

**4.º ESO**

Trigonometría

Practica, resuelve y comprueba tus respuestas.

01 Razones trigonométricas

Ángulos y relaciones.

03 Resolución de triángulos

Relaciones entre lados y ángulos.

05 Identidades

Transformación y demostración.

02 Triángulos rectángulos

Lados, alturas y distancias.

04 Problemas de aplicación

Modelos geométricos.

06 Ecuaciones trigonométricas

Resolución y periodicidad.

Índice

Ejercicios organizados por contenidos, con espacio para trabajar y respuestas al final.

01	Razones trigonométricas	3
02	Triángulos rectángulos	13
03	Resolución de triángulos	16
04	Problemas de aplicación	20
05	Identidades	32
06	Ecuaciones trigonométricas	39
•	Solucionario	42

Cómo usar el dossier

El código **2.12** identifica la actividad 12 del bloque 2. Busca el mismo código en el solucionario. Las actividades marcadas como **ampliación** proponen un reto adicional.

BLOQUE 01

Razones trigonométricas

Ángulos y relaciones. · 40 actividades

1.01 Calcula seno, coseno y tangente de 135° a partir de 45° .

1.02 Calcula seno, coseno y tangente de 240° a partir de 60° .

1.03 Calcula seno, coseno y tangente de -30° a partir de 30° .

1.04 Calcula seno, coseno y tangente de 300° .

1.05 Calcula seno, coseno y tangente de 150° .

1.06 Calcula seno, coseno y tangente de 225° .

1.07 Calcula seno, coseno y tangente de $5\pi/6$ rad.

1.08 Calcula seno, coseno y tangente de $5\pi/3$ rad.

1.09 Calcula seno, coseno y tangente de 1125° .

1.10 Calcula seno, coseno y tangente de 21π rad.

1.11 Expresa las razones de 130° mediante las de un ángulo del primer cuadrante.

1.12 Expresa las razones de 333° mediante las de un ángulo del primer cuadrante.

1.13 Expresa las razones de -15° mediante las de un ángulo del primer cuadrante.

1.14 Expresa las razones de 4000° mediante las de un ángulo del primer cuadrante.

1.15 Expresa las razones de 1750° mediante las de un ángulo del primer cuadrante.

1.16 Expresa las razones de 40° mediante las de su complementario.

1.17 Responde a las conversiones.

- a)** Radianes de 360° .
- b)** Grados de 1 radián.
- c)** Grados de $\pi/2$ rad.
- d)** Radianes de 270° .

1.18 Pasa a radianes.

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| a) 30° | b) 72° |
| c) 90° | d) 127° |
| e) 200° | f) 300° |

1.19 Pasa a grados.

a) 2 rad

b) $\frac{83}{100}$ rad

c) $\frac{\pi}{5}$ rad

d) $\frac{5 \cdot \pi}{6}$ rad

e) $\frac{7}{2}$ rad

f) π rad

1.20 Calcula $\tan \alpha$ sabiendo $\sin \alpha = 0,39$. Comprueba con calculadora.

1.21 Calcula $\cos \alpha$ sabiendo $\tan \alpha = 1,28$. Comprueba con calculadora.

1.22 α está en el segundo cuadrante y $\sin \alpha = 0,62$. Halla $\cos \alpha$ y $\tan \alpha$.

1.23 α está en el tercer cuadrante y $\cos \alpha = -0,83$. Halla $\sin \alpha$ y $\tan \alpha$.

1.24 Halla las razones de 2397° reduciendo a $[0^\circ, 360^\circ)$, a $(-180^\circ, 180^\circ]$ y usando la calculadora directamente.

1.25 Usa $\sin 35^\circ \approx 0,57$; $\cos 35^\circ \approx 0,82$; $\tan 35^\circ \approx 0,70$ para hallar las razones.

- a) 55°
- b) 125°
- c) 145°
- d) 215°
- e) 235°
- f) 305°
- g) 325°

1.26 Halla las razones de 358° , 156° , 342° usando la calculadora solo con ángulos del primer cuadrante.

1.27 **AMPLIACIÓN**

Usa $\sin 12^\circ \approx 0,2$ y $\sin 37^\circ \approx 0,6$. Halla $\cos 12^\circ$, $\tan 12^\circ$, $\cos 37^\circ$, $\tan 37^\circ$ y las razones de 49° y 25° .

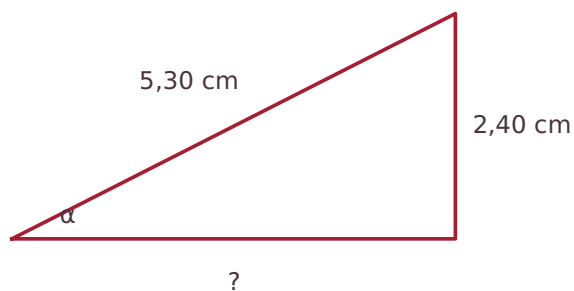
1.28 **AMPLIACIÓN**

Halla las razones de 60° a partir de 30° .

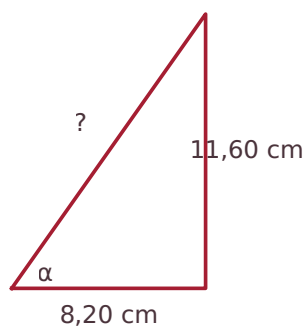
1.29 **AMPLIACIÓN**

Usa $\cos 78^\circ \approx 0,2$ para hallar $\sin 78^\circ$, $\tan 78^\circ$ y las razones de 39° mediante el ángulo mitad.

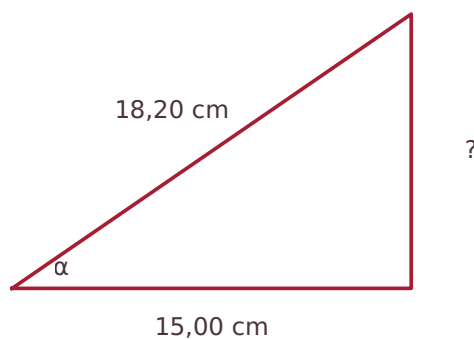
1.30 Halla las razones de α . Cateto opuesto 2,4 cm e hipotenusa 5,3 cm.



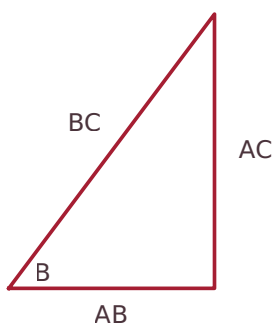
1.31 Halla las razones de α . Cateto adyacente 8,2 cm y opuesto 11,6 cm.



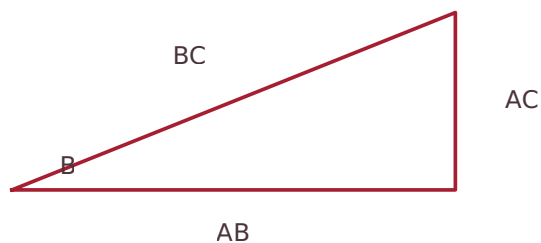
1.32 Halla las razones de α . Cateto adyacente 15 cm e hipotenusa 18,2 cm.



1.33 Halla las razones de B en el triángulo ABC, rectángulo en A.



1.34 Halla las razones de B en el triángulo ABC, rectángulo en A.



1.35 Completa la tabla de cuadrantes y signos.

Ángulo	Cuadrante	sen	cos	tan
128°				
198°				
87°				
98°				
285°				
305°				

1.36 Un triángulo rectángulo tiene medidas aproximadas 41,32,5 y 25 mm. β está entre el cateto mayor y la hipotenusa. Halla sus razones.

1.37 Calcula exactamente usando los ángulos fundamentales.

a) $\text{sen}(120^\circ)$

b) $\cos(3\pi/4)$

c) $\tan(150^\circ)$

d) $\text{sen}(180^\circ)$

e) $\cos(210^\circ)$

f) $\tan(5\pi/4)$

1.38 Calcula exactamente usando los ángulos fundamentales.

a) $\text{sen}(240^\circ)$

b) $\cos(270^\circ)$

c) $\tan(300^\circ)$

d) $\text{sen}(7\pi/4)$

e) $\cos(330^\circ)$

f) $\tan(360^\circ)$

1.39 Calcula exactamente usando los ángulos fundamentales.

a) $\text{sen}(5\pi/3)$

b) $\cos(120^\circ)$

c) $\tan(240^\circ)$

d) $\text{sen}(360^\circ)$

e) $\cos(5\pi/6)$

f) $\tan(315^\circ)$

1.40 Calcula exactamente usando los ángulos fundamentales.

a) $\text{sen}(135^\circ)$

b) $\text{cos}(225^\circ)$

c) $\tan(3\pi/2)$

d) $\text{sen}(210^\circ)$

e) $\text{cos}(\pi)$

f) $\tan(330^\circ)$

BLOQUE 02

Triángulos rectángulos

Lados, alturas y distancias. · 17 actividades

- 2.01** Resuelve el triángulo rectángulo: $A=90^\circ$, $b=5$ cm, $c=12$ cm. Los lados se oponen a los ángulos de igual letra.

- 2.02** Resuelve el triángulo rectángulo: $A=90^\circ$, $c=43$ cm, $C=37^\circ$. Los lados se oponen a los ángulos de igual letra.

- 2.03** Resuelve el triángulo rectángulo: $A=90^\circ$, $b=7$ m, $C=49^\circ$. Los lados se oponen a los ángulos de igual letra.

- 2.04** Resuelve el triángulo rectángulo: $A=90^\circ$, $a=5$ m, $B=65^\circ$. Los lados se oponen a los ángulos de igual letra.

- 2.05** Resuelve el triángulo rectángulo: $A=90^\circ$, $a=10$ cm, $b=8$ cm. Los lados se oponen a los ángulos de igual letra.

- 2.06** Resuelve el triángulo rectángulo: $A=90^\circ$, $a=10$ cm, $B=41^\circ$. Los lados se oponen a los ángulos de igual letra.

- 2.07** Resuelve el triángulo rectángulo: $C=90^\circ$, $c=12$, $A=35^\circ$. Los lados se oponen a los ángulos de igual letra.

- 2.08** Resuelve el triángulo rectángulo: $C=90^\circ$, $c=17$, $a=15$. Los lados se oponen a los ángulos de igual letra.

- 2.09** Resuelve el triángulo rectángulo: $C=90^\circ$, $b=7$, $a=24$. Los lados se oponen a los ángulos de igual letra.

- 2.10** Resuelve el triángulo rectángulo: $C=90^\circ$, $b=28$, $a=45$. Los lados se oponen a los ángulos de igual letra.

- 2.11** Resuelve el triángulo rectángulo: $C=90^\circ$, $c=73$, $b=48$. Los lados se oponen a los ángulos de igual letra.

- 2.12** Resuelve el triángulo rectángulo: $C=90^\circ$, $b=5$, $B=40^\circ$. Los lados se oponen a los ángulos de igual letra.

- 2.13** Resuelve el triángulo rectángulo: $C=90^\circ$, $c=25$, $B=30^\circ$. Los lados se oponen a los ángulos de igual letra.

- 2.14** Resuelve el triángulo rectángulo: $C=90^\circ$, $b=72$, $a=65$. Los lados se oponen a los ángulos de igual letra.

- 2.15** La diagonal de un rectángulo mide 5 cm y forma 40° con la base. Halla los lados.

- 2.16** ABC tiene $C=90^\circ$, $B=50^\circ$ y $BC=7$ cm. Halla AB, AC, A.

- 2.17** Un triángulo rectángulo tiene cateto 5 cm y ángulo agudo 45° . Halla los otros lados y ángulo.

BLOQUE 03

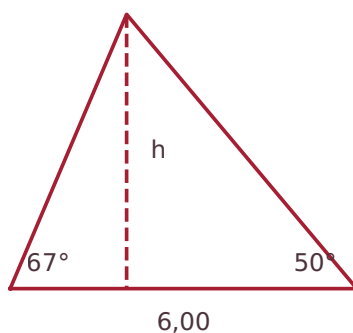
Resolución de triángulos

Relaciones entre lados y ángulos. · 14 actividades

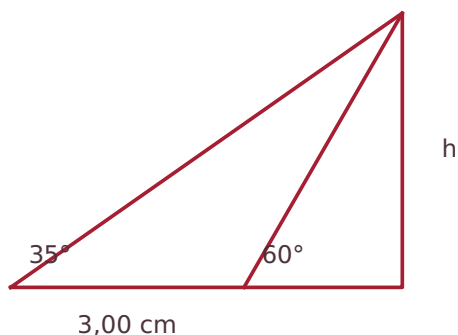
- 3.01** Un triángulo isósceles tiene lados iguales 85 dm y base 168 dm. Halla sus ángulos y la altura sobre la base.

- 3.02** Un triángulo isósceles tiene ángulo del vértice 65° y lados iguales 12. Halla base y altura.

- 3.03** $BC=6$, $B=67^\circ$, $C=50^\circ$. Halla altura sobre BC y lados $b=AC$, $c=AB$.



- 3.04** $BC=3$ cm, $B=35^\circ$. La altura AH cae en la prolongación de BC más allá de C y $ACH=60^\circ$. Halla $h=AH$, $b=AC$, $c=AB$.



- 3.05** $AB=23$ m, $BC=12$ m, $B=50^\circ$. Halla el área de ABC.

- 3.06** De una casa a una iglesia hay 137 m y a un depósito 211 m. Las visuales forman 43° . Halla la separación entre iglesia y depósito.

- 3.07** Un compás tiene brazos 12 cm abiertos 60° . Halla el radio de la circunferencia trazada.

3.08 Un triángulo isósceles tiene base 8 cm y ángulo opuesto 40° . Halla el área.

3.09 Un rombo tiene diagonales 12 y 8 cm. Halla los ángulos.

3.10 Un triángulo isósceles tiene lados iguales 20 m y ángulos básicos 35° . Halla el área.

3.11 Una circunferencia de centro O y radio 8 cm tiene cuerda $AB=10$ cm. Halla el ángulo central AOB.

3.12 Una moneda tiene diámetro 2,5 cm. Desde un punto a 4,8 cm del centro se trazan tangentes. Halla el ángulo entre ellas.

3.13 Dos comisarías A, C distan 5 km. Las visuales hacia un banco B forman ángulos interiores $A=27^\circ$, $C=35^\circ$. Halla AB, BC.

3.14

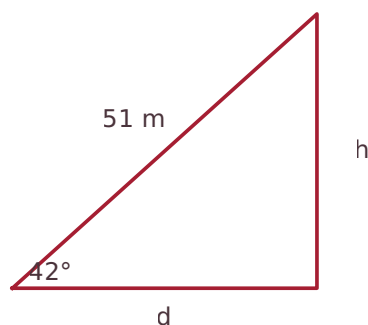
Dos barcos salen de un puerto con rumbos separados 58° y velocidades 18 y 22 nudos. Halla la separación tras una hora. Un nudo es una milla por hora.

BLOQUE 04

Problemas de aplicación

Modelos geométricos. · 38 actividades

- 4.01** Víctor deja caer desde un campanario una cuerda de 51 m. Ramón la tensa hasta el suelo y forma 42° con la horizontal. Halla la altura y la distancia horizontal a la base.

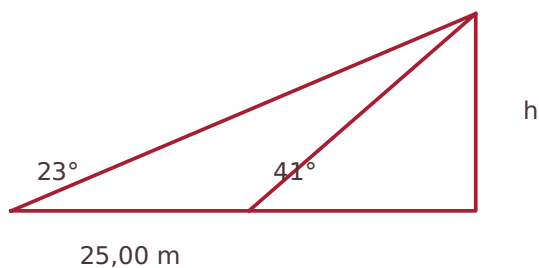


- 4.02** Una torre proyecta 13 m de sombra con rayos solares a 50° del suelo. Halla su altura.

- 4.03** Una escalera de 4 m apoya en una pared con el pie a 2 m. Halla el ángulo con el suelo.

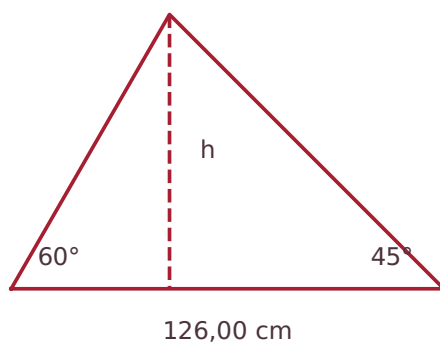
4.04

Desde una orilla se ve la copa de un árbol enfrente bajo 41° . Al alejarse 25 m, el ángulo es 23° . Halla anchura y altura, suponiendo las orillas al mismo nivel.



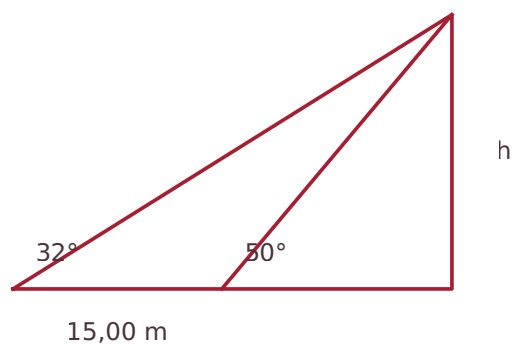
4.05

Una antena se sujeta con cables anclados a ambos lados, separados 126 cm. Forman 60° y 45° con el suelo. Halla altura y cables.

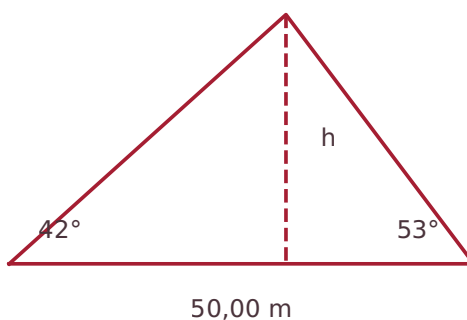


- 4.06** Una carretera tiene pendiente 12%. Halla su ángulo y el descenso tras recorrer 7 km por ella.

- 4.07** Una torre se observa bajo 32° . Al acercarse 15 m, el ángulo es 50° . Halla la altura.



- 4.08** Desde A y B, separados 50 m en una orilla, se ve un punto enfrente con ángulos interiores 42° y 53° . Su perpendicular cae entre A y B. Halla la anchura del río.



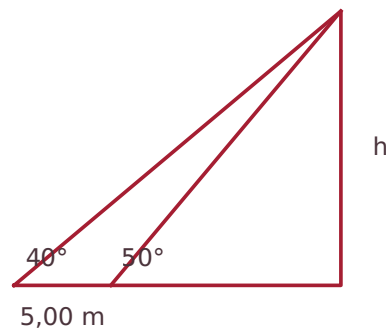
- 4.09** Una escultura está sobre un pedestal de 1,5 m. Desde el suelo se ven las cimas del pedestal y escultura bajo 18° y 42° de elevación. Halla la altura de la escultura.

- 4.10** Dos amigos separados 800 m observan un globo bajo 35° y 65° . Halla su altura.

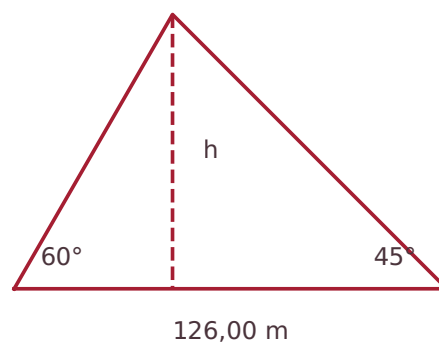
- 4.11** Una torre se ve bajo 30° . Al acercarse 100 m, el ángulo aumenta 15° . Halla la altura.

- 4.12** Una escalera de tijera tiene brazos que forman 60° y altura 2 m. Halla cada brazo.

- 4.13** A, B, C están alineados; $AB=5$ m, B entre A y C. C es el pie de un globo. Los ángulos son 40° desde A y 50° desde B. Halla la altura.

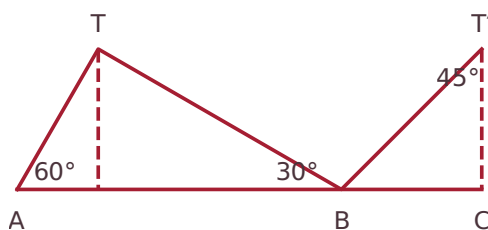


- 4.14** Una antena B se sujeta a anclajes A, C separados 126 m a ambos lados. Los cables forman 60° y 45° con el suelo. Halla altura, AB, BC y AC.



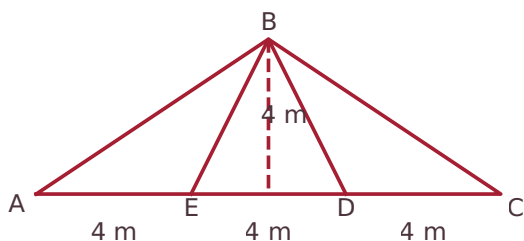
4.15

Un cable sigue A-T-B-T'. T, T' están 300 m sobre el suelo. AT forma 60° con el suelo, TB forma 30° y BT' forma 45° con la vertical. Halla su longitud y el ahorro al seguir A-T-T'.



4.16

La estructura tiene $AE=ED=DC=4$ m y altura 4 m sobre el punto medio de ED. Halla AB, BE y ángulos A, C, EBD, ABC.

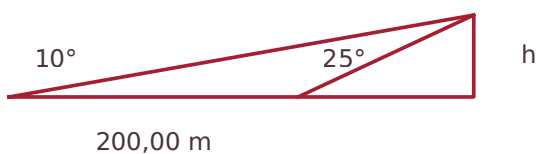


- 4.17** Un recorrido subterráneo baja 20 m verticales, luego 38 m a 30° de depresión, 29 m horizontales y 30 m a 70° de depresión. Halla la profundidad final.

- 4.18** Una ruta sube de 785 a 1.065 m de altitud en 3 km de recorrido. Halla pendiente y ángulo.

- 4.19** Un avión a 1.200 m de altura se observa desde una torre de 40 m bajo 30° . Halla la distancia del avión al pie de la torre.

- 4.20** Un barco observa un faro bajo 25° . Al alejarse 200 m, el ángulo es 10° . Halla la altura de la luz sobre el mar.



4.21 La sombra de un poste mide la mitad de su altura. Halla el ángulo solar.

4.22 Dos edificios iguales distan 150 m. Desde un punto entre ambos se ven sus cimas bajo 35° y 20° . Halla su altura.

4.23 Desde un faro se ven A y B al mismo lado respecto a una costa recta, bajo 43° y 21° . Sus distancias a la costa son 5 y 3 km. Halla la separación.

4.24 Un funicular SQ de 500 m asciende 45° hasta la base Q de un edificio PQ. SP hacia la cima forma 10° más que SQ. Halla PQ.

4.25 Desde R se ve la cima P de una torre a 50° de elevación y su pie Q a 30° de depresión. $QR=15$ cm. Halla PQ.

4.26 Una torre proyecta 108 m de sombra con el Sol a 50° . Halla la altura.

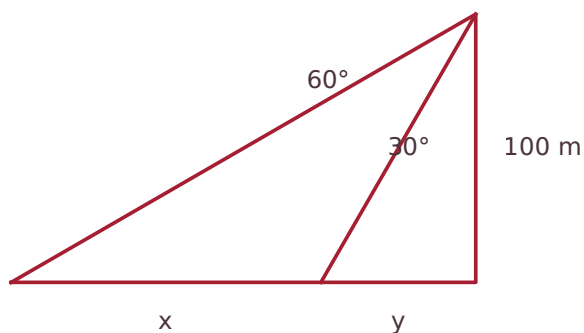
- 4.27** Desde un avión a 3.000 m se ven dos pueblos bajo 40° y 15° de depresión. Halla su separación.

- 4.28** Una cometa tiene 47 m de hilo tenso a 52° de la horizontal. Halla su altura sobre el punto de sujeción.

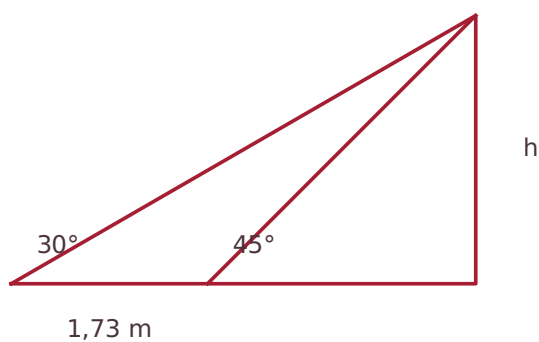
- 4.29** Una torre se ve bajo 72° . Al alejarse 350 m se ve bajo 31° . Halla la altura.

- 4.30** Desde el suelo a 10 m de un árbol se ve su copa bajo 30° . Halla su altura.

- 4.31** Una vertical de 100 m se observa desde dos puntos alineados. Desde su cima, las visuales forman 60° y 30° con la vertical. Halla x , y .



- 4.32** Dos puntos distan $\sqrt{3}$ m y observan una cima bajo 30° desde el lejano y 45° desde el cercano. Halla distancia x desde el cercano al pie y altura y .



- 4.33** Desde la cima de un cuerpo bajo se ve la base de uno alto a 30° de depresión y su cima a 45° de elevación. La distancia inclinada a la base del alto es 5 m. Halla la altura del alto.

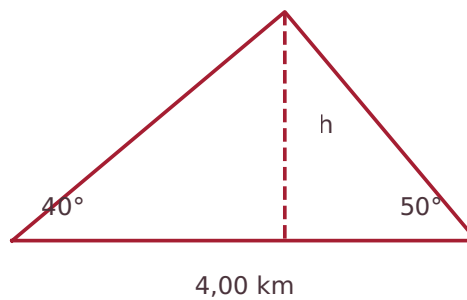
- 4.34** A y B están sobre una vertical, $AB=4.000$ m. A está al nivel del pie de una montaña. Su cima se ve desde A a 30° de elevación y desde B a 45° de depresión. Halla la altura.

- 4.35** En $\triangle ACB$, $AB=678$ m, $\angle CAB=75^\circ$, $\angle ABC=45^\circ$. Desde A se ve la cima C de una torre CD bajo 60° de elevación. Halla $x=CD$, $y=AC$, $z=BC$.

- 4.36** Un árbol se ve bajo 30° . Al acercarse 15 m, se ve bajo 45° . Halla la altura.

4.37

Dos observadores separados 4 km ven un globo bajo 40° y 50° . Su proyección cae entre ambos. Halla altura y distancias a los observadores.



4.38

Un penalti raso se lanza desde 11 m a 18° de la perpendicular al centro de una portería de 7,32 m. La portera se lanza al otro lado. Con trayectoria recta, ¿entra?

BLOQUE 05

Identidades

Transformación y demostración. · 37 actividades

5.01 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\text{sen}^2x + 1/\text{sec}^2x = \text{sen } x \cdot \text{csc } x$.

5.02 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $1/\text{csc}^2x + \cos^2x = 1$.

5.03 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\tan^2x + \text{sen } x \cdot \text{csc } x = \text{sec}^2x$.

5.04 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\cos^2x/\text{sen}^2x + \tan x \cdot \cot x = \text{csc}^2x$.

5.05 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\text{sen}^2x + \cos^2x = \cos x \cdot \text{sec } x$.

5.06**AMPLIACIÓN**

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\tan^2 x + \tan x \cdot \cot x = \sec^2 x$.

5.07**AMPLIACIÓN**

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\sec^2 x \cdot \csc^2 x = \sec^2 x + \csc^2 x$.

5.08**AMPLIACIÓN**

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\sec x + \csc x = \sec x \cdot \csc x (\sin x + \cos x)$.

5.09**AMPLIACIÓN**

Comprueba la igualdad: $\tan^2 x \cos^2 x + \cos^2 x = 1/\csc^2 x + 1/\sec x$.

5.10**AMPLIACIÓN**

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\sec x + \cos^2 x = 1/\cos x + 1/\sec^2 x$.

5.11**AMPLIACIÓN**

Demuestra pasando a senos y cosenos: $1/(\cos x \csc x) = \tan x$.

5.12 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\cos x \csc x = \cot x$.

5.13 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $1/(\sin x \sec x) = \cot x$.

5.14 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\cot^2 x + 1/(\tan x \cot x) = \csc^2 x$.

5.15 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\cot^2 x + 1/(\cos x \sec x) = \csc^2 x$.

5.16 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\sin^2 x + \cos^2 x = \sec^2 x - \tan^2 x$.

5.17 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\tan^2 x + 1/(\sin x \csc x) = \sec^2 x$.

5.18 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\cot^2 x + \sec^2 x = \csc^2 x$.

5.19 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\sin x / \csc x + \cos x / \sec x = 1$.

5.20 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\sec x / (\tan x + \cot x) = \sin x$.

5.21 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $(1 - \sin x) / \cos x = \cos x / (1 + \sin x)$.

5.22 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $(1 - \cos x) / \sin x = \sin x / (1 + \cos x)$.

5.23 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $1 / (\sec x - \tan x) = \sec x + \tan x$.

5.24 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $1/(\csc x - \cot x) = \csc x + 1/\tan x$.

5.25 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\cot^2 x / (\csc x - 1) = \csc x + \sin^2 x + \cos^2 x$.

5.26 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $(\tan x - \sin x) / \sin^3 x = \sec x / (1 + \cos x)$.

5.27 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\tan x + \cot x = 1/(\sin x \cos x)$.

5.28 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\csc x / (\tan x + \cot x) = \cos x$.

5.29 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $(1 - \sin^2 x)(1 + \tan^2 x) = 1$.

5.30 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $1/(1+\operatorname{sen} x)+1/(1-\operatorname{sen} x)=2 \sec^2 x$.

5.31 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\operatorname{sen} x+\cos x=\cos x(1+\tan x)$.

5.32 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $(\operatorname{sen}^2 x+\cos^2 x)/(\sec x+\tan x)=\sec x-\tan x$.

5.33 AMPLIACIÓN

Demuestra pasando a senos y cosenos: $\cot^2 x+\operatorname{sen}^2 x=\csc^2 x-\cos^2 x$.

5.34 AMPLIACIÓN

Demuestra: $[\cos(a+b)+\cos(a-b)]/[\operatorname{sen}(a+b)+\operatorname{sen}(a-b)]=1/\tan a$.

5.35 AMPLIACIÓN

Demuestra: $(2 \operatorname{sen} \alpha-\operatorname{sen} 2 \alpha)/(2 \operatorname{sen} \alpha+\operatorname{sen} 2 \alpha)=(1-\cos \alpha)/(1+\cos \alpha)$.

5.36**AMPLIACIÓN**

Demuestra: $(2 \operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen} 2\alpha) / (2 \operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} 2\alpha) = \tan^2(\alpha/2)$.

5.37**AMPLIACIÓN**

Demuestra: $\cos \alpha \cos(\alpha - \beta) + \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen}(\alpha - \beta) = \cos \beta$.

BLOQUE 06

Ecuaciones trigonométricas

Resolución y periodicidad. · 10 actividades

6.01

AMPLIACIÓN

Resuelve en grados: $2 \tan x - 3 \cot x - 1 = 0$.

6.02

AMPLIACIÓN

Resuelve en grados: $\cos^2 x - 3 \sin^2 x = 0$.

6.03

AMPLIACIÓN

Resuelve en grados: $\sin(2x + 60^\circ) + \sin(x + 30^\circ) = 0$.

6.04

AMPLIACIÓN

Resuelve en grados: $\sin^2 x - \cos^2 x = 1/2$.

6.05

AMPLIACIÓN

Resuelve en grados: $\sin(2x)\cos x = 6 \sin^3 x$.

6.06

AMPLIACIÓN

Resuelve en grados: $2 \cos x = 3 \tan x$.

6.07

AMPLIACIÓN

Resuelve en grados y da todas las soluciones, $k \in \mathbb{Z}$.

a) $2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

b) $2 \sin^2 x - 1 = 0$

c) $\tan^2 x - \tan x = 0$

d) $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 3$

6.08

AMPLIACIÓN

Resuelve en radianes y da todas las soluciones, $k \in \mathbb{Z}$.

a) $\tan x = -\sqrt{3}$

b) $\sin x = \cos x$

c) $\sin^2 x = 1$

d) $\sin x = \tan x$

6.09 AMPLIACIÓN

Resuelve en grados y da todas las soluciones, $k \in \mathbb{Z}$.

a) $2 \cos^2 x - \sin^2 x + 1 = 0$

b) $\sin^2 x - \sin x = 0$

c) $2 \cos^2 x - \sqrt{3} \cos x = 0$

6.10 AMPLIACIÓN

Resuelve en grados y da todas las soluciones, $k \in \mathbb{Z}$.

a) $\sin^2 x - \cos^2 x = 1$

b) $\cos^2 x - \sin^2 x = 0$

c) $2 \cos^2 x + \sin x = 1$

d) $3 \tan^2 x - \sqrt{3} \tan x = 0$

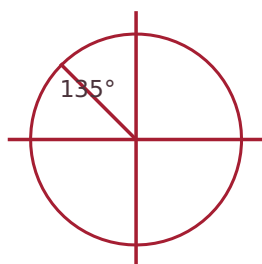
COMPRUEBA TUS RESULTADOS

Solucionario

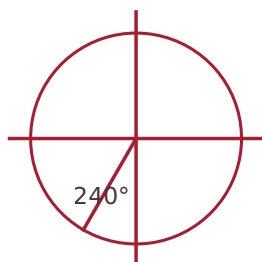
Respuestas finales. Los códigos coinciden con los de las actividades.

01 · Razones trigonométricas

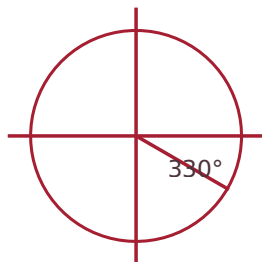
1.01 $\operatorname{sen} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \cos = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \tan = -1.$



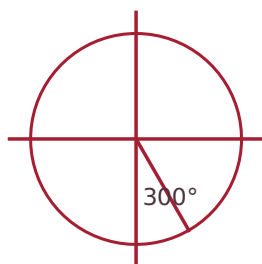
1.02 $\operatorname{sen} = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \cos = -\frac{1}{2}; \tan = \sqrt{3}.$



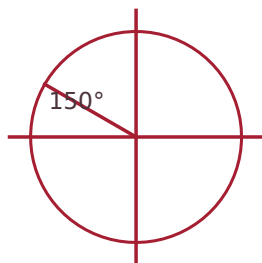
1.03 $\operatorname{sen} = -\frac{1}{2}; \cos = \frac{\sqrt{3}}{2}; \tan = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$



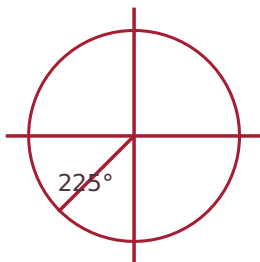
1.04 $\operatorname{sen} = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \cos = \frac{1}{2}; \tan = -\sqrt{3}.$



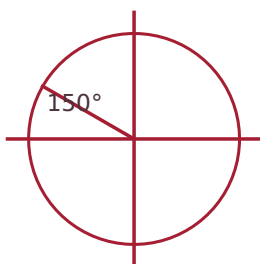
1.05 $\operatorname{sen} = \frac{1}{2}; \cos = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \tan = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$



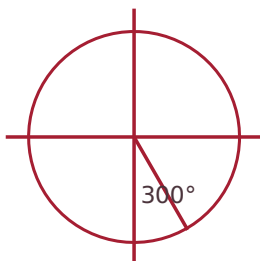
1.06 $\operatorname{sen} = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \cos = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \tan = 1.$



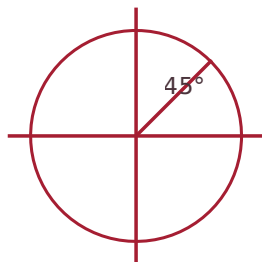
1.07 $\operatorname{sen} = \frac{1}{2}; \cos = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \tan = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$



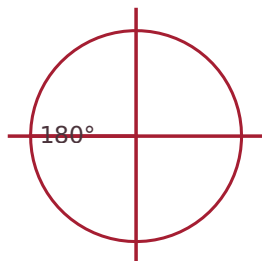
1.08 $\operatorname{sen} = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \cos = \frac{1}{2}; \tan = -\sqrt{3}.$



1.09 $\text{sen} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \cos = \frac{\sqrt{2}}{2}; \tan = 1.$



1.10 $\text{sen} = 0; \cos = -1; \tan = 0.$



1.11 $\text{sen}(130^\circ) = \text{sen}(50^\circ); \cos(130^\circ) = -\cos(50^\circ); \tan(130^\circ) = -\tan(50^\circ).$

1.12 $\text{sen}(333^\circ) = -\text{sen}(27^\circ); \cos(333^\circ) = \cos(27^\circ); \tan(333^\circ) = -\tan(27^\circ).$

1.13 $\text{sen}(-15^\circ) = -\text{sen}(15^\circ); \cos(-15^\circ) = \cos(15^\circ); \tan(-15^\circ) = -\tan(15^\circ).$

1.14 $\text{sen}(4000^\circ) = \text{sen}(40^\circ); \cos(4000^\circ) = \cos(40^\circ); \tan(4000^\circ) = \tan(40^\circ).$

1.15 $\text{sen}(1750^\circ) = -\text{sen}(50^\circ); \cos(1750^\circ) = \cos(50^\circ); \tan(1750^\circ) = -\tan(50^\circ).$

1.16 $\text{sen } 40^\circ = \cos 50^\circ; \cos 40^\circ = \text{sen } 50^\circ; \tan 40^\circ = 1/\tan 50^\circ.$

1.17 **a)** 2π rad. **b)** $180/\pi \approx 57,30^\circ$. **c)** 90° . **d)** $3\pi/2$ rad.

1.18 **a)** $\frac{\pi}{6}$ **b)** $\frac{2 \cdot \pi}{5}$ **c)** $\frac{\pi}{2}$ **d)** $\frac{127 \cdot \pi}{180}$ **e)** $\frac{10 \cdot \pi}{9}$ **f)** $\frac{5 \cdot \pi}{3}$

1.19 **a)** $114,59^\circ$ **b)** $47,56^\circ$ **c)** $36,00^\circ$ **d)** $150,00^\circ$ **e)** $200,54^\circ$ **f)** $180,00^\circ$

- 1.20** $\tan \alpha = \pm 0,39/\sqrt{1-0,39^2} = \pm 0,42354$. Positiva en el primer cuadrante y negativa en el segundo; falta indicar el cuadrante.
-
- 1.21** $\cos \alpha = \pm 1/\sqrt{1+1,28^2} = \pm 0,61564$. Positivo en el primero, negativo en el tercero.
-
- 1.22** $\cos \alpha \approx -0,78460$; $\tan \alpha \approx -0,79021$.
-
- 1.23** $\sin \alpha \approx -0,55776$; $\tan \alpha \approx 0,67200$.
-
- 1.24** $2397^\circ \equiv 237^\circ \equiv -123^\circ$. $\sin \approx -0,83867$; $\cos \approx -0,54464$; $\tan \approx 1,53986$.
-
- 1.25** **a)** 55° : $\sin \approx 0,82$; $\cos \approx 0,57$; $\tan \approx 1,43$. **b)** 125° : $\sin \approx 0,82$; $\cos \approx -0,57$; $\tan \approx -1,43$.
c) 145° : $\sin \approx 0,57$; $\cos \approx -0,82$; $\tan \approx -0,70$. **d)** 215° : $\sin \approx -0,57$; $\cos \approx -0,82$; $\tan \approx 0,70$.
e) 235° : $\sin \approx -0,82$; $\cos \approx -0,57$; $\tan \approx 1,43$. **f)** 305° : $\sin \approx -0,82$; $\cos \approx 0,57$; $\tan \approx -1,43$.
g) 325° : $\sin \approx -0,57$; $\cos \approx 0,82$; $\tan \approx -0,70$.
-
- 1.26** **a)** 358° : referencia 2° . $\sin \approx -0,03490$; $\cos \approx 0,99939$; $\tan \approx -0,03492$.
b) 156° : referencia 24° . $\sin \approx 0,40674$; $\cos \approx -0,91355$; $\tan \approx -0,44523$.
c) 342° : referencia 18° . $\sin \approx -0,30902$; $\cos \approx 0,95106$; $\tan \approx -0,32492$.
-
- 1.27** $\cos 12^\circ \approx 0,97980$; $\tan 12^\circ \approx 0,20412$; $\cos 37^\circ \approx 0,8$; $\tan 37^\circ \approx 0,75$. Para 49° : $\sin \approx 0,74788$; $\cos \approx 0,66384$; $\tan \approx 1,12660$. Para 25° : $\sin \approx 0,42788$; $\cos \approx 0,90384$; $\tan \approx 0,47340$. Se usan suma y diferencia de ángulos.
-
- 1.28** $\sin 60^\circ = 2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$; $\cos 60^\circ = \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = 1/2$; $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$.
-
- 1.29** $\sin 78^\circ \approx \sqrt{0,96} \approx 0,97980$; $\tan 78^\circ \approx 4,89898$. $\sin 39^\circ \approx \sqrt{0,4}$; $\cos 39^\circ \approx \sqrt{0,6}$; $\tan 39^\circ \approx \sqrt{(2/3)}$.
-
- 1.30** $\sin \approx 0,45283$; $\cos \approx 0,89160$; $\tan \approx 0,50789$.
-
- 1.31** $\sin \approx 0,81658$; $\cos \approx 0,57724$; $\tan \approx 1,41463$.
-
- 1.32** $\sin \approx 0,56633$; $\cos \approx 0,82418$; $\tan \approx 0,68715$.
-
- 1.33** $\sin B = AC/BC$; $\cos B = AB/BC$; $\tan B = AC/AB$. Sin medidas ni un ángulo agudo, no se pueden determinar valores numéricos.
-
- 1.34** $\sin B = AC/BC$; $\cos B = AB/BC$; $\tan B = AC/AB$. Sin medidas ni un ángulo agudo, no se pueden determinar valores numéricos.
-

1.35 Se usan las coordenadas de la circunferencia goniométrica.

Ángulo	Cuadrante	sen	cos	tan
128°	2	+	−	−
198°	3	−	−	+
87°	1	+	+	+
98°	2	+	−	−
285°	4	−	+	−
305°	4	−	+	−

1.36 Con las medidas redondeadas: $\text{sen } \beta = 25/41 \approx 0,60976$; $\text{cos } \beta = 32,5/41 \approx 0,79268$; $\tan \beta = 25/32,5 \approx 0,76923$.

1.37 a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ d) 0 e) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ f) 1

1.38 a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) 0 c) $-\sqrt{3}$ d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ f) 0

1.39 a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $-\frac{1}{2}$ c) $\sqrt{3}$ d) 0 e) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ f) − 1

1.40 a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) No definida. d) $-\frac{1}{2}$ e) − 1 f) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

02 · Triángulos rectángulos

2.01 $a=13,00$ cm; $b=5,00$ cm; $c=12,00$ cm; $A=90,00^\circ$; $B=22,62^\circ$; $C=67,38^\circ$.

2.02 $a=71,45$ cm; $b=57,06$ cm; $c=43,00$ cm; $A=90,00^\circ$; $B=53,00^\circ$; $C=37,00^\circ$.

2.03 $a=10,67$ m; $b=7,00$ m; $c=8,05$ m; $A=90,00^\circ$; $B=41,00^\circ$; $C=49,00^\circ$.

2.04 $a=5,00$ m; $b=4,53$ m; $c=2,11$ m; $A=90,00^\circ$; $B=65,00^\circ$; $C=25,00^\circ$.

2.05 $a=10,00$ cm; $b=8,00$ cm; $c=6,00$ cm; $A=90,00^\circ$; $B=53,13^\circ$; $C=36,87^\circ$.

2.06 $a=10,00$ cm; $b=6,56$ cm; $c=7,55$ cm; $A=90,00^\circ$; $B=41,00^\circ$; $C=49,00^\circ$.

2.07 $a=6,88$; $b=9,83$; $c=12,00$; $A=35,00^\circ$; $B=55,00^\circ$; $C=90,00^\circ$.

2.08 $a=15,00$; $b=8,00$; $c=17,00$; $A=61,93^\circ$; $B=28,07^\circ$; $C=90,00^\circ$.

2.09 $a=24,00$; $b=7,00$; $c=25,00$; $A=73,74^\circ$; $B=16,26^\circ$; $C=90,00^\circ$.

2.10 $a=45,00$; $b=28,00$; $c=53,00$; $A=58,11^\circ$; $B=31,89^\circ$; $C=90,00^\circ$.

2.11 $a=55,00$; $b=48,00$; $c=73,00$; $A=48,89^\circ$; $B=41,11^\circ$; $C=90,00^\circ$.

2.12 $a=5,96$; $b=5,00$; $c=7,78$; $A=50,00^\circ$; $B=40,00^\circ$; $C=90,00^\circ$.

2.13 $a=21,65$; $b=12,50$; $c=25,00$; $A=60,00^\circ$; $B=30,00^\circ$; $C=90,00^\circ$.

2.14 $a=65,00$; $b=72,00$; $c=97,00$; $A=42,08^\circ$; $B=47,92^\circ$; $C=90,00^\circ$.

2.15 $5 \cos 40^\circ \approx 3,83$ cm; $5 \sin 40^\circ \approx 3,21$ cm.

2.16 $AB=7/\cos 50^\circ \approx 10,89$ cm; $AC=7 \tan 50^\circ \approx 8,34$ cm; $A=40^\circ$.

2.17 Otro cateto 5 cm; hipotenusa $5\sqrt{2} \approx 7,07$ cm; otro ángulo 45° .

03 · Resolución de triángulos

3.01 Altura 13 dm. Ángulos básicos $\approx 8,80^\circ$; vértice $\approx 162,41^\circ$.

3.02 Base $24 \operatorname{sen} 32,5^\circ \approx 12,90$; altura $12 \cos 32,5^\circ \approx 10,12$.

3.03 $A=63^\circ$; $h \approx 4,75$; $b=6 \operatorname{sen} 67^\circ / \operatorname{sen} 63^\circ \approx 6,20$; $c=6 \operatorname{sen} 50^\circ / \operatorname{sen} 63^\circ \approx 5,16$.

3.04 $C \text{ interior}=120^\circ$, $A=25^\circ$. $h \approx 3,53 \text{ cm}$; $b=h / \operatorname{sen} 60^\circ \approx 4,07 \text{ cm}$; $c=h / \operatorname{sen} 35^\circ \approx 6,15 \text{ cm}$.

3.05 Área $=23 \cdot 12 \operatorname{sen} 50^\circ / 2 \approx 105,71 \text{ m}^2$.

3.06 $d=\sqrt{(137^2+211^2-2 \cdot 137 \cdot 211 \cos 43^\circ)} \approx 144,94 \text{ m}$.

3.07 Distancia entre puntas $=24 \operatorname{sen} 30^\circ =12 \text{ cm}$.

3.08 Altura $4 / \tan 20^\circ$; área $16 / \tan 20^\circ \approx 43,96 \text{ cm}^2$.

3.09 Agudo $=2 \arctan(4/6) \approx 67,38^\circ$; obtuso $\approx 112,62^\circ$.

3.10 Ángulo del vértice 110° ; área $200 \operatorname{sen} 110^\circ \approx 187,94 \text{ m}^2$.

3.11 $2 \arcsen(5/8) \approx 77,36^\circ$.

3.12 $2 \arcsen(1,25/4,8) \approx 30,19^\circ$.

3.13 $B=118^\circ$; $AB=5 \operatorname{sen} 35^\circ / \operatorname{sen} 118^\circ \approx 3,25 \text{ km}$; $BC=5 \operatorname{sen} 27^\circ / \operatorname{sen} 118^\circ \approx 2,57 \text{ km}$.

3.14 $\sqrt{(18^2+22^2-2 \cdot 18 \cdot 22 \cos 58^\circ)} \approx 19,71 \text{ millas}$.

04 · Problemas de aplicación

- 4.01** $h=51 \sin 42^\circ \approx 34,13$ m; $d=51 \cos 42^\circ \approx 37,90$ m.
-
- 4.02** $h=13 \tan 50^\circ \approx 15,49$ m.
-
- 4.03** $\cos \alpha = 1/2$; $\alpha = 60^\circ$.
-
- 4.04** $x \tan 41^\circ = (x+25) \tan 23^\circ$. Anchura $\approx 23,86$ m; altura $\approx 20,74$ m.
-
- 4.05** $h=126/(\cot 60^\circ + \cot 45^\circ) \approx 79,88$ cm; cables $\approx 92,24$ cm y $112,97$ cm.
-
- 4.06** $\alpha = \arctan 0,12 \approx 6,8428^\circ$. Descenso $= 7.000 \sin \alpha \approx 834,02$ m.
-
- 4.07** $h=15 \tan 32^\circ \tan 50^\circ / (\tan 50^\circ - \tan 32^\circ) \approx 19,70$ m.
-
- 4.08** $h=50/(\cot 42^\circ + \cot 53^\circ) \approx 26,82$ m.
-
- 4.09** Distancia $1,5/\tan 18^\circ$. Altura $1,5(\tan 42^\circ/\tan 18^\circ - 1) \approx 2,66$ m.
-
- 4.10** Falta situar la proyección del globo. En el plano vertical de ambos, si cae entre ellos: $h \approx 422,28$ m. Si cae fuera por el lado del ángulo 65° : $h \approx 831,74$ m. No hay una altura única sin esa información.
-
- 4.11** Nuevo ángulo 45° . $h=100 \tan 30^\circ / (1 - \tan 30^\circ) \approx 136,60$ m.
-
- 4.12** $2/\cos 30^\circ \approx 2,31$ m.
-
- 4.13** $h=5 \tan 40^\circ \tan 50^\circ / (\tan 50^\circ - \tan 40^\circ) \approx 14,18$ m.
-
- 4.14** $h \approx 79,88$ m; $AB \approx 92,24$ m; $BC \approx 112,97$ m; $ABC = 75^\circ$.
-
- 4.15** $A-T-B-T' \approx 1370,67$ m. $TT' = 300 \cot 30^\circ + 300 \approx 819,62$ m. $A-T-T' \approx 1166,03$ m. Ahorro $\approx 204,65$ m.
-
- 4.16** $AB = \sqrt{52} \approx 7,21$ m; $BE = \sqrt{20} \approx 4,47$ m; $A=C \approx 33,69^\circ$; $EBD \approx 53,13^\circ$; $ABC \approx 112,62^\circ$.
-
- 4.17** $20 + 38 \sin 30^\circ + 30 \sin 70^\circ \approx 67,19$ m.
-
- 4.18** Desnivel 280 m; $\alpha = \arcsen(280/3.000) \approx 5,36^\circ$; pendiente $100 \tan \alpha \approx 9,37\%$.
-
- 4.19** Separación horizontal $1.160/\tan 30^\circ \approx 2009,18$ m. Distancia $\sqrt{[(1.160/\tan 30^\circ)^2 + 1.200^2]} \approx 2340,26$ m.
-
- 4.20** $h=200 \tan 10^\circ \tan 25^\circ / (\tan 25^\circ - \tan 10^\circ) \approx 56,71$ m.
-
- 4.21** $\tan \alpha = 2$; $\alpha \approx 63,43^\circ$.
-
- 4.22** $h=150/(\cot 35^\circ + \cot 20^\circ) \approx 35,92$ m.
-

- 4.23** Distancias sobre la costa $5/\tan 43^\circ$ y $3/\tan 21^\circ$. Separación $\sqrt{(5/\tan 43^\circ - 3/\tan 21^\circ)^2 + 2^2} \approx 3,17$ km.
-
- 4.24** $PQ = 500 \cos 45^\circ (\tan 55^\circ - \tan 45^\circ) \approx 151,37$ m.
-
- 4.25** $PQ = 15 \sin 30^\circ + 15 \cos 30^\circ \tan 50^\circ \approx 22,98$ cm. Si QR se expresa en metros, el mismo valor numérico queda en metros.
-
- 4.26** $108 \tan 50^\circ \approx 128,71$ m.
-
- 4.27** Falta precisar la disposición. Si están alineados con la proyección y al mismo lado: $3.000(\cot 15^\circ - \cot 40^\circ) \approx 7620,89$ m. A lados opuestos, se suma: $\approx 14771,41$ m.
-
- 4.28** $47 \sin 52^\circ \approx 37,04$ m. Para altura sobre el suelo se sumaría la altura de la mano, no indicada.
-
- 4.29** $350 \tan 31^\circ \tan 72^\circ / (\tan 72^\circ - \tan 31^\circ) \approx 261,32$ m.
-
- 4.30** $10 \tan 30^\circ \approx 5,77$ m.
-
- 4.31** $y = 100 \tan 30^\circ \approx 57,74$ m; $x = 100(\tan 60^\circ - \tan 30^\circ) \approx 115,47$ m.
-
- 4.32** $y = x = (3 + \sqrt{3})/2 \approx 2,37$ m.
-
- 4.33** $5 \sin 30^\circ + 5 \cos 30^\circ \tan 45^\circ \approx 6,83$ m.
-
- 4.34** $h = d \tan 30^\circ$; $4.000 - h = d \tan 45^\circ$. $h \approx 1464,10$ m.
-
- 4.35** $ACB = 60^\circ$; $y = 678 \sin 45^\circ / \sin 60^\circ \approx 553,58$ m; $z \approx 756,21$ m; $x = y \sin 60^\circ \approx 479,42$ m.
-
- 4.36** $15 \tan 30^\circ / (1 - \tan 30^\circ) \approx 20,49$ m.
-
- 4.37** $h \approx 1,96962$ km; distancias $h/\sin 40^\circ \approx 3,06418$ km y $h/\sin 50^\circ \approx 2,57115$ km.
-
- 4.38** Desviación $11 \tan 18^\circ \approx 3,57$ m $< 3,66$ m. Sí, en el modelo. Ángulo límite $\arctan(3,66/11) \approx 18,40^\circ$.
-

05 · Identidades

- 5.01** Ambos miembros valen 1. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.02** $1/\csc^2 x = \sec^2 x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.03** $\sin x \cdot \csc x = 1$ y $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.04** $\text{Izquierda} = \cot^2 x + 1 = \csc^2 x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.05** Ambos miembros valen 1. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.06** $\tan x \cdot \cot x = 1$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.07** $\text{Derecha} = (\sin^2 x + \cos^2 x) / (\sin^2 x \cos^2 x) = 1 / (\sin^2 x \cos^2 x)$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.08** $\text{Derecha} = (\sin x + \cos x) / (\sin x \cos x) = 1/\cos x + 1/\sin x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.09** No es identidad. $\text{Izquierda} = 1$; $\text{derecha} = \sin^2 x + \cos x$. Para 60° , $\text{derecha} = 5/4$. Sería identidad con $\sec^2 x$ en el último denominador. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.10** $\sec x = 1/\cos x$ y $1/\sec^2 x = \cos^2 x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.11** $\text{Izquierda} = \sin x / \cos x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.12** $\text{Izquierda} = \cos x / \sin x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.13** $\text{Izquierda} = \cos x / \sin x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.14** $\tan x \cot x = 1$; $\cot^2 x + 1 = \csc^2 x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.15** $\cos x \sec x = 1$; $\cot^2 x + 1 = \csc^2 x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.16** Ambos miembros valen 1. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.17** $\sin x \csc x = 1$; $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.18** $\text{Izquierda} = \cot^2 x + 1 = \csc^2 x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.19** $\text{Izquierda} = \sin^2 x + \cos^2 x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.20** $\tan x + \cot x = 1/(\sin x \cos x)$; el cociente es $\sin x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-

- 5.21** Multiplica por $(1+\operatorname{sen} x)/(1+\operatorname{sen} x)$; $1-\operatorname{sen}^2 x = \cos^2 x$ y simplifica. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.22** Multiplica por $(1+\cos x)/(1+\cos x)$; $1-\cos^2 x = \operatorname{sen}^2 x$ y simplifica. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.23** $(\sec x - \tan x)(\sec x + \tan x) = 1$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.24** Multiplica por $\csc x + \cot x$; $\csc^2 x - \cot^2 x = 1$ y $\cot x = 1/\tan x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.25** $\cot^2 x = (\csc x - 1)(\csc x + 1)$; ambos miembros son $\csc x + 1$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.26** Izquierda $= (1 - \cos x)/(\cos x \operatorname{sen}^2 x) = 1/[\cos x(1 + \cos x)]$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.27** Suma las fracciones: el numerador es $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.28** Denominador $= 1/(\operatorname{sen} x \cos x)$; se simplifica. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.29** Izquierda $= \cos^2 x \sec^2 x = 1$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.30** Suma $= 2/(1 - \operatorname{sen}^2 x) = 2/\cos^2 x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.31** Se distribuye: $\cos x + \operatorname{sen} x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.32** Numerador 1; racionaliza con $\sec x - \tan x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.33** Sustituye $\cot^2 x = \csc^2 x - 1$ y $\operatorname{sen}^2 x = 1 - \cos^2 x$. Se trabaja en el dominio común de ambos miembros.
-
- 5.34** Suma a producto: numerador $2 \cos a \cos b$; denominador $2 \operatorname{sen} a \cos b$. Cociente $\cos a/\operatorname{sen} a$, en el dominio común.
-
- 5.35** Sustituye $\operatorname{sen} 2\alpha = 2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$, factoriza $2 \operatorname{sen} \alpha$ y simplifica en el dominio común.
-
- 5.36** El cociente se reduce a $(1 - \cos \alpha)/(1 + \cos \alpha) = \operatorname{sen}^2(\alpha/2)/\cos^2(\alpha/2)$, en el dominio común.
-
- 5.37** Por la fórmula del coseno de la diferencia, izquierda $= \cos[\alpha - (\alpha - \beta)] = \cos \beta$.
-

06 · Ecuaciones trigonométricas

6.01 $t = \tan x \neq 0$: $2t^2 - t - 3 = 0 \Rightarrow t = 3/2$ o -1 . $x = \arctan(3/2) + 180^\circ k \approx 56,31^\circ + 180^\circ k$, o $135^\circ + 180^\circ k$. $k \in \mathbb{Z}$.

6.02 $\sin^2 x = 1/4$. $x = 30^\circ + 180^\circ k$ o $150^\circ + 180^\circ k$. $k \in \mathbb{Z}$.

6.03 $2 \sin(3x/2 + 45^\circ) \cos(x/2 + 15^\circ) = 0$. $x = -30^\circ + 120^\circ k$ o $150^\circ + 360^\circ k$. $k \in \mathbb{Z}$.

6.04 $\cos 2x = -1/2$. $x = 60^\circ + 180^\circ k$ o $120^\circ + 180^\circ k$. $k \in \mathbb{Z}$.

6.05 $2 \sin x (\cos^2 x - 3 \sin^2 x) = 0$. $x = 180^\circ k, 30^\circ + 180^\circ k$ o $150^\circ + 180^\circ k$. $k \in \mathbb{Z}$.

6.06 $\cos x \neq 0$; $2(1 - \sin^2 x) = 3 \sin x \Rightarrow \sin x = 1/2$. $x = 30^\circ + 360^\circ k$ o $150^\circ + 360^\circ k$; se descarta $\sin x = -2$. $k \in \mathbb{Z}$.

6.07 **a)** $\cos x = 1/2$ o $-1 \Rightarrow x = 60^\circ, 180^\circ, 300^\circ + 360^\circ k$. **b)** $x = 45^\circ + 90^\circ k$. **c)** $x = 180^\circ k$ o $45^\circ + 180^\circ k$.
d) $\cos x = 1$ o $1/2 \Rightarrow x = 0^\circ, 60^\circ, 300^\circ + 360^\circ k$.

6.08 **a)** $x = -\pi/3 + k\pi$. **b)** $x = \pi/4 + k\pi$. **c)** $x = \pi/2 + k\pi$. **d)** $\cos x \neq 0$; $\sin x (\cos x - 1) = 0 \Rightarrow x = k\pi$.

6.09 **a)** $\cos x = 0 \Rightarrow x = 90^\circ + 180^\circ k$. **b)** $x = 180^\circ k$ o $90^\circ + 360^\circ k$.
c) $x = 90^\circ + 180^\circ k, 30^\circ + 360^\circ k$ o $330^\circ + 360^\circ k$.

6.10 **a)** $x = 90^\circ + 180^\circ k$. **b)** $x = 45^\circ + 90^\circ k$. **c)** $\sin x = 1$ o $-1/2 \Rightarrow x = 90^\circ, 210^\circ, 330^\circ + 360^\circ k$.
d) $x = 180^\circ k$ o $30^\circ + 180^\circ k$.