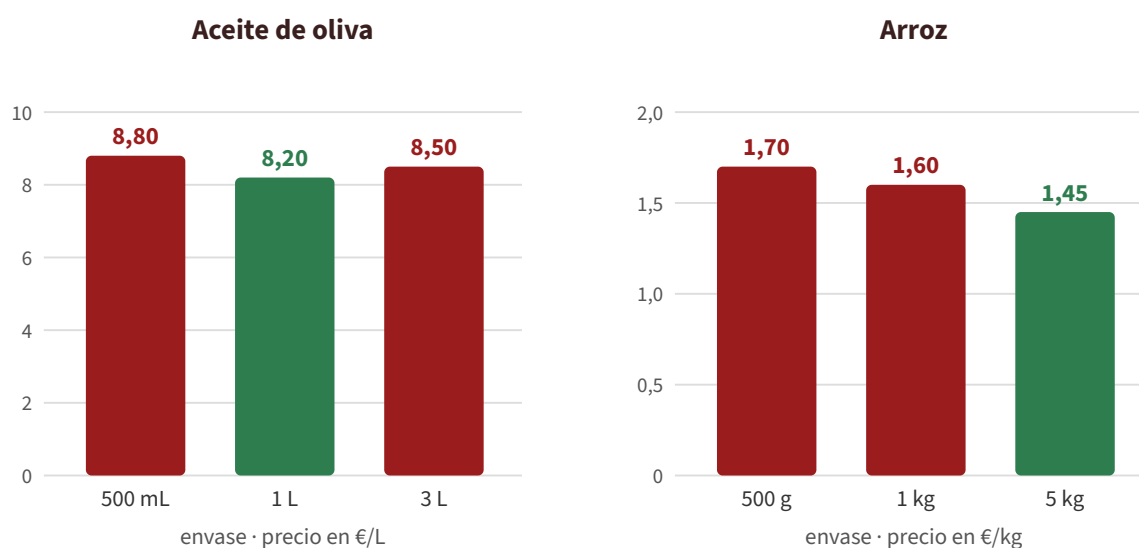
Ojo. Un envase grande solo compensa si lo vas a usar: lo que se tira o caduca también cuesta.

Fuente: Elaboración propia.

🔍 El mejor envase es el de menor precio por unidad que realmente puedas consumir.

F7 Precio por unidad: aceite y arroz

ESQUEMA



En verde, la compra más barata por unidad de medida

Fuente: Gráfico de elaboración propia con los datos ficticios de F3.

🔍 Los dos productos tienen tres envases, pero no se comportan igual. ¿Qué observas?

F8 Errores de compra para analizar

DATOS

Quién	Afirmación	Pista para revisarla
Luis	«La garrafa de 8 L cuesta 2,40 € y la botella de 1,5 L cuesta 0,60 €: la botella es más barata.»	¿Cuánto cuesta cada litro en cada envase?
Nora	«0,5 kg son 5 000 g.»	¿Cuántos gramos tiene 1 kg?
Óscar	«El arroz de 500 g cuesta 0,85 €, así que el kilo cuesta 0,85 €.»	¿Cuántos paquetes de 500 g hay en 1 kg?
Paula	« $1,89 : 0,45 = 0,42$, así que las galletas cuestan 0,42 € el kilo.»	Haz una estimación: $2 : 0,5$.
Quique	«Redondeando a décimas, 0,07 €/m y 0,079 €/m son los dos 0,1 €/m: los rollos cuestan lo mismo.»	¿Se pierde información al redondear tanto?

Fuente: Ejemplos ficticios elaborados para el aula.

ANEXO
3

Fichas de actividades del alumnado

SdA 4 · El supermercado matemático

ALUMNADO

FICHA 1

Tickets y etiquetas

Sesión 1

Nombre:

Curso/grupo:

Fecha:

Lee F1, F2 y F4. Fíjate en la coma decimal, en las unidades y en la diferencia entre precio total y precio por unidad.

1 Diagnóstico inicial. Marca la respuesta correcta.

¿Cuál es el número mayor?

- ☐ 0,5
- ☐ 0,45
- ☐ 0,125

3,4 + 0,26 es igual a...

- ☐ 3,66
- ☐ 3,30
- ☐ 0,60

1 kg son...

- ☐ 10 g
- ☐ 100 g
- ☐ 1 000 g

0,6 · 10 es igual a...

- ☐ 0,06
- ☐ 6
- ☐ 60

2 Con F4, descompón cada número según el valor de sus cifras y escribe cómo se lee.

Número	Descomposición	Se lee
13,32		
0,240		
2,97		
0,079		

3 Ticket (F1). a) ¿Cuántos gramos de queso se han comprado? b) ¿Qué cuesta más por kilo, las manzanas o el queso? c) Ordena de menor a mayor los seis importes del ticket. d) ¿Cuántos litros de leche y de agua se compraron en total?

4 Etiquetas (F2). ¿Qué dos cantidades relaciona el «precio por unidad»? Comprueba con la calculadora las etiquetas de las galletas (1,89 : 0,45) y del agua (0,60 : 1,5). ¿Por qué no se pueden comparar directamente 4,20 €/kg y 0,40 €/L?

FICHA 2

Dinero, redondeo y estimación

Sesión 2

Calcula con decimales y comprueba siempre con una estimación.

1 Comprueba cinco líneas del ticket de F1. Escribe la operación, el resultado y si coincide con el importe impreso.

Línea del ticket	Operación	Resultado	¿Coincide?
Leche (3 ud.)			
Manzanas (1,350 kg)			
Queso (0,240 kg)			
Pan (2 ud.)			
Agua (2 ud.)			

2 Suma los seis importes del ticket y calcula el cambio si se paga con un billete de 20 €. Después estima el total redondeando cada importe al euro y calcula la diferencia con el total exacto.

3 Con 10 € quieres comprar 2 paquetes de arroz de 1 kg, 3 botellas de agua de 1,5 L y 1 botella de aceite de 500 mL (F3). Escribe una sola expresión y calcula el cambio.

4 Redondea los resultados de la calculadora a céntimos (dos decimales) y a décimas. ¿En qué caso al redondear a décimas se pierde información?

Cálculo	A céntimos	A décimas
$0,45 : 0,33 = 1,3636 \dots$		
$0,60 : 1,5 = 0,4$		
$3,95 : 50 = 0,079$		
$4,40 : 0,5 = 8,8$		

Usa la escalera de F5: cada escalón es $\times 10$ hacia la derecha y $\div 10$ hacia la izquierda.

1 Convierte a la unidad pedida.

Cantidad	Unidad pedida	Resultado
0,45 kg	g	
2 500 g	kg	
1,5 L	mL	
33 cL	L	
4 500 cm	m	
0,6 m	cm	
250 mL	L	
3,2 kg	g	

2 Relaciona cada cantidad con su equivalente.

1 0,5 kg



● a 250 mL

2 1,5 L



● b 30 m

3 3 000 cm



● c 1 500 mL

4 25 cL



● d 500 g

3 a) Con 2,5 kg de harina, ¿cuántas bolsas de 500 g se llenan? b) Una botella de 1,5 L se reparte en vasos de 25 cL: ¿cuántos vasos salen? c) De un rollo de film de 4,5 m, ¿cuántos trozos de 15 cm se cortan?

4 Verdadero o falso. Corrige las falsas.

	V	F
1 kg = 1 000 g.	☐	☐
0,5 L = 50 mL.	☐	☐
250 g = 0,25 kg.	☐	☐
3 m = 30 cm.	☐	☐
El rollo de 4 500 cm mide más que el de 30 m.	☐	☐

FICHA 4 Comparamos envases

Sesión 4

Usa el método de F6 y el catálogo F3. Pasa las cantidades a kg o L antes de dividir.

1 Calcula el precio por litro del aceite y por kilo del arroz (F3). Redondea a céntimos.

Envase	Precio	Cantidad en L o kg	Precio por L o kg
Aceite 500 mL	4,40 €		
Aceite 1 L	8,20 €		
Aceite 3 L	25,50 €		
Arroz 500 g	0,85 €		
Arroz 1 kg	1,60 €		
Arroz 5 kg	7,25 €		

2 Mira F7 y tus resultados. ¿Qué envase conviene en el aceite? ¿Y en el arroz? ¿Es siempre más barato el envase más grande? Responde con datos.

3 Galletas (F3). Calcula el precio por kilo de cada opción y decide cuál conviene.

Opción	Precio	Cantidad en kg	Precio por kg
Paquete 450 g	1,89 €		
Paquete 800 g	3,60 €		
Pack 2 × 450 g	3,50 €		

4

Revisa las afirmaciones de Luis, Nora, Óscar, Paula y Quique (F8). Indica el error de cada una y escribe el cálculo correcto.

FICHA 5

El comparador de cinco productos

Sesión 5

Trabajad en equipo con F3 y F6. Repartid los roles: lector de datos, calculista, comprobador de unidades y portavoz.

1

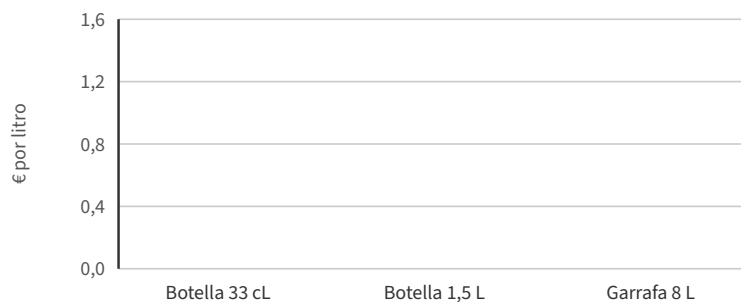
Tabla del comparador: escribe el precio por unidad (€/L, €/kg o €/m) de cada envase de F3 y marca la mejor compra.

Producto	Envase 1	Envase 2	Envase 3	Mejor compra
Aceite (€/L)				
Arroz (€/kg)				
Galletas (€/kg)				
Agua (€/L)				
Film (€/m)				

2

Escribe los cálculos con conversión de unidades del agua y del film (por ejemplo, 33 cL = 0,33 L). ¿Hay algún empate? ¿Es el rollo de 50 m la mejor compra?

3 Dibuja las barras del precio por litro del agua en los tres envases (F3).



4 Revisión cruzada: otro equipo comprueba el comparador.

- ☐ Todas las cantidades están en la misma unidad antes de dividir
- ☐ Los precios por unidad están redondeados a céntimos solo al final
- ☐ La mejor compra es la de menor precio por unidad
- ☐ Cada resultado se ha comprobado con una estimación

FICHA 6 **Decisión final y comprobación individual**

Sesión 6

Resumid la decisión del equipo y resuelve después los problemas individuales sin ayuda.

1 Recomendación del equipo: para cada producto, indica el envase recomendado y el motivo.

Producto	Envase recomendado	Por qué
Aceite		
Arroz		
Galletas		
Agua		
Film		

- 2** Individual (1). Una familia gasta cada mes 6 kg de arroz y 6 L de aceite. Con los precios de F3, ¿cuánto gasta como mínimo? ¿Y si compra siempre el envase más pequeño? ¿Cuánto ahorra?

- 3** Individual (2). a) Zumo A: 750 mL por 1,35 €; zumo B: 2 L por 3,50 €. ¿Cuál sale más barato por litro? b) Cinta adhesiva: rollo de 12 m por 2,16 € o rollo de 800 cm por 1,52 €. ¿Cuál conviene?

- 4** En tres frases, responde con un ejemplo de tu comparador: ¿comprar el envase más grande significa siempre pagar menos?

ANEXO
4

Plantilla del producto final

SdA 4 · El supermercado matemático

ALUMNADO

Nombre:

Curso/grupo:

Fecha:

Comparador de compra y medida de cinco productos. Cada decisión se apoya en el precio por unidad y en unidades homogéneas.

Título y equipo

Productos y envases

Los cinco productos con cantidad, unidad y precio.

Conversiones de unidades

Pasamos todo a kg, L o m.

Precio por unidad

Cociente y redondeo a céntimos.

Tabla comparativa

Producto · envases · precio por unidad · mejor compra.

Gráfico de barras

Un producto, con precio por unidad.

Comprobación

Estimación y revisión del otro equipo.

Argumento de compra

Recomendación con datos.

Lista de cotejo para el proceso y la entrega

SdA 4 · El supermercado matemático

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Antes de entregar **Comparador de compra y medida**, comprueba cada punto y marca la casilla. Si alguno falla, todavía estás a tiempo de mejorarlo.

Contenido del producto

- ☐ Se distingue en cada dato el precio del envase, la cantidad y la unidad.
- ☐ Las cantidades se han pasado a la misma unidad antes de comparar (kg, L o m).
- ☐ Las conversiones de unidades son correctas ($\times$ o $\div$ 10, 100, 1 000).
- ☐ El precio por unidad se ha calculado como $\text{precio} : \text{cantidad}$.
- ☐ Los resultados están redondeados a céntimos solo al final.
- ☐ La mejor compra corresponde al menor precio por unidad.
- ☐ Hay una estimación o una comprobación por otro camino de al menos tres cálculos.
- ☐ El gráfico o la tabla están rotulados con unidades (€/L, €/kg, €/m).
- ☐ El argumento responde a la pregunta guía con datos del comparador.
- ☐ Se han revisado los cálculos de otro equipo.

Calidad y rigor

- ☐ He utilizado vocabulario específico de la materia y lo he explicado cuando era necesario.
- ☐ He apoyado mis afirmaciones con evidencias (datos, citas, mapas o ejemplos concretos).
- ☐ He citado o identificado todas las fuentes utilizadas.
- ☐ He revisado la ortografía, la presentación y el orden del producto.
- ☐ He incorporado las mejoras propuestas en la coevaluación o por el docente.

Lo que más me ha costado

Firma del equipo / fecha de entrega

Rúbrica imprimible

SdA 4 · El supermercado matemático

ALUMNADO · DOCENTE

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Rúbrica para valorar **Comparador de compra y medida**. Marca el nivel alcanzado en cada indicador.

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial	Nivel
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.	
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.	
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.	
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.	
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.	

Observaciones del docente

Valoración global

Autoevaluación y coevaluación

SdA 4 · El supermercado matemático

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Parte 1 · Autoevaluación

Afirmación	Aún no	Con ayuda	Bien	Muy bien
Sé pasar cantidades de una unidad a otra y calcular el precio por kilo, litro o metro.	☐	☐	☐	☐
Compruebo mis cálculos con decimales con una estimación y no me fío solo de la calculadora.	☐	☐	☐	☐
He cumplido mi rol y mis tareas dentro del equipo.	☐	☐	☐	☐
He escuchado y tenido en cuenta las ideas de los demás.	☐	☐	☐	☐
He usado fuentes y evidencias para justificar mis ideas.	☐	☐	☐	☐
He revisado y mejorado mi trabajo a partir de la retroalimentación.	☐	☐	☐	☐

Dos aprendizajes que he logrado

Una dificultad que he tenido

Una mejora que haré la próxima vez

Parte 2 · Coevaluación de otro equipo

Equipo evaluado: _____

Fortaleza 1

Fortaleza 2

Propuesta de mejora

Material de apoyo y refuerzo

SdA 4 · El supermercado matemático

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Los mismos cálculos con la escalera de unidades y precios con dos decimales, paso a paso.

⊗ Ejemplo modelado: ¿cuánto cuesta el kilo?

Paquete de arroz de 500 g a 0,85 €. **1.** Paso a kg: $500 \text{ g} = 0,5 \text{ kg}$ (3 escalones a la izquierda: $500 : 1\,000$). **2.** Divido: $0,85 : 0,5 = 8,5 : 5 = 1,7$. **3.** Escribo con dos decimales: **1,70 €/kg**. **4.** Compruebo: dos paquetes de 500 g son 1 kg y cuestan $2 \cdot 0,85 = 1,70$ €. ✓

⊗ Glosario y símbolos

Precio por unidad: lo que cuesta 1 kg, 1 L o 1 m.

Equivalencia: $1 \text{ kg} = 1\,000 \text{ g}$; $1 \text{ L} = 100 \text{ cL} = 1\,000 \text{ mL}$; $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$. **Redondear a céntimos:** dejar dos decimales. $\approx$ significa «aproximadamente igual».

1 Usa la escalera de unidades (F5) y completa las conversiones.

Cantidad	Pasos en la escalera	Resultado
2 kg a g		
750 g a kg		
3 L a mL		
50 cL a L		

2 Leche: 1 L cuesta 0,95 €. Un pack de 6 L cuesta 5,40 €. ¿Cuánto cuesta cada litro del pack? ¿Cuál compensa más?

3 Compras 3 botellas de agua de 1,5 L a 0,60 € cada una. ¿Cuánto pagas en total? ¿Cuántos litros llevas? ¿Cuánto cuesta cada litro?

Actividad de ampliación

SdA 4 · El supermercado matemático

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

 Cantidad exacta, desperdicio y un envase grande frente a varios pequeños

Para una paella solidaria se necesitan exactamente **3,2 kg de arroz**. En la tienda hay envases de 500 g (0,85 €), de 1 kg (1,60 €) y un saco de 5 kg (7,25 €), como en F3. No se puede comprar menos de un envase y lo que sobra se desperdicia (o se guarda). ¿Qué combinación sale mejor?

 Pasos

- 1** Calcula el coste de varias combinaciones que lleguen al menos a 3,2 kg y anótalas en la tabla.
- 2** Para cada combinación, calcula cuánto arroz sobra y cuánto cuesta lo que sobra (al precio por kilo de ese envase).
- 3** Encuentra la combinación más barata y compárala con comprar un único saco de 5 kg.
- 4** Si la cantidad necesaria fuera 4,5 kg, ¿qué pasa con el saco? Busca a partir de qué cantidad compensa comprar el saco de 5 kg.
- 5** Escribe una regla general para decidir entre un envase grande y varios pequeños.

1 Combinaciones para 3,2 kg.

Combinación	Kilos comprados	Coste	Sobrante (kg)	Coste del sobrante
1 saco de 5 kg				
4 paquetes de 1 kg				
3 de 1 kg + 1 de 500 g				
7 de 500 g				

 Entrega

Una hoja con la tabla, la mejor combinación para 3,2 kg con su cálculo, la cantidad a partir de la cual compensa el saco y la regla general justificada.

 Ficha 1

1. Diagnóstico: 0,5; 3,66; 1 000 g; 6.
2. $13,32 = 10 + 3 + 0,3 + 0,02$ (trece unidades y treinta y dos centésimas); $0,240 = 0,2 + 0,04 + 0,000$ (doscientas cuarenta milésimas, igual a 0,24); $2,97 = 2 + 0,9 + 0,07$ (dos unidades y noventa y siete centésimas); $0,079 = 0,07 + 0,009$ (setenta y nueve milésimas).
3. a) $0,240 \text{ kg} = 240 \text{ g}$ de queso. b) El queso ($12,50 \text{ €/kg}$ frente a $2,20 \text{ €/kg}$). c) $1,20 < 1,60 < 1,70 < 2,85 < 2,97 < 3,00$. d) Leche: 3 L; agua: $2 \cdot 1,5 = 3 \text{ L}$; total 6 L.
4. Relaciona el precio del envase con la cantidad (kg o L). Galletas: $1,89 : 0,45 = 4,2 \text{ €/kg}$; agua: $0,60 : 1,5 = 0,4 \text{ €/L}$. No se pueden comparar porque uno es por kilo (masa) y otro por litro (capacidad), y son productos distintos.

 Ficha 2

1. Leche: $3 \cdot 0,95 = 2,85 \checkmark$. Manzanas: $1,35 \cdot 2,20 = 2,97 \checkmark$. Queso: $0,24 \cdot 12,50 = 3,00 \checkmark$. Pan: $2 \cdot 0,85 = 1,70 \checkmark$. Agua: $2 \cdot 0,60 = 1,20 \checkmark$.
2. Total: $2,85 + 1,60 + 2,97 + 3,00 + 1,70 + 1,20 = 13,32 \text{ €}$. Cambio: $20 - 13,32 = 6,68 \text{ €}$. Estimación: $3 + 2 + 3 + 3 + 2 + 1 = 14 \text{ €}$; diferencia $14 - 13,32 = 0,68 \text{ €}$.
3. $2 \cdot 1,60 + 3 \cdot 0,60 + 4,40 = 3,20 + 1,80 + 4,40 = 9,40 \text{ €}$. Cambio: $10 - 9,40 = 0,60 \text{ €}$.
4. $1,3636 \rightarrow 1,36$ (a décimas 1,4); $0,4 \rightarrow 0,40$ (0,4); $0,079 \rightarrow 0,08$ (a décimas 0,1); $8,8 \rightarrow 8,80$ (8,8). Con $0,079 \text{ €/m}$ redondear a décimas (0,1) oculta la diferencia con $0,07 \text{ €/m}$.

 Ficha 3

1. 450 g; 2,5 kg; 1 500 mL; 0,33 L; 45 m; 60 cm; 0,25 L; 3 200 g.
2. $0,5 \text{ kg} \leftrightarrow 500 \text{ g}$ (d); $1,5 \text{ L} \leftrightarrow 1 500 \text{ mL}$ (c); $3 000 \text{ cm} \leftrightarrow 30 \text{ m}$ (b); $25 \text{ cL} \leftrightarrow 250 \text{ mL}$ (a). Es decir: 1-d, 2-c, 3-b, 4-a.
3. a) $2 500 : 500 = 5$ bolsas. b) $1,5 \text{ L} = 150 \text{ cL}$; $150 : 25 = 6$ vasos. c) $4,5 \text{ m} = 450 \text{ cm}$; $450 : 15 = 30$ trozos.
4. V; F ($0,5 \text{ L} = 500 \text{ mL}$); V; F ($3 \text{ m} = 300 \text{ cm}$); V ($4 500 \text{ cm} = 45 \text{ m} > 30 \text{ m}$).

 Ficha 4

1. Aceite: $4,40 : 0,5 = 8,80 \text{ €/L}$; $8,20 : 1 = 8,20 \text{ €/L}$; $25,50 : 3 = 8,50 \text{ €/L}$. Arroz: $0,85 : 0,5 = 1,70 \text{ €/kg}$; $1,60 \text{ €/kg}$; $7,25 : 5 = 1,45 \text{ €/kg}$.
2. Aceite: conviene el de 1 L ($8,20 \text{ €/L}$), no el más grande (3 L, $8,50 \text{ €/L}$). Arroz: conviene el saco de 5 kg ($1,45 \text{ €/kg}$). Por tanto, el envase más grande no siempre es el más barato por unidad.
3. Galletas: $1,89 : 0,45 = 4,20 \text{ €/kg}$; $3,60 : 0,8 = 4,50 \text{ €/kg}$; $3,50 : 0,9 = 3,89 \text{ €/kg}$ ($3,888 \dots$). Conviene el pack de 2 paquetes de 450 g; el paquete grande de 800 g es el más caro por kilo.
4. Luis compara precios totales, no precios por litro: garrafa $2,40 : 8 = 0,30 \text{ €/L}$; botella $0,60 : 1,5 = 0,40 \text{ €/L}$ (la garrafa es más barata por litro). Nora: $0,5 \text{ kg} = 500 \text{ g}$, porque $1 \text{ kg} = 1 000 \text{ g}$. Óscar: el kilo son dos paquetes de 500 g: $2 \cdot 0,85 = 1,70 \text{ €/kg}$. Paula: $1,89 : 0,45 = 4,2$; con estimación $2 : 0,5 = 4$. Quique: redondear a décimas iguala 0,07 y 0,079, pero el rollo de 50 m es más caro por metro ($0,079 > 0,07$).

Ficha 5

1. Aceite: 8,80; 8,20; 8,50 → envase 2 (1 L). Arroz: 1,70; 1,60; 1,45 → envase 3 (5 kg). Galletas: 4,20; 4,50; 3,89 → envase 3 (pack 2 × 450 g). Agua: $0,45 : 0,33 = 1,36$; $0,60 : 1,5 = 0,40$; $2,40 : 8 = 0,30$ → garrafa de 8 L. Film: $2,10 : 30 = 0,07$; $3,15 : 45 = 0,07$ (4 500 cm = 45 m); $3,95 : 50 = 0,079 \approx 0,08$ → empate entre los dos primeros rollos.
2. Hay empate entre el rollo de 30 m y el de 45 m (0,07 €/m). El rollo de 50 m no es la mejor compra: cuesta 0,079 €/m, algo más. Conversiones: 33 cL = 0,33 L; 4 500 cm = 45 m.
3. Barras del agua: 1,36 (33 cL), 0,40 (1,5 L) y 0,30 (8 L).
4. Se valora que el equipo revisor compruebe unidades y estimaciones.

Ficha 6

1. Recomendación tipo: aceite 1 L (8,20 €/L); arroz 5 kg (1,45 €/kg); galletas pack 2 × 450 g (3,89 €/kg); agua garrafa de 8 L (0,30 €/L); film 30 m o 4 500 cm (0,07 €/m), con matices (consumo real, espacio, caducidad).
2. Mínimo: arroz $7,25 + 1,60 = 8,85$ € (5 kg + 1 kg) y aceite $6 \cdot 8,20 = 49,20$ € (6 botellas de 1 L); total 58,05 €. Con el envase más pequeño: arroz $12 \cdot 0,85 = 10,20$ € y aceite $12 \cdot 4,40 = 52,80$ €; total 63,00 €. Ahorro: $63,00 - 58,05 = 4,95$ € al mes.
3. a) Zumo A: $1,35 : 0,75 = 1,80$ €/L; zumo B: $3,50 : 2 = 1,75$ €/L; sale más barato el B (2 L), por 0,05 €/L. b) Cinta: $2,16 : 12 = 0,18$ €/m; $1,52 : 8 = 0,19$ €/m (800 cm = 8 m); conviene el rollo de 12 m, por 0,01 €/m.
4. Respuesta abierta. Se espera un «no» razonado con un ejemplo del comparador (aceite de 3 L más caro por litro que el de 1 L; film de 50 m más caro por metro) y la idea de que hay que comparar el precio por unidad y tener en cuenta cuánto se va a consumir.

Refuerzo

1. 2 kg = 2 000 g (3 escalones a la derecha, × 1 000); 750 g = 0,75 kg; 3 L = 3 000 mL; 50 cL = 0,5 L.
2. Pack: $5,40 : 6 = 0,90$ €/L. Compensa más el pack (0,90 €/L frente a 0,95 €/L).
3. Total: $3 \cdot 0,60 = 1,80$ €; litros: $3 \cdot 1,5 = 4,5$ L; por litro: $1,80 : 4,5 = 0,40$ €/L.

Ampliación

1. Saco de 5 kg: 7,25 €; sobran 1,8 kg, que valen $1,8 \cdot 1,45 = 2,61$ €. 4 de 1 kg: 6,40 €; sobran 0,8 kg ($0,8 \cdot 1,60 = 1,28$ €). 3 de 1 kg + 1 de 500 g: $3 \cdot 1,60 + 0,85 = 5,65$ €; sobran 0,3 kg (a 1,70 €/kg del envase pequeño: 0,51 €). 7 de 500 g: $7 \cdot 0,85 = 5,95$ €; sobran 0,3 kg (0,51 €).
2. La combinación más barata es 3 paquetes de 1 kg + 1 de 500 g: 5,65 €, frente a 7,25 € del saco: ahorro $7,25 - 5,65 = 1,60$ €.
3. Con 4,5 kg: $4 \cdot 1,60 + 0,85 = 7,25$ €, igual que el saco de 5 kg. Hasta 4,5 kg los envases pequeños cuestan igual o menos (con 4 kg, 6,40 €; con 4,2 kg también 7,25 €); para más de 4,5 kg compensa el saco. Por eso el umbral es 4,5 kg.
4. Regla general (respuesta abierta): comparar el coste total de lo que realmente se necesita (con el sobrante), no solo el precio por kilo; el envase grande compensa solo a partir de cierta cantidad, que se calcula comparando el coste de las combinaciones de envases pequeños con el del grande.

 Errores frecuentes

- Comparar precios totales de envases de distinto tamaño (la garrafa de 2,40 € «es más cara que la botella de 0,60 €»).
- Dividir sin convertir antes a la misma unidad: 0,85 € por 500 g como 0,85 €/kg.
- Mover mal la coma al cambiar de unidad (0,5 kg = 5 000 g o 0,5 g) o confundir $\times 10$ con $\times 1\,000$.
- Errores de colocación de la coma al dividir decimales ($1,89 : 0,45 = 0,42$).
- Redondear demasiado pronto o demasiado: 0,079 y 0,07 se convierten en 0,1.
- Dar por hecho que el envase más grande siempre es más barato o ignorar el sobrante.

 Criterios para valorar respuestas abiertas

- En el comparador se valora más la coherencia de unidades y la comprobación que la cantidad de productos; se aceptan otras marcas o precios si los cálculos son correctos.
- En el argumento de compra se acepta cualquier razonamiento que use el precio por unidad y mencione cuánto se va a consumir.
- La calculadora sirve para comprobar divisiones con decimales, pero cada conversión de unidades y cada cociente deben aparecer escritos.

05 SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

¿Qué parte nos corresponde?

PREGUNTA GUÍA

¿Cómo sabemos si dos formas distintas de escribir una parte representan realmente lo mismo?



CURSO
1.º ESO



SESIONES
7 sesiones · 2.º trimestre



SENTIDOS PRIORITARIOS
A · Sentido numérico



COMPETENCIAS ESPECÍFICAS
CE1, CE3, CE5, CE7



PRODUCTO FINAL
Guía visual de repartos justos



CRITERIOS DE EVALUACIÓN
1.1, 1.2, 3.1, 5.2, 7.1



Contexto, reto y sentido

El Club de Cocina del instituto prepara su festival gastronómico de fin de curso: pizzas, tartas, tabletas de chocolate y un presupuesto de 60 € que hay que repartir. En el primer ensayo, Ana recibe «la mitad» de una pizza, Bea «2 de 4 porciones», Carlos «3 de 6» y Dani «3 de 8». Todos creen haber salido ganando, pero no está claro quién ha comido más. ¿Cuándo dos formas distintas de escribir una parte representan lo mismo? ¿Qué reparto es más justo?

La situación trabaja el sentido numérico con las fracciones desde varios significados: parte de un todo, cociente de un reparto, operador sobre una cantidad y punto de la recta numérica. El alumnado aprende a reconocer fracciones equivalentes, a simplificarlas con el MCD, a compararlas con un denominador común (MCM), a sumarlas y restarlas y a calcular la fracción de una cantidad, siempre apoyándose en modelos visuales (barras, círculos y recta). El producto final es una **guía visual de repartos justos** que se explica por sí sola.

Reto

Elaborar una guía visual de repartos justos del Club de Cocina, representando cada reparto con modelos de área y recta, comprobando equivalencias y comparaciones, y calculando con fracciones las partes y las cantidades.

Producto final

Guía visual de repartos justos.



Vinculación curricular

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS MOVILIZADAS

- CE1** Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas.
- CE3** Formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de forma autónoma.
- CE5** Reconocer y utilizar conexiones entre ideas matemáticas, integrando conocimientos.
- CE7** Representar conceptos, procedimientos, información y resultados de distintas formas.

Criterios de evaluación seleccionados · síntesis operativa

- 1.1** Interpretar problemas matemáticos organizando los datos, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.
- 1.2** Aplicar herramientas y estrategias apropiadas que contribuyan a la resolución de problemas.
- 3.1** Formular y comprobar conjeturas sencillas de forma guiada analizando patrones, propiedades y relaciones.
- 5.2** Realizar conexiones entre diferentes procesos matemáticos aplicando conocimientos y experiencias previas.
- 7.1** Representar conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos de modos distintos y con diferentes herramientas, incluidas las digitales.

Saberes básicos prioritarios

A

Sentido numérico

- Fracciones como parte de un todo, cociente, operador y punto de la recta; fracciones impropias y números mixtos.
- Fracciones equivalentes: amplificación y simplificación; fracción irreducible mediante el MCD.
- Comparación y ordenación de fracciones: mismo denominador, mismo numerador y reducción a común denominador con el MCM.
- Suma y resta de fracciones con distinto denominador, en situaciones de reparto.
- Fracción de una cantidad y resolución de problemas mixtos con comprobación.

F

Sentido socioafectivo

- Gestión del error al comparar y operar con fracciones (revisión de errores frecuentes).
- Trabajo en equipo con roles en la elaboración de un producto común.



Objetivos didácticos

- ✓ Representar fracciones como parte, cociente y operador.
- ✓ Generar y reconocer fracciones equivalentes.
- ✓ Comparar fracciones con diferentes estrategias.
- ✓ Resolver repartos y operaciones sencillas con fracciones.

Metodología y papel docente

Aprendizaje basado en retos

El reto organiza la secuencia y obliga a movilizar varios procedimientos, no solo a reproducir un algoritmo.

Resolución de problemas

Se explicitan comprensión, planificación, ejecución, comprobación y comunicación de la solución.

Representaciones múltiples

Se conectan expresiones, tablas, gráficas, diagramas, materiales y lenguaje verbal según la naturaleza del contenido.

Tecnología con propósito

Las herramientas digitales se utilizan para explorar, representar, comprobar o automatizar; no sustituyen la argumentación.

Papel docente

Presenta el reto, modela estrategias, plantea preguntas, detecta errores, gradúa ayudas y exige justificación matemática.

Secuencia de sesiones y actividades

- ① Cada sesión genera una **evidencia** que se recoge en la ficha correspondiente del Anexo 3. Las soluciones están en la guía docente (Anexo 10).

1

SESIÓN 1

Repartos que parecen iguales: diagnóstico

 **Evidencia:** Ficha 1: diagnóstico, fracción sombreada de cuatro raciones de pizza, apuesta sobre cuáles son iguales y reparto de 3 pizzas entre 4 personas.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 1

2

SESIÓN 2

Modelos de área, recta y cociente

 **Evidencia:** Ficha 2: modelos de área para sombrear fracciones, recta numérica de 0 a 2, repartos como cociente y fracción como operador.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 2

3

SESIÓN 3

Equivalencia y simplificación

 **Evidencia:** Ficha 3: fracciones equivalentes, simplificación con el MCD, comprobación con el producto cruzado y verdadero o falso.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 3

4

SESIÓN 4

Comparación con denominadores distintos

 **Evidencia:** Ficha 4: comparación con distinto denominador, ordenación de cuatro fracciones con denominador común y corrección de un error de F8.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 4

5

SESIÓN 5

Suma y resta en situaciones de reparto

 **Evidencia:** Ficha 5: suma y resta de fracciones con modelos de barra, comprobación de un error de suma y problemas de reparto.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 5

6

SESIÓN 6

Fracción de una cantidad y problemas mixtos

 **Evidencia:** Ficha 6: fracción de una cantidad, presupuesto de 60 €, reparto de 48 raciones y equipo de 24 voluntarios.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 6

7

SESIÓN 7

Guía visual y evidencia individual

 **Evidencia:** Ficha 7: plan de la guía visual, problema individual de reparto, relevos y explicación de una equivalencia de dos maneras.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 7

**Recursos, interdisciplinariedad y transversalidad** **Recursos**

Tiras de fracciones

cuadrículas

recta numérica

tarjetas de reparto

 Interdisciplinariedad y transversalidad

Según el contexto, la situación puede conectarse con Tecnología y Digitalización, Física y Química, Biología y Geología, Economía, Geografía, Educación Física o competencia digital. Se promueven consumo responsable, sostenibilidad, lectura crítica de datos, igualdad, cooperación y comunicación rigurosa cuando son pertinentes al reto.



DUA y atención a la diversidad

Implicación

Metas visibles, elección entre contextos equivalentes, retos graduados, trabajo cooperativo con roles y retroalimentación frecuente.

Representación

Enunciados segmentados, ejemplos modelados, recta numérica, tablas, diagramas, representaciones gráficas, material manipulativo y herramientas digitales cuando aporten valor.

Acción y expresión

Posibilidad de expresar el razonamiento con cálculos, esquema, explicación oral, tabla, gráfica o breve informe, manteniendo la exigencia del criterio evaluado.

Refuerzo Anexo 8

Modelos gráficos obligatorios y denominadores pequeños.

Ampliación Anexo 9

Resolver un reparto con varias condiciones y comparar dos soluciones equivalentes.



Evaluación

Evaluación continua y formativa: diagnóstico breve al inicio, evidencias de cada sesión, revisión de borradores o estrategias y valoración final del producto junto con una evidencia individual. La ponderación debe adaptarse a la normativa autonómica y a los acuerdos del departamento.

FASE 1 Inicial

Diagnóstico breve de conocimientos previos en la primera ficha del Anexo 3 y lectura del reto (Anexo 1).



FASE 2 Formativa

Evidencias de cada sesión, revisión de estrategias y errores, y retroalimentación con la lista de cotejo (Anexo 5).



FASE 3 Final

Valoración del producto con la rúbrica (Anexo 6), evidencia individual y reflexión del Anexo 7.

Criterios, evidencias e instrumentos

Criterio	Evidencia principal	Instrumento
1.1	Interpretación de los repartos de F1 y F2: identifica el todo, las partes iguales y qué se pregunta, y los representa con fracciones.	Fichas 1 y 2 / lista de cotejo
1.2	Elección y aplicación de estrategias para simplificar, comparar, sumar y restar fracciones y calcular fracciones de una cantidad.	Fichas 3 a 6 / escala de valoración
3.1	Conjetura sobre qué raciones son iguales y comprobación con tiras, producto cruzado y fracciones irreducibles; análisis de errores como el de Noa.	Fichas 1 y 3 / rúbrica
5.2	Conexión entre la fracción como parte, cociente y operador, y con el MCD y el MCM trabajados en la SdA 2.	Fichas 2, 4 y 6 / rúbrica
7.1	Representación de cada reparto con barras, círculos o recta, con fracciones equivalentes y operaciones rotuladas.	Guía visual (Anexo 4) / rúbrica

☆ Evidencias clave de esta SdA

Guía visual, modelos de fracciones, problemas resueltos y reflexión.



Rúbrica del producto final

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.



Variantes de aplicación

↗ Versión abreviada

Reducir a 4-5 sesiones, ofrecer datos cerrados y un único producto de una página, manteniendo una evidencia individual.

↖ Versión ampliada

Añadir datos reales del entorno, herramientas digitales, comparación de estrategias y una fase pública de comunicación o investigación.

Ficha de lanzamiento del reto

SdA 5 · ¿Qué parte nos corresponde?

ALUMNADO

El Club de Cocina prepara el festival de fin de curso. En el ensayo, a Ana le tocó la mitad de una pizza; a Bea, 2 de 4 porciones; a Carlos, 3 de 6, y a Dani, 3 de 8. «¡Yo he comido más!», dice uno. «¡Pues yo igual!», dice otro. ¿Quién tiene razón? Además, hay que repartir 60 € de presupuesto y 48 raciones entre los equipos. Vais a convertirlos en el equipo de reparto justo: dibujar, comparar y calcular con fracciones, y crear una guía visual que cualquiera pueda entender de un vistazo.

“ ¿Cómo sabemos si dos formas distintas de escribir una parte representan realmente lo mismo? ”

🎯 Vuestro reto

Elaborar una guía visual de repartos justos del Club de Cocina, representando cada reparto con modelos de área y recta, comprobando equivalencias y comparaciones, y calculando con fracciones las partes y las cantidades.

📦 Lo que vais a producir

Guía visual de repartos justos.

📍 Hoja de ruta · 7 sesiones

- 1 Analizamos repartos que parecen iguales y apostamos antes de calcular.
- 2 Representamos fracciones con modelos de área, recta y cociente.
- 3 Descubrimos las fracciones equivalentes y las simplificamos.
- 4 Comparamos fracciones con denominadores distintos.
- 5 Sumamos y restamos fracciones en situaciones de reparto.
- 6 Calculamos la fracción de una cantidad y resolvemos problemas mixtos.
- 7 Presentamos la guía visual y resolvemos un problema individual.

📖 Al terminar seré capaz de...

- ✓ Representar fracciones como parte, cociente y operador.
- ✓ Generar y reconocer fracciones equivalentes.
- ✓ Comparar fracciones con diferentes estrategias.
- ✓ Resolver repartos y operaciones sencillas con fracciones.

📝 ¿Cómo me evaluarán?

Con la rúbrica del producto final (Anexo 6), la lista de cotejo (Anexo 5) y una reflexión personal (Anexo 7). ¡Revisadlas antes de empezar!

Dossier de fuentes y materiales base

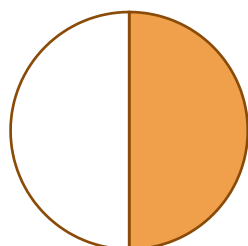
SdA 5 · ¿Qué parte nos corresponde?

ALUMNADO

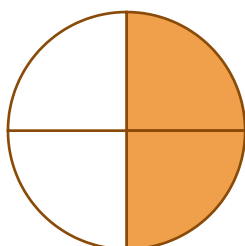
Cuatro raciones de pizza, tarjetas de reparto, tiras de fracciones, los cuatro significados de una fracción, reglas básicas, modelos para sumar, restar y calcular fracciones de una cantidad, y errores frecuentes. Todo el contexto del club es ficticio.

F1 Cuatro raciones de pizza

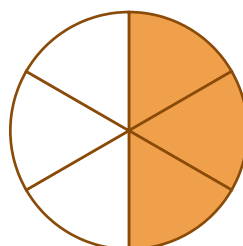
ESQUEMA



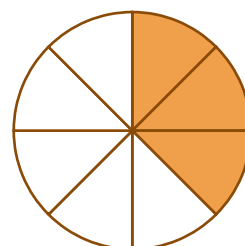
Ana



Bea



Carlos



Dani

Fuente: Esquema de elaboración propia. Situación ficticia.

- 🔍 Cada pizza se ha cortado en trozos iguales y la parte coloreada es la que se ha comido cada persona. ¿Quiénes han comido la misma cantidad?

F2 Tarjetas de reparto del club

DATOS

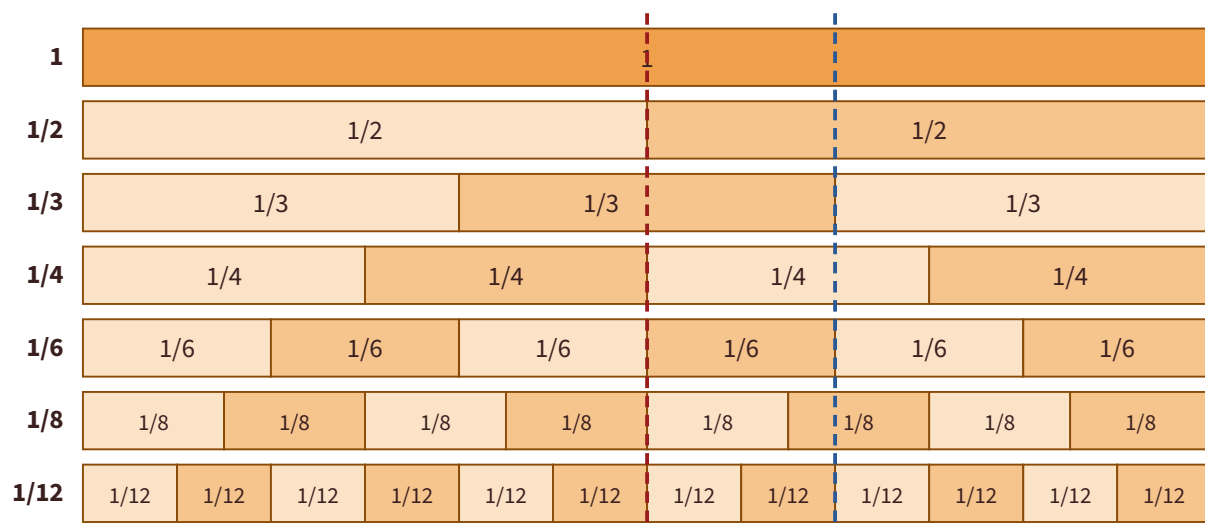
Tarjeta	Situación	Pregunta
R1	3 pizzas iguales se reparten entre 4 personas, todas con la misma cantidad.	¿Qué parte de pizza recibe cada persona?
R2	2 tartas iguales se reparten entre 6 personas.	¿Qué fracción de tarta recibe cada una?
R3	5 tabletas de chocolate se reparten entre 4 personas.	¿Cuánto chocolate recibe cada una? (fracción y número mixto)
R4	El club tiene 60 € para el festival: $\frac{1}{3}$ para ingredientes y $\frac{1}{4}$ para decoración.	¿Qué fracción del presupuesto y cuántos euros quedan?
R5	El equipo A recibe $\frac{5}{8}$ de una tarta y el equipo B recibe $\frac{2}{3}$ de otra tarta idéntica.	¿Qué equipo recibe más? ¿Cuánto más?

Fuente: Situaciones ficticias creadas para el aula.

- 🔍 En cada tarjeta, identifica primero cuál es el todo y en cuántas partes iguales se divide.

F3 Tiras de fracciones

ESQUEMA

Línea roja: $1/2 = 2/4 = 3/6 = 4/8 = 6/12$ Línea azul: $2/3 = 4/6 = 8/12$

Fuente: Esquema de elaboración propia.

- 🔍 Todas las tiras tienen la misma longitud. Las líneas discontinuas muestran fracciones que coinciden: son fracciones equivalentes.

F4 Cuatro significados de una fracción

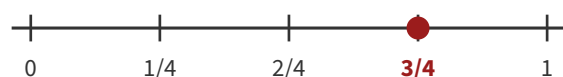
ESQUEMA

1. Parte de un todo $3/4$ de una barra

3 partes iguales de las 4 en que se divide

2. Cociente3 pizzas entre 4 personas: $3 : 4 = 3/4$ Cada persona recibe $1/4$ de cada pizza: 3 cuartos**3. Operador** $3/4$ de 20 = $20 : 4 \cdot 3 = 15$ 

4 grupos de 5; se cogen 3 grupos: 15

4. Punto de la recta $3/4$ está entre 0 y 1

El segmento 0–1 se divide en 4 partes iguales

Una misma fracción puede verse como parte, cociente, operador o punto de la recta.

Fuente: Esquema de elaboración propia.

- 🔍 La fracción $\frac{3}{4}$ puede ser una parte de un todo, el resultado de repartir 3 entre 4, un operador (los tres cuartos de una cantidad) o un punto de la recta.

F5 Reglas para trabajar con fracciones

TEXTO

Equivalentes. Multiplicar (o dividir) numerador y denominador por el mismo número no cambia la fracción: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12}$. Dos fracciones son equivalentes si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ cumple $a \cdot d = b \cdot c$.

Simplificar. Se divide por el MCD de numerador y denominador: $\frac{12}{18} = \frac{12:6}{18:6} = \frac{2}{3}$ (irreducible).

Comparar. Mismo denominador: es mayor el de mayor numerador. Distinto denominador: se busca el mínimo común múltiplo (MCM) de los denominadores y se pasa a ese común denominador: $\frac{5}{8}$ y $\frac{2}{3} \rightarrow \text{MCM} = 24 \rightarrow \frac{15}{24} < \frac{16}{24}$.

Sumar y restar. Mismo denominador: se suman o restan los numeradores. Distinto: primero común denominador. $\frac{1}{3} + \frac{3}{12} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$.

Fracción de una cantidad. $\frac{a}{b}$ de $N = (N : b) \cdot a$. $\frac{3}{5}$ de 40 = $(40 : 5) \cdot 3 = 24$.

Impropias y mixtos. $\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{4}$.

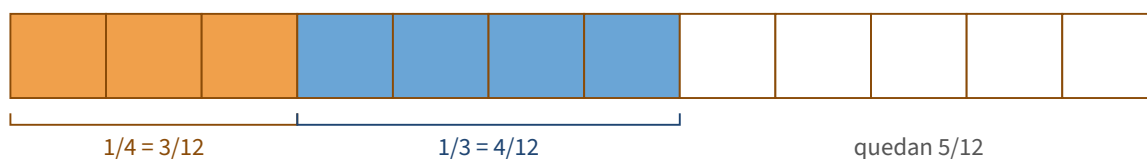
Fuente: Elaboración propia.

🔍 Antes de operar, haz un dibujo o una estimación: ¿el resultado debe ser mayor o menor que 1?

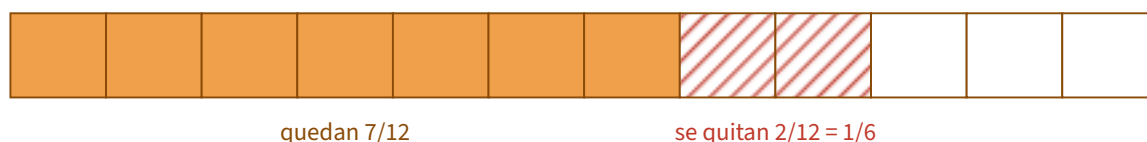
F6 Sumar y restar con barras

ESQUEMA

Suma: $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$



Resta: $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$



Para sumar o restar, las partes deben ser del mismo tamaño: se busca un denominador común.

Fuente: Esquema de elaboración propia.

🔍 Los trozos deben ser del mismo tamaño para poder contarlos juntos: por eso se busca un denominador común.

F7 Fracción de una cantidad

ESQUEMA

$$3/5 \text{ de } 40 \text{ €} = 40 : 5 \cdot 3 = 8 \cdot 3 = 24 \text{ €}$$



40 € se dividen en 5 partes de 8 €; se cogen 3

Presupuesto de 60 €: 1/3 ingredientes, 1/4 decoración y el resto



$$1/3 = 4/12 = 20 \text{ €}$$

$$1/4 = 3/12 = 15 \text{ €}$$

$$\text{resto} = 5/12 = 25 \text{ €}$$

$$\text{Cada doceavo vale } 60 : 12 = 5 \text{ €}$$

Fuente: Esquema de elaboración propia con datos ficticios del club.

🔍 Primero se divide la cantidad entre el denominador; después se multiplica por el numerador.

F8 Errores con fracciones para analizar

DATOS

Quién	Afirmación	Pista para revisarla
Lola	« $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$, porque sumo los numeradores y los denominadores.»	¿Es $\frac{2}{5}$ menor o mayor que $\frac{1}{2}$?
Mario	« $\frac{3}{8}$ es mayor que $\frac{1}{2}$, porque 3 es mayor que 1 y 8 es mayor que 2.»	Escribe $\frac{1}{2}$ con denominador 8.
Noa	«Simplifico $\frac{6}{9}$ restando 3 arriba y abajo: $\frac{3}{6}$.»	¿Es $\frac{3}{6}$ igual a $\frac{6}{9}$? Mira las tiras de F3.
Pedro	« $\frac{1}{4}$ de 20 son 80, porque $20 \cdot 4 = 80$.»	¿Debe salir más o menos que 20?
Rosa	«Si 3 pizzas se reparten entre 4 personas, cada una recibe $\frac{4}{3}$.»	¿Recibe cada persona más o menos de una pizza?

Fuente: Ejemplos ficticios elaborados para el aula.

ANEXO
3

Fichas de actividades del alumnado

SdA 5 · ¿Qué parte nos corresponde?

ALUMNADO

FICHA 1

Repartos que parecen iguales

Sesión 1

Nombre:

Curso/grupo:

Fecha:

Lee F1 y F2. Antes de calcular, apuesta y después comprueba.

1 Diagnóstico inicial. Marca la respuesta correcta.

¿Qué fracción es mayor?
☐ 1/2 ☐ 1/3 ☐ son iguales

¿Cuál de estas fracciones es igual a 1/2?
☐ 2/5 ☐ 3/6 ☐ 1/3

3/4 de 20 es...
☐ 15 ☐ 12 ☐ 5

Si 2 tartas se reparten entre 4 personas, cada una recibe...
☐ media tarta ☐ 2 tartas ☐ un cuarto de tarta

2 Pizzas (F1). Escribe la fracción de pizza que ha comido cada persona. Antes de calcular, anota tu apuesta: ¿quiénes han comido lo mismo?

Persona	Fracción comida	Mi apuesta (antes de calcular)
Ana		
Bea		
Carlos		
Dani		

3 Comprueba con las tiras de F3: ¿son la misma cantidad $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ y $\frac{3}{6}$? ¿Y $\frac{3}{8}$? Explica con tus palabras.

4 Tarjeta R1 (F2). Dibuja cómo repartirías 3 pizzas entre 4 personas y escribe qué fracción de pizza recibe cada una.

Usa F4: una fracción puede ser parte de un todo, cociente, operador o punto de la recta.

- 1 Sombrea la fracción indicada en cada rectángulo (todas las partes de un rectángulo son iguales).

a) $\frac{3}{4}$

--	--	--	--

b) $\frac{2}{3}$

--	--	--

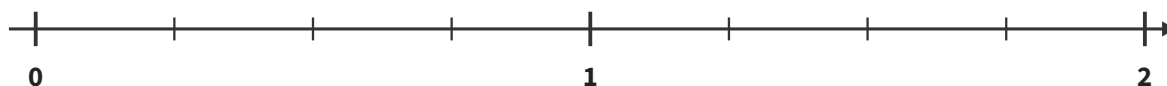
c) $\frac{5}{6}$

--	--	--	--	--	--

d) $\frac{3}{8}$

--	--	--	--	--	--	--	--

- 2 Sitúa en la recta los puntos $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$ y $\frac{7}{4}$. ¿Cuáles son mayores que 1?



- 3 Repartos como cociente (F2). Escribe la división, la fracción y, si procede, el número mixto.

Reparto	División	Fracción	Número mixto
R1: 3 pizzas entre 4			
R2: 2 tartas entre 6			
R3: 5 tabletas entre 4			

- 4 Operador (F4 y F7). Calcula: a) $\frac{3}{4}$ de 20 b) $\frac{2}{5}$ de 30 c) $\frac{1}{6}$ de 18.

FICHA 3 Equivalencia y simplificación

Sesión 3

Usa F3 y F5. Multiplicar o dividir arriba y abajo por el mismo número no cambia la fracción.

1 Completa las fracciones equivalentes.

Fracción dada	Equivalente A	Equivalente B	Equivalente C
$\frac{1}{2}$	$\square/4$	$3/\square$	$\square/8$
$\frac{2}{3}$	$4/\square$	$\square/9$	$8/\square$
$\frac{3}{5}$	$\square/10$	$9/\square$	$12/\square$

2 Simplifica hasta la fracción irreducible. Escribe el MCD del numerador y el denominador.

Fracción	MCD	Fracción irreducible
$\frac{12}{18}$		
$\frac{30}{45}$		
$\frac{24}{36}$		
$\frac{7}{21}$		
$\frac{16}{40}$		

3 Noa (F8) simplifica $\frac{6}{9}$ restando 3 y obtiene $\frac{3}{6}$. ¿Por qué es un error? ¿Cómo se hace bien? Comprueba con el producto cruzado si $\frac{4}{6}$ y $\frac{10}{15}$ son equivalentes y si lo son $\frac{3}{4}$ y $\frac{9}{16}$.

4 Verdadero o falso. Corrige las falsas.

	V	F
$\frac{2}{4}$ y $\frac{1}{2}$ representan la misma parte.	☐	☐
$\frac{6}{8}$ es una fracción irreducible.	☐	☐
$\frac{3}{5} = \frac{6}{12}$.	☐	☐
Si multiplico numerador y denominador por 3, la fracción no cambia.	☐	☐
Una fracción irreducible no se puede simplificar más.	☐	☐

Con el mismo denominador, gana el mayor numerador. Con distinto denominador, pasa primero a un denominador común (MCM).

1 Completa con $<$, $>$ o $=$.

Pareja	Signo ($<$, $>$ o $=$)	Por qué
$3/7$ y $5/7$		
$4/9$ y $4/5$		
$7/8$ y $7/12$		
$1/2$ y $4/8$		

2 Tarjeta R5 (F2). Reduce $\frac{5}{8}$ y $\frac{2}{3}$ a denominador común (MCM de 8 y 3), decide qué equipo recibe más y cuánto más.

3 Ordena de menor a mayor $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{7}{10}$ pasándolas a un mismo denominador.

Fracción	MCM de los denominadores	Equivalente con ese denominador
$\frac{1}{2}$		
$\frac{3}{5}$		
$\frac{2}{3}$		
$\frac{7}{10}$		

4 Mario (F8) dice que $\frac{3}{8} > \frac{1}{2}$ porque 3 y 8 son mayores que 1 y 2. ¿Qué error comete? Corrígelo con denominador común.

Usa los modelos de F6. Los trozos deben ser del mismo tamaño antes de sumarlos o restarlos.

- 1 Calcula con denominador común y simplifica el resultado.

Operación	Con denominador común	Resultado simplificado
$\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$		
$\frac{2}{5} + \frac{1}{10}$		
$\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$		
$\frac{7}{8} - \frac{1}{2}$		
$\frac{5}{6} + \frac{1}{3}$		

- 2 Lola (F8) dice que $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$. Demuestra con un dibujo o con números que no puede ser y calcula el resultado correcto.

- 3 De una tarta, Marta se come $\frac{1}{4}$ y Leo $\frac{1}{3}$ (F6). ¿Qué parte han comido entre los dos? ¿Qué parte queda? Dibuja la barra.

- 4 De una tableta de chocolate, Ana se come $\frac{3}{4}$ y regala $\frac{1}{6}$ de la tableta entera. ¿Qué parte le queda?

Usa F7: primero divide entre el denominador, después multiplica por el numerador.

1 Calcula la fracción de cada cantidad.

Cálculo	Pasos	Resultado
$\frac{3}{5}$ de 40 €		
$\frac{2}{3}$ de 90 alumnos		
$\frac{1}{8}$ de 64 raciones		
$\frac{5}{6}$ de 48 voluntarios		

2 Presupuesto (R4, F2). El club tiene 60 €: $\frac{1}{3}$ para ingredientes y $\frac{1}{4}$ para decoración. ¿Qué fracción del presupuesto queda y cuántos euros son?

3 Se preparan 48 raciones: la mitad son de pizza, la cuarta parte de tarta y el resto de ensalada. ¿Cuántas raciones hay de cada tipo? ¿Qué fracción es la ensalada?

4 En el equipo hay 24 voluntarios: $\frac{3}{8}$ cocinan, $\frac{1}{3}$ sirven y el resto limpia. ¿Qué fracción limpia? ¿Cuántas personas hay en cada tarea?

FICHA 7

Guía visual y evidencia individual

Sesión 7

Planificad en equipo la guía visual (Anexo 4) y resolved después las tareas individuales sin ayuda.

1 Plan de la guía visual: elegid tres repartos y anotad cómo los vais a representar.

Reparto elegido	Modelo (barra, círculo o recta)	Fraciones equivalentes	Operación o comparación

2 Individual (1). Se reparten 3 tartas iguales entre 5 personas y otras 2 tartas iguales entre 3 personas. ¿En qué grupo toca más tarta a cada persona? Compara con denominador común y haz un dibujo.

3 Individual (2). En una carrera de relevos, Ana corre $\frac{2}{5}$ del recorrido y Bruno $\frac{3}{10}$. ¿Qué fracción corren entre los dos? Si el recorrido es de 1 500 m, ¿cuántos metros son?

4 Individual (3). Explica de dos maneras (con un dibujo y con números) por qué $\frac{4}{6}$ y $\frac{2}{3}$ son la misma cantidad.

Plantilla del producto final

SdA 5 · ¿Qué parte nos corresponde?

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Guía visual de repartos justos del Club de Cocina. Cada reparto lleva su dibujo, su fracción y su comprobación.

Título y equipo**El reparto**

Todo, partes iguales y pregunta.

Modelo visual

Barra, círculo o recta rotulados.

**Fracciones equivalentes**

Tres fracciones iguales y la irreducible.

Comparación

Denominador común y signo $<$, $>$ o $=$.

Operación o fracción de una cantidad

Suma, resta o parte de una cantidad con su resultado.

**Regla del reparto justo**

Qué hace que un reparto sea justo.

Comprobación

Estimación y revisión del otro equipo.

Conclusión

Resumen en dos o tres frases.

Lista de cotejo para el proceso y la entrega

SdA 5 · ¿Qué parte nos corresponde?

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Antes de entregar **Guía visual de repartos justos**, comprueba cada punto y marca la casilla. Si alguno falla, todavía estás a tiempo de mejorarlo.

Contenido del producto

- ☐ Cada reparto indica cuál es el todo y en cuántas partes iguales se divide.
- ☐ Las fracciones están bien escritas (numerador y denominador) y se corresponden con el dibujo.
- ☐ Los modelos (barra, círculo o recta) están rotulados y las partes son iguales.
- ☐ Se muestran al menos tres fracciones equivalentes y la fracción irreducible.
- ☐ Las comparaciones usan denominador común y el signo correcto.
- ☐ Las sumas y restas se hacen con denominador común y se simplifican.
- ☐ La fracción de una cantidad se calcula dividiendo entre el denominador y multiplicando por el numerador.
- ☐ Se comprueba algún resultado con un dibujo o una estimación.
- ☐ Se explica por qué un reparto es justo con lenguaje matemático.

Calidad y rigor

- ☐ He utilizado vocabulario específico de la materia y lo he explicado cuando era necesario.
- ☐ He apoyado mis afirmaciones con evidencias (datos, citas, mapas o ejemplos concretos).
- ☐ He citado o identificado todas las fuentes utilizadas.
- ☐ He revisado la ortografía, la presentación y el orden del producto.
- ☐ He incorporado las mejoras propuestas en la coevaluación o por el docente.

Lo que más me ha costado

Firma del equipo / fecha de entrega

Rúbrica imprimible

SdA 5 · ¿Qué parte nos corresponde?

ALUMNADO · DOCENTE

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Rúbrica para valorar **Guía visual de repartos justos**. Marca el nivel alcanzado en cada indicador.

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial	Nivel
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.	
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.	
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.	
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.	
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.	

Observaciones del docente

Valoración global

Autoevaluación y coevaluación

SdA 5 · ¿Qué parte nos corresponde?

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Parte 1 · Autoevaluación

Afirmación	Aún no	Con ayuda	Bien	Muy bien
Sé representar una fracción como parte, cociente, operador y punto de la recta.	☐	☐	☐	☐
Sé comparar, sumar y restar fracciones con denominadores distintos y comprobarlo con un dibujo.	☐	☐	☐	☐
He cumplido mi rol y mis tareas dentro del equipo.	☐	☐	☐	☐
He escuchado y tenido en cuenta las ideas de los demás.	☐	☐	☐	☐
He usado fuentes y evidencias para justificar mis ideas.	☐	☐	☐	☐
He revisado y mejorado mi trabajo a partir de la retroalimentación.	☐	☐	☐	☐

Dos aprendizajes que he logrado

Una dificultad que he tenido

Una mejora que haré la próxima vez

Parte 2 · Coevaluación de otro equipo**Equipo evaluado:** _____**Fortaleza 1**

Fortaleza 2

Propuesta de mejora

Material de apoyo y refuerzo

SdA 5 · ¿Qué parte nos corresponde?

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Los mismos repartos con modelos gráficos obligatorios y denominadores pequeños (2, 3, 4, 6).

⊗ Ejemplo modelado: sumar un medio y un cuarto

1. Dibujo una barra y la divido en 4 partes iguales: $\frac{1}{2}$ son 2 de las 4 partes. 2. Sombreo 2 partes para $\frac{1}{2}$ y 1 parte más para $\frac{1}{4}$. 3. Cuento: 3 partes de 4. 4. Resultado: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$. ✓

⊗ Glosario y símbolos

Numerador: partes que se cogen. **Denominador:** partes iguales en que se divide el todo. **Fraciones equivalentes:** distinta escritura, misma cantidad.

Irreducible: no se puede simplificar más. **Común denominador:** denominador igual para poder comparar o sumar. Símbolos: < menor que, > mayor que.

1 Sombrea cada fracción y escribe cuántas partes iguales tiene el rectángulo.

a) $\frac{1}{2}$

--	--

b) $\frac{2}{3}$

--	--	--

c) $\frac{3}{4}$

--	--	--	--

2 Con las tiras de F3, completa: $\frac{1}{2} = \frac{\square}{4} = \frac{\square}{6}$ y $\frac{2}{3} = \frac{\square}{6}$. Después compara $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{3}$ con ese denominador común.

3 Una pizza se corta en 4 trozos iguales. Ana come 2 trozos y Leo 1. ¿Qué fracción han comido entre los dos? ¿Qué fracción queda? Dibuja la pizza.

Actividad de ampliación

SdA 5 · ¿Qué parte nos corresponde?

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

 Una tarta, tres personas y un invitado: dos soluciones equivalentes

Una tarta de 24 raciones se reparte entre Ana ($\frac{1}{2}$), Bea ($\frac{1}{3}$) y Carlos (el resto). Después llega Dani y cada una de las tres personas le cede $\frac{1}{4}$ de sus raciones. Hay dos formas de resolverlo: con fracciones y con raciones. ¿Llevan al mismo reparto?

 Pasos

- 1 Calcula qué fracción de la tarta recibe Carlos y cuántas raciones tiene cada persona al principio.
- 2 Solución 1 (raciones): calcula cuántas raciones cede cada persona, cuántas recibe Dani y cuántas se queda cada una.
- 3 Solución 2 (fracciones): escribe la fracción de la tarta que tiene cada persona al final y simplifícala.
- 4 Comprueba que las dos soluciones coinciden y que las fracciones finales suman 1.
- 5 Reflexiona: ¿es justo el reparto final? Propón otra condición para que Dani reciba lo mismo que Bea y justifícala.

1 Completa la tabla de las dos soluciones.

Persona	Raciones al principio	Raciones que cede	Raciones al final	Fracción final simplificada
Ana				
Bea				
Carlos				
Dani				

 Entrega

Una hoja con la tabla, las dos soluciones razonadas, la comprobación de que suman 1 y la valoración del reparto con una condición alternativa.

 Ficha 1

1. Diagnóstico: $\frac{1}{2}$ (mayor que $\frac{1}{3}$); $\frac{3}{6}$; 15 ($20 : 4 \cdot 3$); media tarta ($2 : 4 = \frac{1}{2}$).
2. Ana $\frac{1}{2}$; Bea $\frac{2}{4}$; Carlos $\frac{3}{6}$; Dani $\frac{3}{8}$. Ana, Bea y Carlos comen lo mismo; Dani come menos ($\frac{3}{8} < \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$). Las apuestas son libres: se valora que se contrasten con el cálculo.
3. Con las tiras de F3 se ve que $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ y $\frac{3}{6}$ llegan a la misma línea: son equivalentes. $\frac{3}{8}$ no llega a la línea roja, así que es menos.
4. Cada pizza se divide en 4 cuartos y cada persona recibe 1 cuarto de cada pizza: $\frac{3}{4}$ de pizza. (Repartir una pizza entera a tres personas y nada a la cuarta no sería justo.)

 Ficha 2

1. a) 3 de 4 partes; b) 2 de 3; c) 5 de 6; d) 3 de 8 (se comprueba que las partes sean iguales).
2. Posiciones: $\frac{1}{4}$ (1.ª marca), $\frac{3}{4}$ (3.ª), $\frac{5}{4}$ (5.ª, pasado el 1), $\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$ (6.ª), $\frac{7}{4}$ (7.ª). Son mayores que 1: $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$ y $\frac{7}{4}$.
3. R1: $3 : 4 = \frac{3}{4}$ (menor que 1, no hay número mixto). R2: $2 : 6 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. R3: $5 : 4 = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ (una tableta y un cuarto).
4. a) $20 : 4 \cdot 3 = 15$; b) $30 : 5 \cdot 2 = 12$; c) $18 : 6 = 3$.

 Ficha 3

1. a) $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$; b) $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$; c) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20}$.
2. $\frac{12}{18}$: MCD 6 $\rightarrow \frac{2}{3}$; $\frac{30}{45}$: MCD 15 $\rightarrow \frac{2}{3}$; $\frac{24}{36}$: MCD 12 $\rightarrow \frac{2}{3}$; $\frac{7}{21}$: MCD 7 $\rightarrow \frac{1}{3}$; $\frac{16}{40}$: MCD 8 $\rightarrow \frac{2}{5}$.
3. Noa resta en lugar de dividir: restar 3 cambia el valor. $\frac{6}{9} = \frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3}$, y $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ no es equivalente. Producto cruzado: $4 \cdot 15 = 60$ y $6 \cdot 10 = 60 \rightarrow$ equivalentes; $3 \cdot 16 = 48$ y $4 \cdot 9 = 36 \rightarrow$ no equivalentes.
4. V; F ($\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$); F ($\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$); V; V.

 Ficha 4

1. a) $<$; b) $<$ (mismo numerador: más partes en el denominador $9 \rightarrow$ trozos más pequeños); c) $>$; d) $=$.
2. MCM(8, 3) = 24: $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$ y $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$. El equipo B recibe más, por $\frac{1}{24}$ de tarta.
3. MCM(2, 5, 3, 10) = 30: $\frac{1}{2} = \frac{15}{30}$; $\frac{3}{5} = \frac{18}{30}$; $\frac{2}{3} = \frac{20}{30}$; $\frac{7}{10} = \frac{21}{30}$. Orden: $\frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{7}{10}$.
4. Mario compara numeradores y denominadores por separado. $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$, y $\frac{3}{8} < \frac{4}{8}$, luego $\frac{3}{8} < \frac{1}{2}$.

 Ficha 5

1. $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$; $\frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$; $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$; $\frac{7}{8} - \frac{1}{2} = \frac{7}{8} - \frac{4}{8} = \frac{3}{8}$; $\frac{5}{6} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} + \frac{2}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$.
2. $\frac{2}{5} < \frac{1}{2}$, pero la suma de $\frac{1}{2}$ y otra cantidad debe ser mayor que $\frac{1}{2}$. Correcto: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$. No se suman los denominadores.
3. $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$ han comido; queda $1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$.
4. $1 - \frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{12}{12} - \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{12}$ de tableta.

Ficha 6

1. $\frac{3}{5}$ de 40: $40 : 5 \cdot 3 = 24$ €. $\frac{2}{3}$ de 90: $90 : 3 \cdot 2 = 60$ alumnos. $\frac{1}{8}$ de 64: $64 : 8 = 8$ raciones. $\frac{5}{6}$ de 48: $48 : 6 \cdot 5 = 40$ voluntarios.
2. Gastado: $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$. Queda $\frac{5}{12}$: $60 : 12 \cdot 5 = 25$ €. Comprobación: $20 + 15 + 25 = 60$.
3. Pizza: $\frac{1}{2}$ de 48 = 24. Tarta: $\frac{1}{4}$ de 48 = 12. Ensalada: $48 - 24 - 12 = 12$ raciones, que son $\frac{12}{48} = \frac{1}{4}$ ($1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$).
4. Cocinan $\frac{3}{8}$ de 24 = 9; sirven $\frac{1}{3}$ de 24 = 8. Limpian $24 - 9 - 8 = 7$ personas, es decir, $\frac{7}{24}$ ($1 - \frac{9}{24} - \frac{8}{24} = \frac{7}{24}$).

Ficha 7

1. Plan de la guía: respuesta abierta; se valora que cada reparto tenga modelo, equivalencias y operación o comparación.
Ejemplo: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ (barra) y $\frac{5}{8} < \frac{2}{3}$ (común denominador 24).
2. Individual 1: $\frac{3}{5}$ de tarta frente a $\frac{2}{3}$ de tarta. MCM(5, 3) = 15: $\frac{9}{15} < \frac{10}{15}$. Toca más en el grupo de 3 personas ($\frac{2}{3}$).
3. Individual 2: $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ del recorrido. $\frac{7}{10}$ de 1 500 = $1\,500 : 10 \cdot 7 = 1\,050$ m (Ana 600 m y Bruno 450 m).
4. Dibujo: dos barras de la misma longitud, una dividida en 6 partes con 4 sombreadas y otra en 3 partes con 2 sombreadas; las partes sombreadas coinciden. Con números: $\frac{4}{6} = \frac{4:2}{6:2} = \frac{2}{3}$ (o $4 \cdot 3 = 6 \cdot 2 = 12$).

Refuerzo

1. Rectángulos de 2, 3 y 4 partes con 1, 2 y 3 partes sombreadas respectivamente.
2. $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$; $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$. Comparación: $\frac{3}{6} < \frac{4}{6}$, luego $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$.
3. Entre los dos han comido $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$; queda $\frac{1}{4}$ de pizza.

Ampliación

1. Carlos: $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{6}{6} - \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$. Raciones: Ana 12, Bea 8, Carlos 4 (suman 24).
2. Solución 1: Ana cede $\frac{1}{4}$ de 12 = 3; Bea cede $\frac{1}{4}$ de 8 = 2; Carlos cede $\frac{1}{4}$ de 4 = 1. Dani recibe $3 + 2 + 1 = 6$ raciones. Al final: Ana 9, Bea 6, Carlos 3, Dani 6.
3. Solución 2: Ana $\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$; Bea $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$; Carlos $\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$; Dani $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$. Suma: $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{8}{8} = 1$ ✓. Las dos soluciones coinciden.
4. Valoración abierta: Dani recibe lo mismo que Bea ($\frac{1}{4}$) aunque llegó tarde; se acepta cualquier condición alternativa razonada (por ejemplo, cada persona cede una fracción distinta) si se comprueba que las partes suman 1.

Errores frecuentes

- Sumar numeradores y denominadores ($\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$).
- Comparar numeradores y denominadores por separado ($\frac{3}{8} > \frac{1}{2}$ porque $3 > 1$ y $8 > 2$).
- Simplificar restando en lugar de dividir, o amplificar sumando.
- Invertir el reparto: 3 pizzas entre 4 personas como $\frac{4}{3}$.
- Calcular la fracción de una cantidad multiplicando por el denominador ($\frac{1}{4}$ de 20 como $20 \cdot 4$).
- Dibujar modelos con partes desiguales y leer la fracción sin contar partes iguales.

Criterios para valorar respuestas abiertas

- En las respuestas abiertas se valora que se relacione el dibujo con la fracción y que se use un denominador común o el producto cruzado para justificar.
- En la guía visual se acepta cualquier contexto de reparto si los modelos son correctos, las partes son iguales y las operaciones están bien resueltas.
- La calculadora puede comprobar divisiones, pero los pasos con fracciones (común denominador, simplificación) deben aparecer escritos.

06 SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Rebajas, recetas y escalas



PREGUNTA GUÍA

¿Qué tienen en común una receta para más personas, un plano y una rebaja?



CURSO
1.º ESO



SESIONES
7 sesiones · 2.º trimestre



SENTIDOS PRIORITARIOS
A · Sentido numérico · B ·
Sentido de la medida



COMPETENCIAS ESPECÍFICAS
CE1, CE2, CE6, CE8



PRODUCTO FINAL
Mini dossier de
proporcionalidad cotidiana



CRITERIOS DE EVALUACIÓN
1.1, 1.2, 2.2, 6.1, 6.2, 8.1



Contexto, reto y sentido

Para la Semana Cultural, 1.º ESO se encarga de la merienda: un bizcocho para 15 personas, la distribución de las mesas en la sala de actos a partir de un plano y la compra de la decoración aprovechando unas rebajas. Tres tareas muy distintas, pero con la misma idea de fondo: ¿qué ocurre con una cantidad cuando la otra se multiplica, se divide o se reduce un tanto por ciento?

La situación trabaja el sentido numérico y el de la medida con la proporcionalidad: razones y proporciones, tablas y constante de proporcionalidad, regla de tres y reducción a la unidad, escalas y porcentajes. Tan importante como calcular es **decidir si una situación es proporcional o no**: el tiempo de horneado, la tarifa de un aparcamiento o el área de una sala no se comportan como los gramos de harina. El producto final es un mini dossier con tres casos conectados, resueltos, comprobados y justificados.

🎯 Reto

Elaborar un mini dossier de proporcionalidad cotidiana con tres casos conectados (una receta, un plano a escala y unas rebajas), resolviéndolos con tablas, escala y porcentajes, comprobando los resultados y justificando cuándo una situación es proporcional y cuándo no.

📦 Producto final

Mini dossier de proporcionalidad cotidiana.



Vinculación curricular

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS MOVILIZADAS

- CE1** Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas.
- CE2** Analizar las soluciones de un problema con distintas técnicas y herramientas, verificando su validez.
- CE6** Identificar las matemáticas en otras materias y en situaciones reales, conectándolas con el mundo.
- CE8** Comunicar conceptos, procedimientos y argumentos con lenguaje matemático apropiado.

Criterios de evaluación seleccionados · síntesis operativa

- 1.1** Interpretar problemas matemáticos organizando los datos, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.
- 1.2** Aplicar herramientas y estrategias apropiadas que contribuyan a la resolución de problemas.
- 2.2** Comprobar la validez de las soluciones de un problema y su coherencia en el contexto planteado, evaluando su alcance y repercusión desde diferentes perspectivas.
- 6.1** Reconocer situaciones susceptibles de ser formuladas y resueltas mediante herramientas y estrategias matemáticas, estableciendo conexiones entre el mundo real y las matemáticas y usando los procesos inherentes a la investigación: inferir, medir, comunicar, clasificar y predecir.
- 6.2** Identificar conexiones coherentes entre las matemáticas y otras materias resolviendo problemas contextualizados.
- 8.1** Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, oralmente y por escrito, al explicar y justificar razonamientos, procedimientos y conclusiones.

Saberes básicos prioritarios

A

Sentido numérico

- Razones y proporciones; proporcionalidad directa: tablas, constante de proporcionalidad, reducción a la unidad y regla de tres.
- Porcentajes: cálculo del tanto por ciento de una cantidad, rebajas y subidas.
- Reconocimiento de situaciones proporcionales y no proporcionales a partir de razones.
- Estimación y comprobación de la razonabilidad (por ejemplo, redondeo cuando no se pueden usar fracciones de huevo).

B

Sentido de la medida

- Escalas y planos: relación entre medidas del plano y de la realidad; cambios de unidad (cm, m).
- Elección de la escala adecuada según el tamaño del papel.

F

Sentido socioafectivo

- Interés por conectar las matemáticas con otras materias y con la vida cotidiana.
- Revisión del error y trabajo en equipo con roles.



Objetivos didácticos

- ✓ Reconocer situaciones de proporcionalidad directa.
- ✓ Representar razones y proporciones.
- ✓ Resolver problemas de recetas, escalas y porcentajes.
- ✓ Distinguir situaciones proporcionales de las que no lo son.



Metodología y papel docente

📋 Aprendizaje basado en retos

El reto organiza la secuencia y obliga a movilizar varios procedimientos, no solo a reproducir un algoritmo.

🔍 Resolución de problemas

Se explicitan comprensión, planificación, ejecución, comprobación y comunicación de la solución.

🗨️ Representaciones múltiples

Se conectan expresiones, tablas, gráficas, diagramas, materiales y lenguaje verbal según la naturaleza del contenido.

💻 Tecnología con propósito

Las herramientas digitales se utilizan para explorar, representar, comprobar o automatizar; no sustituyen la argumentación.

👤 Papel docente

Presenta el reto, modela estrategias, plantea preguntas, detecta errores, gradúa ayudas y exige justificación matemática.



Secuencia de sesiones y actividades

- ① Cada sesión genera una **evidencia** que se recoge en la ficha correspondiente del Anexo 3. Las soluciones están en la guía docente (Anexo 10).

1

SESIÓN 1

¿Es proporcional? Clasificación de situaciones

 **Evidencia:** Ficha 1: clasificación de diez situaciones como proporcionales o no con sus razones y creación de dos ejemplos propios.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 1

2

SESIÓN 2

Razones, tablas y constante de proporcionalidad

 **Evidencia:** Ficha 2: tabla de proporcionalidad de la receta, constante por persona, razones en cuatro casos y regla de tres con huevos y leche.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 2

3

SESIÓN 3

Recetas y escalado de cantidades

 **Evidencia:** Ficha 3: escalado de la receta a 10 y 15 personas, problema de los huevos, tiempo de horneado no proporcional y harina disponible.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 3

4

SESIÓN 4

Planos y escalas sencillas

 **Evidencia:** Ficha 4: conversión de medidas del plano a 1:200, dimensiones reales de la sala, área y dibujo de un pasillo a escala 1:100.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 4

5

SESIÓN 5

Porcentajes, rebajas y subidas

 **Evidencia:** Ficha 5: porcentajes de 40 €, rebajas de cinco artículos, subidas de precio y dos descuentos sucesivos.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 5

6

SESIÓN 6

Dossier de tres casos conectados

 **Evidencia:** Ficha 6: los tres casos del dossier (receta para 15, zona de mesas y compra con rebajas) y las constantes que los conectan.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 6

7

SESIÓN 7

Defensa y problema individual no rutinario

 **Evidencia:** Ficha 7: preparación de la defensa y problema individual no rutinario (escala en un A4, descuento fijo o porcentual) con explicación final.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 7



Recursos, interdisciplinariedad y transversalidad

 Recursos

Recetas ficticias

plano sencillo

etiquetas de rebajas

tablas proporcionales

 Interdisciplinariedad y transversalidad

Según el contexto, la situación puede conectarse con Tecnología y Digitalización, Física y Química, Biología y Geología, Economía, Geografía, Educación Física o competencia digital. Se promueven consumo responsable, sostenibilidad, lectura crítica de datos, igualdad, cooperación y comunicación rigurosa cuando son pertinentes al reto.



DUA y atención a la diversidad

 Implicación

Metas visibles, elección entre contextos equivalentes, retos graduados, trabajo cooperativo con roles y retroalimentación frecuente.

 Representación

Enunciados segmentados, ejemplos modelados, recta numérica, tablas, diagramas, representaciones gráficas, material manipulativo y herramientas digitales cuando aporten valor.

 Acción y expresión

Posibilidad de expresar el razonamiento con cálculos, esquema, explicación oral, tabla, gráfica o breve informe, manteniendo la exigencia del criterio evaluado.

 Refuerzo Anexo 8

Tablas con una columna iniciada y porcentajes 10 %, 25 %, 50 %.

 Ampliación Anexo 9

Combinar escala y porcentaje en un mismo problema y comparar dos estrategias.



Evaluación

Evaluación continua y formativa: diagnóstico breve al inicio, evidencias de cada sesión, revisión de borradores o estrategias y valoración final del producto junto con una evidencia individual. La ponderación debe adaptarse a la normativa autonómica y a los acuerdos del departamento.

FASE 1
Inicial

Diagnóstico breve de conocimientos previos en la primera ficha del Anexo 3 y lectura del reto (Anexo 1).

FASE 2
Formativa

Evidencias de cada sesión, revisión de estrategias y errores, y retroalimentación con la lista de cotejo (Anexo 5).

FASE 3
Final

Valoración del producto con la rúbrica (Anexo 6), evidencia individual y reflexión del Anexo 7.

Criterios, evidencias e instrumentos

Criterio	Evidencia principal	Instrumento
1.1	Interpretación de los datos de la receta, del plano y de los carteles, y clasificación razonada de situaciones como proporcionales o no mediante razones.	Fichas 1 y 2 / lista de cotejo
1.2	Aplicación de tablas, reducción a la unidad, regla de tres, escala y porcentajes para resolver los tres casos.	Fichas 2 a 5 / escala de valoración
2.2	Comprobación de la validez y la coherencia de los resultados en el contexto (huevos enteros, tiempo de horneado, área real, descuentos sucesivos).	Fichas 3, 4 y 5 / rúbrica
6.1	Modelización de la merienda de la Semana Cultural: traduce cada necesidad real (personas, medidas, precios) a una situación de proporcionalidad.	Mini dossier (Anexo 4) y Ficha 6 / rúbrica
6.2	Conexión de las matemáticas con la cocina y la alimentación, el dibujo técnico y los planos, y la economía doméstica (rebajas y subidas).	Fichas 3, 4 y 5 y dossier / rúbrica
8.1	Explicación escrita y oral de cada caso y de la constante de proporcionalidad con vocabulario preciso (razón, escala, porcentaje, proporcional).	Defensa y Ficha 7 / rúbrica

☆ **Evidencias clave de esta SdA**

Dossier, tablas proporcionales, plano calculado y justificación.

**Rúbrica del producto final**

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.



Variantes de aplicación

↖ Versión abreviada

Reducir a 4-5 sesiones, ofrecer datos cerrados y un único producto de una página, manteniendo una evidencia individual.

↗ Versión ampliada

Añadir datos reales del entorno, herramientas digitales, comparación de estrategias y una fase pública de comunicación o investigación.

Ficha de lanzamiento del reto

SdA 6 · Rebajas, recetas y escalas

ALUMNADO

Semana Cultural: 1.º ESO prepara la merienda. La receta de bizcocho que tenéis es para 6 personas... y vienen 15. ¿Tripliquéis todo? ¿Y el tiempo en el horno? Además, hay que colocar 20 mesas en la sala de actos usando un plano a escala 1:200 y comprar decoración en unas rebajas del 25 %, del 30 % y del 50 %. Todo parece distinto, pero hay algo en común: la proporcionalidad. Vais a decidir cuándo una situación es proporcional y cuándo no, y a construir un mini dossier con tres casos conectados.

“¿Qué tienen en común una receta para más personas, un plano y una rebaja?”

🎯 Vuestro reto

Elaborar un mini dossier de proporcionalidad cotidiana con tres casos conectados (una receta, un plano a escala y unas rebajas), resolviéndolos con tablas, escala y porcentajes, comprobando los resultados y justificando cuándo una situación es proporcional y cuándo no.

📦 Lo que vais a producir

Mini dossier de proporcionalidad cotidiana.

📍 Hoja de ruta · 7 sesiones

- 1 Clasificamos situaciones: ¿proporcionales o no?
- 2 Usamos razones, tablas y la constante de proporcionalidad.
- 3 Escalamos la receta a más personas y vigilamos los resultados.
- 4 Leemos planos y trabajamos con escalas.
- 5 Calculamos porcentajes, rebajas y subidas.
- 6 Montamos el dossier de tres casos conectados.
- 7 Defendemos el dossier y resolvemos un problema individual no rutinario.

📖 Al terminar seré capaz de...

- ✓ Reconocer situaciones de proporcionalidad directa.
- ✓ Representar razones y proporciones.
- ✓ Resolver problemas de recetas, escalas y porcentajes.
- ✓ Distinguir situaciones proporcionales de las que no lo son.

📝 ¿Cómo me evaluarán?

Con la rúbrica del producto final (Anexo 6), la lista de cotejo (Anexo 5) y una reflexión personal (Anexo 7).
¡Revisadlas antes de empezar!

Dossier de fuentes y materiales base

SdA 6 · Rebajas, recetas y escalas

ALUMNADO

Receta de bizcocho, banco de situaciones, tabla de proporcionalidad, plano a escala 1:200, herramientas, carteles de rebajas, barra de porcentajes, errores frecuentes y el caso de la merienda. Datos y situaciones ficticios creados para el aula.

F1 Receta del bizcocho de la Semana Cultural

DATOS

Ingrediente	Cantidad para 6 personas
Harina	240 g
Azúcar	180 g
Huevos	3
Leche	150 mL
Aceite	90 mL
Horneado	35 minutos a 180 °C (un molde)

Fuente: Receta adaptada y datos ficticios, creados para el aula.

¿Cuánto hace falta de cada ingrediente para una sola persona? ¿Puede escalarse también el tiempo de horneado?

F2 Banco de situaciones: ¿proporcional o no?

DATOS

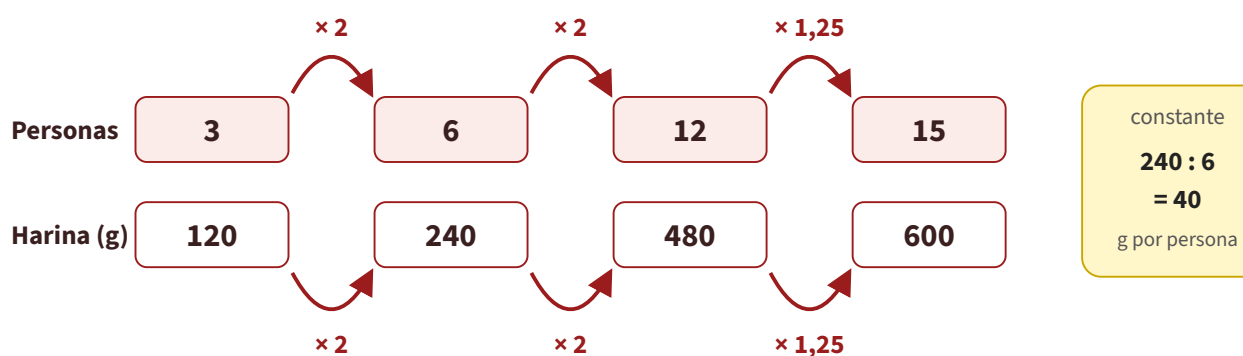
Nº	Situación	Primer dato	Segundo dato
S1	Manzanas: kilos y precio	2 kg → 3,00 €	5 kg → 7,50 €
S2	Aparcamiento: horas y precio	1 h → 2,00 €	3 h → 3,00 €
S3	Cuadrado: lado y perímetro	2 cm → 8 cm	5 cm → 20 cm
S4	Cuadrado: lado y área	2 cm → 4 cm ²	4 cm → 16 cm ²
S5	Camisetas al sol: número y tiempo de secado	1 camiseta → 2 h	4 camisetas → 2 h
S6	Bizcocho: personas y harina	6 personas → 240 g	10 personas → 400 g
S7	Taxi: kilómetros y precio	2 km → 5,50 €	4 km → 8,50 €
S8	Plano a escala 1:200: cm del plano y metros reales	3 cm → 6 m	5 cm → 10 m
S9	Edad y altura de una persona	6 años → 115 cm	12 años → 150 cm
S10	Rebaja del 30 %: precio antes y precio después	20 € → 14 €	50 € → 35 €

Fuente: Situaciones y datos ficticios, creados para el aula.

En una situación proporcional, el cociente entre las dos cantidades es siempre el mismo.

F3 Tabla de proporcionalidad y constante

ESQUEMA



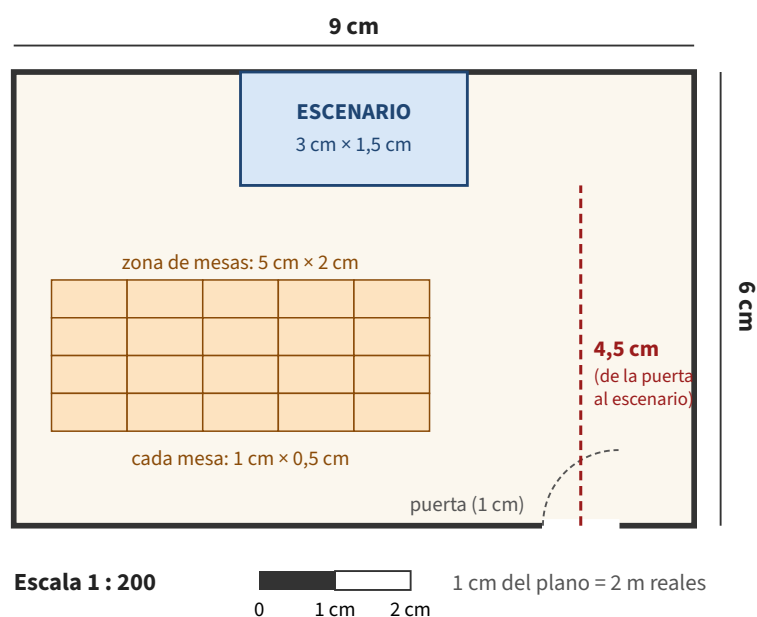
Si una cantidad se multiplica por un número, la otra se multiplica por el mismo número.

Fuente: Esquema de elaboración propia con datos de F1.

- 🔍 Las flechas muestran por cuánto se multiplica cada columna. El cociente harina : personas es siempre 40: es la constante de proporcionalidad.

F4 Plano de la sala de actos (escala 1:200)

ESQUEMA



Fuente: Plano ficticio de elaboración propia. Está dibujado en cm del plano (1 cm del plano = 2 m reales).

- 🔍 Todas las medidas rotuladas están en centímetros del plano. Si se imprime al 100 %, puedes comprobarlas con una regla.

F5 Herramientas de proporcionalidad

TEXTO

Razón. Es el cociente entre dos cantidades: harina : personas = $240 : 6 = 40$.

Proporcionalidad directa. Dos magnitudes son directamente proporcionales si al multiplicar una por un número, la otra se multiplica por el mismo número. Todas las razones son iguales (constante de proporcionalidad).

Reducción a la unidad. 6 personas → 240 g; 1 persona → $240 : 6 = 40$ g; 10 personas → $40 \cdot 10 = 400$ g.

Regla de tres directa. $\frac{6}{10} = \frac{240}{x}$, luego $x = \frac{240 \cdot 10}{6} = 400$ g.

Escala 1 : 200. 1 cm del plano son 200 cm reales (2 m). Plano → realidad: se multiplica por 200. Realidad → plano: se divide entre 200. Las longitudes escalan con la escala; las áreas, no.

Porcentaje. Un 25 % de una cantidad es $\frac{25}{100}$ de ella: 25 % de 80 = $80 \cdot 0,25 = 20$. Rebajar un 25 % es pagar el 75 %: precio final = precio · 0,75. Subir un 20 % es multiplicar por 1,20.

Fuente: Elaboración propia.

🔍 Antes de usar cualquier herramienta, comprueba que la situación sea proporcional.

F6 Carteles de rebajas

ESQUEMA

○ **Guirnalda de papel**

precio antes

12 €**-25 %**○ **Pack de globos**

precio antes

8 €**-30 %**○ **Mantel de papel**

precio antes

15 €**-10 %**○ **Focos LED**

precio antes

40 €**-15 %**○ **Altavoz portátil**

precio antes

60 €**-50 %****Todas las ofertas**

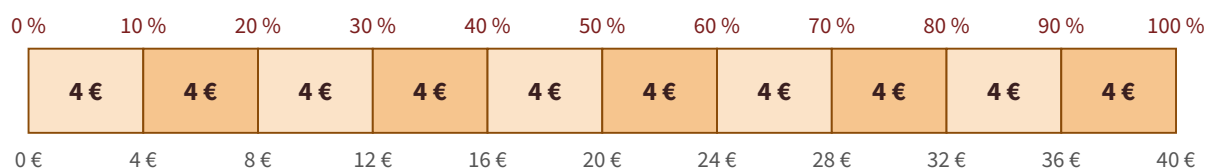
son sobre el precio
indicado como «antes»

Fuente: Carteles y precios ficticios, creados para el aula.

🔍 ¿Cuánto se descuenta en cada artículo? ¿Cuánto hay que pagar finalmente?

F7 Porcentajes con una barra

ESQUEMA

Un precio de 40 € dividido en 10 trozos del 10 % (4 € cada uno)

10 % de 40 € = 4 €

25 % de 40 € = 10 €

50 % de 40 € = 20 €

75 % de 40 € = 30 €

25 % es la cuarta parte; 50 %, la mitad; 75 %, tres cuartas partes

Fuente: Esquema de elaboración propia.

🔍 Para calcular 15 % de 40 €: 10 % son 4 € y 5 % son 2 €, luego 15 % son 6 €.

F8 Errores de proporcionalidad para analizar

DATOS

Quién	Afirmación	Pista para revisarla
Alba	«Si el bizcocho de 6 personas tarda 35 minutos, el de 12 personas tarda 70.»	Pregunta al horno: ¿se duplica el tiempo si se duplica la masa en dos moldes?
Bruno	«En un plano 1:200, 3 cm son $3 \cdot 200 = 600$ m.»	¿En qué unidad queda el 600?
Carla	«Una rebaja del 25 % en un artículo de 12 € es $12 - 25 = -13$ €.»	¿El 25 % es una cantidad en euros o una parte del precio?
Dani	«Un 20 % de rebaja y otro 10 % de rebaja son un 30 % de rebaja.»	Prueba con 50 €.
Elena	«El área de la sala en el plano es 54 cm^2 , así que en la realidad son $54 \cdot 200 \text{ cm}^2$.»	¿Escalan igual las longitudes y las áreas?

Fuente: Ejemplos ficticios elaborados para el aula.

F9 El caso de la merienda de la Semana Cultural**ESTUDIO DE CASO**

Caso A. La receta. Se quiere hacer el bizcocho de F1 para 15 personas.

Caso B. La sala. La zona de mesas del plano F4 mide $5\text{ m} \times 2\text{ m}$ en el plano. Se colocan mesas de $2\text{ m} \times 1\text{ m}$, sin dejar huecos.

Caso C. La decoración. Se compran con las rebajas de F6: 4 guirnaldas de papel, 6 packs de globos y 2 focos LED.

El mini dossier debe resolver los tres casos, indicar en cada uno la constante o la razón que se ha usado y justificar si la situación es proporcional.

Fuente: Situación ficticia creada para el aula.

 Los tres casos tienen algo en común: ¿qué número hace de «constante» en cada uno?

ANEXO
3

Fichas de actividades del alumnado

SdA 6 · Rebajas, recetas y escalas

ALUMNADO

FICHA 1

¿Es proporcional?

Sesión 1

Nombre:

Curso/grupo:

Fecha:

Lee F1, F2 y F5. Una situación es proporcional si el cociente entre las dos cantidades es siempre el mismo.

1 Diagnóstico inicial. Marca la respuesta correcta.

Si 3 cuadernos cuestan 6 €, 6 cuadernos cuestan...

- ☐ 9 €
- ☐ 12 €
- ☐ 18 €

El 50 % de 80 es...

- ☐ 40
- ☐ 50
- ☐ 8

En un plano a escala 1:100, 1 cm del plano son en la realidad...

- ☐ 1 m
- ☐ 10 cm
- ☐ 100 m

El 20 % de 50 es...

- ☐ 10
- ☐ 20
- ☐ 5

2 Clasifica las situaciones de F2. Calcula las dos razones (segundo dato : primer dato) y decide si son proporcionales.

Situación	Razón 1	Razón 2	¿Proporcional?
S1			
S2			
S3			
S4			
S5			
S6			
S7			
S8			
S9			
S10			

3 Elige una situación proporcional y otra no proporcional de F2 y explica con números cómo lo sabes.

4 Inventa una situación cotidiana proporcional y otra que no lo sea.

FICHA 2 Razones, tablas y constante

Sesión 2

Usa F1, F3 y F5. La constante de proporcionalidad es el cociente que se repite.

1 Completa la tabla de proporcionalidad de la harina (F1 y F3) y calcula la razón en cada columna.

Personas	Harina (g)	Razón harina : personas
6	240	
3		
12		
10		
15		

2 Calcula la cantidad de cada ingrediente para una sola persona (constante de proporcionalidad).

Ingrediente	Para 6 personas	Por persona
Harina	240 g	
Azúcar	180 g	
Huevos	3	
Leche	150 mL	
Aceite	90 mL	

3 Calcula las razones en cada caso y decide si hay proporcionalidad.

Caso	Datos	Razones	¿Proporcional?
Manzanas (S1)	2 kg → 3 €; 5 kg → 7,50 €		
Aparcamiento (S2)	1 h → 2 €; 3 h → 3 €		
Perímetro del cuadrado (S3)	2 cm → 8 cm; 5 cm → 20 cm		
Área del cuadrado (S4)	2 cm → 4 cm ² ; 4 cm → 16 cm ²		

- 4 ¿Cuántos huevos y cuántos mL de leche hacen falta para 10 personas? Resuélvelo por reducción a la unidad y por regla de tres.

FICHA 3 Escalamos la receta

Sesión 3

Usa la constante por persona de la ficha 2. Piensa en cada resultado: ¿tiene sentido en la cocina?

- 1 Escala la receta de F1.

Ingrediente	6 personas	10 personas	15 personas
Harina	240 g		
Azúcar	180 g		
Huevos	3		
Leche	150 mL		
Aceite	90 mL		

- 2 Para 15 personas salen 7,5 huevos. ¿Qué harías en la cocina? ¿Cuántos huevos comprarías? Justifícalo.

- 3 El bizcocho de 6 personas tarda 35 minutos en el horno (F1). Si se hace uno de 12 personas en dos moldes a la vez, ¿cuánto tarda? ¿Es proporcional el tiempo al número de personas? Razónalo (revisa a Alba, F8).

- 4 Una compañera tiene 600 g de harina. ¿Para cuántas personas llega la receta? ¿Cuánto azúcar necesita? Y si tuviera 500 g, ¿para cuántas personas completas llegaría?

FICHA 4 Planos y escalas

Sesión 4

Usa F4 y F5. En la escala 1:200, 1 cm del plano son 200 cm = 2 m reales.

- 1 Convierte medidas del plano a medidas reales (escala 1:200).

En el plano	Cálculo	En la realidad
1 cm		
3 cm		
9 cm		
6 cm		
0,5 cm		

- 2 Calcula las medidas reales de los elementos del plano F4.

Elemento	Medidas en el plano	Medidas reales
Sala	9 cm × 6 cm	
Escenario	3 cm × 1,5 cm	
Mesa	1 cm × 0,5 cm	
De la puerta al escenario	4,5 cm	

- 3 Calcula el área real de la sala (en m²) y el área del plano (en cm²). ¿Es el área real igual a 200 veces el área del plano? Explica por qué (revisa a Elena, F8).

- 4 Quieres dibujar a escala 1:100 un pasillo de 1,5 m de ancho y 8 m de largo. ¿Qué medidas tiene el dibujo? Dibújalo.

FICHA 5 Porcentajes, rebajas y subidas

Sesión 5

Usa F6 y F7. Rebajar un 25 % es pagar el 75 %: $\text{precio final} = \text{precio} \cdot 0,75$.

- 1 Calcula mentalmente con la barra de F7 los porcentajes de 40 €.

Porcentaje de 40 €	Cálculo	Cantidad
10 %		
50 %		
25 %		
5 %		
15 %		

- 2 Rebajas (F6). Calcula el descuento y el precio final de cada artículo.

Artículo	Precio antes	Rebaja	Descuento (€)	Precio final
Guirnalda	12 €	25 %		
Pack de globos	8 €	30 %		
Mantel	15 €	10 %		
Focos LED	40 €	15 %		
Altavoz	60 €	50 %		

- 3 Subidas. Las cartulinas cuestan 5 € y suben un 20 %; la harina cuesta 1,20 € el kilo y sube un 10 %. ¿Cuánto cuestan ahora? Comprueba multiplicando por 1,20 y por 1,10.

- 4 Una tienda anuncia «20 % de rebaja y otro 10 % extra» en un artículo de 50 €. ¿Cuánto hay que pagar? ¿Equivale a un 30 % de rebaja? Compruébalo (revisa a Dani, F8).

FICHA 6 Dossier de tres casos conectados

Sesión 6

Trabajad en equipo con F9. Repartid los roles: cocinero (caso A), arquitecto (caso B), comprador (caso C) y portavoz.

- 1 Caso A. Escribe la receta del bizcocho para 15 personas (F1) con la constante por persona de cada ingrediente.

Ingrediente	Por persona	Para 15 personas	Comentario
Harina			
Azúcar			
Huevos			
Leche			
Aceite			

- 2 Caso B. En el plano la zona de mesas mide 5 cm × 2 cm. ¿Cuántos metros mide en la realidad? ¿Cuántas mesas de 2 m × 1 m caben sin dejar huecos? Dibuja la disposición.

- 3 Caso C. Calcula el coste de la decoración con las rebajas de F6 y sin ellas, y el ahorro.

Artículo	Unidades	Total sin rebaja	Precio con rebaja	Total con rebaja
Guirnalda	4			
Pack de globos	6			
Foco LED	2			
TOTAL				

- 4 **Conexión:** ¿cuál es la constante o la razón de cada caso? ¿Alguno de los tres casos NO es proporcional (por ejemplo, el tiempo de horneado)? Justifícalo.

FICHA 7 Defensa y problema individual

Sesión 7

Prepara la defensa del dossier y resuelve los problemas individuales sin ayuda del equipo.

- 1 **Preparación de la defensa: comprueba que el dossier cumple lo siguiente.**

- ☐ Cada caso indica los datos, la herramienta usada y el resultado con unidades
- ☐ Se explica la constante o la razón de cada caso
- ☐ Hay una comprobación (estimación, otro método o contexto)
- ☐ Se indica qué magnitudes no son proporcionales y por qué

- 2 **Individual (1).** Quieres dibujar la planta de una sala de 12 m × 9 m en una hoja A4 (29,7 cm × 21 cm) dejando 2 cm de margen por cada lado. ¿Cuál es la escala más detallada entre 1:20, 1:50, 1:100 y 1:200 en la que cabe?

Escala	Ancho del plano	Alto del plano	¿Cabe en 25,7 × 17 cm?
1:20			
1:50			
1:100			
1:200			

- 3 **Individual (2).** Una tienda ofrece 15 € de descuento fijo o un 20 % de descuento, a elegir. Completa la tabla y averigua a partir de qué precio conviene el 20 %.

Precio	Descuento fijo (€)	20 % (€)	Conviene...
60 €			
75 €			
100 €			

- 4 **Explica con un ejemplo de cada caso qué tienen en común una receta para más personas, un plano y una rebaja.**

SdA 6 · Rebajas, recetas y escalas

Nombre:

Curso/grupo:

Fecha:

Mini dossier de proporcionalidad cotidiana: tres casos conectados de la merienda de la Semana Cultural.

Título y equipo

Caso A: la receta

Tabla de proporcionalidad y constante por persona.

Caso B: el plano

Escala, medidas reales y mesas.

Caso C: las rebajas

Descuentos, precios finales y ahorro.

¿Proporcional o no?

Una situación proporcional y otra no, con razones.

Conexión entre los tres casos

Constante o razón de cada caso.

Comprobación

Estimación o segundo método y firma del equipo revisor.

Conclusión y justificación

Qué hemos decidido y por qué.

Lista de cotejo para el proceso y la entrega

SdA 6 · Rebajas, recetas y escalas

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Antes de entregar **Mini dossier de proporcionalidad cotidiana**, comprueba cada punto y marca la casilla. Si alguno falla, todavía estás a tiempo de mejorarlo.

Contenido del producto

- ☐ Cada caso indica los datos de partida con sus unidades.
- ☐ Se identifica qué magnitudes son proporcionales y se calcula alguna razón o constante.
- ☐ La receta escalada mantiene las razones y se razona el caso de los huevos enteros.
- ☐ Las conversiones de escala son correctas (plano a realidad y realidad a plano).
- ☐ Los porcentajes se aplican correctamente (descuento, precio final y ahorro).
- ☐ Se explica por qué hay una situación no proporcional (tiempo, área, tarifa...).
- ☐ Hay una comprobación (estimación o segundo método) en cada caso.
- ☐ Los tres casos se conectan con la idea de constante de proporcionalidad.
- ☐ Los resultados están redactados con unidades y lenguaje matemático (razón, escala, porcentaje).
- ☐ Se han revisado los cálculos de otro equipo.

Calidad y rigor

- ☐ He utilizado vocabulario específico de la materia y lo he explicado cuando era necesario.
- ☐ He apoyado mis afirmaciones con evidencias (datos, citas, mapas o ejemplos concretos).
- ☐ He citado o identificado todas las fuentes utilizadas.
- ☐ He revisado la ortografía, la presentación y el orden del producto.
- ☐ He incorporado las mejoras propuestas en la coevaluación o por el docente.

Lo que más me ha costado

Firma del equipo / fecha de entrega

Rúbrica imprimible

SdA 6 · Rebajas, recetas y escalas

ALUMNADO · DOCENTE

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Rúbrica para valorar **Mini dossier de proporcionalidad cotidiana**. Marca el nivel alcanzado en cada indicador.

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial	Nivel
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.	
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.	
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.	
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.	
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.	

Observaciones del docente

Valoración global

Autoevaluación y coevaluación

SdA 6 · Rebajas, recetas y escalas

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Parte 1 · Autoevaluación

Afirmación	Aún no	Con ayuda	Bien	Muy bien
Sé decidir si una situación es proporcional calculando sus razones.	☐	☐	☐	☐
Sé resolver problemas de recetas, escalas y porcentajes y comprobar si el resultado tiene sentido.	☐	☐	☐	☐
He cumplido mi rol y mis tareas dentro del equipo.	☐	☐	☐	☐
He escuchado y tenido en cuenta las ideas de los demás.	☐	☐	☐	☐
He usado fuentes y evidencias para justificar mis ideas.	☐	☐	☐	☐
He revisado y mejorado mi trabajo a partir de la retroalimentación.	☐	☐	☐	☐

Dos aprendizajes que he logrado

Una dificultad que he tenido

Una mejora que haré la próxima vez

Parte 2 · Coevaluación de otro equipo**Equipo evaluado:** _____**Fortaleza 1**

Fortaleza 2

Propuesta de mejora

Material de apoyo y refuerzo

SdA 6 · Rebajas, recetas y escalas

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Tablas con una columna iniciada y porcentajes del 10 %, 25 % y 50 %.

⊗ Ejemplo modelado: tabla de proporcionalidad

Receta de tortitas para 2 personas: 100 g de harina. **1.** Busco la razón: $100 : 2 = 50$ g por persona. **2.** Para 4 personas: $4 \cdot 50 = 200$ g (el doble de personas, el doble de harina). **3.** Para 6 personas: $6 \cdot 50 = 300$ g. **Porcentajes:** 50 % es la mitad, 25 % es la mitad de la mitad y 10 % es dividir entre 10. Ejemplo con 80 €: 50 % = 40 €; 25 % = 20 €; 10 % = 8 €.

⊗ Glosario y símbolos

Razón: cociente entre dos cantidades. **Proporcional:** todas las razones son iguales. **Constante de proporcionalidad:** ese cociente que se repite. **Escala 1:200:** 1 cm del plano son 200 cm reales. **Porcentaje (%):** tantas partes de cada 100. $50\% = \frac{1}{2}$, $25\% = \frac{1}{4}$, $10\% = \frac{1}{10}$.

1 Completa la tabla de la receta de tortitas (ya está iniciada la primera columna).

Personas	Harina (g)	Huevos	Leche (mL)
2	100	2	200
4			
6			
10			

2 Completa los porcentajes de 80 €.

Porcentaje	Cómo lo calculo	Cantidad
10 %	$80 : 10$	
50 %		
25 %		
75 %		

3 Una camiseta cuesta 20 € y tiene una rebaja del 25 %. ¿Cuánto se descuenta? ¿Cuánto hay que pagar?

4 En un plano a escala 1:100, 1 cm son 1 m reales. ¿Cuántos metros reales son 3 cm, 7 cm y 12 cm del plano?

Actividad de ampliación

SdA 6 · Rebajas, recetas y escalas

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

 Escala y porcentaje en un mismo problema: el alquiler de la sala

El ayuntamiento alquila la sala de actos del plano F4 (escala 1:200, dimensiones 9 cm × 6 cm en el plano) a 4 € por metro cuadrado y por día. Los centros educativos tienen un 25 % de descuento. Combina escala y porcentaje y compara dos estrategias de cálculo.

 Pasos

- 1 A partir del plano, calcula las dimensiones reales de la sala y su área en m².
- 2 Calcula el precio de alquiler sin descuento y con el 25 % de descuento por la estrategia A: calcular el descuento y restarlo.
- 3 Calcula el mismo precio por la estrategia B: multiplicar directamente por 0,75 (o calcular tres cuartas partes).
- 4 Compara las dos estrategias: ¿cuál es más rápida? ¿Cuál permite comprobar mejor el resultado?
- 5 Si el plano se dibujara a escala 1:100, ¿qué medidas y qué área tendría el plano? ¿Cuántas veces mayor es el área del plano a 1:100 que a 1:200? Explica por qué no coincide con la razón entre las escalas.

1 Resume tus cálculos.

Magnitud	Cálculo	Resultado
Dimensiones reales		
Área real		
Precio sin descuento		
Descuento del 25 %		
Precio final (estrategia A)		
Precio final (estrategia B)		

 Entrega

Una hoja con la tabla, la comparación de las dos estrategias y la explicación de por qué las longitudes y las áreas no escalan igual.

 Ficha 1

1. Diagnóstico: 12 € (6 cuadernos = el doble); 40 (mitad de 80); 1 m (100 cm); 10 ($50 \cdot 0,2$).
2. S1: $3 : 2 = 1,5$ y $7,5 : 5 = 1,5 \rightarrow$ sí. S2: $2 : 1 = 2$ y $3 : 3 = 1 \rightarrow$ no. S3: $8 : 2 = 4$ y $20 : 5 = 4 \rightarrow$ sí. S4: $4 : 2 = 2$ y $16 : 4 = 4 \rightarrow$ no. S5: $2 : 1 = 2$ y $2 : 4 = 0,5 \rightarrow$ no. S6: $240 : 6 = 40$ y $400 : 10 = 40 \rightarrow$ sí. S7: $5,5 : 2 = 2,75$ y $8,5 : 4 = 2,125 \rightarrow$ no. S8: $6 : 3 = 2$ y $10 : 5 = 2 \rightarrow$ sí. S9: $115 : 6 \approx 19,2$ y $150 : 12 = 12,5 \rightarrow$ no. S10: $14 : 20 = 0,7$ y $35 : 50 = 0,7 \rightarrow$ sí.
3. Respuesta abierta: por ejemplo, manzanas (S1): razones 1,5 y 1,5; aparcamiento (S2): razones 2 y 1. Se valora que se comparen las razones.
4. Respuesta abierta. Proporcional: precio de n entradas iguales; no proporcional: la altura según la edad, la tarifa con cuota fija o el tiempo de secado de la ropa.

 Ficha 2

1. Harina: 6 personas 240 g; 3 personas $240 : 2 = 120$ g; 12 personas $240 \cdot 2 = 480$ g; 10 personas $40 \cdot 10 = 400$ g; 15 personas $40 \cdot 15 = 600$ g. La razón es 40 g por persona en todas.
2. Por persona: harina $240 : 6 = 40$ g; azúcar $180 : 6 = 30$ g; huevos $3 : 6 = 0,5$; leche $150 : 6 = 25$ mL; aceite $90 : 6 = 15$ mL.
3. Manzanas: 1,5 y 1,5 $\rightarrow$ proporcional. Aparcamiento: 2 y 1 $\rightarrow$ no (hay cuota fija). Perímetro del cuadrado: 4 y 4 $\rightarrow$ proporcional. Área del cuadrado: 2 y 4 $\rightarrow$ no (el área depende del cuadrado del lado).
4. Reducción a la unidad: 1 persona = 0,5 huevos $\rightarrow$ 10 personas = 5 huevos; leche: 25 mL por persona $\rightarrow 25 \cdot 10 = 250$ mL. Regla de tres: $x = \frac{3 \cdot 10}{6} = 5$ huevos; $x = \frac{150 \cdot 10}{6} = 250$ mL.

 Ficha 3

1. 10 personas: harina 400 g; azúcar 300 g; huevos 5; leche 250 mL; aceite 150 mL. 15 personas: harina 600 g; azúcar 450 g; huevos 7,5; leche 375 mL; aceite 225 mL.
2. No se puede usar medio huevo entero con facilidad: se redondea a 8 huevos (se usa uno más, que apenas cambia la receta) o se usan 7 huevos y se ajusta. Lo importante es razonar que el resultado exacto (7,5) no es utilizable tal cual.
3. Tarda 35 minutos (cada molde necesita el mismo tiempo en el horno). No es proporcional: el doble de personas no es el doble de tiempo. Alba comete el error de aplicar proporcionalidad al tiempo.
4. 600 g : 40 g por persona = 15 personas; azúcar: $15 \cdot 30 = 450$ g. Con 500 g: $500 : 40 = 12,5$, es decir, 12 personas completas (sobran 20 g).

 Ficha 4

1. 1 cm $\rightarrow$ 200 cm = 2 m; 3 cm $\rightarrow$ 600 cm = 6 m; 9 cm $\rightarrow$ 1 800 cm = 18 m; 6 cm $\rightarrow$ 1 200 cm = 12 m; 0,5 cm $\rightarrow$ 100 cm = 1 m.
2. Sala: 18 m $\times$ 12 m. Escenario: 6 m $\times$ 3 m. Mesa: 2 m $\times$ 1 m. Puerta-escenario: $4,5 \cdot 2 = 9$ m.
3. Área real: $18 \cdot 12 = 216$ m². Área del plano: $9 \cdot 6 = 54$ cm². $54 \cdot 200 = 10\,800$ cm² = 1,08 m², que no es 216 m². Las longitudes se multiplican por 200, pero las áreas se multiplican por $200^2 = 40\,000$: $54 \cdot 40\,000 = 2\,160\,000$ cm² = 216 m². Elena y Bruno (F8) cometen errores: Bruno olvida que 600 cm son 6 m.
4. 1,5 m = 150 cm $\rightarrow$ 1,5 cm; 8 m = 800 cm $\rightarrow$ 8 cm. El dibujo es un rectángulo de 1,5 cm $\times$ 8 cm.

Ficha 5

1. 10 % de 40 € = 4 €; 50 % = 20 €; 25 % = 10 €; 5 % = 2 €; 15 % = 4 + 2 = 6 €.
2. Guirnalda: $12 \cdot 0,25 = 3 \text{ €} \rightarrow 9 \text{ €}$. Globos: $8 \cdot 0,30 = 2,40 \text{ €} \rightarrow 5,60 \text{ €}$. Mantel: $15 \cdot 0,10 = 1,50 \text{ €} \rightarrow 13,50 \text{ €}$. Focos: $40 \cdot 0,15 = 6 \text{ €} \rightarrow 34 \text{ €}$. Altavoz: $60 \cdot 0,50 = 30 \text{ €} \rightarrow 30 \text{ €}$.
3. Cartulinas: $5 \cdot 0,20 = 1 \text{ €} \rightarrow 6,00 \text{ €}$ ($5 \cdot 1,20 = 6$). Harina: $1,20 \cdot 0,10 = 0,12 \text{ €} \rightarrow 1,32 \text{ €}$ ($1,20 \cdot 1,10 = 1,32$).
4. $50 \cdot 0,80 = 40 \text{ €}$ y luego $40 \cdot 0,90 = 36 \text{ €}$. Con un 30 % de rebaja serían $50 \cdot 0,70 = 35 \text{ €}$: no son equivalentes, porque el 10 % se calcula sobre el precio ya rebajado (Dani se equivoca).

Ficha 6

1. Caso A: por persona harina 40 g, azúcar 30 g, huevos 0,5, leche 25 mL, aceite 15 mL. Para 15 personas: 600 g, 450 g, 7,5 huevos (8), 375 mL, 225 mL.
2. Caso B: $5 \cdot 2 = 10 \text{ m}$ y $2 \cdot 2 = 4 \text{ m}$, es decir, $10 \text{ m} \times 4 \text{ m} = 40 \text{ m}^2$. Caben $(10 : 2) \cdot (4 : 1) = 5 \cdot 4 = 20$ mesas (5 a lo largo y 4 filas).
3. Caso C: guirnalda $4 \cdot 12 = 48 \text{ €}$ sin rebaja y $4 \cdot 9 = 36 \text{ €}$ con rebaja; globos $6 \cdot 8 = 48 \text{ €}$ y $6 \cdot 5,60 = 33,60 \text{ €}$; focos $2 \cdot 40 = 80 \text{ €}$ y $2 \cdot 34 = 68 \text{ €}$. Total sin rebaja: $48 + 48 + 80 = 176 \text{ €}$. Total con rebaja: $36 + 33,60 + 68 = 137,60 \text{ €}$. Ahorro: $176 - 137,60 = 38,40 \text{ €}$, que es aproximadamente un 21,8 % del total ($38,40 : 176 \approx 0,218$).
4. Constantes: A, 40 g de harina por persona (y 30 g de azúcar, etc.); B, 1 cm del plano son 2 m reales (razón 200); C, el precio final es el precio por 0,75, 0,70, 0,85... según el cartel. No es proporcional el tiempo de horneado (35 minutos para 6 o para 12 personas en dos moldes).

Ficha 7

1. Defensa: se valora que el dossier tenga los tres casos con datos, método, resultado, comprobación y justificación de lo que no es proporcional.
2. Escalas para $12 \text{ m} \times 9 \text{ m}$: 1:20 $\rightarrow 60 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}$ (no cabe); 1:50 $\rightarrow 24 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}$ (el ancho cabe, pero $18 \text{ cm} > 17 \text{ cm}$: no cabe); 1:100 $\rightarrow 12 \text{ cm} \times 9 \text{ cm}$ (cabe); 1:200 $\rightarrow 6 \text{ cm} \times 4,5 \text{ cm}$ (cabe). Zona útil: $29,7 - 4 = 25,7 \text{ cm}$ y $21 - 4 = 17 \text{ cm}$. La escala más detallada que cabe es 1:100.
3. Precio 60 €: fijo 15 €; 20 % = 12 € $\rightarrow$ conviene el descuento fijo. 75 €: fijo 15 €; 20 % = 15 € $\rightarrow$ igual. 100 €: fijo 15 €; 20 % = 20 € $\rightarrow$ conviene el 20 %. Conviene el 20 % a partir de más de 75 € ($0,20 \cdot p = 15 \Rightarrow p = 75$).
4. Respuesta abierta. Se espera que se identifique la proporcionalidad: la receta (más personas, más ingredientes con una constante por persona), el plano (la escala multiplica todas las longitudes por el mismo número) y la rebaja (el precio final es el precio por un factor).

Refuerzo

1. Tortitas: 4 personas 200 g, 4 huevos, 400 mL; 6 personas 300 g, 6 huevos, 600 mL; 10 personas 500 g, 10 huevos, 1 000 mL.
2. 10 % = 8 €; 50 % = 40 €; 25 % = 20 €; 75 % = 60 € (50 % + 25 %).
3. Descuento: 25 % de 20 € = 5 €. Se paga $20 - 5 = 15 \text{ €}$.
4. 3 m, 7 m y 12 m.

Ampliación

1. Sala real: $18 \text{ m} \times 12 \text{ m}$; área: $18 \cdot 12 = 216 \text{ m}^2$.
2. Precio sin descuento: $216 \cdot 4 = 864 \text{ €}$ al día. Estrategia A: descuento 25 % de $864 = 216 \text{ €}$; precio final $864 - 216 = 648 \text{ €}$.
3. Estrategia B: $864 \cdot 0,75 = 648 \text{ €}$ (o $864 : 4 \cdot 3 = 648 \text{ €}$). Las dos coinciden. La B es más rápida; la A permite comprobar el descuento por separado.
4. A escala 1:100: $18 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$, área 216 cm^2 . A 1:200 el área era 54 cm^2 . Es 4 veces mayor, no 2 veces: las longitudes se duplican ($\times 2$) y las áreas se multiplican por $2^2 = 4$.

Errores frecuentes

- Aplicar proporcionalidad a magnitudes que no lo son (tiempo de horneado, tarifa con cuota fija, área, edad y altura).
- Olvidar las unidades al aplicar la escala: 3 cm del plano son $600 \text{ cm} = 6 \text{ m}$, no 600 m.
- Restar el porcentaje como si fuera una cantidad (12 – 25) o sumar dos porcentajes sucesivos.
- Escalar áreas con la misma razón que las longitudes.
- No comprobar si el resultado tiene sentido (7,5 huevos, medio molde, etc.) o dar resultados sin unidades.
- Plantear mal la regla de tres (cruzar las magnitudes) o dividir en el orden contrario.

Criterios para valorar respuestas abiertas

- En las respuestas abiertas se acepta cualquier razonamiento correcto que use razones, tablas o porcentajes y que indique si la situación es proporcional.
- En el dossier se valora más la coherencia de cada caso (datos, método, resultado, comprobación) que la cantidad de cálculos.
- La calculadora puede comprobar resultados, pero las razones, las conversiones de escala y los porcentajes deben aparecer escritos.

07 SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Las letras también calculan



PREGUNTA GUÍA

¿Para qué sirve una letra cuando todavía no sabemos cuánto vale?



CURSO
1.º ESO



SESIONES
7 sesiones · 2.º-3.º trimestre



SENTIDOS PRIORITARIOS
D · Sentido algebraico



COMPETENCIAS ESPECÍFICAS
CE1, CE3, CE4, CE7, CE8



PRODUCTO FINAL
Traductor matemático de situaciones



CRITERIOS DE EVALUACIÓN
1.1, 1.2, 3.1, 4.1, 7.1, 8.1



Contexto, reto y sentido

Las aplicaciones de traducción convierten una frase de un idioma a otro y, si el traductor es bueno, la frase conserva su significado. En esta situación vais a crear un traductor de otro tipo: uno que convierte situaciones cotidianas (la entrada del cine más las palomitas, la edad de un hermano, el alquiler de una bici, el perímetro de un campo) en **expresiones con letras** y en **ecuaciones**, y que también sabe hacer el camino de vuelta, del símbolo a la frase.

El sentido algebraico entra por la necesidad: una letra sirve para hablar de un número que todavía no conocemos o que puede cambiar. Aprenderéis a traducir, a calcular el valor de una expresión, a simplificarla agrupando términos semejantes y a resolver ecuaciones sencillas con la idea de la balanza. Un traductor solo es fiable si se ha probado, así que cada regla de vuestro traductor llevará **ejemplos que funcionan y contraejemplos** que enseñan dónde falla.

🎯 Reto

Construir un traductor matemático con al menos ocho situaciones traducidas a expresión, valor numérico, forma simplificada y ecuación resuelta y comprobada, e incluir ejemplos y contraejemplos que prueben las reglas.

📦 Producto final

Traductor matemático de situaciones.



Vinculación curricular

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS MOVILIZADAS

- CE1** Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas.
- CE3** Formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de forma autónoma.
- CE4** Utilizar el pensamiento computacional: descomponer, reconocer patrones, generalizar y crear algoritmos.
- CE7** Representar conceptos, procedimientos, información y resultados de distintas formas.
- CE8** Comunicar conceptos, procedimientos y argumentos con lenguaje matemático apropiado.

Criterios de evaluación seleccionados · síntesis operativa

- 1.1** Interpretar problemas matemáticos organizando los datos, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.
- 1.2** Aplicar herramientas y estrategias apropiadas que contribuyan a la resolución de problemas.
- 3.1** Formular y comprobar conjeturas sencillas de forma guiada analizando patrones, propiedades y relaciones.
- 4.1** Reconocer patrones, organizar datos y descomponer un problema en partes más simples facilitando su interpretación computacional.
- 7.1** Representar conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos de modos distintos y con diferentes herramientas, incluidas las digitales.
- 8.1** Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, oralmente y por escrito, al explicar y justificar razonamientos, procedimientos y conclusiones.

Saberes básicos prioritarios

D

Sentido algebraico

- Lenguaje algebraico: la letra como variable (número que cambia) y como incógnita (número que se busca); traducción de enunciados a expresiones y de expresiones a enunciados.
- Valor numérico de una expresión algebraica sencilla y construcción de tablas de valores.
- Monomios: coeficiente y parte literal; términos semejantes, suma y resta de monomios semejantes.
- Igualdad como equivalencia: la balanza y las operaciones que mantienen la igualdad (sumar, restar, multiplicar o dividir en los dos miembros).
- Ecuaciones de primer grado sencillas de la forma $ax + b = c$: resolución paso a paso y comprobación por sustitución.
- Planteamiento de problemas con una incógnita y distinción entre solución de la ecuación y respuesta al problema.

F

Sentido socioafectivo

- Valoración del error como fuente de aprendizaje y de la comprobación como hábito.
- Trabajo en equipo con roles y revisión cruzada de las producciones.



Objetivos didácticos

- ✓ Traducir enunciados sencillos a expresiones algebraicas.
- ✓ Interpretar el significado de una variable.
- ✓ Simplificar expresiones con términos semejantes.
- ✓ Resolver ecuaciones sencillas y comprobar la solución.



Metodología y papel docente

Aprendizaje basado en retos

El reto organiza la secuencia y obliga a movilizar varios procedimientos, no solo a reproducir un algoritmo.

Resolución de problemas

Se explicitan comprensión, planificación, ejecución, comprobación y comunicación de la solución.

Representaciones múltiples

Se conectan expresiones, tablas, gráficas, diagramas, materiales y lenguaje verbal según la naturaleza del contenido.

Tecnología con propósito

Las herramientas digitales se utilizan para explorar, representar, comprobar o automatizar; no sustituyen la argumentación.

Papel docente

Presenta el reto, modela estrategias, plantea preguntas, detecta errores, gradúa ayudas y exige justificación matemática.



Secuencia de sesiones y actividades

- ① Cada sesión genera una **evidencia** que se recoge en la ficha correspondiente del Anexo 3. Las soluciones están en la guía docente (Anexo 10).

1

SESIÓN 1

Mensajes con huecos: de palabras a símbolos

 **Evidencia:** Ficha 1: tabla de frases y expresiones, y corrección de una traducción errónea («5 menos que un número»).

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 1

2

SESIÓN 2

Variable, expresión y valor numérico

 **Evidencia:** Ficha 2: tablas de valores numéricos de $3x + 2$, $7n + 4$ y $2h + 3$, y verdadero o falso sobre qué significa una letra.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 2

3

SESIÓN 3

Términos semejantes y simplificación

 **Evidencia:** Ficha 3: simplificación de cinco expresiones comprobada con un valor, y perímetro algebraico de un triángulo.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 3

4

SESIÓN 4

Igualdad y balanza: significado de ecuación

 **Evidencia:** Ficha 4: tres balanzas traducidas a ecuaciones, completar «quito lo mismo en los dos platillos» y comprobar soluciones propuestas.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 4

5

SESIÓN 5

Resolución paso a paso y comprobación

 **Evidencia:** Ficha 5: resolución paso a paso de cinco ecuaciones con comprobación y de tres problemas planteados.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 5

6

SESIÓN 6

Creación del traductor con ejemplos y contraejemplos

 **Evidencia:** Ficha 6: ejemplos y contraejemplos de cuatro igualdades y borrador de tres entradas del traductor, con revisión cruzada.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 6

7

SESIÓN 7

Reto individual y revisión de errores

 **Evidencia:** Ficha 7: reto individual (problema de camisetas), simplificación y revisión de tres resoluciones ajenas.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 7

**Recursos, interdisciplinariedad y transversalidad** **Recursos**

Tarjetas de lenguaje algebraico

balanza dibujada/manipulativa

fichas de ecuaciones

 Interdisciplinariedad y transversalidad

Según el contexto, la situación puede conectarse con Tecnología y Digitalización, Física y Química, Biología y Geología, Economía, Geografía, Educación Física o competencia digital. Se promueven consumo responsable, sostenibilidad, lectura crítica de datos, igualdad, cooperación y comunicación rigurosa cuando son pertinentes al reto.



DUA y atención a la diversidad

Implicación

Metas visibles, elección entre contextos equivalentes, retos graduados, trabajo cooperativo con roles y retroalimentación frecuente.

Representación

Enunciados segmentados, ejemplos modelados, recta numérica, tablas, diagramas, representaciones gráficas, material manipulativo y herramientas digitales cuando aporten valor.

Acción y expresión

Posibilidad de expresar el razonamiento con cálculos, esquema, explicación oral, tabla, gráfica o breve informe, manteniendo la exigencia del criterio evaluado.

Refuerzo Anexo 8

Frases cortas, tabla palabra-símbolo y ecuaciones con coeficiente 1.

Ampliación Anexo 9

Crear un problema cuya ecuación tenga solución entera negativa o fraccionaria y justificarlo.



Evaluación

Evaluación continua y formativa: diagnóstico breve al inicio, evidencias de cada sesión, revisión de borradores o estrategias y valoración final del producto junto con una evidencia individual. La ponderación debe adaptarse a la normativa autonómica y a los acuerdos del departamento.

FASE 1 Inicial

Diagnóstico breve de conocimientos previos en la primera ficha del Anexo 3 y lectura del reto (Anexo 1).



FASE 2 Formativa

Evidencias de cada sesión, revisión de estrategias y errores, y retroalimentación con la lista de cotejo (Anexo 5).



FASE 3 Final

Valoración del producto con la rúbrica (Anexo 6), evidencia individual y reflexión del Anexo 7.

Criterios, evidencias e instrumentos

Criterio	Evidencia principal	Instrumento
1.1	Identificación en cada tarjeta de situación (F3) de la cantidad desconocida, los datos y la pregunta, y elección de la letra adecuada.	Fichas 1 y 2 / lista de cotejo
1.2	Elección y aplicación de estrategias: traducción, tabla de valores, simplificación, balanza, operaciones inversas y tanteo para resolver ecuaciones.	Fichas 3, 4 y 5 / escala de valoración
3.1	Formulación y puesta a prueba de conjeturas sobre igualdades como $x + x = x \cdot x$ o $2x + 3 = 5x$ mediante ejemplos y contraejemplos.	Ficha 6 (tarea de contraejemplos) / rúbrica
4.1	Descomposición de un problema en pasos (traducir, simplificar, plantear, resolver, comprobar) y reconocimiento del patrón de la máquina de valores.	Fichas 2, 5 y 7 / rúbrica
7.1	Representación de una misma situación con palabras, expresión, tabla de valores, esquema de balanza y ecuación.	Traductor matemático (Anexo 4) / rúbrica

Criterio	Evidencia principal	Instrumento
8.1	Explicación oral y escrita de cada traducción y de cada paso de resolución con lenguaje algebraico correcto (término, igualdad, solución).	Presentación del traductor y Ficha 7 / rúbrica

☆ Evidencias clave de esta SdA

Traductor, expresiones, ecuaciones comprobadas y explicación oral/escrita.

+ Rúbrica del producto final

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.

🔗 Variantes de aplicación

↖ Versión abreviada

Reducir a 4-5 sesiones, ofrecer datos cerrados y un único producto de una página, manteniendo una evidencia individual.

↗ Versión ampliada

Añadir datos reales del entorno, herramientas digitales, comparación de estrategias y una fase pública de comunicación o investigación.

Ficha de lanzamiento del reto

SdA 7 · Las letras también calculan

ALUMNADO

Vuestro móvil traduce del inglés al español en un segundo, pero ¿puede traducir esta frase: «Cuatro amigos van al cine, cada uno paga la misma entrada y entre todos compran unas palomitas de 4 €; en total gastan 32 €»? Para una máquina, o para vosotros, hace falta un idioma más preciso: el de las letras y los números. Vais a crear el «traductor matemático» de la clase: traduce frases a expresiones, simplifica, resuelve y comprueba. Y tendrá una cláusula de garantía: cada regla llevará pruebas y contraejemplos.

“ *¿Para qué sirve una letra cuando todavía no sabemos cuánto vale?* ”

🎯 Vuestro reto

Construir un traductor matemático con al menos ocho situaciones traducidas a expresión, valor numérico, forma simplificada y ecuación resuelta y comprobada, e incluir ejemplos y contraejemplos que prueben las reglas.

📦 Lo que vais a producir

Traductor matemático de situaciones.

📍 Hoja de ruta · 7 sesiones

- 1 Traducimos frases a símbolos y detectamos traducciones erróneas.
- 2 Calculamos valores numéricos de expresiones con una máquina de valores.
- 3 Simplificamos expresiones agrupando términos semejantes.
- 4 Entendemos la ecuación como una balanza en equilibrio.
- 5 Resolvemos ecuaciones paso a paso y las comprobamos.
- 6 Creamos las entradas del traductor con ejemplos y contraejemplos.
- 7 Resolvemos un reto individual y revisamos errores.

📖 Al terminar seré capaz de...

- ✓ Traducir enunciados sencillos a expresiones algebraicas.
- ✓ Interpretar el significado de una variable.
- ✓ Simplificar expresiones con términos semejantes.
- ✓ Resolver ecuaciones sencillas y comprobar la solución.

📋 ¿Cómo me evaluarán?

Con la rúbrica del producto final (Anexo 6), la lista de cotejo (Anexo 5) y una reflexión personal (Anexo 7). ¡Revisadlas antes de empezar!

Dossier de fuentes y materiales base

SdA 7 · Las letras también calculan

ALUMNADO

Diccionario palabra-símbolo, máquina de valores, tarjetas de situaciones, fichas para agrupar términos, modelo de balanza, resolución paso a paso, igualdades sospechosas y glosario. Todos los datos son ficticios, creados para el aula.

F1 Diccionario palabra-símbolo

DATOS

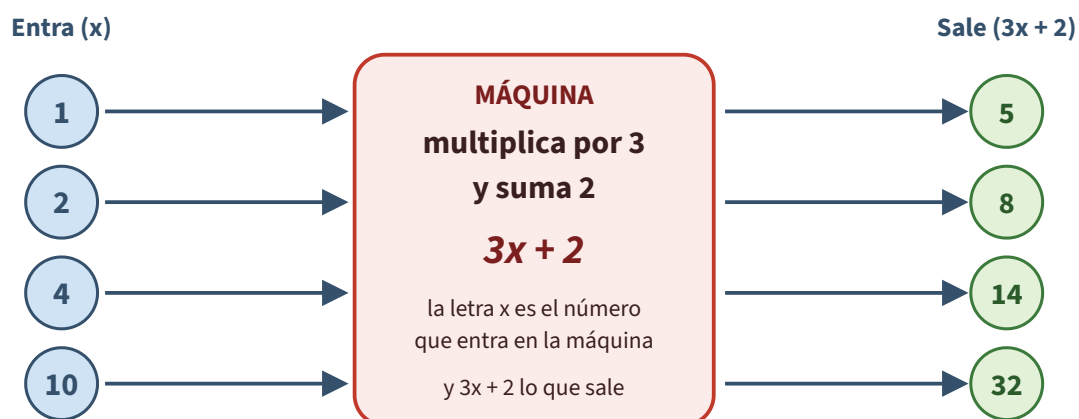
Frase	Expresión
Un número cualquiera	x
Un número más 5 (aumentado en 5)	$x + 5$
Un número menos 3 (disminuido en 3)	$x - 3$
3 menos que un número	$x - 3$
El doble de un número	$2x$
El triple de un número	$3x$
La mitad de un número	$\frac{x}{2}$
El siguiente de un número	$x + 1$
El doble de un número, más 1	$2x + 1$
El doble del siguiente de un número	$2(x + 1)$

Fuente: Elaboración propia. La letra x representa «un número» (puede ser cualquier otra letra).

- ⚠ Cuidado con el orden: «3 menos que un número» es $x - 3$, pero «3 menos un número» es $3 - x$. El producto $2 \cdot x$ se escribe $2x$ (sin el punto).

F2 La máquina de valores

ESQUEMA



Fuente: Esquema de elaboración propia.

- Q Una expresión es una «receta» que funciona para cualquier número. Su **valor numérico** es el resultado cuando sustituimos la letra por un número concreto.

F3 Tarjetas de situaciones

DATOS

Tarjeta	Situación	Letra y expresión
A • Cine	Cada entrada cuesta 7 € y el grupo compra unas palomitas de 4 € para compartir.	n = número de entradas. Coste total: $7n + 4$ (€)
B • Edades	Lucía tiene x años; su hermano Pablo tiene 3 años más y su madre tiene el triple de edad que Lucía.	Pablo: $x + 3$. Madre: $3x$
C • Bicis	Para alquilar una bici hay que pagar 3 € por desbloquearla y 2 € por cada hora de uso.	h = horas. Coste total: $2h + 3$ (€)
D • Campo de juego	Un campo rectangular mide x metros de ancho y 4 metros más de largo que de ancho.	Largo: $x + 4$. Perímetro: $x + (x + 4) + x + (x + 4) = 4x + 8$ (m)

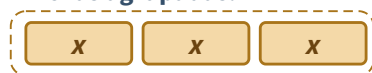
Fuente: Situaciones ficticias creadas para el aula (precios inventados).

- Q En cada tarjeta se elige primero qué representa la letra y en qué unidad se mide.

F4 Términos semejantes con fichasExpresión de partida: $2x + 3 + x + 4$ 

↓ agrupamos fichas del mismo tipo

Fichas agrupadas:

3 fichas $x \rightarrow 3x$ 7 fichas $1 \rightarrow 7$

$$= 3x + 7$$

Solo se suman los «tipos» iguales.

Los **términos semejantes** tienen la misma parte literal ($3x$ y x son semejantes; $3x$ y 5 no). Se suman o restan los coeficientes y la letra se queda igual: $5x - 2x = 3x$.

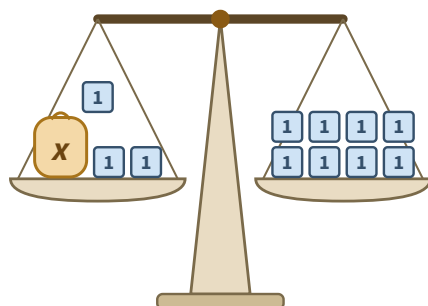
Un **término independiente** (como el 7) no lleva letra y solo se suma con otros términos independientes.

Fuente: Esquema de elaboración propia.

- 🔍 Una forma de comprobar una simplificación: sustituye la letra por un número en la expresión original y en la simplificada. Deben dar lo mismo.

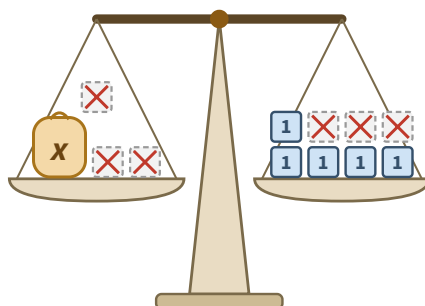
F5 La ecuación como balanza en equilibrio

1. Equilibrio inicial



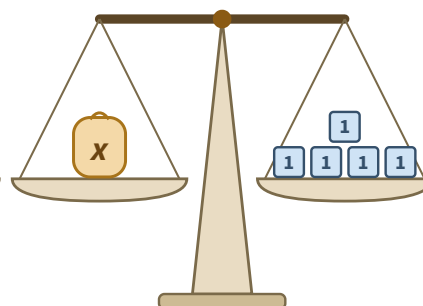
$$x + 3 = 8$$

2. Misma operación en ambos platillos



quitamos 3 de cada lado

3. La bolsa pesa lo mismo que 5 cubos



$$x = 5$$

Fuente: Esquema de elaboración propia. Cada bolsa contiene el mismo número desconocido de cubos; cada cubo vale 1.

- 🔍 Mientras hagas la misma operación en los dos platillos, la balanza sigue en equilibrio y la ecuación nueva tiene la misma solución que la anterior.

F6 Resolver una ecuación paso a paso

DATOS

Paso	$2x + 3 = 11$	$3x - 4 = 11$
1. Dejar sola la parte con la letra (operación inversa en los dos lados)	restamos 3: $2x = 8$	sumamos 4: $3x = 15$
2. Dividir entre el coeficiente de x	dividimos entre 2: $x = 4$	dividimos entre 3: $x = 5$
3. Comprobar en la ecuación original	$2 \cdot 4 + 3 = 11 \checkmark$	$3 \cdot 5 - 4 = 11 \checkmark$
4. Responder con una frase	La solución es $x = 4$	La solución es $x = 5$

Ejemplo de problema. Tres amigos pagan 25 € en total por tres entradas iguales y unas palomitas de 4 €. ¿Cuánto cuesta una entrada?

Letra: x = precio de una entrada (€). Ecuación: $3x + 4 = 25$. Resolución: $3x = 21$, $x = 7$. Comprobación: $3 \cdot 7 + 4 = 25 \checkmark$. **Respuesta:** cada entrada cuesta 7 €.

Fuente: Ejemplos resueltos de elaboración propia.

🔍 Regla de oro: lo que haces en un lado de la igualdad, lo haces en el otro.

F7 Igualdades sospechosas

DATOS

N.º	Afirmación (¿es cierta para cualquier valor de x ?)
1	$x + x = 2x$
2	$x + x = x \cdot x$
3	$2x + 3 = 5x$
4	$4x - x = 4$
5	$5x - 2x = 3x$

Un **ejemplo** que funciona no demuestra nada: la igualdad podría fallar con otros números. Un solo **contraejemplo** (un valor para el que no se cumple) sí demuestra que la afirmación no es siempre cierta.

Si una igualdad es cierta para todos los valores, se dice que es una **identidad**. Si solo se cumple para algunos valores, es una **ecuación** y esos valores son sus **soluciones**.

Fuente: Elaboración propia. Tarjetas para trabajar con ejemplos y contraejemplos.

🔍 Prueba con varios números (por ejemplo, 1, 2 y 3) antes de decidir.

F8 Vocabulario del traductor**GLOSARIO**

Variable	Letra que representa un número que puede tomar distintos valores.
Incógnita	Letra que representa un número concreto que queremos averiguar.
Expresión algebraica	Combinación de números, letras y operaciones, como $3x + 2$.
Término	Cada sumando de una expresión. En $3x + 2$ hay dos términos: $3x$ y 2 .
Coeficiente	Número que multiplica a la letra. En $3x$ el coeficiente es 3.
Valor numérico	Resultado de la expresión al sustituir la letra por un número.
Ecuación	Igualdad con una incógnita que solo se cumple para algunos valores.
Solución	Valor de la incógnita que hace cierta la igualdad.

Fuente: Elaboración propia.

Fichas de actividades del alumnado

SdA 7 · Las letras también calculan

ALUMNADO

FICHA 1

De palabras a símbolos

Sesión 1

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Usa el diccionario F1. Cada letra representa un número que no conocemos.

1 Diagnóstico inicial. Marca la respuesta correcta.

¿Qué número falta? $\square + 9 = 15$ ☐ 24 ☐ 6 ☐ 7El resultado de $4 + 2 \cdot 5$ es...☐ 30 ☐ 14 ☐ 11

Si cada bolígrafo cuesta 2 € y compro 5, pago...

☐ 7 € ☐ 10 € ☐ 25 €

2 Une cada frase con su expresión escribiendo la letra que corresponda.

1 El doble de un número

☐ a $x - 3$

2 Un número aumentado en 7

☐ b $3x - 1$

3 La mitad de un número

☐ c $2x$

4 Un número disminuido en 3

☐ d $\frac{x}{2}$

5 El triple de un número menos 1

☐ e $x + 7$ 3 Marta tiene x años. Escribe la expresión de cada edad y calcula su valor si Marta tiene 12 años.

Edad	Expresión	Si $x = 12$
Su hermano, que tiene 4 años más		
Su madre, que tiene el triple de edad		
Marta dentro de 5 años		
Marta hace 2 años		

4 Lucas ha traducido «5 menos que un número» como $5 - x$. Prueba con el número 8 y explica si la traducción es correcta. Escribe la buena.

FICHA 2 Variable, expresión y valor numérico

Sesión 2

Usa la máquina de valores (F2) y las tarjetas A y C de F3.

- 1 La máquina de F2 calcula $3x + 2$. Completa la tabla con otros valores de entrada.

x (entra)	Operación	$3x + 2$ (sale)
0		
3		
5		
7		
12		

- 2 Tarjeta A (cine): el coste de n entradas más las palomitas es $7n + 4$. Completa la tabla. Después escribe la expresión si las palomitas costaran 5 €.

Entradas n	Operación	Coste (€)
1		
2		
4		
6		

- 3 Di si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F).

	V	F
En $7n + 4$, la letra n puede valer 0 (nadie va al cine).	☐	☐
$2x$ significa $2 + x$.	☐	☐
Si $x = 3$, entonces $4x$ vale 43.	☐	☐
$x + x$ y $2x$ dan el mismo resultado para cualquier valor de x .	☐	☐
El valor de $x + 5$ es siempre 8.	☐	☐

- 4 Tarjeta C (bicis): el coste de h horas es $2h + 3$. Completa la tabla y averigua por tanteo cuántas horas se pueden alquilar con exactamente 15 €. Explica cómo lo has encontrado.

Horas h	Operación	Coste (€)
2		
4		
5		
6		

FICHA 3 Agrupamos términos semejantes

Sesión 3

Mira las fichas de F4: solo se pueden juntar términos del mismo tipo.

- 1 Marca los términos semejantes a $5x$.

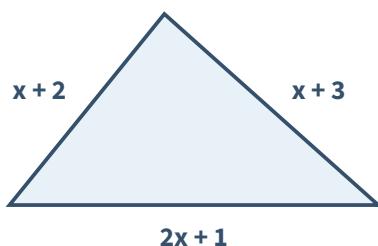
☐ $2x$
☐ 5

☐ x
☐ $3y$
☐ $10x$
☐ $-4x$

- 2 Simplifica cada expresión y comprueba con $x = 2$: calcula el valor de la expresión original y el de la simplificada. Deben coincidir.

Expresión	Simplificada	Valor original ($x = 2$)	Valor simplificada ($x = 2$)
$3x + 5x$			
$7x - 2x$			
$2x + 3 + 4x + 1$			
$5x + 2 + x - 2$			
$9x - 4 - 3x + 4$			

- 3 El triángulo tiene los lados que indica el dibujo (en cm). Escribe su perímetro como suma, simplifícalo y calcula su valor si $x = 4$ cm.



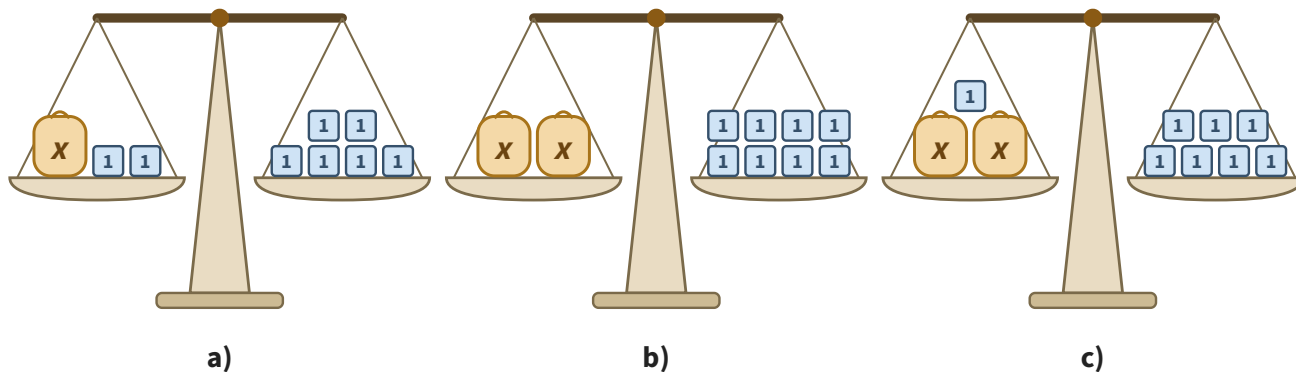
- 4 Inventa una expresión de cuatro términos que, al simplificarla, dé $5x + 2$. Comprueba que funciona con $x = 3$.

FICHA 4 La balanza y la ecuación

Sesión 4

Cada bolsa de las balanzas contiene el mismo número de cubos. Todas las balanzas están en equilibrio (F5).

- 1 Escribe la ecuación de cada balanza y averigua cuántos cubos hay en cada bolsa.



Balanza	Ecuación	Valor de x
a)		
b)		
c)		

- 2 Completa lo que hay que hacer en los dos platillos.

- a) $x + 5 = 9 \rightarrow$ quito _____ de cada lado $\rightarrow x =$ _____
 b) $3x = 12 \rightarrow$ reparto en _____ grupos iguales $\rightarrow x =$ _____
 c) $x - 2 = 6 \rightarrow$ añado _____ en cada lado $\rightarrow x =$ _____

3 Verdadero o falso.

	V	F
Si sumo 3 a un platillo, debo sumar 3 al otro para mantener el equilibrio.	☐	☐
Si $2x = 10$, entonces $x = 20$.	☐	☐
$x = 4$ es solución de $x + 3 = 8$.	☐	☐
$x = 5$ es solución de $x + 3 = 8$.	☐	☐
Las ecuaciones $x + 3 = 8$ y $x = 5$ tienen la misma solución.	☐	☐

4 Sara dice que la solución de $3x + 1 = 13$ es $x = 5$ y Pablo dice que es $x = 4$. Comprueba quién tiene razón sustituyendo.

FICHA 5 Resolvemos y comprobamos

Sesión 5

Sigue los pasos de F6: dejar sola la letra, dividir y comprobar.

1 Resuelve $3x + 4 = 19$ rellenando la tabla (usa F6 como modelo).

Paso	Operación en los dos lados	Ecuación que queda
1		
2		
3 (comprobación)		

2 Resuelve y comprueba.

Ecuación	Pasos	Solución	Comprobación
$x + 9 = 14$			
$4x = 36$			
$2x - 5 = 11$			
$5x + 3 = 28$			
$7x - 6 = 22$			

- 3 Plantea una ecuación, resuélvela y responde con una frase. (a) Cuatro amigos van al cine, pagan todos la misma entrada y compran unas palomitas de 4 € (tarjeta A); en total gastan 32 €. ¿Cuánto cuesta una entrada? (b) Una bici alquilada (tarjeta C) cuesta en total 15 €. ¿Cuántas horas se ha usado? (c) Pablo tiene 15 años y es 3 años mayor que Lucía (tarjeta B). ¿Cuántos años tiene Lucía?

- 4 Un alumno resuelve $x + 6 = 10$ así: « $x = 10 + 6 = 16$ ». ¿Qué error ha cometido? Compruébalo sustituyendo.

FICHA 6 Creamos el traductor

Sesión 6

Trabaja en equipo con roles: traductor, calculista, comprobador y portavoz. Usad F7 para probar las reglas.

- 1 Para cada igualdad de F7 prueba con $x = 2$ y con $x = 3$ y concluye: ¿siempre cierta (identidad) o hay contraejemplo?

Igualdad	Con $x = 2$ (izq. ; dcha.)	Con $x = 3$ (izq. ; dcha.)	Conclusión
$x + x = 2x$			
$x + x = x \cdot x$			
$2x + 3 = 5x$			
$4x - x = 4$			

2 Borrador de tres entradas del traductor. Rellenad la tabla.

Situación	Expresión	Valor numérico	Ecuación y solución
Cine (tarjeta A): con 53 € en total, ¿cuántas entradas?			
Edades (tarjeta B): Pablo tiene 15 años, ¿cuántos tiene Lucía?			
Vuestra propia situación			

3 Revisión cruzada: otro equipo comprueba vuestras entradas.

- ☐ Cada letra tiene definido qué representa
- ☐ Cada expresión se ha probado con un valor numérico
- ☐ Las ecuaciones se han resuelto con operaciones en los dos lados
- ☐ Cada solución está comprobada por sustitución
- ☐ Hay al menos un contraejemplo bien explicado

FICHA 7

Reto individual

Sesión 7

Trabajo individual. Usa lo que necesites de las fichas anteriores, pero sin ayuda de otras personas.

- 1 En una tienda, una camiseta cuesta x euros y una sudadera cuesta 8 € más que una camiseta. Marta compra 2 camisetas y 1 sudadera y paga 38 €. (a) Escribe el precio de la sudadera. (b) Escribe la expresión del gasto total y simplifícala. (c) Plantea la ecuación y resuélvela. (d) Comprueba y responde con una frase.

- 2 Simplifica $6x + 4 - 2x + 5$ y calcula su valor para $x = 3$.

3 Revisa estas tres resoluciones. Indica si son correctas y, si no lo son, explica el error y da la solución buena.

Resolución del alumno	¿Correcta?	Error y solución correcta
A: $3x + 6 = 21 \rightarrow 3x = 27 \rightarrow x = 9$		
B: $4x - 8 = 12 \rightarrow 4x = 20 \rightarrow x = 5$		
C: $5x = 35 \rightarrow x = 175$		

4 ¿Qué error de esta situación de aprendizaje cometerías con más facilidad? ¿Cómo lo evitarás?

Plantilla del producto final

SdA 7 · Las letras también calculan

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Traductor matemático de situaciones. Cada situación se traduce a expresión, se calcula, se simplifica y, si procede, se resuelve y se comprueba.

Título y equipo

Diccionario palabra-símbolo

Frases de la vida real con su expresión y qué representa la letra.

Valor numérico y simplificación

Tabla de valores y expresiones simplificadas con comprobación.

Ecuaciones resueltas

Balanza o pasos, solución y comprobación.

Ejemplos y contraejemplos

Dos reglas del traductor probadas con números.

Errores típicos

Tres errores y cómo detectarlos.

Revisión del otro equipo

Comprobaciones y firma.

Conclusión

Qué hemos aprendido sobre las letras en matemáticas.

Lista de cotejo para el proceso y la entrega

SdA 7 · Las letras también calculan

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Antes de entregar **Traductor matemático de situaciones**, comprueba cada punto y marca la casilla. Si alguno falla, todavía estás a tiempo de mejorarlo.

Contenido del producto

- ☐ Cada letra tiene definido lo que representa y su unidad.
- ☐ Las traducciones de frases a expresiones son correctas (orden de «menos que», «el doble de»...).
- ☐ Los valores numéricos están calculados sustituyendo y respetando la jerarquía de operaciones.
- ☐ Las simplificaciones solo agrupan términos semejantes y se han comprobado con un valor.
- ☐ Las ecuaciones se resuelven con la misma operación en los dos miembros, paso a paso.
- ☐ Cada solución está comprobada sustituyendo en la ecuación original.
- ☐ El traductor incluye al menos dos ejemplos y un contraejemplo bien explicados.
- ☐ Cada problema se responde con una frase que incluye la unidad.

Calidad y rigor

- ☐ He utilizado vocabulario específico de la materia y lo he explicado cuando era necesario.
- ☐ He apoyado mis afirmaciones con evidencias (datos, citas, mapas o ejemplos concretos).
- ☐ He citado o identificado todas las fuentes utilizadas.
- ☐ He revisado la ortografía, la presentación y el orden del producto.
- ☐ He incorporado las mejoras propuestas en la coevaluación o por el docente.

Lo que más me ha costado

Firma del equipo / fecha de entrega

Rúbrica imprimible

SdA 7 · Las letras también calculan

ALUMNADO · DOCENTE

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Rúbrica para valorar **Traductor matemático de situaciones**. Marca el nivel alcanzado en cada indicador.

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial	Nivel
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.	
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.	
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.	
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.	
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.	

Observaciones del docente

Valoración global

Autoevaluación y coevaluación

SdA 7 · Las letras también calculan

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Parte 1 · Autoevaluación

Afirmación	Aún no	Con ayuda	Bien	Muy bien
Sé traducir una frase a una expresión con letras y una expresión a una frase.	☐	☐	☐	☐
Resuelvo una ecuación sencilla manteniendo la igualdad y la compruebo sustituyendo.	☐	☐	☐	☐
He cumplido mi rol y mis tareas dentro del equipo.	☐	☐	☐	☐
He escuchado y tenido en cuenta las ideas de los demás.	☐	☐	☐	☐
He usado fuentes y evidencias para justificar mis ideas.	☐	☐	☐	☐
He revisado y mejorado mi trabajo a partir de la retroalimentación.	☐	☐	☐	☐

Dos aprendizajes que he logrado

Una dificultad que he tenido

Una mejora que haré la próxima vez

Parte 2 · Coevaluación de otro equipo**Equipo evaluado:** _____**Fortaleza 1**

Fortaleza 2

Propuesta de mejora

Material de apoyo y refuerzo

SdA 7 · Las letras también calculan

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Frases cortas, tabla palabra-símbolo y ecuaciones con coeficiente 1, con la balanza como apoyo.

⊗ Tabla palabra-símbolo

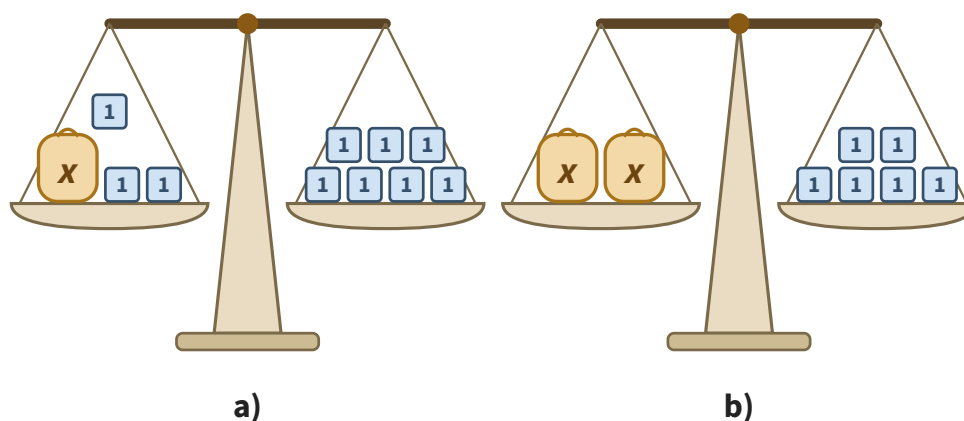
- **más, aumentado en, suma** → +
- **menos, disminuido en, resta** → −
- **el doble, el triple** → $2x$, $3x$
- **la mitad** → $x : 2$
- **un número** → una letra, por ejemplo x

⊗ Ejemplo modelado

Ecuación $x + 3 = 7$. En la balanza hay una bolsa y 3 cubos en un platillo y 7 cubos en el otro. Quito 3 cubos de cada platillo: queda $x = 4$. Compruebo: $4 + 3 = 7$ ✓. Para $x - 3 = 5$ hago lo contrario: añado 3 en cada lado y queda $x = 8$; compruebo: $8 - 3 = 5$ ✓.

1 Completa la tabla frase-expresión.

Frase	Expresión
Un número más 6	$x + 6$
El doble de un número	
Un número menos 2	
El triple de un número	
La mitad de un número	

2 Escribe la ecuación de cada balanza y halla el valor de x .

Balanza	Ecuación	$x =$
a)		
b)		

3 Resuelve completando.

a) $x + 4 = 9 \rightarrow x = 9 - 4 = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $x - 3 = 5 \rightarrow x = 5 + 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $x + 7 = 12 \rightarrow x = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $x - 6 = 2 \rightarrow x = \underline{\hspace{2cm}}$

4 Comprueba si $x = 8$ es solución de $x - 3 = 5$ y si $x = 6$ es solución de $x + 3 = 10$.

ANEXO

9

Actividad de ampliación

SdA 7 · Las letras también calculan

ALUMNADO

Nombre:

Curso/grupo:

Fecha:

 Cuando la solución no es un número natural

Algunas ecuaciones tienen soluciones negativas o fraccionarias. ¿Tienen sentido en un problema real? Depende del contexto: una temperatura puede ser negativa, pero un número de entradas no puede ser 2,5.

 Pasos

- 1
- Resuelve $x + 7 = 2$, $2x = 5$ y $4x + 3 = 1$ y comprueba cada solución.
- 2
- Inventa un problema real cuya ecuación sea $x + 7 = 2$ y otro cuya ecuación sea $2x = 5$. Interpreta cada solución en el contexto.
- 3
- Explica por qué la solución negativa tiene sentido en un contexto (por ejemplo, temperatura o saldo) y en otro no (por ejemplo, número de personas).
- 4
- Generaliza: ¿para qué valores de c la ecuación $x + 7 = c$ tiene solución negativa? ¿Y cuándo la ecuación $2x = b$ (con b natural) tiene solución que no es un número natural?

1 Tabla de trabajo.

Ecuación	Solución	Comprobación	Problema inventado e interpretación
$x + 7 = 2$			
$2x = 5$			
$4x + 3 = 1$			

 Entrega

Una página con las tres ecuaciones resueltas y comprobadas, dos problemas inventados con la interpretación de la solución y la regla general escrita con tus palabras.

 Ficha 1

1. Diagnóstico: $6(6 + 9 = 15)$; 14 (primero el producto: $4 + 10$); $10 \in (5 \cdot 2)$.
2. Relaciona: 1-c ($2x$), 2-e ($x + 7$), 3-d ($\frac{x}{2}$), 4-a ($x - 3$), 5-b ($3x - 1$).
3. Edades: hermano $x + 4 = 16$; madre $3x = 36$; dentro de 5 años $x + 5 = 17$; hace 2 años $x - 2 = 10$.
4. «5 menos que un número»: con 8, 5 menos que 8 es 3, que es $x - 5 = 8 - 5 = 3$. Lucas obtiene $5 - 8 = -3$, que no coincide. La traducción correcta es $x - 5$.

 Ficha 2

1. $3x + 2: x = 0 \rightarrow 2; x = 3 \rightarrow 11; x = 5 \rightarrow 17; x = 7 \rightarrow 23; x = 12 \rightarrow 38$.
2. $7n + 4: n = 1 \rightarrow 11 \text{ €}; n = 2 \rightarrow 18 \text{ €}; n = 4 \rightarrow 32 \text{ €}; n = 6 \rightarrow 46 \text{ €}$. Con palomitas de 5 €: $7n + 5$.
3. V, F ($2x$ es $2 \cdot x$), F ($4 \cdot 3 = 12$), V, F (depende de x).
4. $2h + 3: h = 2 \rightarrow 7 \text{ €}; h = 4 \rightarrow 11 \text{ €}; h = 5 \rightarrow 13 \text{ €}; h = 6 \rightarrow 15 \text{ €}$. Con 15 € se pueden alquilar 6 horas; se encuentra por tanteo probando valores hasta llegar a 15.

 Ficha 3

1. Semejantes a $5x$: $2x, x, 10x, -4x$. No lo son 5 (sin letra) ni $3y$ (otra letra).
2. $3x + 5x = 8x$ (16 y 16); $7x - 2x = 5x$ ($14 - 4 = 10$ y 10); $2x + 3 + 4x + 1 = 6x + 4$ ($4 + 3 + 8 + 1 = 16$ y 16); $5x + 2 + x - 2 = 6x$ ($10 + 2 + 2 - 2 = 12$ y 12); $9x - 4 - 3x + 4 = 6x$ ($18 - 4 - 6 + 4 = 12$ y 12).
3. Perímetro: $(x + 2) + (2x + 1) + (x + 3) = 4x + 6$. Con $x = 4$: $4 \cdot 4 + 6 = 22 \text{ cm}$ (lados 6, 9 y 7 cm: $6 + 9 + 7 = 22$).
4. Respuesta abierta. Por ejemplo, $2x + 3 + 3x - 1 = 5x + 2$; con $x = 3$: $6 + 3 + 9 - 1 = 17$ y $5 \cdot 3 + 2 = 17$.

 Ficha 4

1. a) $x + 2 = 6, x = 4$; b) $2x = 8, x = 4$; c) $2x + 1 = 7, x = 3$ (quito 1 de cada lado: $2x = 6$ y reparto).
2. a) $5y$ y $x = 4$; b) 3 grupos y $x = 4$; c) $2y$ y $x = 8$.
3. V; F ($x = 5$); F ($4 + 3 = 7 \neq 8$); V; V.
4. $x = 5$: $3 \cdot 5 + 1 = 16 \neq 13$, no es solución. $x = 4$: $3 \cdot 4 + 1 = 13 \checkmark$. Tiene razón Pablo.

 Ficha 5

1. $3x + 4 = 19$: restar 4 en los dos lados, $3x = 15$; dividir entre 3, $x = 5$; comprobación $3 \cdot 5 + 4 = 19 \checkmark$.
2. $x + 9 = 14 \rightarrow x = 5$ ($5 + 9 = 14$). $4x = 36 \rightarrow x = 9$ ($4 \cdot 9 = 36$). $2x - 5 = 11 \rightarrow 2x = 16 \rightarrow x = 8$ ($16 - 5 = 11$). $5x + 3 = 28 \rightarrow 5x = 25 \rightarrow x = 5$ ($25 + 3 = 28$). $7x - 6 = 22 \rightarrow 7x = 28 \rightarrow x = 4$ ($28 - 6 = 22$).
3. (a) $4x + 4 = 32 \rightarrow 4x = 28 \rightarrow x = 7$: cada entrada cuesta 7 €. (b) $2h + 3 = 15 \rightarrow 2h = 12 \rightarrow h = 6$: 6 horas. (c) $x + 3 = 15 \rightarrow x = 12$: Lucía tiene 12 años.
4. Ha sumado 6 en lugar de restarlo: la operación inversa de $+6$ es -6 . Correcto: $x = 10 - 6 = 4$. Comprobación: $4 + 6 = 10 \checkmark$, mientras que $16 + 6 = 22 \neq 10$.

Ficha 6

1. $x + x = 2x$: 4 y 4 (con 2); 6 y 6 (con 3); siempre cierta. $x + x = x \cdot x$: con 2 coincide (4 y 4), pero con 3 no (6 y 9): contraejemplo $x = 3$. $2x + 3 = 5x$: con 2, 7 y 10 (contraejemplo); con 3, 9 y 15; solo se cumple si $x = 1$ ($2 + 3 = 5$). $4x - x = 4$: con 2, 6 y 4 (contraejemplo); en realidad $4x - x = 3x$.
2. Cine: $7n + 4 = 53 \rightarrow 7n = 49 \rightarrow n = 7$ entradas (valor numérico: con $n = 7$, $7 \cdot 7 + 4 = 53$). Edades: $x + 3 = 15 \rightarrow x = 12$; valor de $x + 3$ con $x = 12$ es 15. La tercera fila es abierta: se valora que la letra esté definida, la ecuación coincida con la situación y la solución esté comprobada.
3. Revisión cruzada: se comprueba cada casilla de la lista; el equipo revisor debe señalar al menos una mejora concreta.

Ficha 7

1. (a) Sudadera: $x + 8$. (b) Gasto: $2x + (x + 8) = 3x + 8$. (c) $3x + 8 = 38 \rightarrow 3x = 30 \rightarrow x = 10$. (d) Camiseta 10 €, sudadera 18 €: $2 \cdot 10 + 18 = 38$ ✓. Marta paga 10 € por cada camiseta y la sudadera cuesta 18 €.
2. $6x + 4 - 2x + 5 = 4x + 9$; con $x = 3$: $4 \cdot 3 + 9 = 21$ (comprobación con la original: $18 + 4 - 6 + 5 = 21$).
3. A: incorrecta; al pasar el 6 al otro lado hay que restar: $3x = 21 - 6 = 15$ y $x = 5$ ($3 \cdot 5 + 6 = 21$). B: correcta ($4 \cdot 5 - 8 = 12$). C: incorrecta; hay que dividir, no multiplicar: $x = 35 : 5 = 7$ ($5 \cdot 7 = 35$).
4. Respuesta abierta. Se valora que el error se identifique con precisión y que la estrategia propuesta sea concreta (por ejemplo, comprobar siempre sustituyendo).

Refuerzo

1. Tabla: $x + 6$; $2x$; $x - 2$; $3x$; $\frac{x}{2}$.
2. a) $x + 3 = 7$, $x = 4$; b) $2x = 6$, $x = 3$.
3. a) 5; b) 8; c) 5; d) 8.
4. $8 - 3 = 5$ ✓, sí es solución. $6 + 3 = 9 \neq 10$, no es solución (la solución es 7).

Ampliación

1. $x + 7 = 2 \rightarrow x = -5$ (comprobación: $-5 + 7 = 2$). $2x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{2} = 2,5$ ($2 \cdot 2,5 = 5$). $4x + 3 = 1 \rightarrow 4x = -2 \rightarrow x = -\frac{1}{2} = -0,5$ ($4 \cdot (-0,5) + 3 = 1$).
2. Ejemplos: «La temperatura sube 7 °C y ahora son 2 °C: ¿cuál era la inicial?» (-5 °C). «Dos bolsas de fruta iguales pesan 5 kg: ¿cuánto pesa cada una?» (2,5 kg).
3. La solución negativa tiene sentido en una temperatura o en un saldo, no en un número de personas o entradas, que debe ser natural. La solución de la ecuación puede no ser solución del problema.
4. $x + 7 = c$ tiene solución negativa cuando $c < 7$ ($x = c - 7$). $2x = b$ tiene solución no natural cuando b es impar.

Errores frecuentes

- Traducir «5 menos que un número» como $5 - x$ en lugar de $x - 5$.
- Interpretar $2x$ como $2 + x$, o $x + x$ como x^2 .
- Sumar términos que no son semejantes: $2x + 3 = 5x$.
- Aplicar la operación en un solo lado de la ecuación o usar la operación directa en lugar de la inversa ($x + 6 = 10 \rightarrow x = 16$).
- No comprobar la solución sustituyendo en la ecuación original.
- Dar la solución sin una frase de respuesta ni unidad.

Criterios para valorar respuestas abiertas

- En las traducciones se acepta cualquier letra siempre que esté definida y coincida con el enunciado.
- En los contraejemplos se valora que el alumnado explique por qué un ejemplo que funciona no basta para demostrar.
- En las tareas abiertas (situación propia, ampliación) se acepta cualquier contexto realista si la ecuación coincide con el enunciado y la solución está comprobada.
- La calculadora puede usarse para comprobar, pero los pasos de resolución deben estar escritos.

08 SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Diseñamos un espacio

PREGUNTA GUÍA

? ¿Cómo podemos diseñar un espacio que quepa de verdad y usar la cantidad justa de material?



CURSO
1.º ESO



SESIONES
8 sesiones · 3.º trimestre



SENTIDOS PRIORITARIOS
B · Sentido de la medida · C · Sentido espacial



COMPETENCIAS ESPECÍFICAS
CE1, CE3, CE6, CE7, CE8



PRODUCTO FINAL
Plano y memoria geométrica de un espacio de aula



CRITERIOS DE EVALUACIÓN
1.1, 1.2, 3.1, 6.1, 7.1, 8.1

Σ Contexto, reto y sentido

El centro va a reformar un aula de usos múltiples con forma de **L** para convertirla en un espacio de trabajo en equipo y de lectura. Antes de pedir presupuesto y de mover un solo mueble, hace falta un **plano a escala** y una **memoria** que demuestren que todo cabe de verdad: seis mesas de grupo, una estantería, un rincón de lectura y pasillos por donde se pueda circular. Además, hay que calcular cuánto suelo, cuánto rodapié y cuánta pintura se necesitan, y no gastar más de 1 000 €.

La situación moviliza el sentido de la medida y el espacial: clasificar figuras por sus propiedades, distinguir el borde (perímetro) de la superficie (área), descomponer una figura en otras más sencillas, cambiar de la realidad al papel mediante una escala y tomar decisiones con unidades correctas y redondeos razonables. El plano no es un dibujo bonito: es un argumento que cualquier otro equipo debe poder comprobar con una regla y una calculadora.

🎯 Reto

Diseñar el plano a escala 1:100 de un aula en L y redactar la memoria geométrica con perímetros, áreas, material necesario y coste, demostrando que el diseño cumple todas las restricciones y no supera los 1 000 €.

📦 Producto final

Plano y memoria geométrica de un espacio de aula.



Vinculación curricular

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS MOVILIZADAS

- CE1** Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas.
- CE3** Formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de forma autónoma.
- CE6** Identificar las matemáticas en otras materias y en situaciones reales, conectándolas con el mundo.
- CE7** Representar conceptos, procedimientos, información y resultados de distintas formas.
- CE8** Comunicar conceptos, procedimientos y argumentos con lenguaje matemático apropiado.

Criterios de evaluación seleccionados · síntesis operativa

- 1.1** Interpretar problemas matemáticos organizando los datos, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.
- 1.2** Aplicar herramientas y estrategias apropiadas que contribuyan a la resolución de problemas.
- 3.1** Formular y comprobar conjeturas sencillas de forma guiada analizando patrones, propiedades y relaciones.
- 6.1** Reconocer situaciones susceptibles de ser formuladas y resueltas mediante herramientas y estrategias matemáticas, estableciendo conexiones entre el mundo real y las matemáticas y usando los procesos inherentes a la investigación: inferir, medir, comunicar, clasificar y predecir.
- 7.1** Representar conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos de modos distintos y con diferentes herramientas, incluidas las digitales.
- 8.1** Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, oralmente y por escrito, al explicar y justificar razonamientos, procedimientos y conclusiones.

Saberes básicos prioritarios

B

Sentido de la medida

- Magnitudes longitud y superficie: unidades (cm, m, m²) y elección de la unidad adecuada.
- Perímetro y área de triángulos, cuadriláteros y figuras compuestas: fórmulas y descomposición en figuras sencillas.
- Estimación y medida de longitudes con instrumentos adecuados; cálculo de materiales con redondeo razonable.
- Relación entre perímetro y área: figuras con el mismo perímetro y distinta área.

C

Sentido espacial

- Figuras planas: propiedades y clasificación de triángulos y cuadriláteros por sus lados y ángulos.
- Representación de espacios mediante planos y escalas; interpretación de medidas en un plano.
- Construcción de figuras con regla y cuadrícula; descripción de un diseño con vocabulario geométrico.

F

Sentido socioafectivo

- Reparto de roles y toma de decisiones compartida en el equipo.
- Aceptación de la crítica de otro equipo y mejora del propio trabajo.



Objetivos didácticos

- ✓ Clasificar figuras a partir de sus propiedades.
- ✓ Calcular perímetros y áreas de figuras habituales.
- ✓ Descomponer formas compuestas en figuras simples.
- ✓ Representar un diseño sencillo a escala.



Metodología y papel docente

📋 Aprendizaje basado en retos

El reto organiza la secuencia y obliga a movilizar varios procedimientos, no solo a reproducir un algoritmo.

🔍 Resolución de problemas

Se explicitan comprensión, planificación, ejecución, comprobación y comunicación de la solución.

🗨️ Representaciones múltiples

Se conectan expresiones, tablas, gráficas, diagramas, materiales y lenguaje verbal según la naturaleza del contenido.

💻 Tecnología con propósito

Las herramientas digitales se utilizan para explorar, representar, comprobar o automatizar; no sustituyen la argumentación.

👤 Papel docente

Presenta el reto, modela estrategias, plantea preguntas, detecta errores, gradúa ayudas y exige justificación matemática.



Secuencia de sesiones y actividades

- ① Cada sesión genera una **evidencia** que se recoge en la ficha correspondiente del Anexo 3. Las soluciones están en la guía docente (Anexo 10).

1

SESIÓN 1

Medimos un espacio real o ficticio

Evidencia: Ficha 1: medidas que faltan en el plano del aula en L y tabla de estimación y medida de un espacio real.

Ficha: Anexo 3 · ficha 1

2

SESIÓN 2

Propiedades de polígonos y clasificación

Evidencia: Ficha 2: clasificación de seis figuras (A-F), verdadero o falso sobre cuadriláteros y contraejemplo de Lola.

Ficha: Anexo 3 · ficha 2

3

SESIÓN 3

Perímetro: borde frente a superficie

Evidencia: Ficha 3: perímetro del aula en L, recorte de esquinas (conjetura) y rectángulos de igual perímetro con distinta área.

Ficha: Anexo 3 · ficha 3

4

SESIÓN 4

Áreas por descomposición

Evidencia: Ficha 4: área del aula L por suma y por resta, área de cuatro figuras y ocupación del mobiliario.

Ficha: Anexo 3 · ficha 4

5

SESIÓN 5

Escala y representación del plano

Evidencia: Ficha 5: conversión de medidas con escala 1:100, test de escalas y dibujo del contorno del aula en cuadrícula.

Ficha: Anexo 3 · ficha 5

6

SESIÓN 6

Material necesario: suelo, rodapié y pintura ficticia

Evidencia: Ficha 6: cálculo de rodapié, pintura y suelo y comparación de dos opciones de presupuesto.

Ficha: Anexo 3 · ficha 6

7

SESIÓN 7

Construcción y revisión entre equipos

Evidencia: Ficha 7: tabla del borrador del plano, lista de comprobación de las restricciones y revisión cruzada.

Ficha: Anexo 3 · ficha 7

8

SESIÓN 8

Presentación del plano y reto individual

 **Evidencia:** Ficha 8: reto individual (aula de música con escenario triangular), plano a escala y detección de un error de fórmula.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 8



Recursos, interdisciplinariedad y transversalidad

 Recursos

Cinta métrica

papel cuadriculado

regla

plantilla de plano

geometría dinámica opcional

 Interdisciplinariedad y transversalidad

Según el contexto, la situación puede conectarse con Tecnología y Digitalización, Física y Química, Biología y Geología, Economía, Geografía, Educación Física o competencia digital. Se promueven consumo responsable, sostenibilidad, lectura crítica de datos, igualdad, cooperación y comunicación rigurosa cuando son pertinentes al reto.



DUA y atención a la diversidad

 Implicación

Metas visibles, elección entre contextos equivalentes, retos graduados, trabajo cooperativo con roles y retroalimentación frecuente.

 Representación

Enunciados segmentados, ejemplos modelados, recta numérica, tablas, diagramas, representaciones gráficas, material manipulativo y herramientas digitales cuando aporten valor.

 Acción y expresión

Posibilidad de expresar el razonamiento con cálculos, esquema, explicación oral, tabla, gráfica o breve informe, manteniendo la exigencia del criterio evaluado.

 Refuerzo Anexo 8

Figuras rectangulares y triangulares con medidas enteras y fórmulas visibles.

 Ampliación Anexo 9

Introducir una zona circular o una restricción de coste por m^2 .



Evaluación

Evaluación continua y formativa: diagnóstico breve al inicio, evidencias de cada sesión, revisión de borradores o estrategias y valoración final del producto junto con una evidencia individual. La ponderación debe adaptarse a la normativa autonómica y a los acuerdos del departamento.

FASE 1
Inicial

Diagnóstico breve de conocimientos previos en la primera ficha del Anexo 3 y lectura del reto (Anexo 1).

FASE 2
Formativa

Evidencias de cada sesión, revisión de estrategias y errores, y retroalimentación con la lista de cotejo (Anexo 5).

FASE 3
Final

Valoración del producto con la rúbrica (Anexo 6), evidencia individual y reflexión del Anexo 7.

Criterios, evidencias e instrumentos

Criterio	Evidencia principal	Instrumento
1.1	Extracción de los datos del plano (medidas, puerta, ventanas, altura) y de las restricciones R1-R6, y deducción de las medidas que faltan.	Fichas 1 y 7 / lista de cotejo
1.2	Elección de estrategias: descomposición en rectángulos y triángulos, suma o resta de áreas, conversión de escala y redondeo hacia arriba en el material.	Fichas 3, 4 y 6 / escala de valoración
3.1	Formulación y comprobación de conjeturas con ejemplos y contraejemplos (cuatro lados iguales y cuadrado, recortar una esquina y perímetro, mismo perímetro y misma área).	Fichas 2 y 3 / rúbrica
6.1	Modelización del aula real mediante figuras planas y traducción de la compra de suelo, rodapié y pintura a perímetros y áreas.	Ficha 6 y memoria del producto (Anexo 4) / rúbrica
7.1	Plano a escala con medidas rotuladas y esquemas de descomposición de la figura, coherentes con los cálculos.	Plano del producto (Anexo 4) / rúbrica
8.1	Explicación y justificación escrita y oral de las decisiones de diseño, con unidades, fórmulas y redondeos correctos.	Memoria, defensa y Ficha 8 / rúbrica

☆ **Evidencias clave de esta SdA**

Plano, cálculos de perímetro/área, memoria y comprobación.

Rúbrica del producto final

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.



Variantes de aplicación

↖ Versión abreviada

Reducir a 4-5 sesiones, ofrecer datos cerrados y un único producto de una página, manteniendo una evidencia individual.

↗ Versión ampliada

Añadir datos reales del entorno, herramientas digitales, comparación de estrategias y una fase pública de comunicación o investigación.

Ficha de lanzamiento del reto

SdA 8 · Diseñamos un espacio

ALUMNADO

El centro tiene un aula con forma de L que nadie sabe aprovechar: está casi vacía, tiene un rincón raro y una pared que «sobra». La dirección os encarga el diseño: seis mesas de grupo, una estantería, un rincón de lectura y pasillos de al menos un metro. Antes de comprar nada hay que demostrar que todo cabe. Os dan un plano, un catálogo de muebles y un tope de 1 000 € para suelo, rodapié y pintura. Vais a trabajar como un pequeño estudio de arquitectura: medir, calcular, dibujar a escala y defender el proyecto.

“ *¿Cómo podemos diseñar un espacio que quepa de verdad y usar la cantidad justa de material?* ”

🎯 **Vuestro reto**

Diseñar el plano a escala 1:100 de un aula en L y redactar la memoria geométrica con perímetros, áreas, material necesario y coste, demostrando que el diseño cumple todas las restricciones y no supera los 1 000 €.

📦 **Lo que vais a producir**

Plano y memoria geométrica de un espacio de aula.

📍 **Hoja de ruta · 8 sesiones**

- 1 Medimos un espacio y completamos las medidas que faltan en el plano.
- 2 Clasificamos figuras por sus propiedades y buscamos contraejemplos.
- 3 Distinguimos perímetro y área y exploramos qué cambia al recortar una esquina.
- 4 Calculamos áreas descomponiendo figuras en otras más sencillas.
- 5 Pasamos las medidas reales al plano con la escala 1:100.
- 6 Calculamos suelo, rodapié y pintura y comparamos opciones de coste.
- 7 Dibujamos el plano del equipo y lo revisamos con otro equipo.
- 8 Presentamos el plano y resolvemos un reto individual.

📖 **Al terminar seré capaz de...**

- ✓ Clasificar figuras a partir de sus propiedades.
- ✓ Calcular perímetros y áreas de figuras habituales.
- ✓ Descomponer formas compuestas en figuras simples.
- ✓ Representar un diseño sencillo a escala.

📋 **¿Cómo me evaluarán?**

Con la rúbrica del producto final (Anexo 6), la lista de cotejo (Anexo 5) y una reflexión personal (Anexo 7). ¡Revisadlas antes de empezar!

ANEXO
2

Dossier de fuentes y materiales base

SdA 8 · Diseñamos un espacio

ALUMNADO

Plano del aula en L, datos técnicos, catálogo de mobiliario (ficticio), restricciones del diseño, clasificación de figuras, fórmulas, descomposición del aula, escala y catálogo de materiales con precios inventados.

F1

Plano base: aula de usos múltiples

ESQUEMA

Fuente: Plano ficticio creado para el aula. La zona gris no forma parte del aula.

El aula tiene forma de L: es un rectángulo de 10 m × 6 m al que le falta una esquina de 4 m × 2 m. La puerta está en la pared izquierda y hay tres ventanas (azul).

F2

Datos técnicos del aula

DATOS

Elemento	Dato
Altura de las paredes	3 m
Puerta	1 m de ancho y 2 m de alto (no se pinta y no lleva rodapié)
Ventanas	3 ventanas de 2 m de ancho y 1 m de alto (no se pintan)
Alumnado	24 personas, trabajando en 6 grupos de 4
Presupuesto máximo para suelo, rodapié y pintura	1 000 €
Escala del plano	1 : 100 (1 cm del plano = 1 m de la realidad)

Fuente: Datos ficticios creados para el aula.

F3 Catálogo de mobiliario

DATOS

Elemento	Largo	Ancho	Superficie que ocupa
Mesa de grupo (4 puestos)	2,4 m	1,2 m	2,88 m ²
Estantería	3 m	0,4 m	1,2 m ²
Rincón de lectura (zona libre con cojines)	—	—	6 m ² como mínimo

Fuente: Medidas ficticias creadas para el aula.

 Los muebles se dibujan como rectángulos vistos desde arriba.

F4 Tarjetas de restricciones del diseño

DATOS

Tarjeta	Restricción
R1	Todo lo que se dibuje debe estar dentro del aula y no se puede solapar con otro mueble.
R2	Seis mesas de grupo (24 puestos) con al menos 1 m libre entre dos mesas.
R3	Un rincón de lectura libre de muebles de al menos 6 m ² .
R4	Una estantería de 3 m × 0,4 m apoyada en una pared.
R5	Los muebles y el rincón de lectura juntos no pueden ocupar más de la mitad del suelo.
R6	El material (suelo, rodapié y pintura) no puede costar más de 1 000 €.

Fuente: Elaboración propia.

F5 Clasificación de cuadriláteros y triángulos

DATOS

Figura	Lados	Ángulos	Lados paralelos
Cuadrado	4 lados iguales	4 ángulos rectos	2 pares
Rectángulo	Iguales dos a dos	4 ángulos rectos	2 pares
Rombo	4 lados iguales	Iguales dos a dos (no rectos)	2 pares
Romboide	Iguales dos a dos	Iguales dos a dos (no rectos)	2 pares
Trapezio	Desiguales	—	1 par
Trapezoide	Cualquiera	—	Ninguno
Triángulo equilátero	3 lados iguales	3 ángulos de 60°	—
Triángulo isósceles	2 lados iguales	2 ángulos iguales	—
Triángulo escaleno	3 lados distintos	3 ángulos distintos	—
Triángulo rectángulo	—	1 ángulo recto	—

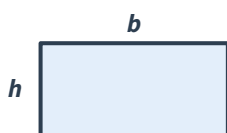
Un cuadrado es a la vez un rectángulo (tiene cuatro ángulos rectos) y un rombo (tiene cuatro lados iguales). El caso contrario no siempre es cierto.

Fuente: Elaboración propia.

🔍 Un triángulo rectángulo puede ser isósceles o escaleno.

F6 Perímetro y área: cuadro de fórmulas

ESQUEMA

**Rectángulo**

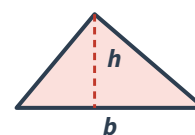
$$P = 2b + 2h$$

$$A = b \cdot h$$

**Cuadrado**

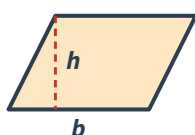
$$P = 4 \cdot l$$

$$A = l \cdot l$$

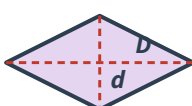
**Triángulo**

$$P = \text{suma de los 3 lados}$$

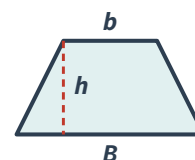
$$A = b \cdot h \div 2$$

**Paralelogramo**

$$A = b \cdot h$$

**Rombo**

$$A = D \cdot d \div 2$$

**Trapecio**

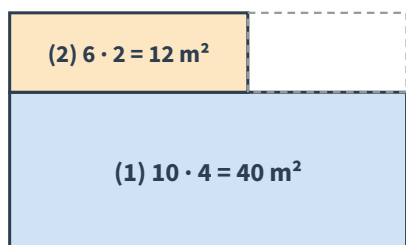
$$A = (B + b) \cdot h \div 2$$

Fuente: Esquema de elaboración propia. P = perímetro; A = área; la altura h es siempre perpendicular a la base (línea de puntos).

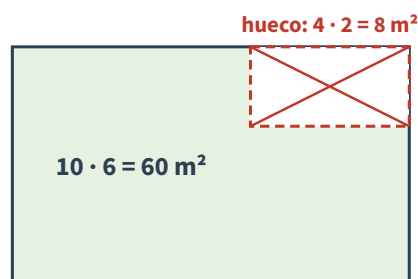
🔍 El perímetro se mide en unidades de longitud (cm, m) y el área en unidades de superficie (cm², m²).

F7 Dos formas de calcular el área del aula en L

ESQUEMA



Método 1 (suma): $40 + 12 = 52 \text{ m}^2$



Método 2 (resta): $60 - 8 = 52 \text{ m}^2$

Fuente: Esquema de elaboración propia.

🔍 Las dos formas dan el mismo resultado. Elegir bien la descomposición ahorra cálculos.

F8 La escala 1:100

ESQUEMA

Escala gráfica 1 : 100

Mesa de grupo de $2,4 \text{ m} \times 1,2 \text{ m}$ → en el plano mide $2,4 \text{ cm} \times 1,2 \text{ cm}$

Aula de $10 \text{ m} \times 6 \text{ m}$ → en el plano mide $10 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$

Una escala **1 : 100** significa que **1 cm en el plano** representa **100 cm = 1 m en la realidad**.

- De la realidad al plano: se **divide** entre 100. Una mesa de 2,4 m mide 240 cm en la realidad y $240 : 100 = 2,4 \text{ cm}$ en el plano.
- Del plano a la realidad: se **multiplica** por 100. Si en el plano una pared mide 7 cm, en la realidad mide $7 \cdot 100 = 700 \text{ cm} = 7 \text{ m}$.
- Con escala 1 : 50, 1 cm del plano representa 50 cm (0,5 m).

Fuente: Esquema de elaboración propia.

🔍 Los planos se miden con regla. Si la escala es 1 : 100, un cuadrado de 1 cm de lado en la cuadrícula representa 1 m^2 de suelo.

F9 Catálogo de materiales y precios

DATOS

Material	Precio	Cómo se compra
Suelo de vinilo	14 € por m^2	Por m^2 completos
Moqueta para el rincón de lectura	20 € por m^2	Por m^2 completos
Rodapié	6 € por barra de 2 m	Por barras enteras
Pintura	30 € por bote (cubre 25 m^2)	Por botes enteros

El rodapié se coloca a lo largo de todo el perímetro del aula salvo en la puerta. La pintura cubre las paredes (perímetro por altura) menos la puerta y las ventanas.

Fuente: Precios ficticios creados para el aula.

🔍 Cuando no se pueden comprar fracciones, se redondea siempre hacia arriba.

ANEXO

3

Fichas de actividades del alumnado

SdA 8 · Diseñamos un espacio

ALUMNADO

FICHA 1

Medimos un espacio

Sesión 1

Nombre:

Curso/grupo:

Fecha:

Observa el plano base (F1) y los datos técnicos (F2).

- 1

Diagnóstico inicial. Marca la respuesta correcta.

El perímetro de un rectángulo de 5 cm × 3 cm es...

☐ 15 cm

☐ 16 cm

☐ 8 cm

El área de ese rectángulo es...

☐ 15 cm²

☐ 16 cm²

☐ 8 cm²

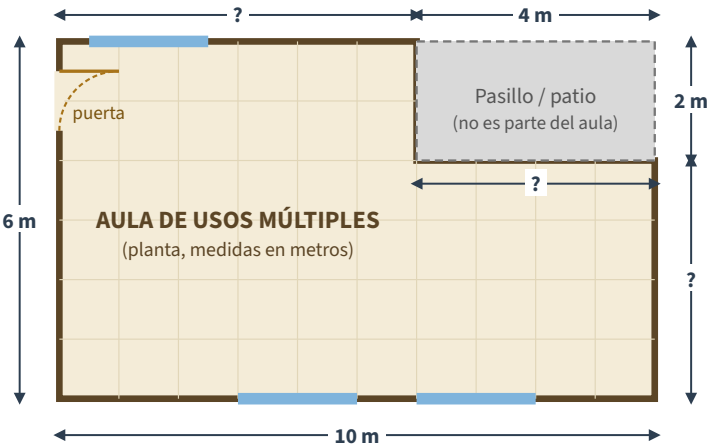
Un metro tiene...

☐ 10 cm

☐ 100 cm

☐ 1 000 cm
- 2

En este plano faltan tres medidas (?). Deduce cada una y explica cómo la has obtenido.



Pared	¿Cómo lo averiguo?	Medida
Pared derecha (la de abajo)		
Pared superior izquierda		
Pared interior horizontal		

- 3

Medida real. Por parejas, estimad y medid estos elementos de vuestra aula (o de otro espacio que podáis medir). Indicad el instrumento usado.

Elemento	Estimación	Medida	Instrumento	Diferencia
Largo del aula				
Ancho del aula				
Ancho de la puerta				
Largo de la pizarra				

- 4 Un paso mide aproximadamente 0,6 m. Estima cuántos pasos habría que dar para recorrer el largo del aula del plano (10 m). Explica tu cálculo.

FICHA 2 Clasificamos figuras

Sesión 2

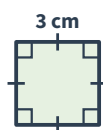
Usa la tabla de clasificación F5. Las medidas están en centímetros.

- 1 Clasifica cada figura y escribe la característica que lo demuestra.

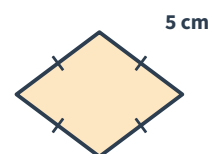
A



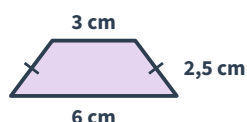
B



C



D



E



F

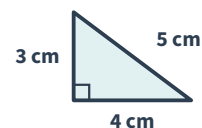


Figura	Nombre	Característica que lo demuestra
A		
B		
C		
D		
E		
F		

- 2 Verdadero o falso.

	V	F
Todo cuadrado es también un rectángulo.	☐	☐
Todo rectángulo es un cuadrado.	☐	☐
Un rombo siempre tiene cuatro ángulos rectos.	☐	☐
Un trapecio tiene al menos un par de lados paralelos.	☐	☐
Un triángulo equilátero también es isósceles.	☐	☐

- 3 Lola afirma: «Si un cuadrilátero tiene los cuatro lados iguales, es un cuadrado». Busca un contraejemplo entre las figuras A-F y explica por qué demuestra que Lola se equivoca.

- 4 Clasifica cada triángulo según sus lados.

Triángulo con lados de...	Según sus lados
4 cm, 4 cm y 4 cm	
5 cm, 5 cm y 3 cm	
3 cm, 4 cm y 5 cm	

FICHA 3 Perímetro frente a área

Sesión 3

El perímetro mide el borde; el área mide la superficie.

- 1 Decide si hace falta calcular el perímetro o el área y escribe la unidad.

Situación	¿Perímetro o área?	Unidad
Colocar el rodapié del aula		
Comprar el suelo del aula		
Poner una cenefa alrededor de un tablón		
Comprar pintura para una pared		
Cerrar un huerto con una valla		

- 2 Calcula el perímetro del aula en L (F1) sumando sus seis lados. Compáralo con el perímetro del rectángulo de 10 m × 6 m. ¿Qué observas?

- 3 Conjetura: «Si recortamos una esquina rectangular a un rectángulo, el perímetro no cambia». Compruébala con un rectángulo de 10 m × 6 m y estas esquinas recortadas.

Esquina recortada	Perímetro de la figura	Área de la figura
4 m × 2 m		
3 m × 1 m		
6 m × 3 m		

4 Rectángulos de perímetro 16 m con lados enteros. Completa la tabla y escribe qué conclusión sacas sobre el área.

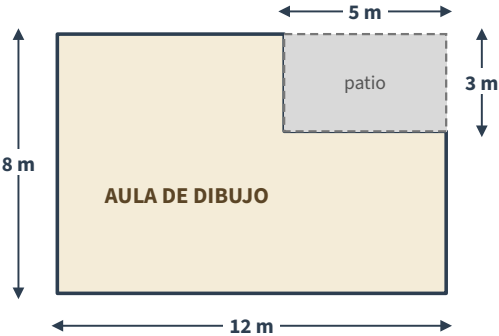
Lado <i>a</i> (m)	Lado <i>b</i> (m)	Área (m²)
1		
2		
3		
4		

FICHA 4Áreas por descomposición

Sesión 4

Usa el cuadro de fórmulas F6 y los métodos de F7.

1 Calcula el área del aula L de la figura por dos métodos (suma y resta) y comprueba que coinciden.



Método	Descomposición y cálculo	Área (m²)
Suma		
Resta		

2 Calcula el área de cada figura (medidas en cm).

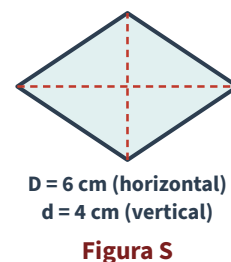
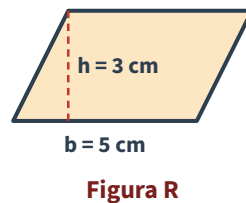
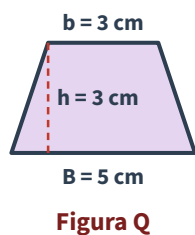
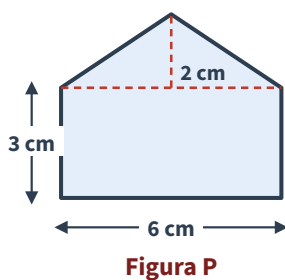


Figura	Fórmula o descomposición	Área (cm ²)
P		
Q		
R		
S		

3 Un equipo propone un rincón de lectura con forma de triángulo rectángulo de catetos 4 m y 3 m. Calcula su área y di si cumple la restricción R3.

4 Ocupación del suelo (R5). El suelo del aula mide 52 m². Completa la tabla y decide si se cumple R5.

Elemento	Cantidad	Área de cada uno (m ²)	Área total (m ²)
Mesas de grupo	6	$2,4 \cdot 1,2 =$	
Estantería	1		
Rincón de lectura	1	6	
TOTAL			

Escala 1 : 100 (F8): 1 cm en el plano son 100 cm = 1 m en la realidad.

1 Completa las medidas que faltan.

Elemento	Medida real	Medida en el plano
Aula (largo)	10 m	
Mesa de grupo (largo)	2,4 m	
Mesa de grupo (ancho)	1,2 m	
Estantería (largo)	3 m	
Estantería (ancho)	0,4 m	
Distancia mínima entre dos mesas		1 cm

2 Marca la respuesta correcta.

En un plano a escala 1 : 100, 4 cm representan...

☐ 40 cm ☐ 4 m ☐ 400 m

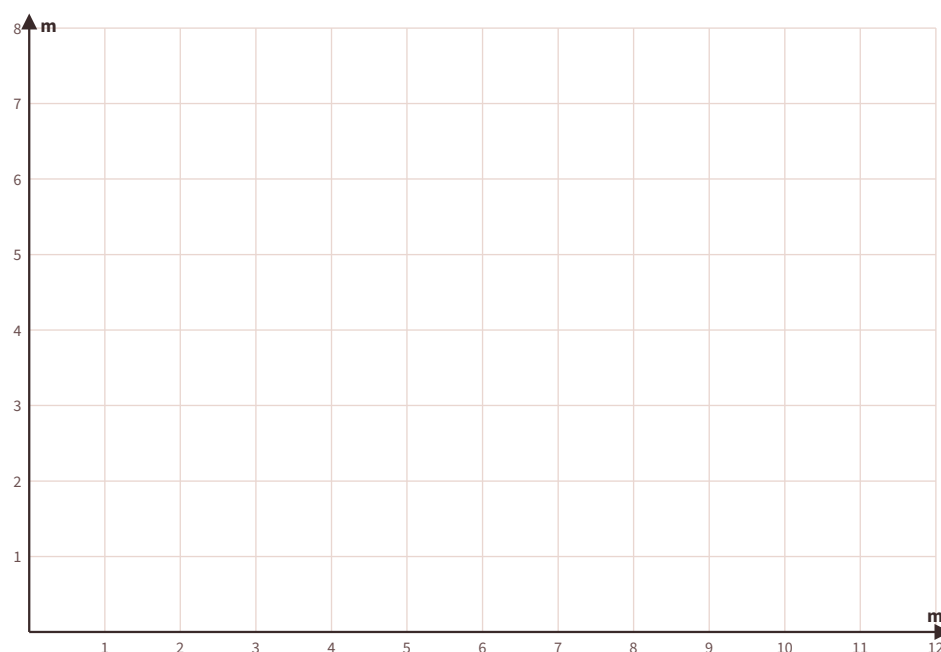
Un objeto de 5 m, dibujado a escala 1 : 50, mide en el plano...

☐ 2,5 cm ☐ 10 cm ☐ 25 cm

La escala 1 : 100 significa que 1 cm del plano son...

☐ 1 cm reales ☐ 10 cm reales ☐ 1 m real

3 Dibuja en la cuadrícula el contorno del aula en L a escala 1 : 100 (1 cuadrado = 1 m). Marca la puerta y las tres ventanas.



- 4 Comprueba si tres mesas de grupo (2,4 m de largo cada una) caben en una fila a lo largo de los 10 m del aula, dejando 1 m libre entre ellas. ¿Cuánto espacio sobra?

FICHA 6 Suelo, rodapié y pintura

Sesión 6

Usa los datos de F2 y los precios de F9. Redondea hacia arriba cuando no se puedan comprar fracciones.

- 1** Rodapié. Calcula cuántos metros de rodapié hacen falta, cuántas barras de 2 m se compran y cuánto cuestan.

- 2** Pintura. Calcula la superficie que hay que pintar (paredes menos puerta y ventanas), el número de botes y su coste.

- 3** Suelo. Compara dos opciones y completa la tabla. Opción A: vinilo en todo el aula (52 m^2). Opción B: moqueta en el rincón de lectura (6 m^2) y vinilo en el resto.

Concepto	Opción A: cálculo y coste	Opción B: cálculo y coste
Suelo		
Rodapié		
Pintura		
TOTAL		

- 4 ¿Se cumple R6 con cada opción? Si el presupuesto bajara a 960 €, ¿qué opción elegirías? Justifícalo.

Trabajad en equipo: arquitecto, calculista, dibujante y portavoz. Dibujad el plano en la plantilla del Anexo 4.

1 Borrador de medidas del plano (escala 1 : 100).

Elemento	Medida real	Medida en el plano	Posición elegida
6 mesas de grupo	2,4 m × 1,2 m		
Estantería	3 m × 0,4 m		
Rincón de lectura			
Puerta y ventanas			

2 Comprobad vuestro plano con la regla y marcad lo que se cumple.

- ☐ R1: todo está dentro del aula y no hay solapes
- ☐ R2: hay seis mesas y entre cada dos queda al menos 1 cm en el plano
- ☐ R3: el rincón de lectura libre tiene al menos 6 m²
- ☐ R4: la estantería está apoyada en una pared
- ☐ R5: muebles y rincón ocupan como máximo 26 m²
- ☐ R6: el coste de los materiales es menor o igual a 1 000 €

3 Revisión cruzada: otro equipo mide vuestro plano. Anotad dos aciertos y una mejora.

Trabajo individual. Puedes usar F6, F8 y F9 y la calculadora.

- 1 Un aula de música es un rectángulo de $9\text{ m} \times 5\text{ m}$. En una esquina hay un escenario con forma de triángulo rectángulo de catetos 3 m y 2 m . La puerta mide 1 m . Calcula: (a) el perímetro del aula; (b) el área total y el área del escenario; (c) cuántas barras de rodapié de 2 m se necesitan (sin la puerta) y su coste a 6 € la barra; (d) el coste del vinilo (14 € por m^2) para el suelo que no ocupa el escenario.

- 2 Dibuja el plano de ese aula a escala $1 : 100$ (indica las medidas en el plano y marca el escenario).

- 3 Un alumno calcula el área de un triángulo de base 6 cm y altura 4 cm como $6 \cdot 4 = 24\text{ cm}^2$. ¿Qué error ha cometido? Corrígelo.

- 4 Explica en tres frases por qué tu plano del equipo cumple las restricciones y cuál ha sido la decisión más difícil.

Plantilla del producto final

SdA 8 · Diseñamos un espacio

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Plano y memoria geométrica del aula en L. Plano a escala 1 : 100 (1 cm = 1 m) con medidas rotuladas y cálculos que lo justifiquen.

Título y equipo**Datos y escala**

Medidas del aula, escala y mobiliario.

Restricciones R1-R6

Marca cuáles se cumplen y cómo.

Plano a escala 1 : 100

Mesas, estantería, rincón de lectura, puerta y ventanas.

**Cálculos de perímetro y área**

Descomposición y comprobación.

Material y coste

Suelo, rodapié, pintura y total.

Comprobación del otro equipo

Medidas verificadas y firma.

Decisiones y conclusión

Qué hemos decidido y por qué.

Lista de cotejo para el proceso y la entrega

SdA 8 · Diseñamos un espacio

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Antes de entregar **Plano y memoria geométrica de un espacio de aula**, comprueba cada punto y marca la casilla. Si alguno falla, todavía estás a tiempo de mejorarlo.

Contenido del producto

- ☐ El plano está dibujado a escala 1 : 100 y tiene la escala indicada.
- ☐ Las medidas del aula y de los muebles están rotuladas con sus unidades.
- ☐ Las seis mesas, la estantería y el rincón de lectura están dentro del aula y no se solapan.
- ☐ Entre cada dos mesas hay al menos 1 m libre en la realidad (1 cm en el plano).
- ☐ El perímetro y el área del aula están calculados y el área se ha comprobado con un segundo método.
- ☐ El rodapié, la pintura y el suelo están calculados con redondeo hacia arriba cuando hace falta.
- ☐ El coste total no supera los 1 000 € y se muestra el desglose.
- ☐ Se han comprobado R1-R6 y se justifican las decisiones de diseño.

Calidad y rigor

- ☐ He utilizado vocabulario específico de la materia y lo he explicado cuando era necesario.
- ☐ He apoyado mis afirmaciones con evidencias (datos, citas, mapas o ejemplos concretos).
- ☐ He citado o identificado todas las fuentes utilizadas.
- ☐ He revisado la ortografía, la presentación y el orden del producto.
- ☐ He incorporado las mejoras propuestas en la coevaluación o por el docente.

Lo que más me ha costado

Firma del equipo / fecha de entrega

Rúbrica imprimible

SdA 8 · Diseñamos un espacio

ALUMNADO · DOCENTE

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Rúbrica para valorar **Plano y memoria geométrica de un espacio de aula**. Marca el nivel alcanzado en cada indicador.

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial	Nivel
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.	
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.	
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.	
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.	
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.	

Observaciones del docente

Valoración global

Autoevaluación y coevaluación

SdA 8 · Diseñamos un espacio

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Parte 1 · Autoevaluación

Afirmación	Aún no	Con ayuda	Bien	Muy bien
Sé distinguir cuándo hay que calcular un perímetro y cuándo un área, y calcular ambos en figuras compuestas.	☐	☐	☐	☐
Sé pasar medidas de la realidad al plano y del plano a la realidad usando la escala.	☐	☐	☐	☐
He cumplido mi rol y mis tareas dentro del equipo.	☐	☐	☐	☐
He escuchado y tenido en cuenta las ideas de los demás.	☐	☐	☐	☐
He usado fuentes y evidencias para justificar mis ideas.	☐	☐	☐	☐
He revisado y mejorado mi trabajo a partir de la retroalimentación.	☐	☐	☐	☐

Dos aprendizajes que he logrado

Una dificultad que he tenido

Una mejora que haré la próxima vez

Parte 2 · Coevaluación de otro equipo**Equipo evaluado:** _____**Fortaleza 1**

Fortaleza 2

Propuesta de mejora

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Figuras rectangulares y triangulares con medidas enteras y fórmulas visibles.

⊗ Fórmulas y símbolos

- **Rectángulo** de base b y altura h : perímetro $P = 2b + 2h$; área $A = b \cdot h$.
- **Cuadrado** de lado l : perímetro $P = 4 \cdot l$; área $A = l \cdot l$.
- **Triángulo** de base b y altura h : área $A = b \cdot h \div 2$.
- **Unidades**: longitud en cm o m; superficie en cm^2 o m^2 .

⊗ Ejemplo modelado

Rectángulo de $7 \text{ m} \times 4 \text{ m}$: $P = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 4 = 14 + 8 = 22 \text{ m}$ y $A = 7 \cdot 4 = 28 \text{ m}^2$. Triángulo de base 6 m y altura 4 m : $A = 6 \cdot 4 \div 2 = 24 \div 2 = 12 \text{ m}^2$.

1 Calcula el perímetro y el área de cada figura (solo el área del triángulo).

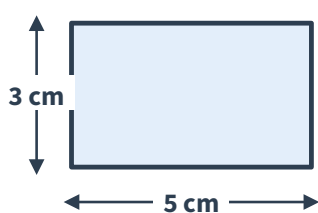


Figura 1: rectángulo



Figura 2: cuadrado

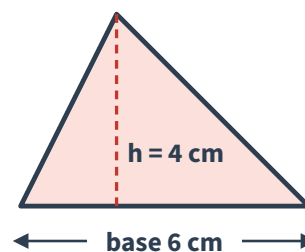


Figura 3: triángulo

Figura	Perímetro (cm)	Área (cm^2)
1 · Rectángulo		
2 · Cuadrado		
3 · Triángulo		

2 Un aula rectangular mide $8 \text{ m} \times 5 \text{ m}$. Completa.Perímetro: $2 \cdot 8 + 2 \cdot 5 =$ _____ mÁrea: $8 \cdot 5 =$ _____ m^2 Rodapié (quitando 1 m de puerta): _____ m $\rightarrow$ _____ barras de 2 m (redondeo hacia arriba)

3 Escala 1 : 100. Completa.

El aula de $8 \text{ m} \times 5 \text{ m}$ mide en el plano _____ cm $\times$ _____ cm.

Una mesa de 1,2 m mide en el plano _____ cm.

Actividad de ampliación

SdA 8 · Diseñamos un espacio

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

 El rincón de lectura circular y el coste por m²

En otra sala más grande se quiere sustituir el rincón de lectura por una alfombra circular de moqueta. El rincón debe tener al menos 6 m² (como R3) y la moqueta no puede costar más de 130 € (a 20 € el m²). Para el área del círculo se usa $A = \pi \cdot r^2$ con $\pi \approx 3,14$.

 Pasos

- 1** Calcula el área y el coste de una alfombra circular de radio 1,5 m.
- 2** Completa la tabla de tanteo con radios de 1,2 m a 1,5 m y decide cuáles cumplen las dos condiciones (área mínima y coste máximo).
- 3** ¿Qué ocurre con el área si se duplica el radio? Pruébalo con dos radios distintos y generaliza.
- 4** Compara el área del círculo de radio 1,5 m con el cuadrado de 3 m de lado que lo contiene. ¿Qué fracción del cuadrado ocupa?

1 **Tabla de tanteo (redondea a centésimas).**

Radio (m)	Área πr^2 (m ²)	Coste (€)	¿Cumple las dos condiciones?
1,2			
1,3			
1,4			
1,5			

 Entrega

La tabla completada, la elección razonada del radio, la regla que relaciona radio y área escrita con tus palabras y la comparación con el cuadrado.

 Ficha 1

1. Diagnóstico: 16 cm ($2 \cdot 5 + 2 \cdot 3$); 15 cm^2 ($5 \cdot 3$); 100 cm .
2. Pared derecha (abajo): $6 - 2 = 4 \text{ m}$. Pared superior izquierda: $10 - 4 = 6 \text{ m}$. Pared interior horizontal: es paralela y de igual medida que el lado de la esquina recortada, 4 m .
3. Tabla de medidas reales: respuestas variables. Se valora que haya estimación previa, unidad e instrumento y que la diferencia estimación-medida esté bien calculada.
4. $10 : 0,6 \approx 16,7$, unos 17 pasos.

 Ficha 2

1. A: rectángulo (4 ángulos rectos, lados opuestos iguales 4 y 2). B: cuadrado (4 lados iguales y 4 ángulos rectos). C: rombo (4 lados iguales de 5 cm y ángulos no rectos). D: trapecio (un par de lados paralelos; es isósceles porque los lados no paralelos miden 2,5 cm). E: triángulo equilátero (3 lados iguales). F: triángulo rectángulo (un ángulo recto; además es escaleno: 3, 4 y 5 cm).
2. V; F (un rectángulo de 4×2 no es cuadrado); F (solo el cuadrado); V; V.
3. El rombo C tiene los cuatro lados iguales (5 cm) y no es un cuadrado porque sus ángulos no son rectos. Un solo contraejemplo basta para demostrar que la afirmación es falsa.
4. Equilátero; isósceles; escaleno (y rectángulo).

 Ficha 3

1. Rodapié, cenefa y valla: perímetro (m). Suelo y pintura: área (m^2).
2. $10 + 4 + 4 + 2 + 6 + 6 = 32 \text{ m}$. El rectángulo: $2 \cdot 10 + 2 \cdot 6 = 32 \text{ m}$. Son iguales: la parte que se quita en horizontal se compensa con lo que se añade en la pared interior.
3. 4×2 : perímetro 32 m, área $60 - 8 = 52 \text{ m}^2$. 3×1 : perímetro 32 m, área $60 - 3 = 57 \text{ m}^2$. 6×3 : perímetro 32 m, área $60 - 18 = 42 \text{ m}^2$. Conclusión: el perímetro no cambia al recortar una esquina rectangular, pero el área sí disminuye.
4. $a + b = 8$: (1, 7) área 7 m^2 ; (2, 6) área 12 m^2 ; (3, 5) área 15 m^2 ; (4, 4) área 16 m^2 . Con el mismo perímetro el área puede ser distinta; es máxima cuando el rectángulo es un cuadrado.

 Ficha 4

1. Suma: rectángulo de $12 \cdot 5 = 60$ más rectángulo de $7 \cdot 3 = 21$: 81 m^2 . Resta: $12 \cdot 8 - 5 \cdot 3 = 96 - 15 = 81 \text{ m}^2$. Otras descomposiciones válidas dan el mismo resultado.
2. P: rectángulo $6 \cdot 3 = 18$ más triángulo $6 \cdot 2 \div 2 = 6$: 24 cm^2 . Q: $(5 + 3) \cdot 3 \div 2 = 12 \text{ cm}^2$. R: $5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2$. S: $6 \cdot 4 \div 2 = 12 \text{ cm}^2$.
3. $4 \cdot 3 \div 2 = 6 \text{ m}^2$. Cumple R3 justo (6 m^2 es el mínimo).
4. Mesas: $2,4 \cdot 1,2 = 2,88 \text{ m}^2$; 6 mesas: $17,28 \text{ m}^2$. Estantería: $3 \cdot 0,4 = 1,2 \text{ m}^2$. Rincón: 6 m^2 . Total: $17,28 + 1,2 + 6 = 24,48 \text{ m}^2$, que es menos de la mitad de 52 m^2 (26 m^2). R5 se cumple.

Ficha 5

1. Aula: 10 cm. Mesa: $2,4 \text{ cm} \times 1,2 \text{ cm}$. Estantería: $3 \text{ cm} \times 0,4 \text{ cm}$. Distancia mínima: 1 cm del plano = 1 m real.
2. 4 m ($4 \cdot 100 = 400 \text{ cm}$); 10 cm ($500 : 50$); 1 m real.
3. Contorno: (0,0), (10,0), (10,4), (6,4), (6,6), (0,6), de vuelta a (0,0). Puerta en la pared izquierda entre $y = 4,5$ e $y = 5,5$; ventanas en la pared inferior entre $x = 3$ y 5 y entre $x = 6$ y 8 , y en la pared superior entre $x = 0,5$ y $2,5$ (se acepta cualquier posición razonable si el tamaño es el correcto).
4. $3 \cdot 2,4 + 2 \cdot 1 = 7,2 + 2 = 9,2 \text{ m}$. Caben y sobran $10 - 9,2 = 0,8 \text{ m}$ (0,4 m a cada lado).

Ficha 6

1. Rodapié: perímetro 32 m menos 1 m de puerta = 31 m. $31 : 2 = 15,5 \rightarrow 16$ barras. Coste: $16 \cdot 6 = 96 \text{ €}$.
2. Paredes: $32 \cdot 3 = 96 \text{ m}^2$. Puerta: $1 \cdot 2 = 2 \text{ m}^2$. Ventanas: $3 \cdot (2 \cdot 1) = 6 \text{ m}^2$. A pintar: $96 - 2 - 6 = 88 \text{ m}^2$. Botes: $88 : 25 = 3,52 \rightarrow 4$ botes. Coste: $4 \cdot 30 = 120 \text{ €}$.
3. Opción A: suelo $52 \cdot 14 = 728 \text{ €}$; rodapié 96 €; pintura 120 €; total 944 €. Opción B: moqueta $6 \cdot 20 = 120 \text{ €}$; vinilo $(52 - 6) \cdot 14 = 46 \cdot 14 = 644 \text{ €}$; suelo 764 €; con rodapié y pintura, total $764 + 96 + 120 = 980 \text{ €}$.
4. Con ambas opciones se cumple R6 (944 € y 980 € son menos de 1 000 €). Con un presupuesto de 960 €, solo cumple la opción A (944 €); la B (980 €) se pasa en 20 €.

Ficha 7

1. Respuesta variable. Una solución posible (en metros, con el origen en la esquina inferior izquierda): mesas de $2,4 \times 1,2$ con esquinas inferiores en (0,4; 0,2), (3,8; 0,2), (7,2; 0,2), (0,4; 2,4), (3,8; 2,4) y (7,2; 2,4); estantería de $3 \times 0,4$ apoyada en la pared superior, de $x = 3$ a 6 ; rincón de lectura de $4 \times 1,5$ (6 m^2) entre $x = 2$ y 6 e $y = 4$ y $5,5$. En el plano a 1:100 las medidas son esas mismas cifras en cm.
2. Con esta solución: entre mesas hay 1 m en horizontal y 1 m en vertical (R2); todo está dentro del aula y no se solapa (R1); el rincón tiene 6 m^2 (R3); la estantería toca la pared superior (R4); ocupan $17,28 + 1,2 + 6 = 24,48 \leq 26 \text{ m}^2$ (R5); el coste es 944 € o 980 € (R6).
3. Revisión cruzada: se valora que las medidas anotadas se hayan comprobado con regla y que la mejora sea concreta.

Ficha 8

1. (a) Perímetro: $2 \cdot 9 + 2 \cdot 5 = 28 \text{ m}$. (b) Área del aula: $9 \cdot 5 = 45 \text{ m}^2$; escenario: $3 \cdot 2 \div 2 = 3 \text{ m}^2$; suelo libre $45 - 3 = 42 \text{ m}^2$. (c) Rodapié: $28 - 1 = 27 \text{ m}$; $27 : 2 = 13,5 \rightarrow 14$ barras; $14 \cdot 6 = 84 \text{ €}$. (d) Vinilo: $42 \cdot 14 = 588 \text{ €}$.
2. A escala 1 : 100: $900 : 100 = 9 \text{ cm}$ y $500 : 100 = 5 \text{ cm}$; el escenario tiene catetos de 3 cm y 2 cm. El dibujo debe mostrar el rectángulo de $9 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ con el triángulo en una esquina y las medidas rotuladas.
3. El alumno ha olvidado dividir entre 2: $6 \cdot 4 \div 2 = 12 \text{ cm}^2$.
4. Respuesta abierta. Se valora que se citen restricciones concretas y que se mencionen cálculos que las prueban (por ejemplo, $24,48 \leq 26$).

Refuerzo

1. Rectángulo: $P = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 3 = 16 \text{ cm}$; $A = 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2$. Cuadrado: $P = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}$; $A = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^2$. Triángulo: $A = 6 \cdot 4 \div 2 = 12 \text{ cm}^2$.
2. Perímetro: $16 + 10 = 26 \text{ m}$. Área: 40 m^2 . Rodapié: $26 - 1 = 25 \text{ m}$; $25 : 2 = 12,5 \rightarrow 13$ barras.
3. En el plano mide $8 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$; la mesa mide 1,2 cm.

Ampliación

- Radio 1,5 m: $A = 3,14 \cdot 1,5^2 = 3,14 \cdot 2,25 = 7,065 \approx 7,07 \text{ m}^2$; coste $7,065 \cdot 20 = 141,30 \text{ €}$.
- $r = 1,2$: $4,52 \text{ m}^2$, 90,43 €, no (área menor que 6). $r = 1,3$: $5,31 \text{ m}^2$, 106,13 €, no (área menor que 6). $r = 1,4$: $6,15 \text{ m}^2$, 123,09 €, sí (área mínima y coste máximo). $r = 1,5$: $7,07 \text{ m}^2$, 141,30 €, no (cuesta más de 130 €). Solo sirve $r = 1,4 \text{ m}$.
- Si el radio se duplica, el área se multiplica por 4: $r = 1 \rightarrow 3,14 \text{ m}^2$ y $r = 2 \rightarrow 12,56 \text{ m}^2$ ($12,56 : 3,14 = 4$). En general $\pi(2r)^2 = 4\pi r^2$.
- Cuadrado de lado 3 m: 9 m^2 . $7,065 : 9 \approx 0,785$: el círculo ocupa aproximadamente el 78,5 % del cuadrado.

Errores frecuentes

- Confundir perímetro y área, o escribir m en lugar de m^2 (y viceversa).
- Olvidar dividir entre 2 en el área del triángulo y del rombo.
- Usar el lado inclinado en lugar de la altura perpendicular en paralelogramos, triángulos y trapecios.
- Calcular las barras de rodapié o los botes de pintura sin redondear hacia arriba (por ejemplo, 15 barras en lugar de 16).
- Convertir mal la escala (multiplicar en lugar de dividir, o confundir 1 : 100 con 1 : 10).
- Pintar o poner rodapié también en la puerta y las ventanas, o no restar la puerta del rodapié.

Criterios para valorar respuestas abiertas

- En el plano del equipo se acepta cualquier distribución que cumpla R1-R6 y esté bien medida; lo esencial es que cada restricción se compruebe con cálculos o mediciones.
- En las tareas abiertas (conjeturas, contraejemplos, decisiones) se valora que la respuesta se apoye en un ejemplo numérico o en una propiedad geométrica concreta.
- En las tablas de mediciones reales cualquier valor razonable es válido si hay estimación, medida, instrumento y unidad.
- La calculadora está permitida, pero las fórmulas y los cálculos intermedios deben aparecer escritos con sus unidades.

09

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

Historias que cuentan los gráficos



PREGUNTA GUÍA

¿Cómo podemos leer una historia únicamente mirando una tabla o una gráfica?CURSO
1.º ESOSESIONES
6 sesiones · 3.º trimestreSENTIDOS PRIORITARIOS
D · Sentido algebraicoCOMPETENCIAS ESPECÍFICAS
CE1, CE4, CE5, CE7, CE8PRODUCTO FINAL
Galería comentada de
relaciones entre magnitudesCRITERIOS DE EVALUACIÓN
1.1, 4.1, 5.1, 7.1, 8.1

Contexto, reto y sentido

El pasillo del centro se va a convertir en una **galería de gráficos**: cada panel contará una historia a quien pase por delante, pero sin usar frases largas, solo con una tabla, unos ejes y una línea. Un paseo en bici que se interrumpe por un pinchazo, la temperatura de un día de otoño, un depósito que se llena y se vacía o el precio de un taxi cuentan historias muy distintas, y todas se pueden leer si se sabe mirar.

Esta situación trabaja el sentido algebraico en su versión más visual: localizar puntos con coordenadas, relacionar dos magnitudes mediante una tabla, pasar de la tabla a la gráfica y de la gráfica al relato, e interpretar cuándo algo crece, decrece o se mantiene constante. Una gráfica no es un dibujo: cada punto es un par de datos, y una gráfica mal construida (sin unidades o con una escala irregular) puede contar una historia falsa.

Reto

Montar una galería comentada con cuatro situaciones (distancia, temperatura, llenado y coste), cada una con su tabla, su gráfica bien construida y un comentario que explique qué ocurre en cada tramo.

Producto final

Galería comentada de relaciones entre magnitudes.



Vinculación curricular

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS MOVILIZADAS

CE1

Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas.

CE4

Utilizar el pensamiento computacional: descomponer, reconocer patrones, generalizar y crear algoritmos.

CE5

Reconocer y utilizar conexiones entre ideas matemáticas, integrando conocimientos.

CE7

Representar conceptos, procedimientos, información y resultados de distintas formas.

CE8

Comunicar conceptos, procedimientos y argumentos con lenguaje matemático apropiado.

Criterios de evaluación seleccionados · síntesis operativa

- 1.1** Interpretar problemas matemáticos organizando los datos, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.
- 4.1** Reconocer patrones, organizar datos y descomponer un problema en partes más simples facilitando su interpretación computacional.
- 5.1** Reconocer las relaciones entre los conocimientos y experiencias matemáticas, formando un todo coherente.
- 7.1** Representar conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos de modos distintos y con diferentes herramientas, incluidas las digitales.
- 8.1** Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, oralmente y por escrito, al explicar y justificar razonamientos, procedimientos y conclusiones.

Saberes básicos prioritarios

D

Sentido algebraico

- Coordenadas cartesianas: localización de puntos en el plano y lectura de coordenadas (los cuatro cuadrantes).
- Relaciones entre dos variables: variable independiente y dependiente, tablas de valores y su representación gráfica.
- Interpretación de gráficas: crecimiento, decrecimiento, tramos constantes, máximo, mínimo y valor inicial.
- Construcción de gráficas: elección de escala, rotulación de ejes con magnitud y unidad, y unión de puntos cuando la situación lo permite.
- Relación entre el ritmo de variación y la inclinación de un tramo (más inclinado, más rápido).
- Paso de una representación a otra: historia, tabla, gráfica y descripción verbal.

F

Sentido socioafectivo

- Revisión del trabajo propio y ajeno con criterios, aceptando la crítica.
- Cooperación con reparto de roles para producir un resultado común.



Objetivos didácticos

- ✓ Ubicar puntos en el plano cartesiano.
- ✓ Relacionar una tabla con su representación gráfica.
- ✓ Interpretar crecimiento, decrecimiento y tramos constantes.
- ✓ Explicar una gráfica con lenguaje cotidiano y matemático.

Metodología y papel docente

Aprendizaje basado en retos

El reto organiza la secuencia y obliga a movilizar varios procedimientos, no solo a reproducir un algoritmo.

Resolución de problemas

Se explicitan comprensión, planificación, ejecución, comprobación y comunicación de la solución.

Representaciones múltiples

Se conectan expresiones, tablas, gráficas, diagramas, materiales y lenguaje verbal según la naturaleza del contenido.

Tecnología con propósito

Las herramientas digitales se utilizan para explorar, representar, comprobar o automatizar; no sustituyen la argumentación.

Papel docente

Presenta el reto, modela estrategias, plantea preguntas, detecta errores, gradúa ayudas y exige justificación matemática.

Secuencia de sesiones y actividades

- ① Cada sesión genera una **evidencia** que se recoge en la ficha correspondiente del Anexo 3. Las soluciones están en la guía docente (Anexo 10).

1

SESIÓN 1

Historias sin números: elegir la gráfica que encaja

 **Evidencia:** Ficha 1: emparejamiento de cuatro historias con cuatro gráficas sin números y boceto de una historia nueva.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 1

2

SESIÓN 2

Coordenadas y localización de puntos

 **Evidencia:** Ficha 2: lectura de coordenadas en el patio, colocación de puntos, verdadero o falso y cuadrantes.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 2

3

SESIÓN 3

De tabla a gráfica

 **Evidencia:** Ficha 3: gráfica de la temperatura a partir de su tabla, tabla del taxi y gráfica de la tarifa.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 3

4

SESIÓN 4

De gráfica a relato y detección de errores

 **Evidencia:** Ficha 4: lectura de la gráfica del paseo de Lucas, corrección de una gráfica con errores y relato de la gráfica del depósito.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 4

5

SESIÓN 5

Galería de cuatro situaciones: distancia, temperatura, llenado y coste

 **Evidencia:** Ficha 5: construcción de dos gráficas de la galería y tabla de comentario de las cuatro situaciones.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 5

6

SESIÓN 6

Visita de galería y evidencia individual

 **Evidencia:** Ficha 6: visita de galería con pauta de revisión y evidencia individual con la batería de un móvil.

 **Ficha:** Anexo 3 · ficha 6



Recursos, interdisciplinariedad y transversalidad

 Recursos

Tarjetas de historias

cuadrículas

datos ficticios

hoja de cálculo opcional

 Interdisciplinariedad y transversalidad

Según el contexto, la situación puede conectarse con Tecnología y Digitalización, Física y Química, Biología y Geología, Economía, Geografía, Educación Física o competencia digital. Se promueven consumo responsable, sostenibilidad, lectura crítica de datos, igualdad, cooperación y comunicación rigurosa cuando son pertinentes al reto.



DUA y atención a la diversidad

 Implicación

Metas visibles, elección entre contextos equivalentes, retos graduados, trabajo cooperativo con roles y retroalimentación frecuente.

 Representación

Enunciados segmentados, ejemplos modelados, recta numérica, tablas, diagramas, representaciones gráficas, material manipulativo y herramientas digitales cuando aporten valor.

 Acción y expresión

Posibilidad de expresar el razonamiento con cálculos, esquema, explicación oral, tabla, gráfica o breve informe, manteniendo la exigencia del criterio evaluado.

⊗ Refuerzo Anexo 8

Ejes ya graduados, pocos puntos y vocabulario de apoyo.

✍ Ampliación Anexo 9

Crear una gráfica por tramos que cumpla cinco condiciones y escribir una historia compatible.

✓ Evaluación

Evaluación continua y formativa: diagnóstico breve al inicio, evidencias de cada sesión, revisión de borradores o estrategias y valoración final del producto junto con una evidencia individual. La ponderación debe adaptarse a la normativa autonómica y a los acuerdos del departamento.

FASE 1
Inicial

Diagnóstico breve de conocimientos previos en la primera ficha del Anexo 3 y lectura del reto (Anexo 1).

FASE 2
Formativa

Evidencias de cada sesión, revisión de estrategias y errores, y retroalimentación con la lista de cotejo (Anexo 5).

FASE 3
Final

Valoración del producto con la rúbrica (Anexo 6), evidencia individual y reflexión del Anexo 7.

Criterios, evidencias e instrumentos

Criterio	Evidencia principal	Instrumento
1.1	Interpretación de las historias y las tablas: identificación de las dos magnitudes, sus unidades y de cómo varía una respecto de la otra.	Fichas 1 y 3 / lista de cotejo
4.1	Organización de los datos en tablas y reconocimiento del patrón de cada tramo (crece, decrece, constante) y de la regularidad de la tarifa del taxi.	Fichas 3 y 5 / escala de valoración
5.1	Conexión entre historia, tabla, pares de coordenadas, gráfica y descripción verbal, pasando de una representación a otra en ambos sentidos.	Fichas 2, 4 y 5 / rúbrica
7.1	Cuatro gráficas bien construidas (título, ejes con magnitud y unidad, escala uniforme, puntos correctos) que representan las cuatro situaciones.	Galería (Anexo 4) / rúbrica
8.1	Comentario oral y escrito de cada gráfica con vocabulario preciso (tramo creciente, constante, máximo, valor inicial) y datos concretos con unidad.	Visita de galería y Ficha 6 / rúbrica

☆ Evidencias clave de esta SdA

Galería, tablas, gráficas y comentario individual.

+ Rúbrica del producto final

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.



Variantes de aplicación

↗ Versión abreviada

Reducir a 4-5 sesiones, ofrecer datos cerrados y un único producto de una página, manteniendo una evidencia individual.

↖ Versión ampliada

Añadir datos reales del entorno, herramientas digitales, comparación de estrategias y una fase pública de comunicación o investigación.

Ficha de lanzamiento del reto

SdA 9 · Historias que cuentan los gráficos

ALUMNADO

Entráis en un museo extraño: las paredes no tienen cuadros, tienen gráficos. Una sube, se queda plana y vuelve a subir. Otra baja y luego sube de golpe. ¿Qué historia cuenta cada una? Quizá sea alguien que se para en un semáforo, un café que se enfría o un taxi que cobra por kilómetro. Vuestro reto es montar la galería del pasillo con cuatro situaciones reales: construiréis las gráficas, las comentaréis y descubriréis qué errores hacen que una gráfica cuente una historia falsa.

“¿Cómo podemos leer una historia únicamente mirando una tabla o una gráfica?”

🎯 Vuestro reto

Montar una galería comentada con cuatro situaciones (distancia, temperatura, llenado y coste), cada una con su tabla, su gráfica bien construida y un comentario que explique qué ocurre en cada tramo.

📦 Lo que vais a producir

Galería comentada de relaciones entre magnitudes.

📍 Hoja de ruta · 6 sesiones

- 1 Emparejamos historias con gráficas sin números.
- 2 Situamos puntos con coordenadas y aprendemos a leer pares ordenados.
- 3 Convertimos tablas de datos en gráficas bien construidas.
- 4 Leemos gráficas, corregimos errores y escribimos el relato.
- 5 Construimos y comentamos la galería de cuatro situaciones.
- 6 Visitamos la galería y resolvemos un reto individual.

📖 Al terminar seré capaz de...

- ✓ Ubicar puntos en el plano cartesiano.
- ✓ Relacionar una tabla con su representación gráfica.
- ✓ Interpretar crecimiento, decrecimiento y tramos constantes.
- ✓ Explicar una gráfica con lenguaje cotidiano y matemático.

📝 ¿Cómo me evaluarán?

Con la rúbrica del producto final (Anexo 6), la lista de cotejo (Anexo 5) y una reflexión personal (Anexo 7). ¡Revisadlas antes de empezar!

Dossier de fuentes y materiales base

SdA 9 · Historias que cuentan los gráficos

ALUMNADO

Cuatro historias y sus bocetos, el plano cartesiano, tablas de cuatro situaciones, una gráfica comentada, una gráfica con errores, vocabulario y la pauta de visita. Los datos son ficticios, creados para el aula.

F1 Cuatro historias sin números

DATOS

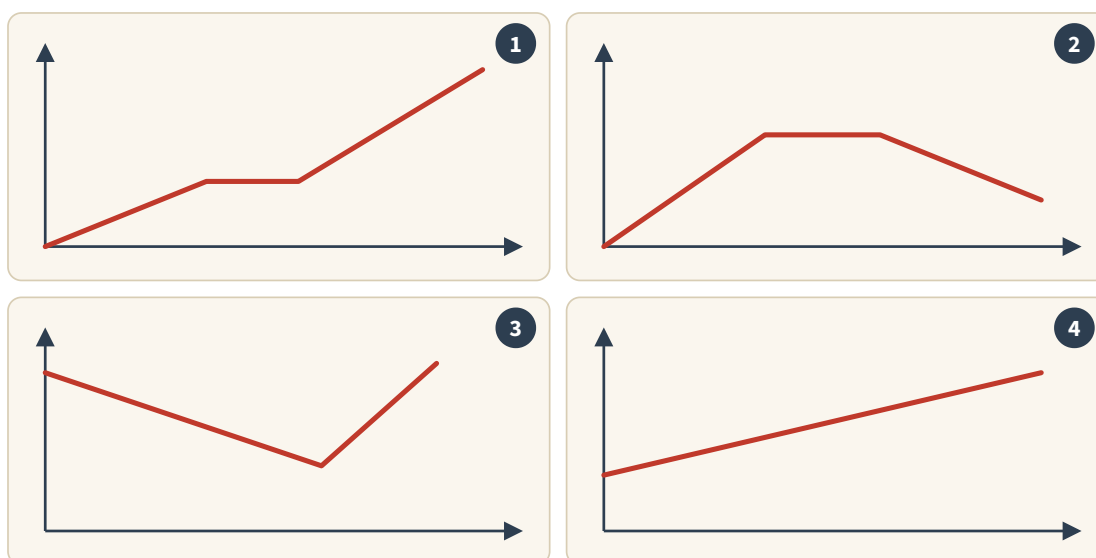
Historia	Texto
A · El paseo con parada	Salgo de casa hacia el instituto andando. A mitad de camino me paro a hablar con una amiga y, después, sigo caminando más deprisa que antes.
B · El cubo que se vacía	Lleno un cubo con un grifo y lo cierro. Después hago un agujero en el fondo y el cubo se vacía poco a poco, sin llegar a quedar del todo vacío.
C · El café y el microondas	Un café recién hecho se va enfriando. Cuando está casi frío, lo meto un momento en el microondas y se calienta mucho.
D · El taxi	Un taxi cobra una cantidad fija nada más subir y después cobra lo mismo por cada kilómetro recorrido.

Fuente: Textos de elaboración propia.

🔍 En cada historia hay dos magnitudes. ¿Cuáles son? ¿Cuál depende de cuál?

F2 Cuatro gráficas sin números

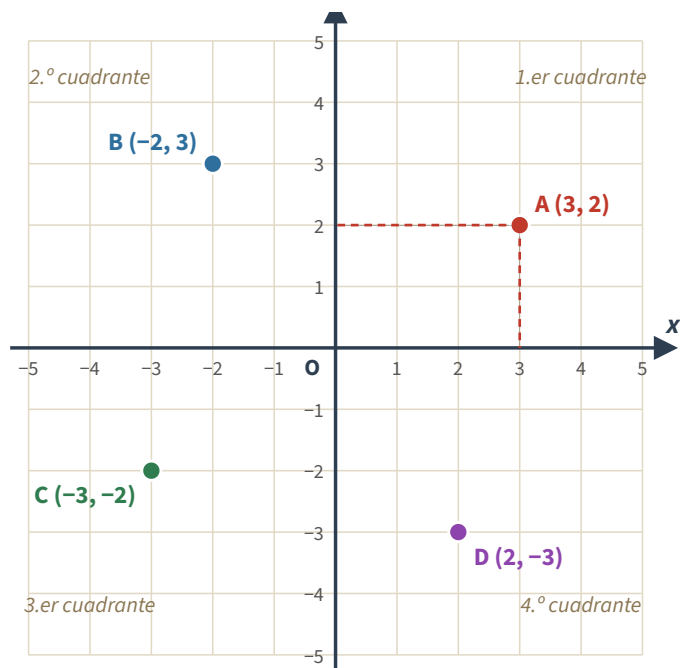
ESQUEMA



Fuente: Bocetos de elaboración propia. En el eje horizontal está siempre el tiempo o la distancia recorrida.

🔍 Una gráfica sin números ya cuenta cuándo algo sube, baja o se mantiene, y si lo hace más deprisa o más despacio.

F3 El plano cartesiano



Cómo se lee un punto

Un punto se escribe con dos números: un par ordenado (x, y) .

x (abscisa): cuánto me muevo en horizontal desde el origen O .
 y (ordenada): cuánto me muevo en vertical.

Para $A(3, 2)$: 3 a la derecha y 2 hacia arriba.
 El orden importa: $(3, 2) \neq (2, 3)$.

Fuente: Esquema de elaboración propia.

🔍 El eje horizontal es el eje x y el vertical es el eje y . Se cortan en el origen $O(0, 0)$.

F4 Situaciones A y B: tablas de datos

DATOS

Magnitud	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A · Tiempo (min)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
A · Distancia a casa (km)	0	1	2	2	3	4	5	5	5
B · Hora del día (h)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
B · Temperatura (°C)	9	8	7	11	16	19	15	11	9

A · El paseo de Lucas. Lucas va en bici de casa al instituto y se detiene un rato por un pinchazo. **B · Un día de otoño.** Temperatura registrada cada tres horas en un pueblo (datos ficticios).

Fuente: Datos ficticios creados para el aula.

🔍 Cada columna es un punto de la gráfica: el primer número es la abscisa y el segundo, la ordenada.

F5 Situaciones C y D: tablas de datos

DATOS

Magnitud	1	2	3	4	5	6	7	8	9
C · Tiempo (min)	0	2	4	6	8	10	12	14	16
C · Agua en el depósito (L)	0	20	40	60	60	60	40	20	0
D · Distancia recorrida (km)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
D · Precio del taxi (€)	3	5	7	9	11	13	15	17	19

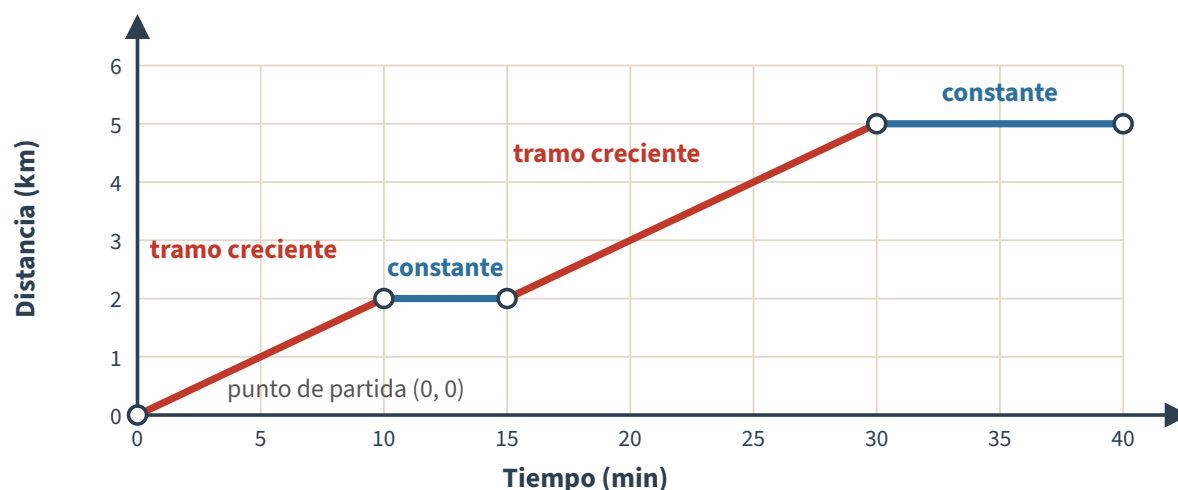
C · El depósito. Un depósito se llena con un grifo, se cierra y después se vacía por un desagüe. **D · El taxi.** Una bajada de bandera de 3 € y 2 € por cada kilómetro.

Fuente: Datos ficticios creados para el aula.

🔍 En la situación D el precio no es 0 cuando la distancia es 0. ¿Qué indica ese 3?

F6 Cómo se lee una gráfica: el paseo de Lucas

ESQUEMA

**Pauta para comentar una gráfica**

- **1. Título y ejes:** qué magnitud hay en cada eje y en qué unidad.
- **2. Escala:** cuánto vale cada cuadro.
- **3. Tramos de izquierda a derecha:** crece, decrece o se mantiene constante.
- **4. Datos clave:** valor inicial, máximo, mínimo y cuándo ocurren (con unidades).
- **5. Relato:** una historia que encaje con todos los tramos, en el mismo orden.

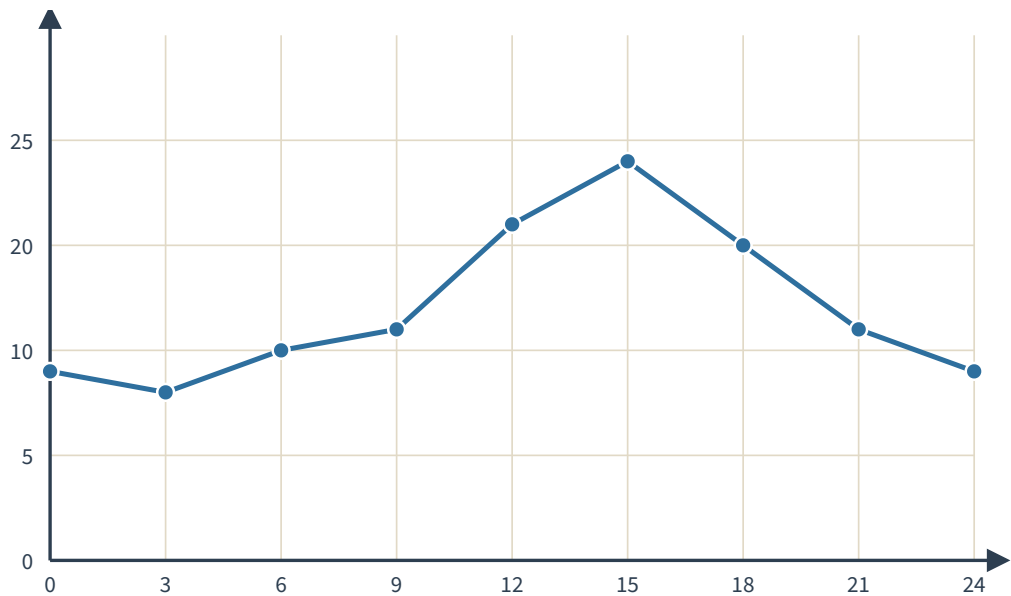
Comentario de ejemplo. Entre 0 y 10 min, Lucas se aleja 2 km de casa. Entre 10 y 15 min, la distancia no cambia: está parado. Entre 15 y 30 min vuelve a pedalear y llega a 5 km. Después se queda en el instituto.

Fuente: Gráfica de elaboración propia con los datos de la situación A.

🔍 Los dos tramos crecientes tienen la misma inclinación: Lucas pedalea igual de rápido antes y después de la parada.

F7 Una gráfica con errores

ESQUEMA



Fuente: Gráfica ficticia con errores intencionados, creada para el aula.

🔍 Un compañero ha dibujado la temperatura de un día de otoño (situación B, tabla F4). Compárala con la tabla y busca los errores.

F8 Vocabulario de las gráficas

GLOSARIO

Variable independiente	Magnitud que elegimos o que avanza por sí sola (por ejemplo, el tiempo). Va en el eje horizontal.
Variable dependiente	Magnitud cuyo valor depende de la otra (por ejemplo, la distancia). Va en el eje vertical.
Par ordenado	Pareja de números (x, y) que indica la posición de un punto.
Origen	Punto $(0, 0)$ donde se cortan los ejes.
Creciente	Tramo en que la variable y aumenta al aumentar x (la línea sube).
Decreciente	Tramo en que y disminuye al aumentar x (la línea baja).
Constante	Tramo en que y no cambia (la línea es horizontal).
Máximo y mínimo	Valores más alto y más bajo que alcanza la variable dependiente.

Fuente: Elaboración propia.

F9 Visita de galería**PROTOCOLO**

- **1.** Cada equipo se coloca delante de su panel; un portavoz se queda para responder y el resto del equipo visita otros paneles.
- **2.** En cada panel, lee la tabla, comprueba que **dos puntos** están bien colocados y revisa el título y los ejes.
- **3.** Escribe una **pregunta de lectura** (por ejemplo, «¿cuándo se alcanza el máximo?») y una **sugerencia** de mejora.
- **4.** Cambio de panel cada cinco minutos.
- **5.** El portavoz recoge las preguntas y las responde en voz alta con vocabulario matemático.

Fuente: Elaboración propia.

Fichas de actividades del alumnado

SdA 9 · Historias que cuentan los gráficos

ALUMNADO

FICHA 1

Historias sin números

Sesión 1

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Observa los textos de F1 y los bocetos de F2. No hay datos: lo que importa es la forma.

1 Diagnóstico inicial. Marca la respuesta correcta.

Un ciclista recorre 12 km en 1 hora. En 2 horas, al mismo ritmo, habrá recorrido...

☐ 14 km ☐ 24 km ☐ 6 km

Una temperatura sube de 8 °C a 14 °C. Ha subido...

☐ 22 °C ☐ 6 °C ☐ 8 °C

Un depósito tiene 60 L y se vacía a 10 L por minuto. Tras 3 minutos quedan...

☐ 63 L ☐ 30 L ☐ 18 L

2 Une cada historia con la gráfica que le corresponde (F2) escribiendo la letra.

1 A · El paseo con parada



a Gráfica 3

2 B · El cubo que se vacía



b Gráfica 1

3 C · El café y el microondas



c Gráfica 4

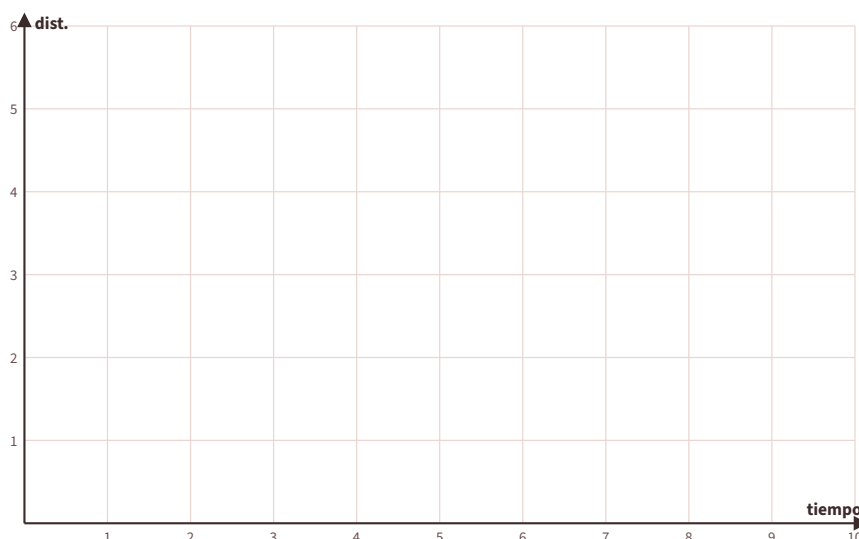
4 D · El taxi



d Gráfica 2

3 Explica cómo has elegido la gráfica de la historia B: ¿qué ocurre al principio, en el medio y al final?

4 Dibuja un boceto de esta historia: «Salgo de casa hacia el parque, lo atravieso sin parar, me quedo un rato y vuelvo a casa más despacio de lo que fui». Pon en el eje horizontal el tiempo y en el vertical la distancia a casa.



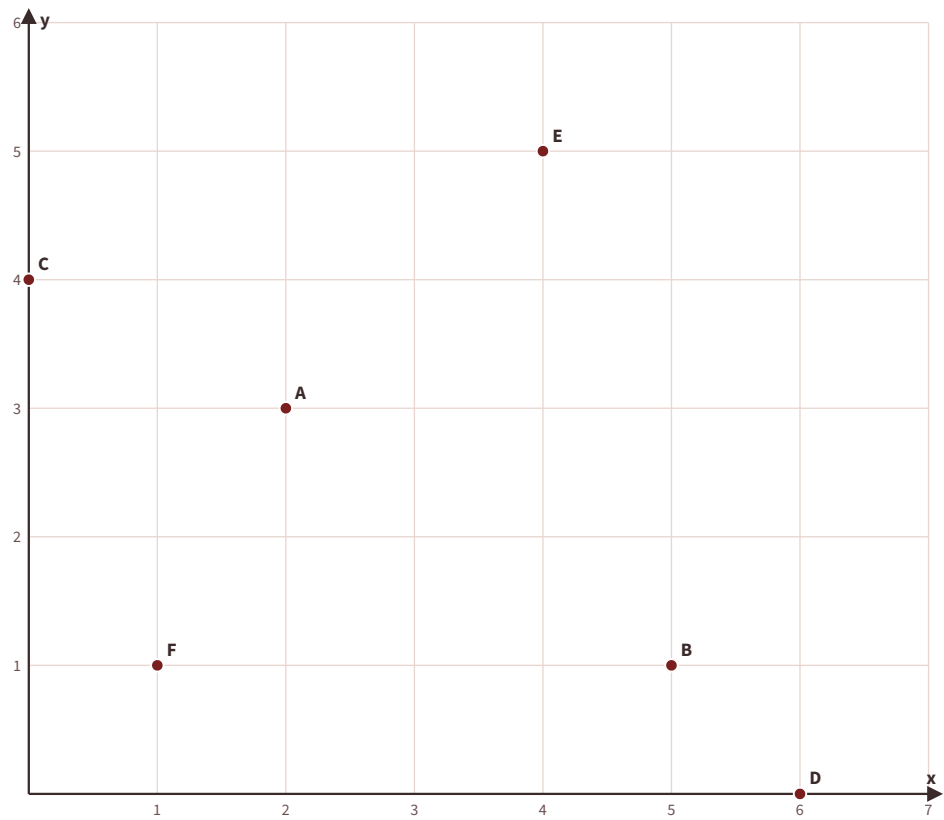
FICHA 2

Coordenadas

Sesión 2

Usa el plano cartesiano de F3. Primero el número del eje horizontal y después el del vertical.

- 1
- El plano del patio tiene seis lugares. Escribe las coordenadas de cada uno. Después di cuántas casillas hay que avanzar hacia la derecha y cuántas hacia abajo para ir de la entrada (C) a la fuente (B).



Punto	A	B	C	D	E	F
Coordenadas						

- 2 Sitúa estos puntos en la cuadrícula: P(1, 2), Q(3, 5), R(6, 2), S(0, 3) y T(5, 0).



- 3 Verdadero o falso.

	V	F
El punto (4, 1) y el punto (1, 4) son el mismo punto.	☐	☐
Un punto con $x = 0$ está sobre el eje vertical.	☐	☐
El origen tiene coordenadas (0, 0).	☐	☐
En el punto (3, 5), el número 5 es la abscisa.	☐	☐
El punto (6, 0) está sobre el eje horizontal.	☐	☐

- 4 Con los puntos B, C y D de F3, completa la tabla.

Punto	Coordenadas	Cuadrante
B		
C		
D		
El punto (-4, 1)		

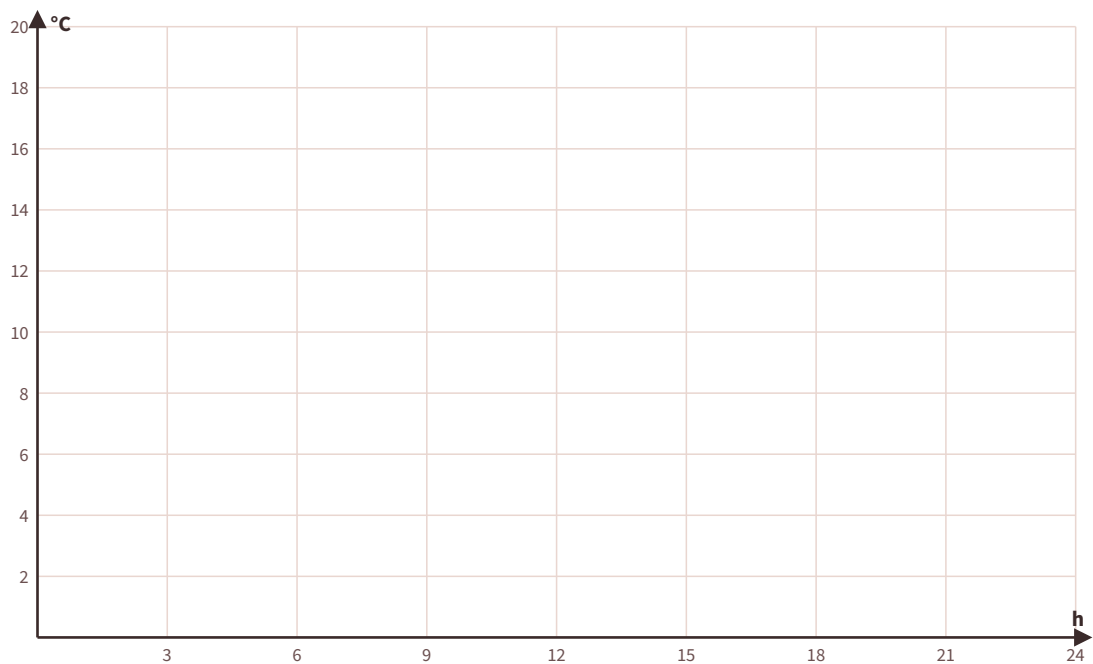
FICHA 3

De la tabla a la gráfica

Sesión 3

Una gráfica bien hecha tiene título, ejes con magnitud y unidad, escala uniforme y los puntos en su sitio.

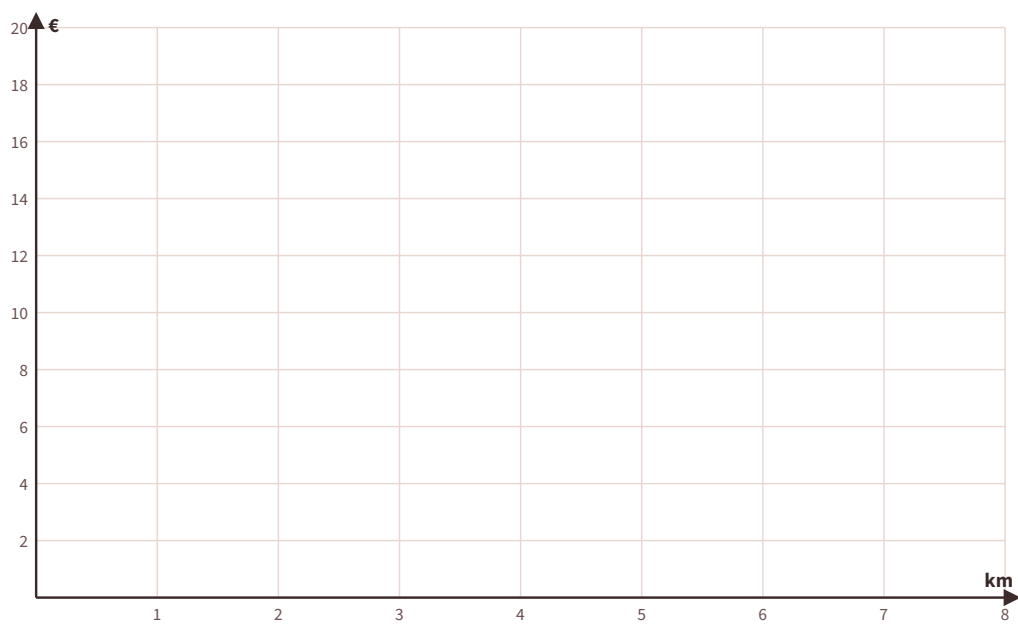
- 1
- Dibuja la gráfica de la situación B (temperatura de un día de otoño) con los datos de F4. Une los puntos con segmentos.



- 2
- Taxi (situación D): $\text{precio} = 3 \text{ €} + 2 \text{ € por km}$. Calcula el precio para estas distancias más allá de la tabla de F5 y averigua cuántos kilómetros se pueden hacer con 25 €.

Distancia (km)	Cálculo	Precio (€)
10		
12		

3 Dibuja la gráfica del taxi con los datos de F5.



4 ¿Tiene sentido unir los puntos del taxi? ¿Qué precio marcaría la línea en 2,5 km? ¿Qué indica el punto donde la gráfica corta el eje vertical?

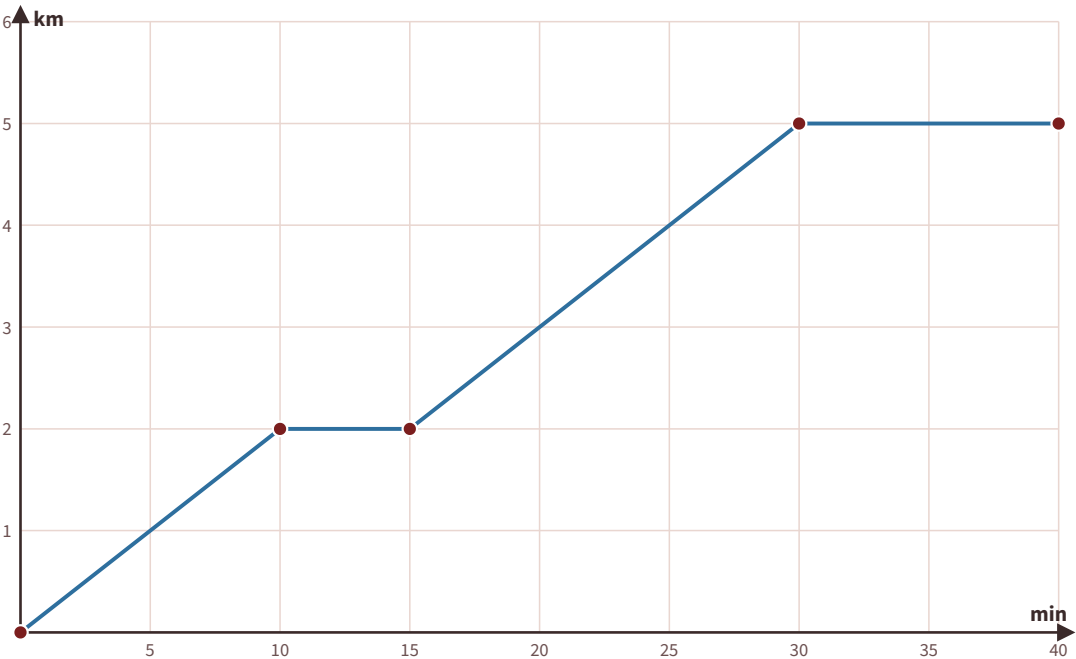
FICHA 4

De la gráfica al relato

Sesión 4

Usa la pauta de F6 para leer y comentar gráficas.

1 Lee la gráfica del paseo de Lucas y responde.



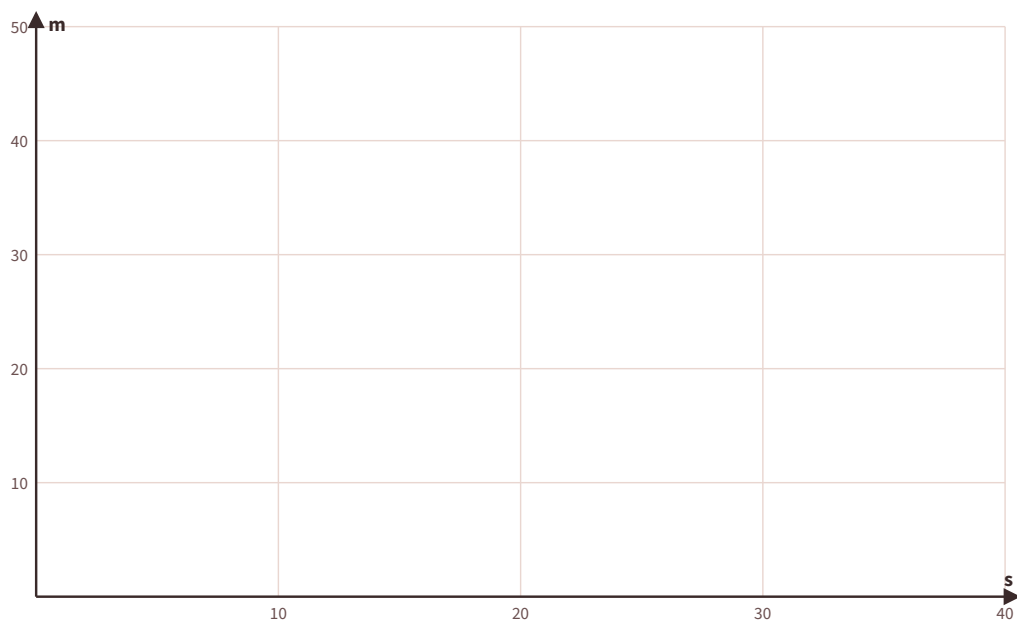
Pregunta	Respuesta
¿A qué distancia de casa está a los 10 min?	
¿Cuánto tiempo está parado?	
¿Cuántos km recorre entre los minutos 15 y 30?	
¿Cuándo llega al instituto?	
¿Va más deprisa antes o después de la parada? ¿Cómo lo sabes?	

2 Compara la gráfica de F7 con la tabla de la situación B (F4). Describe tres errores y cómo se corrigen.

Error	Por qué es un error	Cómo se corrige

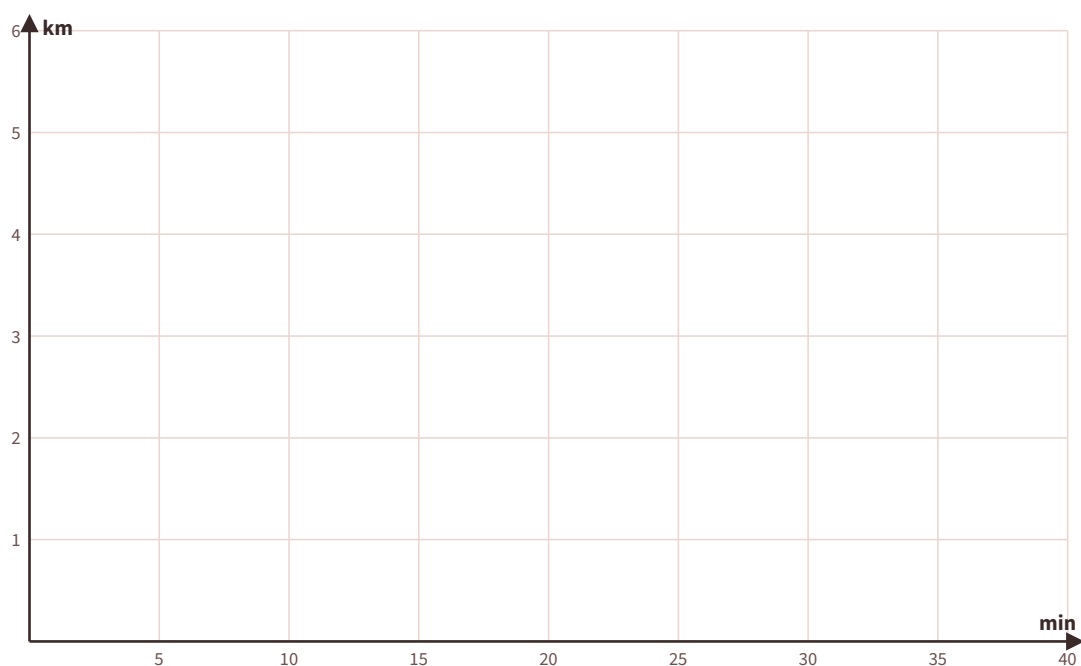
- 3 Con los datos de la situación C (F5), escribe el relato de la gráfica del depósito: qué ocurre en cada tramo y a qué ritmo.

- 4 Dibuja la gráfica de esta historia: «Un globo sube 40 m en 20 s, se queda quieto 10 s y después baja 20 m en 10 s».

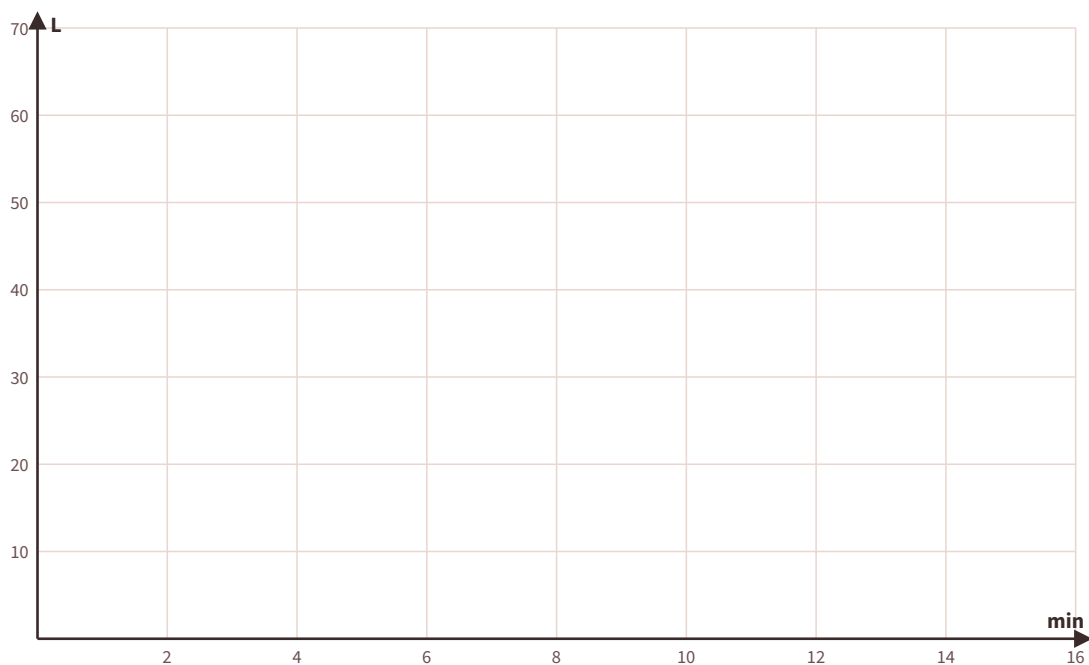


Trabaja en equipo con roles: dibujante, lector de la tabla, revisor de ejes y portavoz. Cada gráfica ocupa un panel de la plantilla (Anexo 4).

1 Situación A (distancia). Dibuja la gráfica de la tabla de F4 con escala uniforme.



2 Situación C (llenado). Dibuja la gráfica de la tabla de F5.



3 Comentario de las cuatro situaciones. Completa la tabla.

Situación	Tramos (de izquierda a derecha)	Dato clave con unidad	Relato breve
A · Distancia			
B · Temperatura			
C · Llenado			
D · Coste			

4 Revisión: comprobad cada gráfica de vuestra galería.

- ☐ Tiene título y los dos ejes con magnitud y unidad
- ☐ La escala es uniforme en los dos ejes
- ☐ Todos los puntos de la tabla están bien situados
- ☐ El comentario cita datos concretos con unidad
- ☐ El relato respeta el orden de los tramos

FICHA 6

Visita de galería y reto individual

Sesión 6

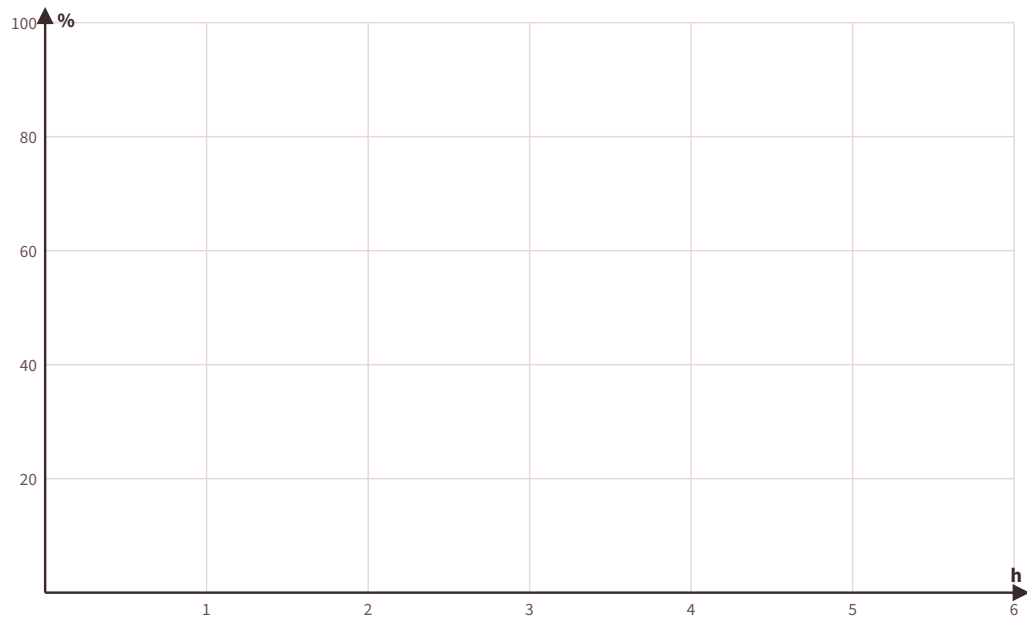
Sigue la pauta de visita de F9. La segunda parte es individual.

1 Visita de galería. Anota lo que observas en dos paneles de otros equipos.

Panel visitado	Dos puntos comprobados	Pregunta de lectura	Sugerencia de mejora

- 2** Reto individual. La carga de la batería de un móvil se ha medido cada hora. Dibuja la gráfica con la tabla y escribe el relato.

Hora (h)	0	1	2	3	4	5	6
Batería (%)	100	80	60	60	80	100	100



- 3** Con tu gráfica, responde: (a) ¿Qué porcentaje de batería hay a las 4 h? (b) ¿Durante cuánto tiempo estuvo enchufado el móvil? (c) ¿En qué momentos se mantiene constante la batería y por qué crees que ocurre?

- 4** Explica con tus palabras cómo se reconoce en una gráfica que una cantidad cambia más deprisa que otra.

ANEXO
4

Plantilla del producto final

SdA 9 · Historias que cuentan los gráficos

ALUMNADO

Nombre:

Curso/grupo:

Fecha:

Galería comentada de relaciones entre magnitudes. Cada panel contiene la tabla, la gráfica con ejes rotulados y un comentario breve.

Título y equipo

A · El paseo de Lucas (distancia)

Gráfica + comentario de tramos.



B · Un día de otoño (temperatura)

Gráfica + valor máximo y mínimo.



C · El depósito (llenado)

Gráfica + relato del llenado y el vaciado.



D · El taxi (coste)

Gráfica + significado del 3 inicial.



Revisión del otro equipo

Preguntas, comprobaciones y firma.

Conclusión

Qué historia cuenta cada gráfica y qué errores hay que evitar.

Matemáticas · 1.º ESO

253

recursoseso.com

Lista de cotejo para el proceso y la entrega

SdA 9 · Historias que cuentan los gráficos

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Antes de entregar **Galería comentada de relaciones entre magnitudes**, comprueba cada punto y marca la casilla. Si alguno falla, todavía estás a tiempo de mejorarlo.

Contenido del producto

- ☐ Las cuatro gráficas tienen título y los dos ejes rotulados con magnitud y unidad.
- ☐ La escala de cada eje es uniforme y se ha elegido para que quepan todos los datos.
- ☐ Todos los puntos de las tablas están correctamente situados (coordenadas bien leídas).
- ☐ Los puntos se unen cuando tiene sentido y se explica por qué.
- ☐ Cada gráfica distingue tramos crecientes, decrecientes y constantes.
- ☐ Cada comentario cita al menos dos datos concretos de la gráfica con su unidad.
- ☐ Cada relato coincide con la gráfica en la secuencia de tramos.
- ☐ Se ha revisado cada gráfica volviendo a la tabla o con otro equipo.

Calidad y rigor

- ☐ He utilizado vocabulario específico de la materia y lo he explicado cuando era necesario.
- ☐ He apoyado mis afirmaciones con evidencias (datos, citas, mapas o ejemplos concretos).
- ☐ He citado o identificado todas las fuentes utilizadas.
- ☐ He revisado la ortografía, la presentación y el orden del producto.
- ☐ He incorporado las mejoras propuestas en la coevaluación o por el docente.

Lo que más me ha costado

Firma del equipo / fecha de entrega

Rúbrica imprimible

SdA 9 · Historias que cuentan los gráficos

ALUMNADO · DOCENTE

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Rúbrica para valorar **Galería comentada de relaciones entre magnitudes**. Marca el nivel alcanzado en cada indicador.

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial	Nivel
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.	
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.	
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.	
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.	
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.	

Observaciones del docente

Valoración global

Autoevaluación y coevaluación

SdA 9 · Historias que cuentan los gráficos

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Parte 1 · Autoevaluación

Afirmación	Aún no	Con ayuda	Bien	Muy bien
Sé localizar puntos y leer coordenadas en el plano cartesiano.	☐	☐	☐	☐
Sé construir una gráfica a partir de una tabla y contar la historia que cuenta una gráfica.	☐	☐	☐	☐
He cumplido mi rol y mis tareas dentro del equipo.	☐	☐	☐	☐
He escuchado y tenido en cuenta las ideas de los demás.	☐	☐	☐	☐
He usado fuentes y evidencias para justificar mis ideas.	☐	☐	☐	☐
He revisado y mejorado mi trabajo a partir de la retroalimentación.	☐	☐	☐	☐

Dos aprendizajes que he logrado

Una dificultad que he tenido

Una mejora que haré la próxima vez

Parte 2 · Coevaluación de otro equipo**Equipo evaluado:** _____**Fortaleza 1**

Fortaleza 2

Propuesta de mejora

Material de apoyo y refuerzo

SdA 9 · Historias que cuentan los gráficos

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Ejes ya graduados, pocos puntos y vocabulario de apoyo.

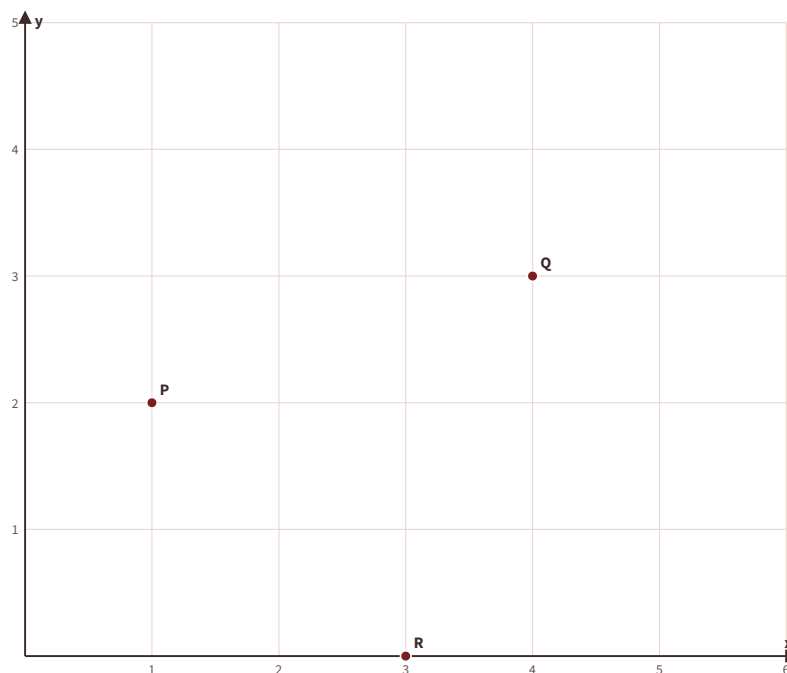
⊗ Vocabulario de apoyo

- **La línea sube** → la cantidad aumenta (por ejemplo, Marta se aleja de casa).
- **La línea baja** → la cantidad disminuye (se acerca a casa).
- **La línea es horizontal** → no cambia (está parada).
- **Punto (x, y)** → primero se avanza x en horizontal y luego y en vertical.

⊗ Ejemplo modelado

El punto $(3, 2)$ se sitúa avanzando 3 casillas a la derecha desde el origen y subiendo 2. Si en una tabla el tiempo es 3 min y la distancia 2 km, ese par de datos es el punto $(3, 2)$.

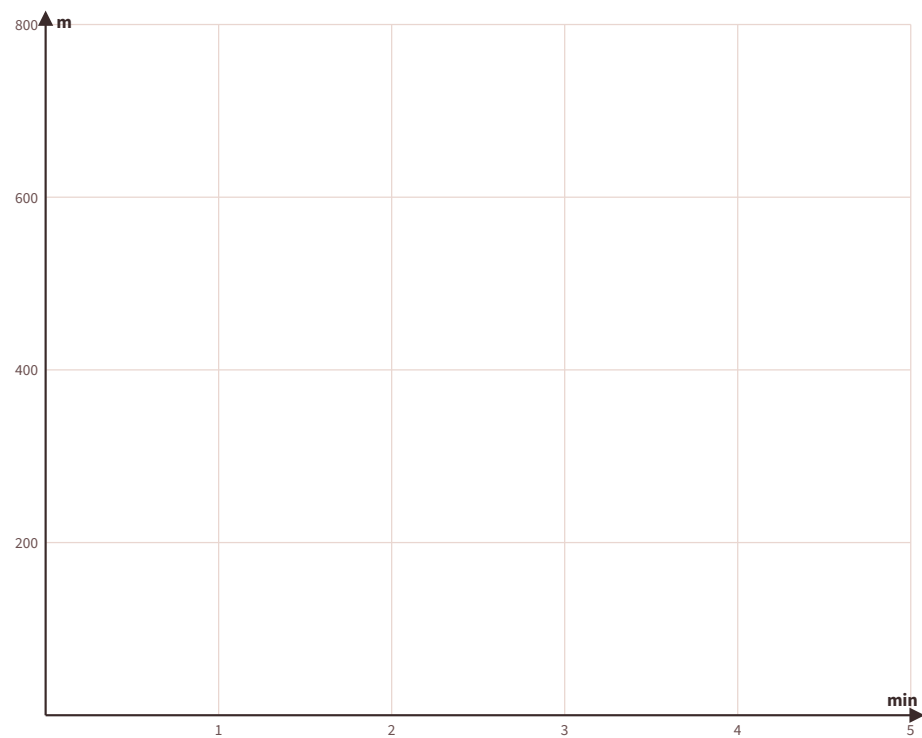
1 Lee las coordenadas de P, Q y R.



Punto	Coordenadas
P	
Q	
R	

- 2 Marta va de casa al parque en bici: pedalea 2 minutos, se para 1 minuto en un semáforo y pedalea otros 2 minutos. Sitúa los puntos de la tabla y únelos.

Tiempo (min)	0	2	3	5
Distancia a casa (m)	0	400	400	800



- 3 Completa con tu gráfica.

De 0 a 2 min la gráfica _____ y Marta se _____ de casa.

De 2 a 3 min la gráfica es _____ y Marta está _____

De 3 a 5 min la gráfica _____ y Marta se _____ de casa.

Actividad de ampliación

SdA 9 · Historias que cuentan los gráficos

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

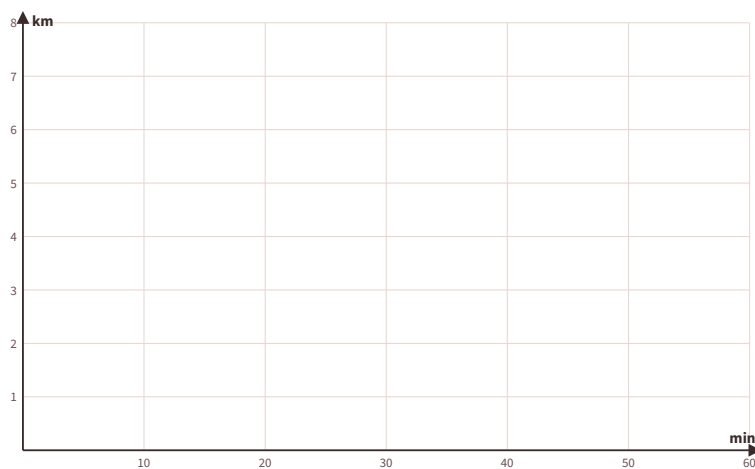
Fecha: _____

✍ Diseña una gráfica por tramos con cinco condiciones

Una gráfica puede cumplir unas condiciones y admitir muchas historias. Tu reto es diseñarla y comprobar que cumple todas las condiciones. Se trata de la distancia a casa (km) de una persona durante una hora (60 min).

☰ Pasos

- 1** Dibuja una gráfica por tramos que cumpla las cinco condiciones: (1) empieza en casa, es decir, en el punto $(0, 0)$; (2) en los primeros 20 minutos se aleja 4 km; (3) hay un tramo de 10 minutos en el que no se mueve; (4) la distancia máxima a casa es 6 km; (5) a los 60 minutos está otra vez en casa.
- 2** Escribe una historia compatible con tu gráfica que explique cada tramo y calcula la velocidad (km por minuto) de al menos dos tramos.
- 3** Comprueba una a una las cinco condiciones señalando en la gráfica dónde se cumplen.
- 4** Generaliza: ¿hay una única gráfica posible? Si cambias la condición (5) por «a los 60 min está a 2 km de casa», ¿qué tramo habría que modificar?

1 Cuadrícula de trabajo.**📦 Entrega**

La gráfica, la historia, la comprobación de las cinco condiciones y la respuesta razonada a la pregunta de si hay una única gráfica posible.

 Ficha 1

1. Diagnóstico: 24 km ($12 \cdot 2$); 6°C ($14 - 8$); 30 L ($60 - 3 \cdot 10$).
2. A → gráfica 1 (sube, se para, sube más deprisa); B → gráfica 2 (sube, se mantiene, baja despacio); C → gráfica 3 (baja y sube de golpe); D → gráfica 4 (empieza por encima de cero y sube de forma constante). En la ficha, las letras son: A → b, B → d, C → a, D → c.
3. Al principio el cubo se llena (la gráfica sube), en el medio el grifo está cerrado (horizontal) y al final se vacía despacio por el agujero (baja, pero no llega a cero).
4. Boceto esperado: sube (ir al parque), horizontal (quedarse un rato), baja con menos inclinación que la subida (volver más despacio) hasta cero. Se valora que la vuelta sea menos inclinada que la ida y que llegue a cero.

 Ficha 2

1. A(2, 3), B(5, 1), C(0, 4), D(6, 0), E(4, 5), F(1, 1). De C a B: $5 - 0 = 5$ casillas a la derecha y $4 - 1 = 3$ hacia abajo.
2. P(1, 2), Q(3, 5), R(6, 2), S(0, 3) sobre el eje vertical y T(5, 0) sobre el eje horizontal.
3. F (el orden importa); V; V; F (5 es la ordenada y 3 la abscisa); V.
4. B(-2, 3), 2.º cuadrante; C(-3, -2), 3.er cuadrante; D(2, -3), 4.º cuadrante; (-4, 1) está en el 2.º cuadrante.

 Ficha 3

1. Puntos: (0, 9), (3, 8), (6, 7), (9, 11), (12, 16), (15, 19), (18, 15), (21, 11), (24, 9). La gráfica baja de 0 a 6 h, sube hasta las 15 h (máximo de 19°C) y baja después hasta 9°C .
2. $3 + 2 \cdot 10 = 23$ €; $3 + 2 \cdot 12 = 27$ €. Con 25 €: $3 + 2k = 25$, $2k = 22$, $k = 11$ km.
3. Puntos (0, 3), (1, 5), (2, 7), (3, 9), (4, 11), (5, 13), (6, 15), (7, 17), (8, 19), alineados formando una recta que no pasa por el origen.
4. Sí tiene sentido unir los puntos, porque el taxi puede recorrer cualquier distancia, no solo kilómetros enteros. En 2,5 km la línea marca 8 € ($3 + 2 \cdot 2,5 = 8$). El punto de corte con el eje vertical es (0, 3): los 3 € de la bajada de bandera, que se pagan aunque no se recorra distancia.

 Ficha 4

1. A los 10 min: 2 km. Parado: 5 min (de 10 a 15). Entre los minutos 15 y 30: $5 - 2 = 3$ km. Llega al instituto a los 30 min. Va igual de rápido antes y después: 2 km en 10 min y 3 km en 15 min dan 0,2 km/min en ambos casos (12 km/h); se nota porque los dos tramos tienen la misma inclinación.
2. Errores de F7: (1) faltan los títulos de los ejes y las unidades (h y $^\circ\text{C}$); (2) la escala vertical no es uniforme (0, 5, 10, 20, 25: falta el 15), lo que distorsiona las lecturas; (3) el punto de las 6 h está en 10°C cuando la tabla dice 7°C . Correcciones: rotular los ejes, usar 0, 5, 10, 15, 20, 25 y bajar el punto hasta 7°C .
3. El depósito se llena durante 6 min a 10 L/min (de 0 a 60 L); después permanece 4 min con 60 L (grifo cerrado, de 6 a 10 min) y se vacía durante 6 min a 10 L/min hasta quedar a 0 L.
4. Puntos (0, 0), (20, 40), (30, 40), (40, 20). Tramos: crece 2 m/s, constante y decrece 2 m/s.

Ficha 5

- Gráfica A: (0,0), (5,1), (10,2), (15,2), (20,3), (25,4), (30,5), (35,5), (40,5). Gráfica C: (0,0), (2,20), (4,40), (6,60), (8,60), (10,60), (12,40), (14,20), (16,0).
- A: crece (0-10 min), constante (10-15), crece (15-30), constante (30-40); dato clave: 5 km a los 30 min; relato: pedalea, se detiene por un pinchazo, sigue y llega al instituto. B: decrece de 0 a 6 h, crece de 6 a 15 h, decrece de 15 a 24 h; mínimo 7 °C a las 6 h y máximo 19 °C a las 15 h. C: crece (0-6 min), constante (6-10), decrece (10-16); máximo 60 L. D: crece de forma constante de 3 € a 19 €; valor inicial 3 € y 2 € por km.
- Revisión cruzada: se valoran las comprobaciones concretas (puntos, escala, título, unidades) más que las respuestas genéricas.

Ficha 6

- Respuesta variable. Se valora que se compruebe de verdad la posición de dos puntos con la tabla, que la pregunta de lectura tenga respuesta en la gráfica y que la sugerencia sea concreta.
- Puntos (0, 100), (1, 80), (2, 60), (3, 60), (4, 80), (5, 100), (6, 100). Relato: el móvil se usa 2 horas y baja 20 puntos por hora; se deja en reposo 1 hora; se enchufa 2 horas y sube 20 puntos por hora; llega a 100 % y se mantiene.
- (a) 80 %. (b) De las 3 h a las 5 h: 2 horas enchufado (60 → 100 son 40 puntos a 20 puntos por hora). (c) Constante entre las 2 y las 3 h (60 %, el móvil está en reposo) y entre las 5 y las 6 h (100 %, ya está cargado).
- Se reconoce porque su tramo está más inclinado (para el mismo tiempo, el cambio vertical es mayor). Se valora el ejemplo concreto.

Refuerzo

- P(1, 2), Q(4, 3), R(3, 0).
- Puntos (0, 0), (2, 400), (3, 400), (5, 800), unidos por segmentos.
- Sube / aleja; horizontal / parada; sube / aleja.

Ampliación

- Una gráfica posible: (0, 0), (20, 4), (30, 4), (40, 6), (60, 0). Condiciones: (1) empieza en (0, 0); (2) $4 - 0 = 4$ km en los primeros 20 min; (3) constante entre 20 y 30 min; (4) el máximo es 6 km en el minuto 40; (5) a los 60 min está a 0 km.
- Velocidades: de 0 a 20 min, $4 : 20 = 0,2$ km/min; de 30 a 40 min, $2 : 10 = 0,2$ km/min; de 40 a 60 min regresa a $6 : 20 = 0,3$ km/min. Historia posible: sale en bici, se para a beber, sigue y vuelve más deprisa a casa.
- No hay una única gráfica: el tramo constante puede estar en otro momento, el máximo puede alcanzarse en otro instante, etc. Si la condición (5) fuera «a 2 km de casa», habría que modificar el último tramo para que acabe en (60, 2).

Errores frecuentes

- Escribir las coordenadas al revés, (y, x) en lugar de (x, y) .
- Usar una escala irregular o distinta para los dos ejes sin avisar, o no rotular los ejes con magnitud y unidad.
- Confundir una gráfica con un dibujo de la trayectoria: una línea horizontal no significa que se mueva en horizontal, sino que la variable no cambia.
- Unir puntos sin preguntarse si los valores intermedios tienen sentido.
- Leer solo la altura del punto sin mirar el valor del eje horizontal, o mezclar las unidades de los dos ejes.
- Pensar que una línea que baja significa «malo» o «menos tiempo» en lugar de una disminución de la magnitud del eje vertical.

Criterios para valorar respuestas abiertas

- Los bocetos y gráficas dibujados por el alumnado se valoran por la forma de los tramos y por la coherencia con la tabla; pequeñas imprecisiones de dibujo no penalizan si los puntos clave están correctos.
- Los relatos pueden usar otros contextos distintos del indicado si respetan la secuencia de tramos (por ejemplo, un paseo en patinete en lugar de en bici).
- En los comentarios orales y escritos se espera vocabulario matemático (creciente, decreciente, constante, máximo) y datos con unidad, no solo «sube y baja».
- La calculadora es innecesaria en esta situación; si se usa, debe servir para comprobar valores de una tabla.

10

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

¿Qué dicen realmente los datos?



PREGUNTA GUÍA

¿Puede un gráfico decir la verdad y aun así llevarnos a una conclusión equivocada?



CURSO
1.º ESO



SESIONES
7 sesiones · 3.º trimestre



SENTIDOS PRIORITARIOS
E · Sentido estocástico



COMPETENCIAS ESPECÍFICAS
CE1, CE2, CE3, CE6, CE7, CE8



PRODUCTO FINAL
Informe estadístico y juego de azar analizado



CRITERIOS DE EVALUACIÓN
1.1, 2.1, 3.1, 6.1, 7.1, 8.1



Contexto, reto y sentido

Un cartel del centro anuncia: «¡La Lista A gana por goleada!» y muestra dos barras de alturas muy distintas. Pero la votación ha sido 52 contra 48. En otra clase, un alumno asegura que «los de 1.º gastan 12 € al mes en ocio digital», aunque casi nadie gasta esa cantidad. Y en la feria del barrio, un juego de dos monedas promete «ganar con casi todo». ¿Dicen la verdad los datos o solo nos cuentan la parte que interesa?

Esta situación trabaja el sentido estocástico de principio a fin: formular una pregunta estadística, recoger y organizar datos, elegir y construir gráficos, calcular e interpretar media, mediana y moda, detectar un gráfico engañoso y analizar un juego de azar combinando un experimento con el cálculo de probabilidades. Los datos de la encuesta son ficticios, pero las trampas son reales: un gráfico puede decir la verdad y aun así llevar a una conclusión equivocada.

🎯 Reto

Elaborar un informe estadístico de una encuesta de aula (tabla, gráfico y medidas con su interpretación) y analizar un juego de azar con experimento y probabilidad teórica, detectando un gráfico engañoso.

📦 Producto final

Informe estadístico y juego de azar analizado.



Vinculación curricular

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS MOVILIZADAS

- CE1** Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas.
- CE2** Analizar las soluciones de un problema con distintas técnicas y herramientas, verificando su validez.
- CE3** Formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de forma autónoma.
- CE6** Identificar las matemáticas en otras materias y en situaciones reales, conectándolas con el mundo.
- CE7** Representar conceptos, procedimientos, información y resultados de distintas formas.
- CE8** Comunicar conceptos, procedimientos y argumentos con lenguaje matemático apropiado.

Criterios de evaluación seleccionados · síntesis operativa

- 1.1** Interpretar problemas matemáticos organizando los datos, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.
- 2.1** Comprobar la corrección matemática de las soluciones de un problema.
- 3.1** Formular y comprobar conjeturas sencillas de forma guiada analizando patrones, propiedades y relaciones.
- 6.1** Reconocer situaciones susceptibles de ser formuladas y resueltas mediante herramientas y estrategias matemáticas, estableciendo conexiones entre el mundo real y las matemáticas y usando los procesos inherentes a la investigación: inferir, medir, comunicar, clasificar y predecir.
- 7.1** Representar conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos de modos distintos y con diferentes herramientas, incluidas las digitales.
- 8.1** Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, oralmente y por escrito, al explicar y justificar razonamientos, procedimientos y conclusiones.

Saberes básicos prioritarios

E

Sentido estocástico

- Pregunta estadística, población y muestra; variables cualitativas y cuantitativas.
- Organización de datos en tablas de frecuencias (absoluta, relativa y porcentaje) y agrupación de datos en intervalos.
- Elección y construcción de gráficos adecuados (barras, sectores, líneas) con título, ejes y escala.
- Media, mediana y moda: cálculo, interpretación y elección según el contexto; influencia de los datos extremos.
- Experimentos aleatorios: espacio muestral, frecuencia relativa y regla de Laplace en situaciones simples.
- Análisis crítico de gráficos engañosos y de juegos equitativos o no equitativos.

F

Sentido socioafectivo

- Actitud crítica ante la información: preguntar por la fuente, la escala y la muestra.
- Trabajo cooperativo con reparto de roles y respeto de las aportaciones de los demás.



Objetivos didácticos

- ✓ Organizar datos de una variable en tablas.
- ✓ Elegir y construir gráficos adecuados.
- ✓ Calcular e interpretar media, mediana y moda en casos sencillos.
- ✓ Estimar y calcular probabilidades simples.



Metodología y papel docente

🔗 Aprendizaje basado en retos

El reto organiza la secuencia y obliga a movilizar varios procedimientos, no solo a reproducir un algoritmo.

🔗 Resolución de problemas

Se explicitan comprensión, planificación, ejecución, comprobación y comunicación de la solución.

🔗 Representaciones múltiples

Se conectan expresiones, tablas, gráficas, diagramas, materiales y lenguaje verbal según la naturaleza del contenido.

🔗 Tecnología con propósito

Las herramientas digitales se utilizan para explorar, representar, comprobar o automatizar; no sustituyen la argumentación.

🎓 Papel docente

Presenta el reto, modela estrategias, plantea preguntas, detecta errores, gradúa ayudas y exige justificación matemática.



Secuencia de sesiones y actividades

- ① Cada sesión genera una **evidencia** que se recoge en la ficha correspondiente del Anexo 3. Las soluciones están en la guía docente (Anexo 10).

1

SESIÓN 1

Encuesta de aula ficticia y pregunta estadística

Evidencia: Ficha 1: clasificación de seis variables, preguntas estadísticas válidas y población y muestra de la encuesta.

Ficha: Anexo 3 · ficha 1

2

SESIÓN 2

Tabla de frecuencias y tipos de datos

Evidencia: Ficha 2: tabla de frecuencias de hermanos, gasto agrupado en intervalos y lectura de porcentajes.

Ficha: Anexo 3 · ficha 2

3

SESIÓN 3

Gráficos: elección y construcción

Evidencia: Ficha 3: elección de gráficos, diagrama de barras de hermanos, diagrama de sectores del gasto y verdadero o falso.

Ficha: Anexo 3 · ficha 3

4

SESIÓN 4

Media, mediana y moda: cuándo cuentan historias distintas

Evidencia: Ficha 4: media, mediana y moda de tres conjuntos de datos, interpretación y efecto del dato extremo.

Ficha: Anexo 3 · ficha 4

5

SESIÓN 5

Experimentos aleatorios con monedas/dados

Evidencia: Ficha 5: espacio muestral y regla de Laplace, experimento propio con el dado y comparación con los datos de F8.

Ficha: Anexo 3 · ficha 5

6

SESIÓN 6

Informe y análisis de un gráfico engañoso

Evidencia: Ficha 6: análisis de un gráfico engañoso, gráfico corregido, tabla de tres juegos y juego equitativo.

Ficha: Anexo 3 · ficha 6

7

SESIÓN 7

Presentación y reto individual de probabilidad

Evidencia: Ficha 7: reto individual (bolsa de bolas, medidas de tendencia central y predicción) y reflexión final.

Ficha: Anexo 3 · ficha 7

Recursos, interdisciplinariedad y transversalidad

Recursos

Datos ficticios

datos/monedas

plantillas de gráficos

hoja de cálculo opcional

Interdisciplinariedad y transversalidad

Según el contexto, la situación puede conectarse con Tecnología y Digitalización, Física y Química, Biología y Geología, Economía, Geografía, Educación Física o competencia digital. Se promueven consumo responsable, sostenibilidad, lectura crítica de datos, igualdad, cooperación y comunicación rigurosa cuando son pertinentes al reto.

DUA y atención a la diversidad

Implicación

Metas visibles, elección entre contextos equivalentes, retos graduados, trabajo cooperativo con roles y retroalimentación frecuente.

Representación

Enunciados segmentados, ejemplos modelados, recta numérica, tablas, diagramas, representaciones gráficas, material manipulativo y herramientas digitales cuando aporten valor.

Acción y expresión

Posibilidad de expresar el razonamiento con cálculos, esquema, explicación oral, tabla, gráfica o breve informe, manteniendo la exigencia del criterio evaluado.

Refuerzo Anexo 8

Conjunto de 10-12 datos y ejes preparados.

Ampliación Anexo 9

Comparar dos grupos con misma media y distinta distribución; diseñar un juego no equitativo y demostrarlo.

Evaluación

Evaluación continua y formativa: diagnóstico breve al inicio, evidencias de cada sesión, revisión de borradores o estrategias y valoración final del producto junto con una evidencia individual. La ponderación debe adaptarse a la normativa autonómica y a los acuerdos del departamento.

FASE 1 Inicial

Diagnóstico breve de conocimientos previos en la primera ficha del Anexo 3 y lectura del reto (Anexo 1).



FASE 2 Formativa

Evidencias de cada sesión, revisión de estrategias y errores, y retroalimentación con la lista de cotejo (Anexo 5).



FASE 3 Final

Valoración del producto con la rúbrica (Anexo 6), evidencia individual y reflexión del Anexo 7.

Criterios, evidencias e instrumentos

Criterio	Evidencia principal	Instrumento
1.1	Formulación de la pregunta estadística, identificación de población, muestra y tipo de variable, y comprensión de las reglas de cada juego de azar.	Fichas 1 y 2 / lista de cotejo
2.1	Comprobación de la corrección de los resultados: suma de frecuencias igual a 20, coherencia entre tabla y gráfico, contraste de frecuencia relativa y probabilidad teórica y detección del gráfico engañoso.	Fichas 5 y 6 / rúbrica
3.1	Formulación y comprobación de conjeturas: qué medida representa mejor los datos y si un juego es equitativo, con experimento y cálculo.	Fichas 4 y 5 / rúbrica
6.1	Modelización de una encuesta de aula y de un juego de feria mediante tablas, gráficos, medidas de centralización y probabilidades.	Informe estadístico (Anexo 4) / rúbrica
7.1	Representación de los datos con tabla de frecuencias y gráficos adecuados (barras y sectores) con título, ejes y escala correctos.	Fichas 2 y 3 e informe (Anexo 4) / rúbrica
8.1	Comunicación oral y escrita de las conclusiones sobre los datos y el juego con vocabulario estadístico preciso y una cautela sobre lo que los datos no permiten afirmar.	Presentación del informe y Ficha 7 / rúbrica

☆ Evidencias clave de esta SdA

Informe, gráfico, medidas, experimento y problema individual.

+ Rúbrica del producto final

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.



Variantes de aplicación

↶ **Versión abreviada**

Reducir a 4-5 sesiones, ofrecer datos cerrados y un único producto de una página, manteniendo una evidencia individual.

↷ **Versión ampliada**

Añadir datos reales del entorno, herramientas digitales, comparación de estrategias y una fase pública de comunicación o investigación.

Ficha de lanzamiento del reto

SdA 10 · ¿Qué dicen realmente los datos?

ALUMNADO

En el pasillo hay un cartel que dice «¡La Lista A gana por goleada!» y dos barras enormemente distintas. Pero alguien ha contado los votos: 52 contra 48. ¿Quién miente, el cartel o los datos? En la feria del barrio, un puesto ofrece un juego de dos monedas en el que «casi siempre ganas». ¿Es verdad? Vais a convertirlos en un equipo de periodistas de datos: encuestaréis, organizaréis la información, calcularéis medidas, probaréis un juego con experimentos y aprenderéis a descubrir cuándo un gráfico cuenta solo media verdad.

“ *¿Puede un gráfico decir la verdad y aun así llevarnos a una conclusión equivocada?* ”

🎯 Vuestro reto

Elaborar un informe estadístico de una encuesta de aula (tabla, gráfico y medidas con su interpretación) y analizar un juego de azar con experimento y probabilidad teórica, detectando un gráfico engañoso.

📦 Lo que vais a producir

Informe estadístico y juego de azar analizado.

📍 Hoja de ruta · 7 sesiones

- 1 Definimos la pregunta estadística y clasificamos variables.
- 2 Organizamos los datos en tablas de frecuencias y por intervalos.
- 3 Elegimos y construimos gráficos: barras y sectores.
- 4 Calculamos media, mediana y moda y las interpretamos.
- 5 Experimentamos con dados y monedas y calculamos probabilidades.
- 6 Analizamos un gráfico engañoso y redactamos el informe.
- 7 Presentamos el informe y resolvemos un reto individual.

📖 Al terminar seré capaz de...

- ✓ Organizar datos de una variable en tablas.
- ✓ Elegir y construir gráficos adecuados.
- ✓ Calcular e interpretar media, mediana y moda en casos sencillos.
- ✓ Estimar y calcular probabilidades simples.

📋 ¿Cómo me evaluarán?

Con la rúbrica del producto final (Anexo 6), la lista de cotejo (Anexo 5) y una reflexión personal (Anexo 7). ¡Revisadlas antes de empezar!

Dossier de fuentes y materiales base

SdA 10 · ¿Qué dicen realmente los datos?

ALUMNADO

Datos brutos de una encuesta ficticia de 20 alumnos, guía de variables, ejemplo de tabla de frecuencias, gráficos de ejemplo, medidas de tendencia central, un gráfico engañoso, espacio muestral, resultados de un experimento y las reglas de tres juegos.

F1 Datos de la encuesta: 20 alumnos de 1.º ESO

DATOS

N.º	Deporte favorito	Hermanos	Gasto mensual en ocio digital (€)
1	Otros	1	10
2	Baile	4	2
3	Natación	2	10
4	Otros	1	6
5	Baloncesto	1	5
6	Fútbol	1	0
7	Otros	2	60
8	Fútbol	2	8
9	Baile	1	15
10	Fútbol	1	15
11	Baloncesto	0	25
12	Fútbol	1	8
13	Baile	3	13
14	Baloncesto	1	20
15	Natación	2	0
16	Fútbol	1	5
17	Fútbol	0	8
18	Natación	2	5
19	Fútbol	3	20
20	Baloncesto	0	5

Fuente: Encuesta ficticia creada para el aula. Muestra de 20 alumnos de un total de 120 de 1.º ESO.

🔍 Pregunta estadística: ¿cómo son los alumnos de 1.º ESO en deporte favorito, número de hermanos y gasto en ocio digital?

F2 Tipos de variables y gráficos adecuados

DATOS

Tipo de variable	Ejemplos	Qué se puede calcular	Gráfico adecuado
Cualitativa (cualidades)	Deporte favorito, color de ojos	Frecuencias y moda	Barras o sectores
Cuantitativa (números)	Hermanos, gasto en €, estatura	Frecuencias, media, mediana y moda	Barras (valores sueltos) o barras por intervalos
Evolución en el tiempo	Temperatura cada hora	Crecimiento y decrecimiento	Líneas

Población es el conjunto de todos los individuos que nos interesan (los 120 alumnos de 1.º ESO) y **muestra**, la parte que realmente preguntamos (20 alumnos). Una muestra debe ser variada: si solo preguntamos al equipo de fútbol, sus respuestas no representan a todos.

Fuente: Elaboración propia.

🔍 Una buena pregunta estadística se puede responder con datos y tiene variabilidad (no todos responden lo mismo).

F3 Ejemplo resuelto: tabla de frecuencias del deporte favorito

DATOS

Deporte	Recuento	Frecuencia absoluta f_i	Frecuencia relativa f_r	Porcentaje	Ángulo del sector
Fútbol	IIII II	7	0,35	35 %	126°
Baloncesto	IIII	4	0,20	20 %	72°
Natación	III	3	0,15	15 %	54°
Baile	III	3	0,15	15 %	54°
Otros	III	3	0,15	15 %	54°
Total		20	1	100 %	360°

$f_r = f_i : N$ (con $N = 20$ datos); porcentaje = $f_r \cdot 100$; ángulo del sector = $f_r \cdot 360^\circ$. Ejemplo: Fútbol, $7 : 20 = 0,35$, que es 35 % y $0,35 \cdot 360 = 126^\circ$.

Fuente: Elaboración propia con los datos de F1.

🔍 La suma de las frecuencias absolutas es N ; la de las relativas, 1; la de los porcentajes, 100 %; la de los ángulos, 360°.

F4 Dos gráficos del mismo dato: deporte favorito

GRÁFICO

DIAGRAMA DE BARRAS

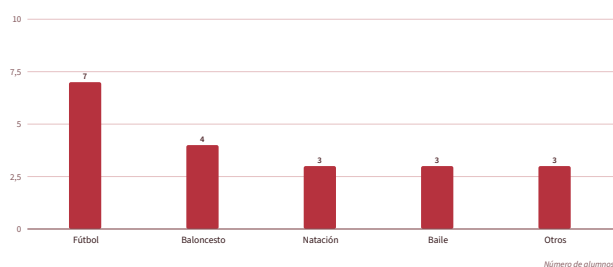
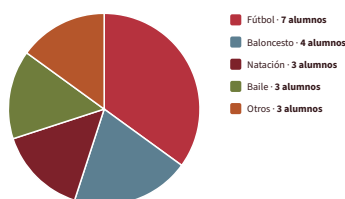


DIAGRAMA DE SECTORES



Fuente: Elaboración propia con los datos de F3.

Las barras permiten comparar cantidades; los sectores muestran la parte que cada categoría representa del total.

F5 Media, mediana y moda: tres historias distintas

ESQUEMA



Datos ordenados: 4, 5, 5, 6, 7, 8, 35 (7 datos).

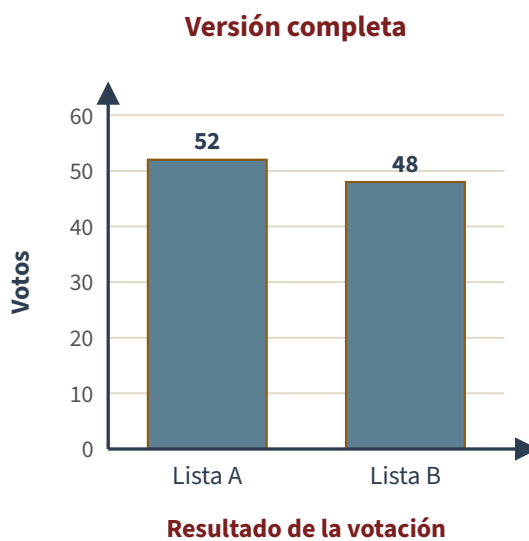
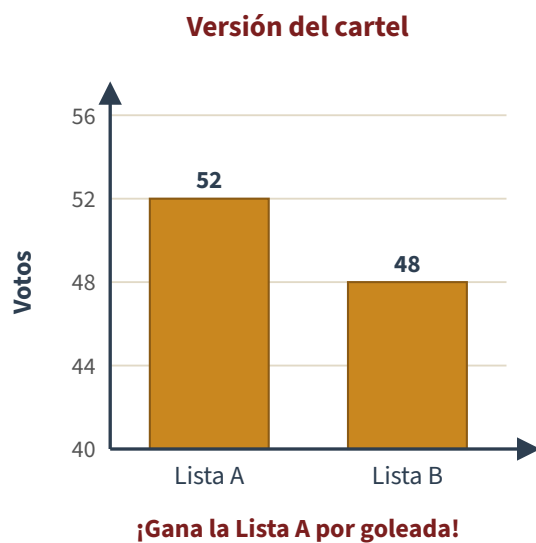
- **Moda:** el valor que más se repite. Es el 5.
- **Mediana:** el valor central cuando los datos están ordenados. Con 7 datos es el cuarto: 6. (Si el número de datos es par, se halla la media de los dos valores centrales.)
- **Media:** suma de los datos dividida entre el número de datos: $(4 + 5 + 5 + 6 + 7 + 8 + 35) : 7 = 70 : 7 = 10$.

Fuente: Esquema de elaboración propia con datos ficticios: minutos que tardan 7 alumnos en llegar al instituto.

El dato aislado (35) arrastra la media hacia arriba, pero casi no mueve la mediana ni la moda.

F6 Un gráfico engañoso

ESQUEMA

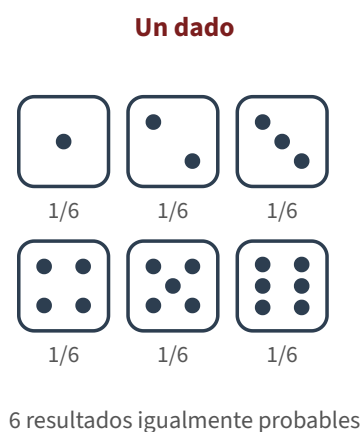
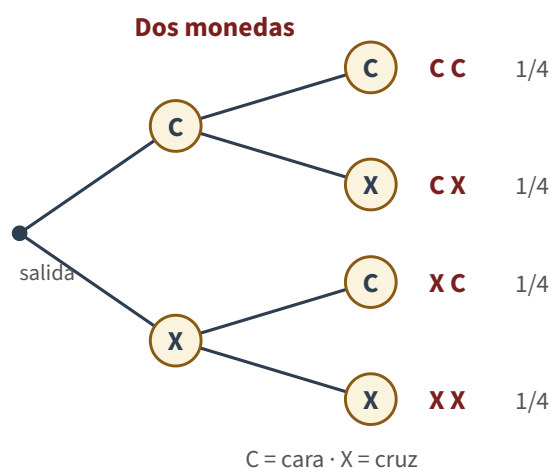


Fuente: Datos ficticios: votación con 100 votos válidos. Gráficos de elaboración propia.

- 🔍 Los dos gráficos muestran los mismos datos (52 y 48 votos). ¿Qué ha cambiado? ¿Cuántas veces más alta parece la barra A en el primero?

F7 Espacio muestral de dos monedas y de un dado

ESQUEMA



El **espacio muestral** es el conjunto de todos los resultados posibles. Si son igualmente probables, la **regla de Laplace** dice: $P(\text{suceso}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$.

Fuente: Esquema de elaboración propia.

- 🔍 En dos monedas hay 4 resultados igualmente probables, no 3: salir cara-cruz y cruz-cara son resultados distintos.

F8 Resultados de un experimento

DATOS

Experimento	Resultado	Frecuencia	Frecuencia relativa	Probabilidad teórica
Dado (60 lanzamientos)	1	8	0,133	0,167
	2	11	0,183	0,167
	3	9	0,150	0,167
	4	12	0,200	0,167
	5	10	0,167	0,167
	6	10	0,167	0,167
Dos monedas (100 lanzamientos)	Cara, cara	27	0,27	0,25
	Cara, cruz	23	0,23	0,25
	Cruz, cara	26	0,26	0,25
	Cruz, cruz	24	0,24	0,25

Fuente: Resultados ficticios de un experimento simulado para el aula: 60 lanzamientos de un dado y 100 lanzamientos de dos monedas.

- 🔍 La frecuencia relativa se acerca a la probabilidad teórica cuando el número de repeticiones es grande, pero casi nunca coincide exactamente.

F9 Tres juegos de la feria

DATOS

Juego	Qué se lanza	Gana A si...	Gana B si...
Juego 1	Dos monedas	salen dos caras	sale al menos una cruz
Juego 2	Un dado	sale número par	sale número impar
Juego 3	Un dado	sale 1 o 2	sale 3, 4, 5 o 6

Un juego es **equitativo** si los dos jugadores tienen la misma probabilidad de ganar.

Fuente: Reglas ficticias creadas para el aula.

- 🔍 Antes de jugar, escribe los resultados posibles y cuenta los favorables de cada jugador.

Fichas de actividades del alumnado

SdA 10 · ¿Qué dicen realmente los datos?

ALUMNADO

FICHA 1

La pregunta y los datos

Sesión 1

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Lee F1 y F2. Una buena encuesta empieza por una pregunta bien hecha.

1 Diagnóstico inicial. Marca la respuesta correcta.

La moda de 2, 3, 3, 5, 7 es...

☐ 3 ☐ 5 ☐ 4

La probabilidad de sacar un 6 en un dado equilibrado es...

☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{6}{1}$

Para mostrar qué parte del total representa cada categoría usamos...

☐ un gráfico de líneas ☐ un gráfico de sectores ☐ una tabla de doble entrada

2 Clasifica cada variable como cualitativa o cuantitativa y escribe un posible valor.

Variable	Cualitativa o cuantitativa	Ejemplo de valor
Deporte favorito		
Número de hermanos		
Gasto mensual en ocio (€)		
Color de ojos		
Estatura (cm)		
Ciudad de nacimiento		

3 Marca las preguntas que son preguntas estadísticas (se pueden responder con datos de varios individuos y hay variabilidad).

☐ ¿Cuántos hermanos tiene cada alumno de la muestra?☐ ¿Cuántos años tiene Lucas?☐ ¿Cuál es el deporte favorito más repetido en 1.º ESO?☐ ¿Cuál es el mejor deporte del mundo?

4 La encuesta de F1 se hizo a 20 alumnos de un total de 120. ¿Cuál es la población y cuál la muestra? ¿Qué problema habría si solo se encuestara al equipo de fútbol?

FICHA 2 Tablas de frecuencias

Sesión 2

Usa los datos de F1 y el ejemplo de F3. Comprueba siempre que los totales cuadran.

- 1 Completa la tabla de frecuencias del número de hermanos (cuenta los datos de la columna «Hermanos» de F1).

Hermanos	Recuento	f_i	f_r	Porcentaje
0				
1				
2				
3				
4				
Total				

- 2 Agrupa el gasto mensual en ocio digital (€) en intervalos.

Gasto (€)	Recuento	f_i	Porcentaje
0 a 4			
5 a 9			
10 a 14			
15 a 19			
20 o más			
Total			

- 3 Verdadero o falso.

	V	F
La suma de las frecuencias relativas siempre es 1.	☐	☐
La frecuencia absoluta de un valor puede ser mayor que el número de datos.	☐	☐
Un 45 % de 20 alumnos son 9 alumnos.	☐	☐
La frecuencia relativa 0,25 equivale a un 25 %.	☐	☐

- 4 Con tu tabla de hermanos, ¿qué porcentaje de alumnos tiene 2 hermanos o más? ¿Cuántos alumnos son?

FICHA 3

Elegimos y construimos gráficos

Sesión 3

Un gráfico debe tener título, ejes rotulados y una escala adecuada.

1 Elige el gráfico más adecuado para cada situación y explica por qué.

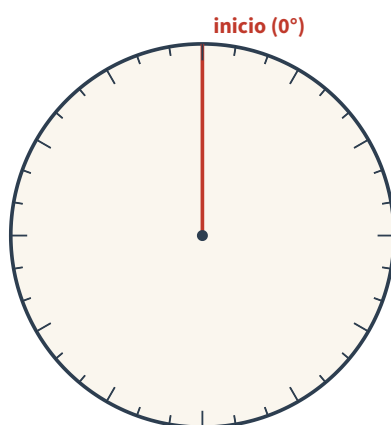
Situación	Gráfico (barras, sectores o líneas)	Por qué
Parte de alumnos que prefiere cada deporte, en porcentajes		
Número de alumnos según su número de hermanos		
Temperatura de un día cada hora		
Gasto en ocio por intervalos		

2 Dibuja el diagrama de barras del número de hermanos (usa la tabla de la Ficha 2). Pon un título.



- 3 Gasto agrupado en intervalos (los recuentos son 3, 8, 3, 2 y 4). Calcula la frecuencia relativa y el ángulo de cada sector y dibuja el diagrama de sectores con el transportador.

Intervalo (€)	f_i	f_r	Ángulo
0 a 4	3		
5 a 9	8		
10 a 14	3		
15 a 19	2		
20 o más	4		
Total	20		



- 4 Verdadero o falso.

	V	F
En un gráfico de sectores, los ángulos suman 360° .	☐	☐
Para ver cómo cambia la temperatura durante un día conviene un gráfico de líneas.	☐	☐
En un gráfico de barras, la altura de cada barra representa la frecuencia.	☐	☐
El eje vertical de un gráfico de barras puede empezar en cualquier número sin que cambie la impresión del lector.	☐	☐

FICHA 4 Media, mediana y moda

Sesión 4

Usa F5 como modelo. Ordena siempre los datos antes de buscar la mediana.

- 1 Minutos de lectura diaria de 8 alumnos: 5, 6, 6, 7, 8, 8, 8, 40. Calcula la media, la mediana y la moda.

- 2 Con los datos de F1, calcula las tres medidas del número de hermanos y del gasto en ocio. Para el gasto, ordena primero los 20 datos.

Variable	Media	Mediana	Moda
Número de hermanos			
Gasto mensual en ocio (€)			

- 3 El gasto «típico» es 5 €, 8 € o 12 €, según la medida que se use. Explica qué historia cuenta cada una y cuál usarías para describir lo que gasta un alumno habitual.

- 4 Quita el dato de 60 € del gasto. Calcula la nueva media y la nueva mediana (quedan 19 datos). ¿Cuál de las dos cambia más? ¿Por qué?

FICHA 5 Experimentos y probabilidad

Sesión 5

Usa el espacio muestral de F7 y los resultados de F8.

- 1 Calcula cada probabilidad con la regla de Laplace.

Suceso	Casos favorables	Casos posibles	Probabilidad
Sacar un número par con un dado			
Sacar un número mayor que 4 con un dado			
Salir dos caras al lanzar dos monedas			
Salir al menos una cruz con dos monedas			

2 Experimento propio. Lanzad un dado 30 veces (en parejas) y anotad los resultados.

Resultado	Recuento	f_i	f_r
1			
2			
3			
4			
5			
6			
Total			

3 Con los datos de F8: calcula la frecuencia relativa de sacar 3 o menos con el dado (60 lanzamientos) y la de «al menos una cruz» con las monedas (100 lanzamientos). Compáralas con las probabilidades teóricas.

4 Un compañero dice: «Ha salido 6 cuatro veces seguidas; ahora ya no puede salir». ¿Tiene razón? Explícalo.

FICHA 6 Gráficos engañosos y juegos justos

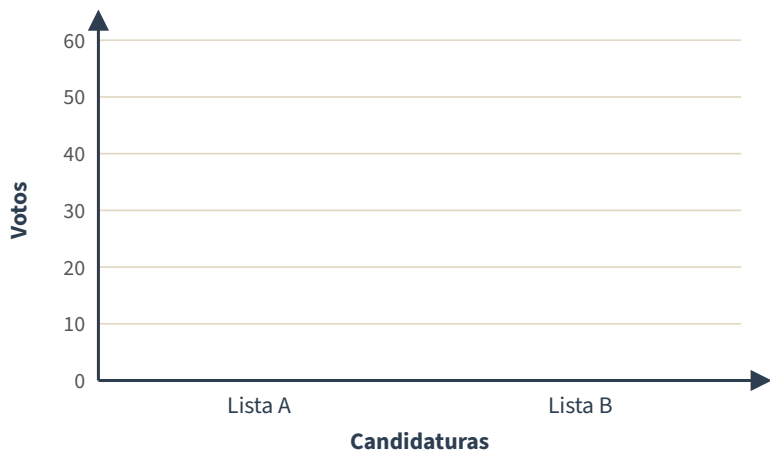
Sesión 6

Analiza F6 y F9. La equidad de un juego se demuestra con cuentas, no con impresiones.

1 Compara los dos gráficos de F6 y contesta.

Pregunta	Respuesta
¿Qué truco usa el gráfico del cartel?	
¿Cuántos votos más tiene la Lista A?	
¿Cuántas veces más alta parece la barra A en el gráfico del cartel? (alturas desde el eje: 12 y 8)	
¿Qué recomendarías al diseñador del cartel?	

2 Dibuja el gráfico de barras correcto de la votación (52 y 48 votos), con el eje vertical empezando en 0.



3 Analiza los juegos de F9. Escribe los casos y la probabilidad de cada jugador. Después diseña un cambio en las reglas del Juego 1 para que sea equitativo.

Juego	Casos favorables de A	$P(A)$	Casos favorables de B	$P(B)$	¿Equitativo?
Juego 1					
Juego 2					
Juego 3					

4 Revisión del informe del equipo.

- ☐ La pregunta estadística, la población y la muestra están claras
- ☐ La tabla de frecuencias suma 20, 1 y 100 %
- ☐ El gráfico tiene título y ejes, y empieza en 0
- ☐ Las medidas están calculadas e interpretadas
- ☐ El juego tiene espacio muestral, experimento y probabilidad teórica

Trabajo individual. Puedes usar la calculadora y tus apuntes.

- 1 En una bolsa hay 5 bolas rojas, 3 azules y 2 verdes. Se saca una bola al azar. (a) Calcula $P(\text{roja})$, $P(\text{azul})$ y $P(\text{no verde})$. (b) Ana gana si sale roja y Beto gana si sale azul o verde. ¿Es un juego equitativo? Razona.

- 2 Goles que marca un equipo en 7 partidos: 0, 1, 1, 2, 3, 4, 10. Calcula la media, la mediana y la moda. ¿Qué medida usarías para decir «lo habitual» y por qué?

- 3 Se saca una bola de la bolsa 200 veces, devolviéndola siempre a la bolsa. ¿Cuántas veces esperas que salga roja? Si sale 112 veces, ¿es razonable? Explícalo.

- 4 Escribe tres consejos para que un gráfico diga la verdad.

Plantilla del producto final

SdA 10 · ¿Qué dicen realmente los datos?

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

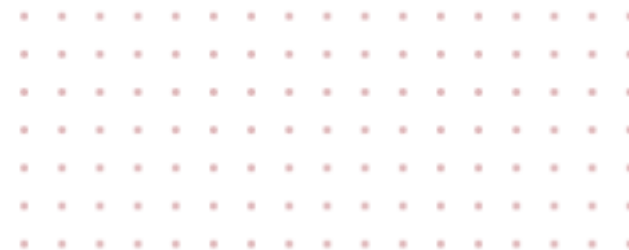
Informe estadístico y juego de azar analizado. Datos de la encuesta de aula, tabla, gráfico, medidas e interpretación, más el análisis de un juego.

Título y equipo**Pregunta estadística y muestra**

Variable, población y muestra.

Tabla de frecuencias f_i , f_r y porcentaje.**Gráfico**

Título, ejes y escala.

**Media, mediana y moda**

Cálculos e interpretación.

Juego de azar analizado

Reglas, espacio muestral, experimento, probabilidad teórica y juego equitativo.

Gráfico engañoso

Truco y corrección.

Conclusión

Qué dicen los datos y qué no.

Lista de cotejo para el proceso y la entrega

SdA 10 · ¿Qué dicen realmente los datos?

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Antes de entregar **Informe estadístico y juego de azar analizado**, comprueba cada punto y marca la casilla. Si alguno falla, todavía estás a tiempo de mejorarlo.

Contenido del producto

- ☐ La pregunta estadística es clara y se indican población, muestra y tipo de variable.
- ☐ La tabla de frecuencias incluye f_i , f_r y porcentaje, y suma N , 1 y 100 %.
- ☐ El gráfico es adecuado al tipo de variable, tiene título, ejes rotulados y escala correcta.
- ☐ La media, la mediana y la moda están bien calculadas y se interpretan en el contexto.
- ☐ El juego incluye el espacio muestral, los casos favorables y la probabilidad teórica de cada jugador.
- ☐ Se compara el resultado del experimento (frecuencia relativa) con la probabilidad teórica.
- ☐ Se identifica el truco de un gráfico engañoso y se presenta la versión correcta.
- ☐ La conclusión indica lo que los datos permiten afirmar y lo que no.

Calidad y rigor

- ☐ He utilizado vocabulario específico de la materia y lo he explicado cuando era necesario.
- ☐ He apoyado mis afirmaciones con evidencias (datos, citas, mapas o ejemplos concretos).
- ☐ He citado o identificado todas las fuentes utilizadas.
- ☐ He revisado la ortografía, la presentación y el orden del producto.
- ☐ He incorporado las mejoras propuestas en la coevaluación o por el docente.

Lo que más me ha costado

Firma del equipo / fecha de entrega

Rúbrica imprimible

SdA 10 · ¿Qué dicen realmente los datos?

ALUMNADO · DOCENTE

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Rúbrica para valorar **Informe estadístico y juego de azar analizado**. Marca el nivel alcanzado en cada indicador.

Indicador	NIVEL 4 Avanzado	NIVEL 3 Adecuado	NIVEL 2 En proceso	NIVEL 1 Inicial	Nivel
Comprensión matemática	Relaciona conceptos, procedimientos y contexto con precisión.	Comprende los elementos esenciales y comete errores menores.	Comprensión parcial; necesita ayuda en alguna conexión.	Presenta errores esenciales o no interpreta el reto.	
Resolución y estrategia	Selecciona y compara estrategias eficaces, mostrando todos los pasos relevantes.	Aplica una estrategia adecuada y llega a una solución correcta.	La estrategia es incompleta o contiene errores que corrige con ayuda.	No plantea una estrategia válida o abandona el proceso.	
Comprobación y razonamiento	Comprueba, justifica y analiza la coherencia del resultado o sus límites.	Comprueba el resultado y ofrece una justificación suficiente.	Comprueba de forma superficial o la justificación es incompleta.	No comprueba ni justifica la solución.	
Representación y comunicación	El producto final es claro, preciso, usa lenguaje matemático y representaciones adecuadas.	El producto comunica correctamente el procedimiento y los resultados.	La comunicación es comprensible pero incompleta o poco precisa.	El producto es incompleto, confuso o no responde al reto.	
Revisión y trabajo	Incorpora retroalimentación, corrige errores y participa de forma responsable y autónoma.	Revisa el trabajo y cumple su función en el equipo.	Revisa solo con ayuda o participa de forma irregular.	No revisa el trabajo o su participación dificulta el proceso.	

Observaciones del docente

Valoración global

Autoevaluación y coevaluación

SdA 10 · ¿Qué dicen realmente los datos?

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Parte 1 · Autoevaluación

Afirmación	Aún no	Con ayuda	Bien	Muy bien
Sé organizar datos en una tabla de frecuencias y elegir un gráfico adecuado.	☐	☐	☐	☐
Sé calcular e interpretar la media, la mediana y la moda y calcular probabilidades sencillas.	☐	☐	☐	☐
He cumplido mi rol y mis tareas dentro del equipo.	☐	☐	☐	☐
He escuchado y tenido en cuenta las ideas de los demás.	☐	☐	☐	☐
He usado fuentes y evidencias para justificar mis ideas.	☐	☐	☐	☐
He revisado y mejorado mi trabajo a partir de la retroalimentación.	☐	☐	☐	☐

Dos aprendizajes que he logrado

Una dificultad que he tenido

Una mejora que haré la próxima vez

Parte 2 · Coevaluación de otro equipo**Equipo evaluado:** _____**Fortaleza 1**

Fortaleza 2

Propuesta de mejora

Material de apoyo y refuerzo

SdA 10 · ¿Qué dicen realmente los datos?

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

Un conjunto de 11 datos y ejes ya preparados.

⊗ Pasos

- **Recuento:** cuenta cuántas veces aparece cada valor.
- **Gráfico:** una barra por valor; la altura es el recuento.
- **Moda:** el valor con la barra más alta.
- **Mediana:** ordena los datos y toma el del centro.
- **Media:** suma todos los datos y divide entre cuántos son.

⊗ Ejemplo modelado

Datos: 2, 3, 3, 4, 8. Moda: 3. Mediana: el del centro, 3.
 Media: $(2 + 3 + 3 + 4 + 8) : 5 = 20 : 5 = 4$.

- 1 Libros leídos en el trimestre por 11 alumnos: 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5, 5. Completa la tabla de recuento.

Libros	Recuento	Alumnos
1		
2		
3		
4		
5		

- 2 Dibuja el diagrama de barras con los ejes preparados.



- 3 Calcula la moda, la mediana y la media (los 11 datos ya están ordenados).

Moda: _____

Mediana (el dato número 6): _____

Media: la suma de los datos es _____ y $33 : 11 =$ _____

- 4 Un dado equilibrado tiene 6 caras. Completa: probabilidad de sacar un número par = $\frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{\quad}$; probabilidad de sacar un 5 = $\frac{\quad}{6}$.

Actividad de ampliación

SdA 10 · ¿Qué dicen realmente los datos?

ALUMNADO

Nombre: _____

Curso/grupo: _____

Fecha: _____

 Misma media, distinta historia, y un juego con trampa

Dos equipos pueden tener la misma media y ser muy distintos. Y un juego puede parecer justo sin serlo. Tu reto es demostrar ambas cosas con cálculos.

 Pasos

- 1** Dos grupos hicieron un test. Grupo azul: 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5. Grupo rojo: 1, 2, 4, 5, 5, 6, 8, 9. Calcula la media, la mediana, la moda y el rango (valor máximo menos valor mínimo) de cada grupo.
- 2** Dibuja un diagrama de puntos o de barras de cada grupo y explica en qué se parecen y en qué se diferencian, aunque tengan la misma media.
- 3** Diseña un juego con dos dados o con dos monedas que no sea equitativo. Escribe las reglas y todos los casos posibles.
- 4** Demuestra que no es equitativo calculando la probabilidad de cada jugador y comprueba con un experimento de al menos 40 repeticiones.
- 5** Generaliza: ¿cómo cambiarías una regla para que el juego sea equitativo sin cambiar a los jugadores?

1 Tabla de comparación.

Grupo	Media	Mediana	Moda	Rango
Azul				
Rojo				

 Entrega

Los cálculos de los dos grupos con su interpretación, las reglas del juego diseñado, la demostración de que no es equitativo y el resultado del experimento.

 Ficha 1

1. Diagnóstico: 3 (la moda es el valor más repetido); $\frac{1}{6}$; un gráfico de sectores.
2. Deporte favorito: cualitativa (fútbol). Hermanos: cuantitativa (2). Gasto en ocio: cuantitativa (8 €). Color de ojos: cualitativa (marrón). Estatura: cuantitativa (152 cm). Ciudad de nacimiento: cualitativa (Granada).
3. Son preguntas estadísticas: la primera y la tercera. «¿Cuántos años tiene Lucas?» se refiere a un solo individuo y «¿Cuál es el mejor deporte del mundo?» es una opinión sin criterio medible.
4. Población: los 120 alumnos de 1.º ESO. Muestra: los 20 alumnos encuestados. Si solo se pregunta al equipo de fútbol, la muestra estaría sesgada (sobrerrepresentaría el fútbol) y los resultados no representarían a todos.

 Ficha 2

1. Hermanos: $0 \rightarrow 3$ ($f_r = 0,15$, 15 %); $1 \rightarrow 9$ (0,45, 45 %); $2 \rightarrow 5$ (0,25, 25 %); $3 \rightarrow 2$ (0,10, 10 %); $4 \rightarrow 1$ (0,05, 5 %); total 20, 1 y 100 %.
2. Gasto: $0 \text{ a } 4 \text{ €} \rightarrow 3$ datos (0, 0, 2), 15 %; $5 \text{ a } 9 \text{ €} \rightarrow 8$ datos (5, 5, 5, 5, 6, 8, 8, 8), 40 %; $10 \text{ a } 14 \text{ €} \rightarrow 3$ datos (10, 10, 13), 15 %; $15 \text{ a } 19 \text{ €} \rightarrow 2$ datos (15, 15), 10 %; $20 \text{ o más} \rightarrow 4$ datos (20, 20, 25, 60), 20 %. Total 20 y 100 %.
3. V; F (nunca puede superar N); V ($0,45 \cdot 20 = 9$); V.
4. 2 hermanos o más: $25 + 10 + 5 = 40$ %, es decir, $5 + 2 + 1 = 8$ alumnos.

 Ficha 3

1. Sectores (porcentajes): sectores. Hermanos por alumno: barras. Temperatura por hora: líneas. Gasto por intervalos: barras (se puede razonar también con sectores si se quiere ver la parte del total).
2. Alturas de las barras: 0 hermanos $\rightarrow 3$; $1 \rightarrow 9$; $2 \rightarrow 5$; $3 \rightarrow 2$; $4 \rightarrow 1$. Título sugerido: «Número de hermanos del alumnado de la muestra».
3. f_r : 0,15; 0,40; 0,15; 0,10; 0,20 (total 1). Ángulos: $0,15 \cdot 360 = 54^\circ$; $0,40 \cdot 360 = 144^\circ$; 54° ; $0,10 \cdot 360 = 36^\circ$; $0,20 \cdot 360 = 72^\circ$ (total 360°).
4. V; V; V; F (cambia mucho la impresión: si no empieza en 0, las barras no son proporcionales).

 Ficha 4

1. Lectura: suma $5 + 6 + 6 + 7 + 8 + 8 + 8 + 40 = 88$, media $88 : 8 = 11$ min. Mediana: con 8 datos, media del 4.º y 5.º: $(7 + 8) : 2 = 7,5$ min. Moda: 8 min.
2. Hermanos: media $29 : 20 = 1,45$; mediana 1; moda 1. Gasto: suma 240, media $240 : 20 = 12$ €; datos ordenados 0, 0, 2, 5, 5, 5, 5, 6, 8, 8 | 8, 10, 10, 13, 15, 15, 20, 20, 25, 60; mediana $(8 + 8) : 2 = 8$ €; moda 5 €.
3. Moda (5 €): lo que más alumnos gastan. Mediana (8 €): la mitad de los alumnos gasta menos de 8 € y la otra mitad, más. Media (12 €): reparto equitativo del total, pero queda arrastrada por el gasto de 60 €. Para el alumno habitual se usaría la mediana (o la moda); la media es engañosa por el dato extremo.
4. Sin los 60 €: suma 180, media $180 : 19 \approx 9,47$ €; la mediana sigue siendo 8 € (el dato 10.º de 19). La media baja casi 2,5 € y la mediana no cambia: la media es más sensible a los datos extremos.

Ficha 5

1. Par: 3 favorables (2, 4, 6) de 6 posibles, $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Mayor que 4: 2 favorables (5 y 6) de 6, $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Dos caras: 1 de 4, $\frac{1}{4}$. Al menos una cruz: 3 favorables (CX, XC, XX) de 4, $\frac{3}{4}$.
2. Respuesta variable: se valora que el recuento sume 30, que $f_r = f_i : 30$ y que se observe que las frecuencias relativas no son exactamente $\frac{1}{6}$.
3. Dado: $(8 + 11 + 9) : 60 = 28 : 60 \approx 0,467$, frente a $\frac{3}{6} = 0,5$. Monedas: $(23 + 26 + 24) : 100 = 0,73$, frente a $\frac{3}{4} = 0,75$. Se parecen, pero no coinciden exactamente.
4. No tiene razón: los lanzamientos son independientes y el dado no tiene memoria; la probabilidad de 6 sigue siendo $\frac{1}{6}$ en el siguiente lanzamiento.

Ficha 6

1. El gráfico del cartel empieza el eje en 40 votos (eje truncado), de modo que las barras no son proporcionales a los votos. La Lista A tiene 4 votos más (52 — 48). En el cartel las alturas son 12 y 8, es decir, la barra A parece $12 : 8 = 1,5$ veces más alta, cuando los votos son $52 : 48 \approx 1,08$ veces. Recomendación: empezar el eje en 0 y rotular claramente los votos.
2. Barras de alturas 52 y 48 sobre un eje vertical que empieza en 0 y llega al menos a 60, con título y ejes rotulados.
3. Juego 1: A gana con CC (1 caso de 4), $P(A) = \frac{1}{4}$; B gana con CX, XC, XX (3 de 4), $P(B) = \frac{3}{4}$; no equitativo. Juego 2: A con 2, 4, 6 (3 de 6) y B con 1, 3, 5 (3 de 6), $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{2}$; equitativo. Juego 3: A con 1, 2 (2 de 6), $P(A) = \frac{1}{3}$; B con 3, 4, 5, 6 (4 de 6), $P(B) = \frac{2}{3}$; no equitativo. Cambio para el Juego 1: gana A si las dos monedas salen iguales (CC o XX) y B si salen distintas (CX o XC): 2 de 4 cada uno. Se aceptan otros cambios si los casos se cuentan bien.
4. Revisión: se valora que cada casilla se compruebe con cifras (suma 20, 100 %, eje en 0...).

Ficha 7

1. (a) $P(\text{roja}) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$; $P(\text{azul}) = \frac{3}{10}$; $P(\text{no verde}) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$. (b) Ana gana con 5 casos de 10; Beto con $3 + 2 = 5$ casos de 10. Las dos probabilidades son $\frac{1}{2}$: el juego es equitativo.
2. Suma $0 + 1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 10 = 21$, media $21 : 7 = 3$; mediana (4.º dato): 2; moda: 1. Para «lo habitual» se usaría la mediana (2 goles) o la moda (1): la media (3) queda arrastrada por el partido de 10 goles.
3. Se espera $200 \cdot \frac{1}{2} = 100$ rojas. 112 es razonable: no coincide exactamente con 100, pero está cerca; la frecuencia relativa es $112 : 200 = 0,56$.
4. Respuesta abierta. Se valora que se mencionen el eje que empieza en 0, los títulos y las unidades, la escala uniforme y la fuente o muestra.

Refuerzo

1. Recuento: $1 \rightarrow 1$; $2 \rightarrow 3$; $3 \rightarrow 4$; $4 \rightarrow 1$; $5 \rightarrow 2$; total 11.
2. Alturas de las barras 1, 3, 4, 1 y 2 sobre los valores 1 a 5.
3. Moda 3; mediana 3 (el dato número 6); media: la suma es 33 y $33 : 11 = 3$.
4. Par: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; sacar un 5: $\frac{1}{6}$.

Ampliación

1. Azul: media 5, mediana 5, moda 5, rango $5 - 5 = 0$. Rojo: suma $1 + 2 + 4 + 5 + 5 + 6 + 8 + 9 = 40$, media 5, mediana $(5 + 5) : 2 = 5$, moda 5, rango $9 - 1 = 8$.
2. Los dos grupos tienen las mismas medidas centrales, pero el azul es totalmente homogéneo y el rojo está muy disperso (tiene notas bajas y altas). La media sola no distingue ambos casos.
3. Respuesta abierta. Ejemplo: se lanzan dos dados; A gana si la suma es 7 y B si es cualquier otra: $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ y $P(B) = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$. Se valora que se listen o cuenten los casos posibles y favorables y que el experimento sea coherente con la probabilidad.
4. Para hacerlo equitativo hay que igualar los casos favorables de cada jugador (por ejemplo, A gana con suma par y B con suma impar: 18 casos cada uno).

Errores frecuentes

- Calcular la mediana sin ordenar los datos, o confundirla con la media.
- Pensar que la media es siempre el valor más representativo, sin considerar los datos extremos.
- Dibujar gráficos de barras sin título, sin unidades o con una escala que no empieza en 0.
- Confundir frecuencia absoluta, relativa y porcentaje (por ejemplo, escribir 0,35 como 35 alumnos).
- Contar solo 3 resultados en el lanzamiento de dos monedas (cara-cruz y cruz-cara son distintos).
- Creer que tras una racha de un resultado el contrario es «más probable» (falacia del jugador).

Criterios para valorar respuestas abiertas

- En las preguntas abiertas se valora que la respuesta se apoye en cálculos concretos de la tabla o del experimento, no en impresiones.
- En la tarea de media, mediana y moda se aceptan interpretaciones distintas si se justifican con el contexto y la presencia o no de datos extremos.
- En el diseño de juegos equitativos se acepta cualquier regla que cuente bien casos favorables y posibles.
- La calculadora es válida para sumas y divisiones, pero las medidas deben escribirse con su procedimiento y unidad.



Créditos, fuentes y condiciones de uso

📅 Edición revisada: octubre de 2026

Situaciones de aprendizaje · Matemáticas · 1.º ESO. Material elaborado y editado por **recursoseso.com**.

🏛️ Normativa de referencia

- Ley Orgánica 2/2006, de Educación, modificada por la Ley Orgánica 3/2020 (LOMLOE).
- Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la ESO.
- Currículos autonómicos correspondientes, a los que debe adaptarse esta propuesta.

📐 Gráficos, esquemas y fórmulas

Gráficas, diagramas, planos y esquemas de elaboración propia. Fórmulas compuestas con **KaTeX** (licencia MIT). Los mapas, cuando aparecen, se elaboran con datos de **Natural Earth** (dominio público).

📊 Datos y contextos

Los problemas usan datos reales cuando se indica su fuente (INE, Eurostat, Banco de España, AEMET, organismos oficiales y similares), redondeados con fines didácticos. Los catálogos de precios, tarifas, empresas, personajes y conjuntos de datos señalados como ficticios han sido creados para el aula. Las cifras económicas y tarifas deben actualizarse cuando se trabajen problemas del presente.

🛠️ Herramientas digitales

Las referencias a calculadora, hoja de cálculo o geometría dinámica (por ejemplo, GeoGebra) son orientativas: todas las actividades pueden resolverse también con lápiz, papel y los datos del dossier.

🛡️ Condiciones de uso

© 2026 recursoseso.com. Todos los derechos reservados. Se autoriza la reproducción de las páginas de este cuaderno para su uso en el aula por parte del docente o del centro educativo que lo ha adquirido u obtenido legítimamente. No está permitida su redistribución, venta, publicación en otras webs o plataformas ni su modificación para uso comercial sin autorización expresa de recursoseso.com.

- ① Si detectas algún error o quieres proponer una mejora, puedes comunicarlo a través de **recursoseso.com**. Este material se revisa y actualiza periódicamente.