1.º BACHILLERATO

SISTEMAS DE ECUACIONES

Practica, razona y comprueba tus respuestas.

01 Sistemas lineales de dos incógnitas

Ecuaciones, clasificación y métodos de resolución.

02 Resolución e interpretación gráfica

Rectas, intersecciones y compatibilidad.

03 Tres incógnitas y método de Gauss

Matrices, reducción y familias de soluciones.

04 Sistemas no lineales

Polinomios, fracciones, raíces y exponenciales.

05 Sistemas con parámetros

Discusión y dependencia de los coeficientes.

06 Problemas y razonamiento

Modelos algebraicos en situaciones variadas.

07 Oferta, demanda y equilibrio

Sistemas lineales en un modelo de mercado.

TU RUTA DE TRABAJO

Índice

Actividades organizadas por contenidos, con espacio para trabajar y soluciones al final.

01	Sistemas lineales de dos incógnitas	3
02	Resolución e interpretación gráfica	12
03	Tres incógnitas y método de Gauss	14
04	Sistemas no lineales	25
05	Sistemas con parámetros	28
06	Problemas y razonamiento	31
07	Oferta, demanda y equilibrio	38
•	Solucionario	39

Cómo usar el dossier

El código **1.12** identifica la actividad 12 del bloque 1. Busca ese mismo código en el solucionario. Puedes seguir el orden completo o seleccionar un contenido para repasarlo.

Antes de empezar

Trabaja con números reales y conserva los valores exactos cuando sea posible. «log» indica logaritmo decimal y «ln», logaritmo natural. En las expresiones con letras, respeta las condiciones del enunciado y evita denominadores nulos.

BLOQUE 01

Sistemas lineales de dos incógnitas

Ecuaciones, clasificación y métodos de resolución. · 31 actividades

1.01 Determina las incógnitas, los coeficientes, el término independiente y una solución de cada ecuación lineal.

a) $3x - 2y = -3$

b) $5y + 2x + z = 8$

c) $8 - 4x + 2y = z$

d) $2t + 4x - 7 = y + 4z$

1.02 ¿Qué pares de valores son solución de $\begin{cases} x - y = 1 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$?

a) $x = 1, y = 0$

b) $x = -1, y = 1$

c) $x = 5, y = 4$

1.03 Resuelve y clasifica los sistemas.

a) $\begin{cases} 8x - 2y = 4 \\ -12x + 3y = -6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} p + 2q = 1 \\ 3p - q = 11 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x + 6y = 2 \\ 3y + 2x = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - y = -4 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$

1.04 Resuelve por sustitución y por igualación.

a) $\begin{cases} 3x - 5y = 2 \\ -2x + 3y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 7y = 4 \\ -6x + 2y = 3 \end{cases}$

1.05 Resuelve y clasifica los sistemas.

a) $\begin{cases} 3(2x + y - 1) - 6(4x - y) = 15 \\ -x + y + 3(x - 2y + 6) = 4 \end{cases}$

1.06 Resuelve por reducción.

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 4x + 5y = -2 \end{cases}$

1.07 Resuelve y clasifica los sistemas.

a) $\begin{cases} -x + 3y = 2/5 \\ 5x - 15y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{x}{3} - y = 5/2 \\ 2x - 6y = 15 \end{cases}$

1.08 Determina el número de soluciones.

a) $\begin{cases} 3x - 6y = 9 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 6y = 9 \\ -x + 2y = -3 \end{cases}$

1.09 Completa los pares para que sean solución de $-x+5y = 4$.

a) $(1, \square)$

b) $(\square, 3)$

c) $(-4, \square)$

d) $(\square, -2)$

1.10 Considera la ecuación $2x+y = 5$.

a) Escribe todas sus soluciones.

b) ¿Es $(5, -15)$ una solución?

c) Completa $(3, \square)$ y $(\square, 3)$.

1.11 Comprueba si $x = 5$, $y = 2$ es solución de cada sistema.

a) $\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ \frac{x-1}{2} + y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + \frac{y}{2} = 6 \\ \frac{x-y}{3} = \frac{x}{5} \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2(x - y) = x + 1 \\ \frac{2x-y}{4} = y \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5y - 3x = 19 \\ \frac{y-x}{3} = 1 \end{cases}$

1.12 Completa los coeficientes para que $x = 1$, $y = 4$ sea solución.

a) $\begin{cases} \square x - 3y = -10 \\ -5x + \square y = 11 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \square x + 3y = 16 \\ -2x + 7y = \square \end{cases}$

1.13 Calcula a y b para que $x = 1$, $y = -2$ sea solución de $\begin{cases} 3x - 2(5x - y) - 3 = a \\ 4(x - 2y) + 3x - 2 = b \end{cases}$.

1.14 Comprueba si $x = 3$, $y = -2$ es solución de cada sistema.

a) $\begin{cases} y - \frac{x+1}{2} = 0 \\ x - y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x + 2y = 10 \\ x - \frac{y}{2} = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - \frac{y+3x}{7} = 2 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{8x-4}{5} + y = 2 \\ 4x + \frac{5}{2}y = 7 \end{cases}$

1.15 Empareja las ecuaciones para formar dos sistemas de cada tipo: compatible determinado, compatible indeterminado e incompatible. Puedes reutilizar ecuaciones. E_1: $4x-y-1=0$; E_2: $2y=8x+10$; E_3: $6x-9+3y=0$; E_4: $y+1=-2x$; E_5: $y+2x=3$; E_6: $y-4x=5$.

1.16 Añade una ecuación a $3x-5y=3$ para obtener un sistema de cada tipo.

a) Compatible determinado.

b) Compatible indeterminado.

c) Incompatible.

1.17 Determina el número de soluciones y resuelve cuando sea posible.

a) $\begin{cases} x-2y=-2 \\ \frac{x}{4}+y=7 \\ x-y=3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x-\frac{2y}{3}=2 \\ 2x+7y=4 \\ 2y-3x=-6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x+y=8 \\ \frac{x+2y}{5}=-1 \\ x-1=-y \end{cases}$

d) $\begin{cases} -x+4y=15 \\ \frac{x-3y}{3}=-1 \\ 5y-3x=0 \end{cases}$

1.18 Resuelve por sustitución.

a) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{5} = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ \frac{x}{4} + \frac{y - 1}{2} = 1/2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 6x - 2y = 6 \\ 3(x + 1) - (y - 2) = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2(x - y) + 4y = -4 \\ x + 3(y + 2) = 8 \end{cases}$

1.19 Resuelve por igualación.

a) $\begin{cases} y - x + 2 = 6 \\ 2(x - y) + 1 = -y \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x + y = 27/2 \\ x + 3y = 13 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{x - y}{4} = -3/8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{2x}{3} + \frac{y}{2} = 3/16 \\ \frac{x}{y} = -3 \end{cases}$

1.20 Resuelve por reducción.

a) $\begin{cases} \frac{x + 7}{3} - y = 2x \\ 4y - \frac{2x + 1}{5} = -5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x - 2 = y - 5 \\ 3x - \frac{y - 2}{5} = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ \frac{x - y}{2} = 5/4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 10/3 = y \end{cases}$

1.21 Resuelve y clasifica los sistemas.

a) $\begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{y+5}{4} = 3/2 \\ 2(x-1) - 3(1-y) = -3x+1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{4x}{3} + \frac{3y-2}{6} = 5/6 \\ \frac{x+y}{4} = -x \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{y-3}{4} - 5(x+3) = 16 \\ \frac{3(2+x)}{5} + \frac{y}{3} = -1/15 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y - \frac{1+2x+3y}{6} = 1 \\ x + y + \frac{2(x-2y+3)}{5} = -6 \end{cases}$

1.22 Resuelve y clasifica los sistemas.

a) $\begin{cases} -2(x+4) + 3(3-2y) - 1 = 12 \\ 5(x+y) - 4(x+1) - 2y + 10 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{2x+3}{3} + \frac{y+1}{5} = 3 \\ \frac{x-5}{2} - \frac{2y-1}{3} = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{x+3}{9} - \frac{y-5}{8} = 0 \\ \frac{2x-y+1}{2} - \frac{x+2y-3}{5} = 0 \end{cases}$

d)

$\begin{cases} -(2x+3y-2) - 6(x-y+1) = -15 \\ 4(x+3) - 12(x-y+3) = -32 \end{cases}$

e)

$\begin{cases} x - 2y - 3 - \frac{2x+y-3}{2} + \frac{x+7}{6} = 0 \\ \frac{x-6y}{2} - \frac{x-y}{3} + \frac{y}{6} = 0 \end{cases}$

1.23 Resuelve y clasifica los sistemas.

a) $\begin{cases} 3(x-1)-5(2y-3)=2x+8 \\ 4(x-y)-3x+2=1-(1-y) \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{x-3}{3}-\frac{y-4}{4}=0 \\ \frac{x-4}{2}+\frac{y+2}{5}=3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{x-3}{6}-\frac{y-4}{2}=3 \\ 2(x+3)=3(y-1)+2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{3-2x}{4}-1/4=\frac{1-2x}{6} \\ 1=\frac{x+3}{2}-\frac{3+3y}{8} \end{cases}$

e) $\begin{cases} 6(x+2y-3)-5(-2x+3y-1)+3=6 \\ 16=\frac{3y}{x-1} \end{cases}$

1.24 Considera $(3\lambda, \lambda)$, donde λ es cualquier número real.

a) Escribe una ecuación cuyas soluciones sean exactamente esos pares.

b) Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con esas soluciones.

1.25 Considera $(1-\lambda, 2\lambda)$, donde λ es cualquier número real.

a) Escribe una ecuación lineal cuyas soluciones sean esos pares.

b) Escribe un sistema de dos ecuaciones lineales con esas soluciones.

1.26 Encuentra tres sistemas compatibles indeterminados cuya solución sea $x = \lambda-2$, $y = \lambda$, con λ real.

1.27 Las soluciones de $ax+by = c$ son $(\lambda, 2\lambda)$, y las de $dx+ey = f$ son $(\lambda, -3\lambda+10)$. Encuentra la solución del sistema formado por ambas ecuaciones.

1.28 Las soluciones de $ax+by = c$ son $(\lambda+1, \lambda-3)$, y las de $dx+ey = f$ son $(\lambda-2, 2\lambda+1)$. Calcula la solución del sistema que forman ambas ecuaciones.

1.29 Resuelve y clasifica los sistemas.

a) $$\begin{cases} -2(x-4-1) = y-1 \\ -4x+y = -2x-3y+2 \\ 2x+3y-1 = \dfrac{3x+2y}{5} \end{cases}$$

b) $$\begin{cases} \dfrac{-x+y-1}{2} = \dfrac{5-x}{3} \\ x+y-2 = \dfrac{2(x+y)-3}{3} \\ x+y+5 = 7+2(x-y) \end{cases}$$

1.30 Añade a $\begin{cases} 2x+3y = 0 \\ 3x-y = 11/6 \end{cases}$ una ecuación lineal distinta de las anteriores, de manera que el sistema siga siendo compatible.

1.31 Escribe un sistema lineal de dos ecuaciones que cumpla cada condición.

a) Compatible determinado con solución $(-1, -2)$.

b) Compatible indeterminado que admita $(-1, -2)$.

c) Compatible indeterminado con soluciones $x = -1$, $y = \lambda$.

BLOQUE 02

Resolución e interpretación gráfica

Rectas, intersecciones y compatibilidad. · 4 actividades

2.01 Clasifica los sistemas y representa gráficamente su solución.

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ -6x + 4y = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x - 6y = 2 \\ -6x + 9y = -3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -x + y = 3 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 10x + y = -3 \\ -4x + 2y = -6 \end{cases}$

2.02 Resuelve gráficamente los sistemas.

a) $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$

2.03 Resuelve gráficamente. ¿Qué sistemas tienen la misma solución?

a) $\begin{cases} x + 3y = -2y \\ x - y = 2x \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3y - x = 16 \\ 2x + 4 = y - 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{x + y}{4} + 2 = 0 \\ x = -5y \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{y}{2} = -3 \\ \frac{x}{2} + 4y = 3 \end{cases}$

2.04 Resuelve los sistemas de tres ecuaciones con dos incógnitas y representa sus rectas.

a) $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ -x + y = -4 \\ -4x - y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - y = 2 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ -3x - 2y = 1 \\ x - 3y = 7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -4x + 2y = 0 \\ 6x - 3y = 2 \\ 3x - 2y = -2 \end{cases}$

BLOQUE 03

Tres incógnitas y método de Gauss

Matrices, reducción y familias de soluciones. · 31 actividades

3.01 Resuelve y clasifica los sistemas.

a) $\begin{cases} x + z = 1 \\ 2x - y - 2z = 4 \\ x + 3y + z = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y + z = 2 \\ -x + y + z = 4 \end{cases}$

3.02 Resuelve y clasifica los sistemas.

a) $\begin{cases} x - 2y + 5z = 4 \\ -2x + 3y - z = 1 \\ 3x + y + 2z = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + z = 1 \\ y + z = 1 \end{cases}$

3.03 Resuelve y clasifica los sistemas.

a) $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + 2y = 19 \\ 2x + 3y = 16 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 2x + 5y - 6z = 0 \\ 3x + 4y + z = 0 \end{cases}$

3.04 Resuelve y clasifica los sistemas.

a) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x - y = 1 \\ 5x + 7y - 3z = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - y - 2z = 8 \\ 2x + y - 3z = 11 \\ x + 2y + 3z = 5 \end{cases}$

3.05 Expresa en forma matricial y resuelve.

a) $\begin{cases} 3x + 4y + 5z = 2 \\ x - y + 2z = -6 \\ -2x - y + z = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 3y + 2z = 1 \\ 2x + y - z = 3 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$

3.06 Expresa en forma matricial y resuelve.

a) $\begin{cases} x - y = 3 \\ x - z = 2 \\ y - z = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - y + z = 1 \\ x + 3y - z = 2 \\ 4x + 2y = 1 \end{cases}$

3.07 Determina el número de soluciones de cada sistema.

a) $\begin{cases} x + 4y - z = 2 \\ 3x - y + z = 1 \\ -2x + y - z = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 3y + 5z = 1 \\ 2x + y - z = 3 \\ 2y - 3z = 1 \end{cases}$

3.08 Discute los sistemas y resuélvelos.

a) $\begin{cases} y - 3z = 3 \\ 3y - 2z = 1 \\ 2x + 5y - 5z = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 3y + 4z = 1 \\ 2x - 2y - z = 2 \\ x + y - 3z = -2 \end{cases}$

3.09 Resuelve y clasifica los sistemas.

a) $\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 2x - y + z = 4 \\ 3x - 4y + z = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 3x - 3y + 3z = 0 \\ -x + y - z = 0 \end{cases}$

3.10 Completa las ternas para que sean solución de $2x-3y+z = 8$.

a) $(1, \square, 9)$

b) $(\square, -1, 1)$

c) $(-1, -2, \square)$

d) $(0, \square, 2)$

e) $(-1, -5, \square)$

f) $(\square, -2, 10)$

3.11 Escribe, en cada caso, un sistema de tres ecuaciones cuya única solución sea la indicada.

a) $(4, -2, 0)$

b) $(-3, 5, 1)$

c) $(2, 7, -1)$

d) $(0, 1, 1/2)$

3.12 Halla a y b en $ax-4y+bz = -4$ sabiendo que $(-1, 3, 2)$ y $(3, 5, 2)$ son soluciones. Escribe otras dos soluciones.

3.13 Halla a y b en $3x+ay+bz = 6$ si $(1, 5, 1)$ y $(-1, 7, -1)$ son soluciones. Después escribe una solución para cada condición.

a) $x = 2$.

b) $y = -3$.

c) $z = 5$.

3.14 Resuelve y clasifica los sistemas.

a) $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - 2y + z = 11 \\ 2x + y - 2z = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 2y = 5 \\ 2x - y - 2z = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2y + 5z = 4 \\ x + 3y - 4z = 9 \\ -x - y + 4z = 11 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - 2y + 2z = 7 \\ 2x + 3y - 2z = -2 \\ -x - 2y - 3z = -2 \end{cases}$

3.15 Resuelve mediante el método de Gauss.

a) $\begin{cases} -x+y+z=5 \\ 2x-y+4z=-5 \\ x+y-5z=5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x-2y-z=-1 \\ x-y+2z=2 \\ x+2y+z=3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x-y-z=24 \\ 7x+10y+2z=6 \\ 2x+6y+4z=-10 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -x+3y+z=-15 \\ 3x-y+3z=9 \\ x+4y-2z=-4 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x+2y+2z=1 \\ 2x+y+z=0 \\ 3y+2z=-1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x-2y+4z=5 \\ 5x+2y-2z=-1 \\ -x+6y-10x=-11 \end{cases}$

3.16 Escribe las matrices ampliadas y resuelve por Gauss.

a) $\begin{cases} x+y-z=3 \\ 2x-y-5z=0 \\ \frac{x}{2}+3y+2z=13/2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x-y+z=1 \\ -2x+y-z=-4 \\ x+2y-2z=7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -x+y+z=5 \\ 2x-y-4z=-5 \\ x+y-5z=5 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+y-5z=2 \\ x-y-z=-4 \\ y-2z=3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x-2z=-11 \\ 2y-z=-5 \\ x-4y=-1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} -x+y-z=-7 \\ 3x-y-z=15 \\ 4x-2y=22 \end{cases}$

3.17 Comprueba si tienen solución y resuelve los compatibles.

a) $\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x + 4z = 2 \\ 2x - y + 3z = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x + 3y - 2z = 1 \\ x - 2y + z = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -x - y + z = 3 \\ 2x + 3y + z = -2 \\ 2y + 10z = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ 2x + y - 2z = 7 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + 5y - 5z = 12 \\ -2x - 3y + 3z = -1 \\ 3x + y - z = 0 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x - 5y + 3z = 10 \\ 2x - 2y + z = -4 \\ 3x + y - z = 5 \end{cases}$

3.18 Expresa matricialmente y aplica el método de Gauss.

a) $\begin{cases} -x + y - z = 6 \\ y - 4z = -7 \\ -x = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5z - y = 2x - 3 \\ 7x + z = 2 + 5y \\ x + 3y + 2z = 2(1 - x) \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y + z = -4 \\ x = -10 + z \\ y = z + 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y = 2(z - x + 2) \\ 2(z - y) = 3(1 - x) \\ z = 5x - 3y + 2 \end{cases}$

3.19 Determina mediante Gauss el número de soluciones y exprésalas.

a) $\begin{cases} 2x + 4y + z = 0 \\ x - y + 2z = 0 \\ -3x + 2y + z = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ x + 9y - 3z = 0 \\ 5x + 3y - z = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 6x + 4y - 12z = 6 \\ 7x + 6y + 18z = 7 \\ 6z - 2y - 3x = -3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x - 7y + 4z = 4 \\ -10x + 71y + 9z = 9 \\ 6x - 3y - 2z = 10 \end{cases}$

3.20 Opera y resuelve por Gauss.

a) $\begin{cases} x + 3y = 2 - y \\ -y + 2z = 1 - 2x \\ 3(x + y) + 4x = 3(1 + y) \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 2(2 - z) \\ y - z = 2x + 3 \\ x + 2y + z = 1 + 2x \end{cases}$

3.21 Opera, escribe las matrices ampliadas y resuelve por Gauss.

a) $\begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{y-3}{4} = 12 - z \\ 2x + \frac{y}{5} + \frac{z-6}{2} = 6 \\ \frac{x-y}{2} = z - 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -3(x + y) + 4z = 1 \\ 2x - (y + z) = -5 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + 5/6 = \frac{z+4}{5} \end{cases}$

3.22 Las ternas $x = 3\lambda$, $y = \lambda/2$, $z = \lambda$ son soluciones de un sistema. Escribe cinco soluciones distintas.

3.23 Completa las ternas siguiendo la familia de soluciones $(2\lambda, \lambda-3, \lambda)$.

a) $(4, \square, \square)$

b) $(\square, \square, 3)$

c) $(\square, 5, \square)$

d) $(\square, \square, -2)$

e) $(1, \square, \square)$

f) $(\square, 1, \square)$

3.24 ¿Qué familias de ternas son solución del sistema $\begin{cases} 2x - y - z = 8 \\ x - z = 3 \\ x - y = 5 \end{cases}$?

a) $(\lambda, \lambda+2, \lambda+6)$

b) $(\lambda+3, \lambda-2, \lambda)$

c) $(\lambda+3, \lambda, \lambda-3)$

d) $(\lambda+5, \lambda, \lambda+2)$

e) $(\lambda, \lambda-5, \lambda-3)$

f) $(\lambda, \lambda-3, \lambda-5)$

3.25 Dentro de la familia $(3\lambda-1, 4\lambda+3, \lambda)$, averigua qué soluciones tienen la forma indicada.

a) $(a, a, \square)$

b) $(\square, a, a)$

3.26 Las soluciones de un sistema son exactamente $(\lambda, \lambda+1, \lambda-3)$, con λ real. Indica qué familias siguientes también describen soluciones y razona por qué.

a) $(2\lambda, 2\lambda+2, 2\lambda-6)$

b) $(2\lambda, 2\lambda+1, 2\lambda-3)$

c) $(\lambda+1, \lambda+2, \lambda-2)$

d) $(\lambda-3, \lambda-2, \lambda-6)$

e) $(\lambda-1, \lambda, \lambda-4)$

3.27 Completa las ternas para que resuelvan $\begin{cases} x - y - 3z = 2 \\ 2x + \frac{y}{2} - z = 4 \end{cases}$.

a) $(\square, \square, \lambda)$

b) $(\square, \square, 3)$

c) $(\square, \lambda, \square)$

d) $(\square, 3, \square)$

e) $(\lambda, \square, \square)$

f) $(3, \square, \square)$

3.28 Resuelve $\begin{cases} x = y + z \\ x - 3y + 2z = 13 \end{cases}$ en cada caso.

a) Para $x = 1$.

b) Para $x = -4$.

c) Para cualquier valor de x.

3.29 Considera $\begin{cases} x - 2 = z - y \\ 3x + y = 1 - 2z \end{cases}$.

a) Resuelve para $y = 3$.

b) Resuelve para cualquier y.

c) Halla y si $x = 7$.

d) Halla z si $x = -2$.

3.30 Resuelve y clasifica los sistemas.

a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y - z = 0 \\ x + z = 1 \\ y + z = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 2y + 3z = 10 \\ -x + 2z = -5 \\ 4x - 3y + z = 5 \\ 3x - y - 4z = -4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - y + 3z = -4 \\ -x + y - z = 4 \\ x + y + z = 2 \\ x + 2z = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + 3y + 5z = 0 \\ x + 5y + 3x = -7 \\ 6x + 7y - 10z = 4 \\ x - 2y + 2z = 7 \end{cases}$

3.31 Escribe un sistema lineal de tres ecuaciones que cumpla cada condición.

a) Compatible determinado con solución (3, 2, 2).

b) Compatible indeterminado que admita (3, 2, 2).

c) Compatible indeterminado que admita (3, 2, 2) y (2, 1, 1).

BLOQUE 04

Sistemas no lineales

Polinomios, fracciones, raíces y exponenciales. · 9 actividades

4.01 Resuelve en $\mathbb{R}$ y comprueba todas las soluciones.

a) $\begin{cases} \dfrac{x+1}{2} = y - 3 \\ 2x^2 = y^2 - 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} xy - 2x = -9 \\ \dfrac{x+y}{y} = 2y \end{cases}$

4.02 Resuelve y comprueba los sistemas.

a) $\begin{cases} 6x + 6y = 5 \\ x^2 - y^2 = 5/36 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \sqrt{x+y+4} + x = y + 2 \\ y^2 - x^2 = 2(x+y) \end{cases}$

4.03 Resuelve y comprueba los sistemas. En el segundo, aproxima la solución si es necesario.

a) $\begin{cases} \sqrt{3x^2 - y} - y = 1 \\ 5x - 7y = -2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \sqrt[3]{5y + 2x} = 3x + 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$

4.04 Resuelve en $\mathbb{R}$ y comprueba todas las soluciones.

a) $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - y = 2 \\ \dfrac{2}{x-2} - \dfrac{1}{y} = -3 \end{cases}$

4.05 Resuelve en $\mathbb{R}$ y comprueba todas las soluciones.

a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x + y = 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - y = 3 \\ xy = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ xy - 3y = 20 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ -x + y = -2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x^2 - 3y^2 = 6 \\ x - y = -2 \end{cases}$

f) $\begin{cases} xy = -2 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$

4.06 Resuelve en $\mathbb{R}$ y comprueba todas las soluciones.

a) $\begin{cases} x - 3y + 5 = 0 \\ xy - 10 = \frac{x}{2} \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - \frac{x+1}{y} = 11 \\ x + y = 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} (x - 2y)^2 = 4 \\ -2x + y = -16 \end{cases}$

e) $\begin{cases} (y - x)^2 - xy = 31 \\ x - (y - 1)^2 = xy \end{cases}$

f) $\begin{cases} \frac{x^2}{9y} = 2 \\ x - \frac{x}{y} = -3 \end{cases}$

4.07 Resuelve en $\mathbb{R}$ y comprueba todas las soluciones.

a) $\begin{cases} 3xy - 2x = 100 \\ \dfrac{x}{y+1} = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{3}{x} + \dfrac{4}{y} = -1 \\ 5x + 6y = -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} (x-3)(y+1) = 50 \\ \dfrac{x+2}{y-4} = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{x+3}{7} = y - 1 \\ \sqrt{x-2} = y \end{cases}$

e) $\begin{cases} \sqrt{y} + 2\sqrt{x} = 15 \\ \sqrt{y+x-1} = 1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x^2 - xy + y = -1 \\ \sqrt{y-1} = x \end{cases}$

4.08 Resuelve los sistemas. Los logaritmos son decimales.

a) $\begin{cases} 2^x \cdot 2^y = 16 \\ 9^x = \dfrac{3^y}{3} \end{cases}$

b) $\begin{cases} xy = 2 \\ \dfrac{125^x}{625} = 25^y \end{cases}$

c) $\begin{cases} \log(2x) = 1 + \log(y) \\ \sqrt{x-1} = y + 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 25^x \cdot 5^y = 1/5 \\ \sqrt{x+11} = y \end{cases}$

4.09 Resuelve el sistema $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{y} - \dfrac{3}{z} = 1 \\ \dfrac{2}{x} - \dfrac{4}{y} + \dfrac{5}{z} = 17/3. \\ \dfrac{3}{x} + \dfrac{6}{y} - \dfrac{2}{z} = 2/3 \end{cases}$

BLOQUE 05

Sistemas con parámetros

Discusión y dependencia de los coeficientes. · 8 actividades

5.01 Resuelve en función del parámetro a.

a) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ ax + 2y = 12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 5y = 20 \\ 7x + ay = 39 \end{cases}$

5.02 Resuelve según a el sistema $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x - y - 2z = 1 \\ x - az = 2 \end{cases}$.

5.03 En el sistema $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ ax + by = c \end{cases}$, determina a, b y c en cada caso.

a) La segunda recta pasa por $(2, -3)$ y la solución es $(-2, -7)$.

b) La segunda recta pasa por $(4, 3)$ y la solución tiene ordenada 5.

c) La segunda recta pasa por $(-2, 0)$ y el sistema es incompatible.

5.04 Determina cuántas soluciones hay si a = −1 y si a = −2.

a) $\begin{cases} ax - y = 3 \\ 2x + 2y = 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3ay = 8 \\ -x + 3y = -4 \end{cases}$

5.05 Halla k para que el sistema $\begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ x - ky = -3 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$ sea compatible determinado.

5.06 Encuentra, si es posible, a para que $\begin{cases} 8x - 12y = 20 \\ 4x + 9y = a \end{cases}$ sea de cada tipo.

a) Incompatible.

b) Compatible indeterminado.

c) Compatible determinado.

5.07 Encuentra, si es posible, a para que $\begin{cases} ax + 2y = 2 \\ -2x + \frac{y}{2} = a \end{cases}$ sea de cada tipo.

a) Incompatible.

b) Compatible indeterminado.

c) Compatible determinado.

5.08 Clasifica según el valor real del parámetro a.

a) $\begin{cases} 3x + ay = 5 \\ 3x + y = -a \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x + 2y = a \\ ax + y = -3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} ax - y = 0 \\ x + 3ay = 0 \end{cases}$

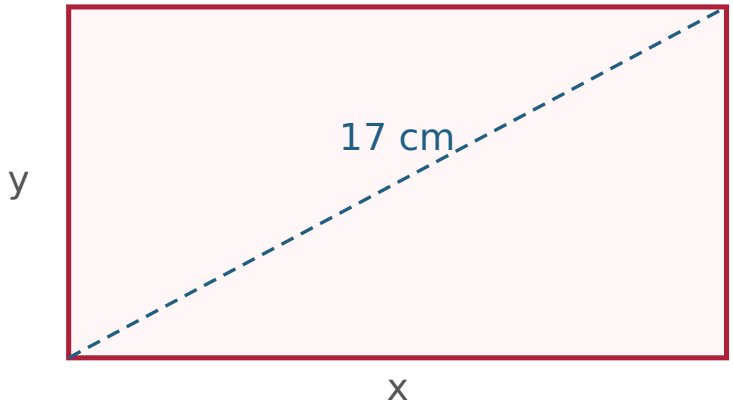
d) $\begin{cases} 3x - y = -a + 1 \\ -2ax + 2y = 4 \end{cases}$

BLOQUE 06

Problemas y razonamiento

Modelos algebraicos en situaciones variadas. · 36 actividades

6.01 La diagonal de un rectángulo mide 17 cm y su perímetro es 46 cm. Plantea un sistema y calcula la longitud de sus lados.



6.02 La suma de un número y cinco veces el inverso de otro es 2. El segundo más el cuádruple del primero es 9. Determina ambos números.

6.03 La diferencia entre las dos cifras de un número de dos cifras es 2. Al restar al número el que se obtiene intercambiando sus cifras, resulta 18. ¿Cuál puede ser el número?

6.04 María, Marisa y Manuela quieren reunir 260 € para un regalo. María pone el doble que Marisa y Manuela pone dos tercios de lo que pone María. ¿Cuánto aporta cada una?

6.05 En un problema de mezclas se combinan dos tipos de leche con un 20 % y un 70 % de grasa. ¿Cuántos litros de cada tipo se necesitan para obtener 200 litros con un 40 % de grasa?

6.06 Una bodega vende vino de crianza y de reserva. Juan compra 12 botellas de crianza y 3 de reserva por 69 €. Belén compra 6 de crianza y 8 de reserva por 80 €. Calcula el precio de cada botella.

6.07 Un ciclista y un coche parten uno hacia el otro desde ciudades separadas 180 km. La velocidad del coche es cuatro veces la del ciclista. Se encuentran en 1 h 48 min. ¿Cuál es la velocidad de cada uno?

6.08 La suma de las cifras de un número de dos cifras es 14. Al invertirlas, el número disminuye en 18 unidades. Calcula el número.

6.09 Un camión sale de una ciudad a 80 km/h. Dos horas después sale un coche, en la misma dirección, a 100 km/h. ¿Cuánto tarda el coche en alcanzarlo y qué distancia recorre?

6.10 Los lados de un rectángulo se diferencian en 2 m. Al aumentar ambos en 2 m, el área aumenta 40 m². Halla sus dimensiones.

6.11 Jacinto cerca un terreno rectangular. Para dos lados consecutivos necesita 170 m de alambre, y la diagonal mide 130 m. Calcula las dimensiones y el área.

6.12 Un pliego rectangular deja un área útil de 360 cm² si se reservan márgenes de 1 cm a izquierda y derecha y de 2,5 cm arriba y abajo. El área útil es la misma con márgenes de 2 cm a izquierda y derecha y de 1,25 cm arriba y abajo. Calcula las dimensiones del pliego.

6.13 Las habitaciones cuadradas de Alicia y Marta suman 29,89 m² de superficie y sus áreas se diferencian en 5,39 m². Calcula el lado de cada habitación.

6.14 La base de un rectángulo mide lo mismo que la diagonal de un cuadrado. El perímetro del rectángulo es $4 + 6\sqrt{2}$ cm, y la suma de las áreas de las dos figuras es $9 + 6\sqrt{2}$ cm². Halla sus dimensiones.

6.15 Un rectángulo tiene perímetro 40 cm y la suma de sus diagonales es $8\sqrt{13}$ cm. Calcula sus dimensiones.

6.16 La altura de un rectángulo es tres quintas partes de su base. La tercera parte de la diagonal mide $\sqrt{34}$ cm. Halla sus dimensiones.

6.17 La cifra de las unidades de un número de dos cifras supera en 3 al cuadrado de la cifra de las decenas. El cuadrado del número consecutivo supera en 55 al cuadrado del número original. Encuentra el número.

6.18 Alquilar una tienda de campaña cuesta 80 € al día. Inés observa que, si fueran tres amigos más, cada uno pagaría 6 € menos al día. ¿Cuántas personas forman el grupo y cuánto paga cada una?

6.19 La diferencia de dos números es 5. La diferencia de los cuadrados de sus consecutivos es 95. Halla los números.

6.20 La suma de las raíces cuadradas de dos números es 6. El cociente entre el mayor y el menor es igual al menor. Encuentra los números.

6.21 Busca dos números naturales cuyo producto menos 12 coincida con el cuádruple del menor. Además, el triple del menor menos el mayor es 1.

6.22 Dos vacas y tres terneros valen lo mismo que dieciséis ovejas. Una vaca y cuatro ovejas valen lo mismo que tres terneros. Tres terneros y ocho ovejas cuestan lo mismo que cuatro vacas. Determina si estos datos permiten asignar precios positivos a los animales.

6.23 Encuentra dos números naturales sabiendo que la quinta parte de su diferencia es 2 y que la suma de sus inversos es 13/72.

6.24 Halla dos números naturales: el inverso del primero más el triple del segundo es 31/5, y el doble del primero menos el inverso del segundo es 19/2.

6.25 Tres números suman 6. El doble del mayor más el triple de la diferencia de los otros dos es -4. El triple del mayor menos el doble de la suma de los otros dos es 8. Halla los números.

6.26 Las tres cifras de un número suman 16. La cifra de las unidades menos la de las decenas es el doble de la cifra de las centenas. La suma de unidades y centenas supera en 1 al doble de las decenas. Calcula el número.

6.27 Martín tiene 11 monedas de 1 €, 0,50 € y 0,20 €, que suman 4,90 €. El doble del número de monedas de 1 € más el número de monedas de 0,50 € coincide con el número de monedas de 0,20 €. ¿Cuántas tiene de cada tipo?

6.28 Un cuaderno grande, uno mediano y uno pequeño cuestan 3,90 €. Tres grandes, cuatro medianos y uno pequeño cuestan 11,10 €. Seis pequeños y tres medianos cuestan lo mismo que cuatro grandes. Calcula el precio de cada tipo.

6.29 Laura tiene 16 billetes de 5 €, 10 € y 20 €. El triple del número de billetes de 20 € es igual al total de los otros, y la mitad del número de billetes de 20 € es la diferencia entre los de 5 € y los de 10 €. ¿Cuántos tiene de cada tipo?

6.30 Tres bidones pesan en total 275 kg. El doble del peso del primero menos el triple del segundo es 4 kg. El quíntuplo del peso del segundo menos un tercio del tercero es 50 kg. Calcula sus pesos.

6.31 Un número de tres cifras se escribe abc. Al escribir cab disminuye en 459; al escribir bac disminuye en 360; además, bca es 45 unidades menor que bac. Determina todos los números posibles.

6.32 En unas obras se pagan 78 € por 1 hora de electricista y 2 horas de albañil; 85 € por 2 horas de fontanero y 1 de albañil; y 133 € por 1 hora de electricista, 1 de fontanero y 3 de albañil. Calcula la tarifa por hora de cada profesional.

6.33 En 1800, cuando Beethoven compone su primera sinfonía, su edad es diez veces la de Schubert. Años después, al componer Schubert su Sinfonía incompleta, sus edades suman 77 años. Cinco años más tarde muere Beethoven y Schubert tiene la edad que tenía Beethoven en 1800. Determina los años de nacimiento a partir de estos datos.

6.34 Elige la respuesta correcta y justifícala.

a) Si $a-1 = b+2 = c-3 = d+4$, ¿cuál es el mayor? Opciones: a; b; c; d; no se puede determinar.

b) Si m y n son enteros y $2m-n = 3$, ¿qué debe ser $m-2n$? Opciones: -3; 0; múltiplo de 3; entero impar; entero par.

c) La edad actual del perro de Isa, en meses, es la mitad de la edad de Isa, en años. Dentro de cinco años, la edad del perro en meses será cinco unidades mayor que el doble de la edad de Isa en años. ¿Cuántos meses tiene hoy el perro? Opciones: 13, 14, 15, 16, 17.

d) Un equipo de baloncesto obtiene los mismos puntos con triples que con canastas de 2 puntos. Los tiros libres encestados superan en 1 las canastas de 2. Si suma 61 puntos, ¿cuántos tiros libres ha encestado? Opciones: 13, 14, 15, 16, 17.

6.35 Tres números a, b y c, distintos de cero, están en progresión aritmética. Si se aumenta a en 1, o bien c en 2, se obtienen progresiones geométricas. Averigua los números.

6.36 En una cafetería, un vaso de limonada, tres bocadillos y siete bizcochos cuestan 1 chelín y 2 peniques. Un vaso de limonada, cuatro bocadillos y diez bizcochos cuestan 1 chelín y 5 peniques. Un chelín equivale a 12 peniques. Calcula el precio de cada pedido.

a) Un vaso de limonada, un bocadillo y un bizcocho.

b) Dos vasos de limonada, tres bocadillos y cinco bizcochos.

BLOQUE 07

Oferta, demanda y equilibrio

Sistemas lineales en un modelo de mercado. · 4 actividades

7.01 Explica cómo suelen variar la cantidad demandada y la cantidad ofrecida de un producto cuando cambia su precio y se mantienen los demás factores constantes. ¿Deben variar siempre en sentidos opuestos?

7.02 En un cine, la demanda es $D(p) = 1500-100p$ y la oferta es $O(p) = 700(p-1)/3$, con p en euros. El día del espectador se fija el precio en 4 €. ¿Hay exceso de demanda o de oferta?

7.03 Si el precio de un producto está fijado externamente, ¿siguen siendo útiles las curvas de oferta y demanda para analizar el mercado?

7.04 Mantén la demanda del cine $D(p) = 1500-100p$. Propón una nueva oferta lineal para que el precio de equilibrio sea el indicado y resuelve gráficamente el sistema. Hay varias respuestas posibles.

a) 6 €.

b) 5 €.

COMPRUEBA TUS RESULTADOS

Solucionario

Respuestas y justificaciones. Los códigos coinciden con los de las actividades.

01 · Sistemas lineales de dos incógnitas

1.01 **a)** Incógnitas x, y; coeficientes 3, −2; término independiente −3. Una solución: (−1, 0).

b) Ordenada: 2x+5y+z = 8. Incógnitas x, y, z; coeficientes 2, 5, 1; término independiente 8. Una solución: (0, 0, 8).

c) Ordenada: −4x+2y−z = −8. Incógnitas x, y, z; coeficientes −4, 2, −1; término independiente −8. Una solución: (1, 1, 6).

d) Ordenada: 4x−y−4z+2t = 7. Incógnitas x, y, z, t; coeficientes 4, −1, −4, 2; término independiente 7. Una solución: (0, 1, 0, 4).

1.02 **a)** No: cumple la primera ecuación, pero no la segunda.

b) No: no cumple ninguna de las dos ecuaciones.

c) Sí: 5−4 = 1 y 5−2·4 = −3.

1.03 **a)** Sistema compatible indeterminado. $x = \frac{y}{4} + \frac{1}{2}$, y = y. y puede tomar cualquier valor real.

b) Sistema compatible determinado. $p = \frac{23}{7}$, $q = -\frac{8}{7}$.

c) Sistema compatible indeterminado. $x = \frac{1}{2} - \frac{3 \cdot y}{2}$, y = y. y puede tomar cualquier valor real.

d) Sistema compatible determinado. $x = -\frac{1}{3}$, $y = \frac{10}{3}$.

1.04 **a)** Sistema compatible determinado. $x = -31$, $y = -19$. Sustitución: x = (2+5y)/3; al sustituir en la segunda, y = −19. Igualación: (2+5y)/3 = (3y−5)/2.

b) Sistema compatible determinado. $x = -\frac{29}{38}$, $y = -\frac{15}{19}$. Sustitución: x = (4+7y)/2. Igualación: (4+7y)/2 = (2y−3)/6. Ambos métodos dan los mismos valores.

1.05 Sistema compatible determinado. $x = \frac{1}{2}$, y = 3.

1.06 **a)** Sistema compatible determinado. $x = \frac{8}{5}$, $y = \frac{2}{5}$. Al restar 3 veces la segunda ecuación de 2 veces la primera, se obtiene 5y = 2.

b) Sistema compatible determinado. $x = -\frac{1}{17}$, $y = -\frac{6}{17}$. Restando 4 veces la primera ecuación de la segunda: 17y = −6.

1.07

a) Sistema incompatible: no tiene solución.

b) Sistema compatible indeterminado. $x = 3 \cdot y + \frac{15}{2}$, $y = y$. y puede tomar cualquier valor real.

1.08

a) Sistema incompatible: no tiene solución.

b) Sistema compatible indeterminado. $x = 2 \cdot y + 3$, $y = y$. y puede tomar cualquier valor real.

1.09

a) (1, 1).

b) (11, 3).

c) (−4, 0).

d) (−14, −2).

1.10

a) Todas las soluciones son (t, 5−2t), con t real.

b) No: $2 \cdot 5 - 15 = -5 \neq 5$.

c) (3, −1) y (1, 3).

1.11

a) No: la segunda ecuación da 4 = 0.

b) Sí: ambas ecuaciones se cumplen.

c) Sí: ambas ecuaciones se cumplen.

d) No: la primera da −5 = 19 y la segunda, −1 = 1.

1.12

a) Los coeficientes son 2 y 4.

b) El coeficiente es 4 y el término independiente, 26.

1.13

Sustituyendo: $a = 3 - 2 \cdot 7 - 3 = -14$; $b = 4 \cdot 5 + 3 - 2 = 21$.

1.14

a) No: la primera ecuación no se cumple.

b) No: $5 \cdot 3 + 2 \cdot (-2) = 11 \neq 10$.

c) No: $2 \cdot 3 - 2 = 4 \neq 8$.

d) Sí: se cumplen las dos ecuaciones.

1.15

a) Determinados, por ejemplo: (E_1, E_5) y (E_2, E_5), pues sus rectas se cortan.

b) Indeterminados: (E_3, E_5) y (E_2, E_6), pues las ecuaciones de cada pareja son equivalentes.

c) Incompatibles: (E_1, E_6) y (E_4, E_5), pues sus rectas son paralelas y distintas.

1.16

a) Por ejemplo, 2x−y = 1: las rectas se cortan.

b) Por ejemplo, 6x−10y = 6: son la misma recta.

c) Por ejemplo, 3x−5y = 0: son rectas paralelas distintas.

1.17

a) Sistema compatible determinado. $x = 8$, $y = 5$.

b) Sistema compatible determinado. $x = 2$, $y = 0$.

c) Sistema compatible determinado. $x = 7$, $y = -6$.

d) Sistema incompatible: no tiene solución.

1.18

a) Sistema compatible determinado. $x = 3$, $y = -5$.

b) Sistema compatible determinado. $x = -2$, $y = 3$.

c) Sistema compatible indeterminado. $x = \frac{y}{3} + 1$, $y = y$. y puede tomar cualquier valor real.

d) Sistema compatible determinado. $x = -4$, $y = 2$.

1.19

a) Sistema compatible determinado. $x = 3$, $y = 7$.

b) Sistema compatible determinado. $x = \frac{5}{2}$, $y = \frac{7}{2}$.

c) Sistema compatible determinado. $x = -\frac{1}{4}$, $y = \frac{5}{4}$.

d) Sistema compatible determinado. $x = \frac{3}{8}$, $y = -\frac{1}{8}$. Se exige $y \neq 0$.

1.20

a) Sistema compatible determinado. $x = 2$, $y = -1$.

b) Sistema compatible determinado. $x = 1$, $y = 7$.

c) Sistema compatible determinado. $x = \frac{19}{6}$, $y = \frac{2}{3}$.

d) Sistema compatible determinado. $x = -\frac{1}{3}$, $y = \frac{7}{3}$.

1.21

a) Sistema compatible determinado. $x = 3$, $y = -3$.

b) Sistema compatible determinado. $x = -1$, $y = 5$.

c) Sistema compatible determinado. $x = -6$, $y = 7$.

d) Sistema compatible determinado. $x = -5$, $y = -1$.

1.22

a) Sistema compatible indeterminado. $x = -3 \cdot y - 6$, $y = y$. y puede tomar cualquier valor real.

b) Sistema compatible determinado. $x = 3$, $y = -1$.

c) Sistema incompatible: no tiene solución.

d) Sistema compatible determinado. $x = \frac{3}{2}$, $y = \frac{1}{3}$.

e) Sistema incompatible: no tiene solución.

1.23 **a)** Sistema compatible determinado. $x = 0$, $y = \frac{2}{5}$.

b) Sistema compatible determinado. $x = 6$, $y = 8$.

c) Sistema compatible determinado. $x = -16$, $y = -\frac{25}{3}$.

d) Sistema compatible determinado. $x = 2$, $y = 3$.

e) Sistema compatible indeterminado. $x = \frac{3 \cdot y}{16} + 1$, $y = y$. y puede tomar cualquier valor real. Hay que excluir $x = 1$ ($y = 0$), porque anula el denominador de la ecuación original.

1.24 **a)** Por ejemplo, $x-3y = 0$.

b) $\begin{cases} x - 3y = 0 \\ 2x - 6y = 0 \end{cases}$. Ambas ecuaciones representan la misma recta.

1.25 **a)** Por ejemplo, $2x+y = 2$.

b) $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 4x + 2y = 4 \end{cases}$.

1.26 **a)** $\begin{cases} x - y = -2 \\ 2x - 2y = -4 \end{cases}$.

b) $\begin{cases} 3x - 3y = -6 \\ -x + y = 2 \end{cases}$.

c) $\begin{cases} 5x - 5y = -10 \\ 7x - 7y = -14 \end{cases}$. Todos equivalen a $x-y = -2$.

1.27 Las rectas equivalen a $y = 2x$ e $y = -3x+10$. Igualando: $5x = 10$. La solución es $(2, 4)$.

1.28 La primera recta es $y = x-4$. En la segunda, $\lambda = x+2$, por lo que $y = 2x+5$. Igualando: $x-4 = 2x+5$. La solución es $(-9, -13)$.

1.29 **a)** Sistema incompatible: no tiene solución.

b) Sistema incompatible: no tiene solución.

1.30 La solución inicial es $(1/2, -1/3)$. Sirve cualquier recta que pase por ese punto, por ejemplo $x+y = 1/6$. No hace falta que la nueva ecuación sea equivalente a una de las anteriores.

1.31

a) $\begin{cases} x + y = -3 \\ x - y = 1 \end{cases}$.

b) $\begin{cases} x + y = -3 \\ 2x + 2y = -6 \end{cases}$.

c) $\begin{cases} x = -1 \\ 2x = -2 \end{cases}$.

02 · Resolución e interpretación gráfica

2.01

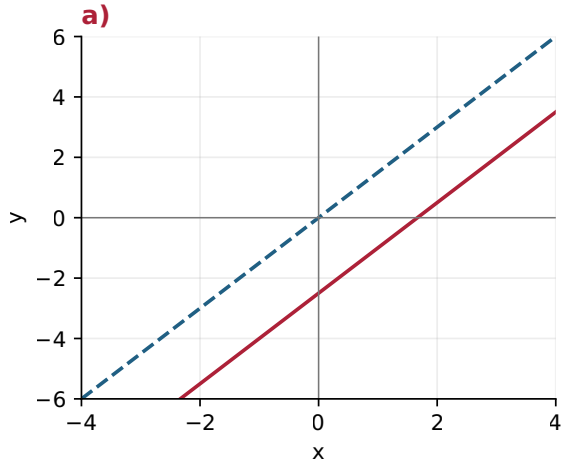
a) Sistema incompatible: no tiene solución.

b) Sistema compatible indeterminado. $x = \frac{3 \cdot y}{2} + \frac{1}{2}$, $y = y$. y puede tomar cualquier valor real.

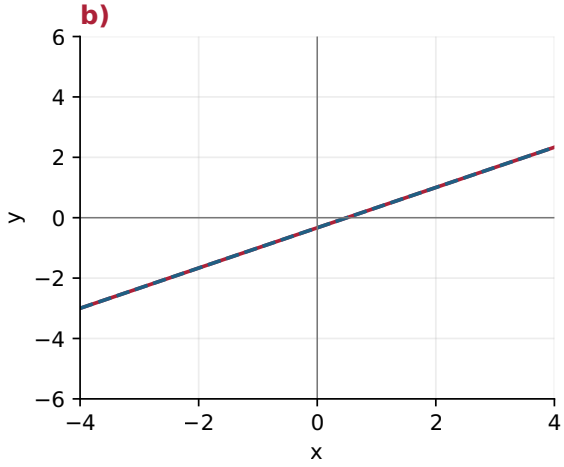
c) Sistema compatible determinado. $x = 2$, $y = 5$.

d) Sistema compatible determinado. $x = 0$, $y = -3$.

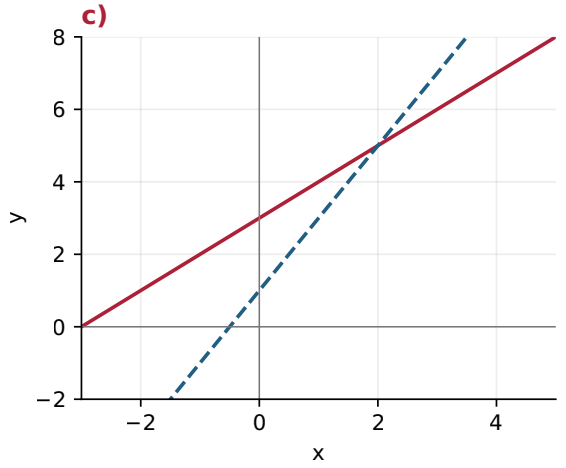
a)



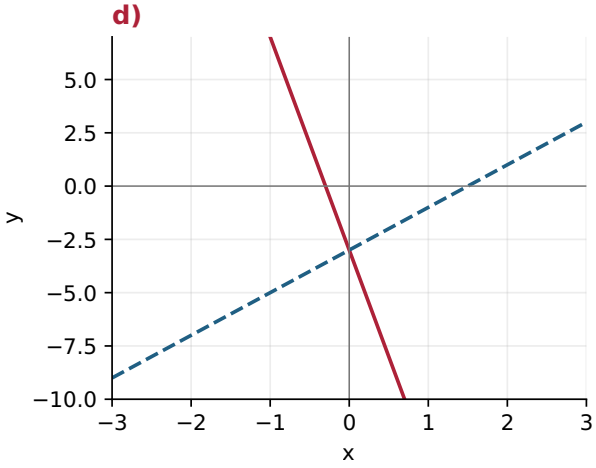
b)



c)



d)

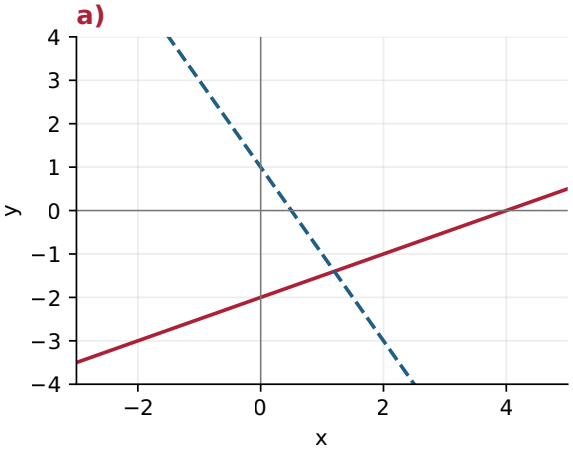


2.02

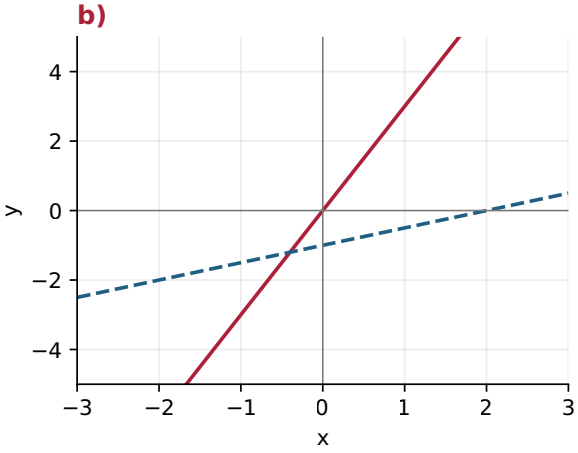
a) Sistema compatible determinado. $x = \frac{6}{5}$, $y = -\frac{7}{5}$.

b) Sistema compatible determinado. $x = -\frac{2}{5}$, $y = -\frac{6}{5}$.

a)



b)



2.03

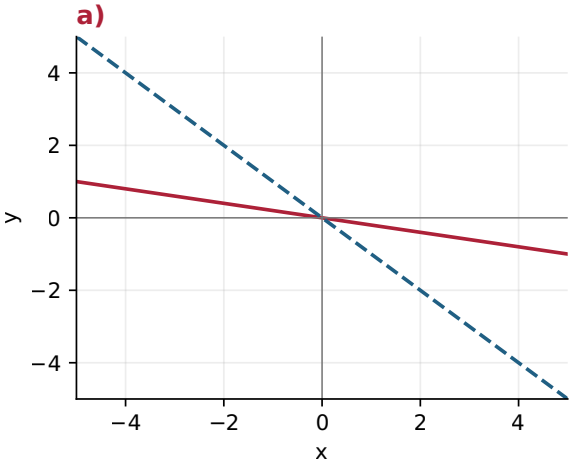
a) Sistema compatible determinado. $x = 0$, $y = 0$.

b) Sistema compatible determinado. $x = \frac{1}{5}$, $y = \frac{27}{5}$.

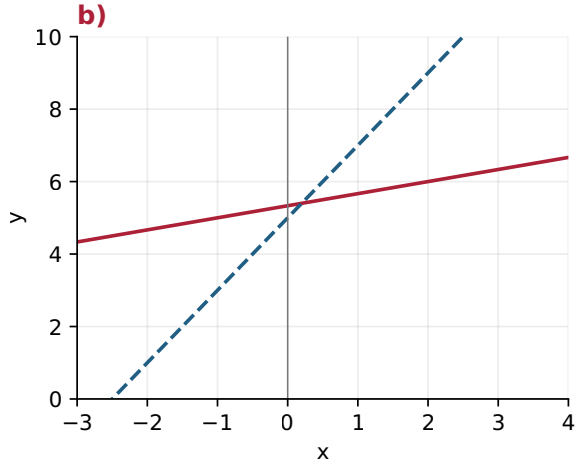
c) Sistema compatible determinado. $x = -10$, $y = 2$.

d) Sistema compatible determinado. $x = -10$, $y = 2$. Los sistemas c) y d) tienen la misma solución.

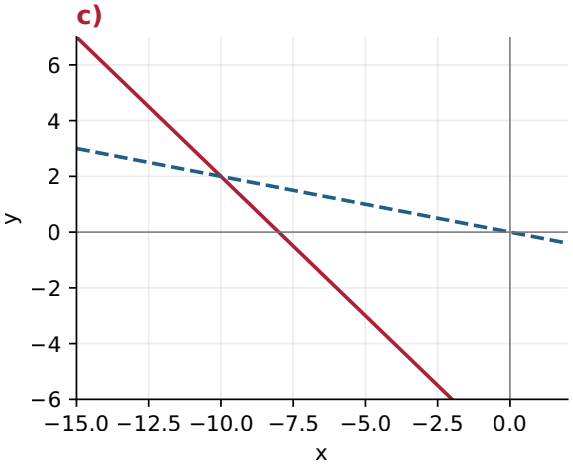
a)



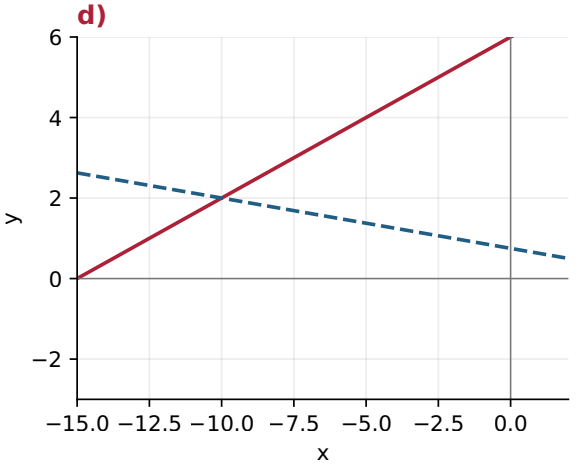
b)



c)



d)



2.04

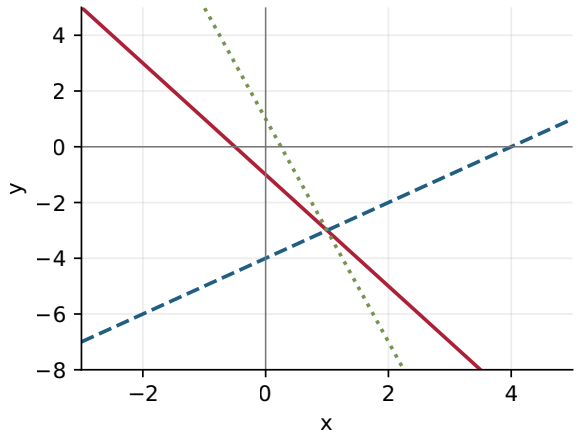
a) Sistema compatible determinado. x = 1, y = − 3.

b) Sistema incompatible: no tiene solución.

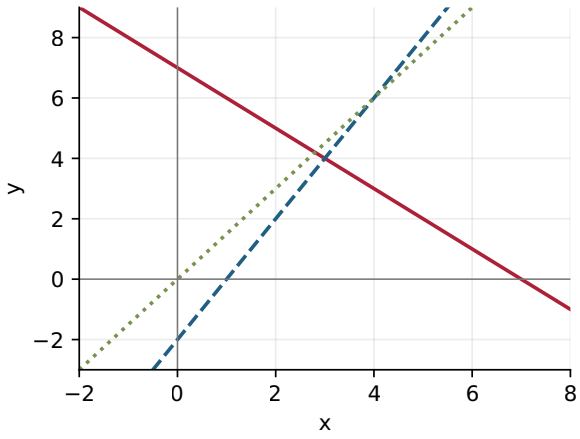
c) Sistema compatible determinado. x = 1, y = − 2.

d) Sistema incompatible: no tiene solución.

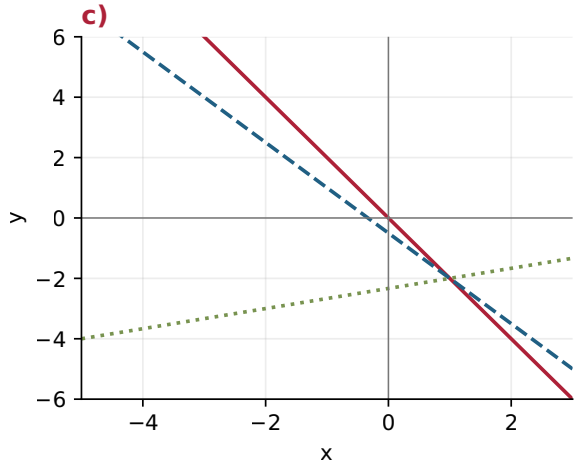
a)



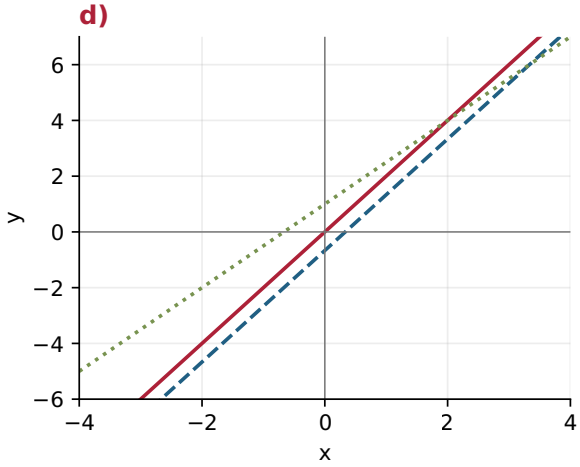
b)



c)



d)



03 · Tres incógnitas y método de Gauss

3.01

a) Sistema compatible determinado. $x = \frac{5}{3}$, $y = \frac{2}{3}$, $z = -\frac{2}{3}$.

b) Sistema compatible determinado. $x = 1$, $y = 2$, $z = 3$.

3.02

a) Sistema compatible determinado. $x = -1$, $y = 0$, $z = 1$.

b) Sistema compatible determinado. $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2}$, $z = \frac{1}{2}$.

3.03

a) Sistema compatible determinado: $x = 5$, $y = 2$.

b) Sistema compatible determinado. $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

3.04

a) Sistema compatible determinado. $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2}$, $z = 1$.

b) Sistema compatible determinado. $x = \frac{43}{6}$, $y = -\frac{11}{6}$, $z = \frac{1}{2}$.

3.05

a) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 4 & 5 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -6 \\ -2 & -1 & 1 & 8 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = -5$, $y = 3$, $z = 1$.

b) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & 0 & 7 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & -10 \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = 0$, $y = -7$, $z = -10$.

3.06

a) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$. Sistema compatible indeterminado. $x = z + 2$, $y = z - 1$, $z = z$. z puede tomar cualquier valor real.

b) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{2}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$. Sistema incompatible: no tiene solución.

3.07

a) Sistema compatible determinado. $x = 1$, $y = -\frac{1}{3}$, $z = -\frac{7}{3}$.

b) Sistema compatible indeterminado. $x = \frac{5}{4} - \frac{z}{4}$, $y = \frac{3 \cdot z}{2} + \frac{1}{2}$, $z = z$. z puede tomar cualquier valor real.

3.08 **a)** Sistema compatible determinado. $x = \frac{3}{14}$, $y = -\frac{3}{7}$, $z = -\frac{8}{7}$.

b) Sistema compatible determinado. $x = -\frac{25}{8}$, $y = -\frac{27}{8}$, $z = -\frac{3}{2}$.

3.09 **a)** Sistema compatible indeterminado. $x = \frac{11}{5} - \frac{3 \cdot z}{5}$, $y = \frac{2}{5} - \frac{z}{5}$, $z = z$. z puede tomar cualquier valor real.

b) Sistema compatible indeterminado. $x = y - z$, $y = y$, $z = z$. y, z puede tomar cualquier valor real.

3.10 **a)** (1, 1, 9).

b) (2, −1, 1).

c) (−1, −2, 4).

d) (0, −2, 2).

e) (−1, −5, −5).

f) (−4, −2, 10).

3.11

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = -2 \\ x + z = 4 \end{cases}$.

b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 6 \\ x + z = -2 \end{cases}$.

c) $\begin{cases} x + y = 9 \\ y + z = 6 \\ x + z = 1 \end{cases}$.

d) $\begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 3/2 \\ x + z = 1/2 \end{cases}$.

3.12 Se obtiene $-a+2b = 8$ y $3a+2b = 16$, por lo que $a = 2$, $b = 5$. Dos soluciones de $2x-4y+5z = -4$ son (0, 1, 0) y (2, 7, 4).

3.13 **a)** $5a+b = 3$ y $7a-b = 9$; de ahí $a = 1$, $b = -2$. Para $x = 2$, sirve (2, 2, 1).

b) Para $y = -3$, sirve (3, −3, 0).

c) Para $z = 5$, sirve (7, −5, 5).

3.14

a) Sistema compatible determinado. $x = 5$, $y = -2$, $z = 2$.

b) Sistema compatible determinado. $x = 1$, $y = 2$, $z = -1$.

c) Sistema compatible determinado. $x = -1$, $y = 10$, $z = 5$.

d) Sistema compatible determinado. $x = \frac{67}{31}$, $y = -\frac{46}{31}$, $z = \frac{29}{31}$.

3.15

a) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 4 & -5 \\ 1 & 1 & -5 & 5 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = 0$, $y = 5$, $z = 0$.

b) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{5} \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = 1$, $y = \frac{3}{5}$, $z = \frac{4}{5}$.

c) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 24 \\ 7 & 10 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 4 & -10 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 1 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = 10$, $y = -7$, $z = 3$.

d) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 3 & 1 & -15 \\ 3 & -1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & -2 & -4 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = 4$, $y = -3$, $z = -2$.

e) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = -1$, $y = -5$, $z = 7$.

f) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -2 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & -2 & -1 \\ -11 & 6 & 0 & -11 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{2}{5} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{11}{10} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{5} \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = \frac{2}{5}$, $y = -\frac{11}{10}$, $z = \frac{2}{5}$.

3.16

a) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & -5 & 0 \\ \frac{1}{2} & 3 & 2 & \frac{13}{2} \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$. Sistema compatible indeterminado. $x = 2 \cdot z + 1$, $y = 2 - z$, $z = z$. z puede tomar cualquier valor real.

b) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & -1 & -4 \\ 1 & 2 & -2 & 7 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$. Sistema compatible indeterminado. $x = 3$, $y = z + 2$, $z = z$. z puede tomar cualquier valor real.

c) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & -4 & -5 \\ 1 & 1 & -5 & 5 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$. Sistema compatible indeterminado. $x = 3 \cdot z$, $y = 2 \cdot z + 5$, $z = z$. z puede tomar cualquier valor real.

d) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -5 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$. Sistema compatible indeterminado. $x = 3 \cdot z - 1$, $y = 2 \cdot z + 3$, $z = z$. z puede tomar cualquier valor real.

e) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & -11 \\ 0 & 2 & -1 & -5 \\ 1 & -4 & 0 & -1 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -2 & -11 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$. Sistema compatible indeterminado. $x = 2 \cdot z - 11$, $y = \frac{z}{2} - \frac{5}{2}$, $z = z$. z puede tomar cualquier valor real.

f) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & -1 & -7 \\ 3 & -1 & -1 & 15 \\ 4 & -2 & 0 & 22 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$. Sistema compatible indeterminado. $x = z + 4$, $y = 2 \cdot z - 3$, $z = z$. z puede tomar cualquier valor real.

3.17

a) Sistema incompatible: no tiene solución.

b) Sistema incompatible: no tiene solución.

c) Sistema compatible determinado. $x = -7$, $y = 4$, $z = 0$.

d) Sistema incompatible: no tiene solución.

e) Sistema incompatible: no tiene solución.

f) Sistema incompatible: no tiene solución.

3.18

a) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & -1 & 6 \\ 0 & 1 & -4 & -7 \\ -1 & 0 & 0 & 4 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = -4$, $y = 5$, $z = 3$.

b) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & -1 & 5 & -3 \\ 7 & -5 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{121}{217} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{69}{217} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{68}{217} \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = \frac{121}{217}$, $y = \frac{69}{217}$, $z = -\frac{68}{217}$.

c) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & -1 & -10 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = -2$, $y = 10$, $z = 8$.

d) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & 4 \\ 3 & -2 & 2 & 3 \\ -5 & 3 & 1 & 2 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{19}{9} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{32}{9} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{17}{9} \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = \frac{19}{9}$, $y = \frac{32}{9}$, $z = \frac{17}{9}$.

3.19

a) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 0 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

b) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 9 & -3 & 0 \\ 5 & 3 & -1 & 0 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$. Sistema compatible indeterminado. $x = 0$, $y = \frac{z}{3}$, $z = z$. z puede tomar cualquier valor real.

c) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 6 & 4 & -12 & 6 \\ 7 & 6 & 18 & 7 \\ -3 & -2 & 6 & -3 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -18 & 1 \\ 0 & 1 & 24 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$. Sistema compatible indeterminado. $x = 18 \cdot z + 1$, $y = -24 \cdot z$, $z = z$. z puede tomar cualquier valor real.

d) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -7 & 4 & 4 \\ -10 & 71 & 9 & 9 \\ 6 & -3 & -2 & 10 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{4164}{2167} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{804}{2167} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{41}{197} \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = \frac{4164}{2167}$, $y = \frac{804}{2167}$, $z = \frac{41}{197}$.

3.20

a) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 0 & 3 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{3}{7} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{11}{28} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{15}{56} \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = \frac{3}{7}$, $y = \frac{11}{28}$, $z = \frac{15}{56}$.

b) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$. Sistema incompatible: no tiene solución.

3.21

a) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & 1 & \frac{43}{4} \\ 2 & \frac{1}{5} & \frac{1}{2} & 9 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 & -4 \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = 3$, $y = -5$, $z = 8$.

b) Matriz ampliada: $\left(\begin{array}{ccc|c} -3 & -3 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & -5 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{5} & -\frac{1}{30} \end{array}\right)$. Forma reducida: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$. Sistema compatible determinado. $x = -1$, $y = 2$, $z = 1$.

3.22 Por ejemplo: (−6, −1, −2), (−3, −1/2, −1), (0, 0, 0), (3, 1/2, 1) y (6, 1, 2).

3.23

a) (4, −1, 2).

b) (6, 0, 3).

c) (16, 5, 8).

d) (−4, −5, −2).

e) (1, −5/2, 1/2).

f) (8, 1, 4).

3.24

a) No: $x-z = -6$.

b) Sí: cumple las tres ecuaciones para todo λ.

c) No: $x-z = 6$.

d) Sí: cumple las tres ecuaciones para todo λ.

e) Sí: cumple las tres ecuaciones para todo λ.

f) No: $x-z = 5$.

3.25

a) $3\lambda-1 = 4\lambda+3$ da $\lambda = -4$. Solución: (−13, −13, −4).

b) $4\lambda+3 = \lambda$ da $\lambda = -1$. Solución: (−4, −1, −1).

3.26

a) No: $y-x=2$ y $x-z=6$.

b) Sí: usando el parámetro $t=2\lambda$.

c) Sí: usando $t=\lambda+1$.

d) Sí: usando $t=\lambda-3$.

e) Sí: usando $t=\lambda-1$.

3.27

a) $(2+4\lambda/3,-5\lambda/3,\lambda)$.

b) $(6,-5,3)$.

c) $(2-4\lambda/5,\lambda,-3\lambda/5)$.

d) $(-2/5,3,-9/5)$.

e) $(\lambda,(10-5\lambda)/4,(3\lambda-6)/4)$.

f) $(3,-5/4,3/4)$.

3.28

a) $(1,-2,3)$.

b) $(-4,-5,1)$.

c) Para cualquier x real: $y=(3x-13)/5$, $z=(2x+13)/5$.

3.29

a) $(-4/5,3,1/5)$.

b) Para cualquier y real: $x=(5-3y)/5$, $z=(2y-5)/5$.

c) $y=-10$.

d) $z=1$.

3.30

a) Sistema compatible determinado. $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{2}$, $z=\frac{1}{2}$.

b) Sistema incompatible: no tiene solución.

c) Sistema compatible determinado. $x=-2$, $y=3$, $z=1$.

d) Sistema incompatible: no tiene solución.

3.31

a)
$$\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=4 \\ x+z=5 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x+y+z=7 \\ 2x+2y+2z=14 \\ 3x+3y+3z=21 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x-y=1 \\ y-z=0 \\ x-z=1 \end{cases}$$

04 · Sistemas no lineales

4.01

a) Soluciones (x, y): $(-1, 3)$; $(3, 5)$.

b) Soluciones (x, y): $(3, -1)$. Se exige $y \neq 0$. La solución es $(3, -1)$.

4.02

a) (x,y) = (1/2,1/3).

b) Soluciones (0, 0) y (5, 7). La segunda ecuación se factoriza como $(x+y)(y-x-2) = 0$; hay que estudiar ambos factores.

4.03

a) Soluciones (x, y): $(\frac{125}{244} - \frac{7 \cdot \sqrt{1265}}{244}, \frac{159}{244} - \frac{5 \cdot \sqrt{1265}}{244})$; $(\frac{125}{244} + \frac{7 \cdot \sqrt{1265}}{244}, \frac{159}{244} + \frac{5 \cdot \sqrt{1265}}{244})$. Se exige $y+1 \geq 0$; ambas parejas cumplen la ecuación original.

b) Hay una única solución real: $x \approx -1{,}112870$, $y \approx -2{,}112870$. Al sustituir $y = x-1$ y elevar al cubo se obtiene $27x^3+27x^2+2x+6 = 0$.

4.04

a) Sin soluciones reales. Se exige $x \neq 0$ e $y \neq 0$.

b) Soluciones (x, y): $(1, 1)$; $(\frac{10}{9}, \frac{4}{3})$. Se exige $x \neq 2$ e $y \neq 0$.

4.05

a) Soluciones (x, y): $(3, 4)$; $(4, 3)$.

b) Soluciones (x, y): $(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2}, -\frac{\sqrt{17}}{2} - \frac{3}{2})$; $(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}, -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2})$.

c) Soluciones (x, y): $(-2, -4)$; $(5, 10)$.

d) Soluciones (x, y): $(-1, -3)$; $(3, 1)$.

e) Soluciones (x, y): $(-3, -1)$.

f) Soluciones (x, y): $(-2, 1)$; $(2, -1)$.

4.06

a) Soluciones (x, y): $(-\frac{15}{2}, -\frac{5}{6})$; $(4, 3)$.

b) Soluciones (x, y): $(\frac{1}{5}, \frac{18}{5})$; $(3, -2)$.

c) Soluciones (x, y): $(5, -1)$; $(9, -5)$. Se exige $y \neq 0$.

d) Soluciones (x, y): $(10, 4)$; $(\frac{34}{3}, \frac{20}{3})$.

e) Soluciones (x, y): $(-2, 3)$; $(3, -2)$; $(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{129}}{2}, 1)$; $(\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{129}}{2}, 1)$.

f) Soluciones (x, y): $(-6, 2)$; $(3, \frac{1}{2})$. Se exige $y \neq 0$.

4.07

a) Soluciones (x, y): $(-\frac{20}{3}, -\frac{13}{3})$; (10, 4).

b) Soluciones (x, y): $(\frac{3}{5}, -\frac{2}{3})$; (1, − 1).

c) Soluciones (x, y): $(-17, -\frac{7}{2})$; (8, 9).

d) (11, 3) y (18, 4). Al sustituir $y = \sqrt{(x-2)}$, se obtiene $x^2-29x+198 = 0$; ambas raíces verifican las ecuaciones.

e) No hay soluciones reales: la segunda ecuación implica $x+y = 2$, con $x, y \geq 0$; entonces $(\sqrt{y}+2\sqrt{x})^2 \leq 5(x+y) = 10 < 225$.

f) (2, 5). Con $y = x^2+1$ y $x \geq 0$ se obtiene $x^3-2x^2+x-2 = 0$, es decir, $(x-2)(x^2+1) = 0$.

4.08

a) 2^(x+y) = 2^4 y 3^(2x) = 3^(y−1), por lo que x+y = 4 y 2x = y−1. Solución: (1, 3).

b) $125^x/625 = 25^y$ equivale a 3x−4 = 2y. Con xy = 2 resulta $3x^2-4x-4 = 0$. Soluciones: (2, 1) y (−2/3, −3).

c) El dominio exige $x \geq 1$, $y > 0$. La ecuación logarítmica da x = 5y; entonces $y^2-3y+2 = 0$. Soluciones: (5, 1) y (10, 2).

d) 2x+y = −1 y x+11 = y^2, con $y \geq 0$. La única solución válida es (−2, 3).

4.09

Con X = 1/x, Y = 1/y, Z = 1/z, el sistema es lineal. Su solución es X = 11/6, Y = −11/12, Z = −1/3. Por tanto, x = 6/11, y = −12/11, z = −3. Ningún denominador se anula.

05 · Sistemas con parámetros

5.01 **a)** Si a = 4, el sistema es incompatible. Si a ≠ 4, $x = \frac{2}{4-a}$ y $y = \frac{24-7a}{4-a}$.

b) Si a = 35/3, el sistema es incompatible. Si a ≠ 35/3, $x = \frac{20a-195}{3a-35}$ y $y = \frac{-23}{3a-35}$.

5.02 Si a = 3, es incompatible: al eliminar se obtiene 0 = 1. Si a ≠ 3, $z = \frac{1}{3-a}$, $x = \frac{6-a}{3-a}$ y $y = \frac{7-a}{3-a}$.

5.03 **a)** Por ejemplo, a = −1, b = 1, c = −5. En general: (a, b, c) = λ(−1, 1, −5), con λ ≠ 0.

b) La intersección es (2, 5). Por ejemplo, a = 1, b = 1, c = 7. En general: (a, b, c) = λ(1, 1, 7), con λ ≠ 0.

c) La recta debe ser paralela a 3x−y = 1. Por ejemplo, a = 3, b = −1, c = −6. En general: (a, b, c) = λ(3, −1, −6), con λ ≠ 0.

5.04 **a)** Para a = −1, incompatible. Para a = −2, determinado: (x, y) = (−13/2, 10).

b) Para a = −1, determinado: (x, y) = (4, 0). Para a = −2, indeterminado: x = 3y+4, con y real.

5.05 Las ecuaciones primera y tercera dan x = 1, y = 2. La segunda exige 1−2k = −3; por tanto, k = 2. Para cualquier otro k es incompatible.

5.06 **a)** No existe: el determinante es 120 ≠ 0.

b) No existe.

c) Cualquier a real. La solución es x = (a+15)/10, y = (a−10)/15.

5.07 **a)** a = −8: las ecuaciones exigen a la vez −8x+2y = 2 y −8x+2y = −32.

b) No existe tal valor.

c) Cualquier a ≠ −8, pues el determinante es (a+8)/2.

5.08 **a)** Si a = 1, incompatible; si a ≠ 1, compatible determinado.

b) Si a = −1/2, incompatible; si a ≠ −1/2, compatible determinado.

c) Siempre compatible determinado: el determinante es $3a^2+1 > 0$. Su única solución es (0, 0).

d) Si a = 3, incompatible; si a ≠ 3, compatible determinado.

06 · Problemas y razonamiento

6.01 $\begin{cases} x + y = 23 \\ x^2 + y^2 = 289 \end{cases}$. Los lados miden 8 cm y 15 cm.

6.02 $\begin{cases} x + \dfrac{5}{y} = 2 \\ 4x + y = 9 \end{cases}$, con $y \neq 0$. Las parejas (primero, segundo) son (1, 5) y (13/4, −4).

6.03 Si x es la cifra de las decenas e y la de las unidades, $x-y = 2$ y $9(x-y) = 18$. No determinan un único número. Las posibilidades son 20, 31, 42, 53, 64, 75, 86 y 97. Si se exige que el número invertido también tenga dos cifras, se excluye 20.

6.04 Si Marisa pone x, María pone 2x y Manuela, 4x/3. Entonces $x+2x+4x/3 = 260$, de donde $x = 60$. María aporta 120 €, Marisa 60 € y Manuela 80 €.

6.05 Si x e y son los litros de cada tipo, $x+y = 200$ y $0{,}20x+0{,}70y = 80$. Se necesitan 120 L del primer tipo y 80 L del segundo.

6.06 Si c y r son los precios: $12c+3r = 69$ y $6c+8r = 80$. Una botella de crianza cuesta 4 €; una de reserva, 7 €.

6.07 1 h 48 min = 1,8 h. Si v es la velocidad del ciclista: $1{,}8v+1{,}8\cdot 4v = 180$. El ciclista circula a 20 km/h y el coche a 80 km/h. Recorren 36 km y 144 km.

6.08 Si x son las decenas e y las unidades: $x+y = 14$ y $10x+y-(10y+x) = 18$. Se obtiene $x = 8$, $y = 6$; el número es 86.

6.09 La ventaja inicial es 160 km. Si t es el tiempo desde que sale el coche, $100t = 80(t+2)$. Resulta $t = 8$ h y la distancia es 800 km. Han pasado 10 h desde la salida del camión.

6.10 Si los lados son x y x+2: $(x+2)(x+4)-x(x+2) = 40$. Así, $4x+8 = 40$ y $x = 8$. Los lados miden 8 m y 10 m.

6.11 $x+y = 170$ y $x^2+y^2 = 16\,900$. Entonces $xy = (170^2-16\,900)/2 = 6\,000$. Los lados miden 50 m y 120 m; el área es 6 000 m².

6.12 Si x es la anchura e y la altura: $(x-2)(y-5) = 360$ y $(x-4)(y-2{,}5) = 360$. Al restar se obtiene $y = 5x/4$. Las soluciones algebraicas son (20, 25) y (−14, −17,5); solo la positiva es válida. El pliego mide 20 × 25 cm.

6.13 Si $x > y$ son los lados: $x^2+y^2 = 29{,}89$ y $x^2-y^2 = 5{,}39$. Se obtiene $x^2 = 17{,}64$ e $y^2 = 12{,}25$. Los lados miden 4,2 m y 3,5 m.

6.14 Si x es el lado del cuadrado e y la altura del rectángulo: $\begin{cases} 2x\sqrt{2} + 2y = 4 + 6\sqrt{2} \\ x^2 + xy\sqrt{2} = 9 + 6\sqrt{2} \end{cases}$. La única solución con longitudes positivas es $x = 3$, $y = 2$. El cuadrado tiene lado 3 cm; el rectángulo, base $3\sqrt{2}$ cm y altura 2 cm.

6.15 $x+y = 20$ y $2\sqrt{x^2 + y^2} = 8\sqrt{13}$. Así, $x^2+y^2 = 208$ y $xy = 96$. Los lados miden 8 cm y 12 cm.

6.16 Con base x y altura y: $y = 3x/5$ y $x^2+y^2 = 306$. Sustituyendo: $34x^2/25 = 306$. Se obtiene $x = 15$ cm e $y = 9$ cm.

6.17 Si N es el número: $(N+1)^2-N^2 = 55$, luego $2N+1 = 55$ y $N = 27$. Sus cifras verifican $7 = 2^2+3$.

6.18 Si x es el número de personas e y el coste por persona: $xy = 80$ y $(x+3)(y-6) = 80$. Resulta $x^2+3x-40 = 0$, cuyas raíces son 5 y −8. Van 5 personas y cada una paga 16 € al día.

6.19 Si $x > y$: $x-y = 5$ y $(x+1)^2-(y+1)^2 = 95$. Al factorizar, $5(x+y+2) = 95$, luego $x+y = 17$. Los números son 11 y 6.

6.20 Si $x \geq y > 0$, entonces $x = y^2$ y $\sqrt{x}+\sqrt{y} = 6$, es decir, $y+\sqrt{y} = 6$. Con $t = \sqrt{y} \geq 0$, $t^2+t-6 = 0$ y $t = 2$. Los números son 16 y 4.

6.21 Si x es el mayor: $xy-12 = 4y$ y $3y-x = 1$. Sustituyendo $x = 3y-1$: $3y^2-5y-12 = 0$. Solo $y = 3$ es natural; $x = 8$.

6.22 Con precios v, t, o: $2v+3t = 16o$; $v+4o = 3t$; $3t+8o = 4v$. Las dos últimas dan $v = 4o$ y $t = 8o/3$. La primera obliga a $8o+8o = 16o$, que se cumple para cualquier o. Por tanto, sí hay infinitas soluciones positivas: oveja λ, vaca 4λ y ternero 8λ/3, con $\lambda > 0$. No se puede fijar un precio único.

6.23 Si $x > y$: $x-y = 10$ y $1/x+1/y = 13/72$. Sustituyendo $x = y+10$ resulta $13y^2-14y-720 = 0$. La raíz natural es $y = 8$; $x = 18$.

6.24 El sistema es $1/x+3y = 31/5$; $2x-1/y = 19/2$. La única pareja natural es (5, 2). Comprobación: $1/5+6 = 31/5$ y $10-1/2 = 19/2$.

6.25 Tomando x como el mayor: $x+y+z = 6$; $2x+3(y-z) = -4$; $3x-2(y+z) = 8$. La solución es $x = 4$, $y = -1$, $z = 3$.

6.26 Con centenas x, decenas y y unidades z: $x+y+z = 16$; $z-y = 2x$; $z+x = 2y+1$. Se obtiene $(x, y, z) = (2, 5, 9)$. El número es 259.

6.27 Si x, y, z son las cantidades respectivas: $x+y+z = 11$; $x+0{,}5y+0{,}2z = 4{,}9$; $2x+y = z$. Tiene 3 monedas de 1 €, 1 de 0,50 € y 7 de 0,20 €.

6.28 Con precios g, m, p: $g+m+p = 3{,}9$; $3g+4m+p = 11{,}1$; $6p+3m = 4g$. Se obtiene $g = 81/40 = 2{,}025$ €, $m = 21/20 = 1{,}05$ € y $p = 33/40 = 0{,}825$ €. Son los valores exactos del sistema; redondearlos a céntimos modifica las igualdades.

6.29 Con cantidades x, y, z: $x+y+z = 16$; $3z = x+y$; $z/2 = x-y$. Tiene 7 billetes de 5 €, 5 de 10 € y 4 de 20 €.

6.30 $x+y+z = 275$; $2x-3y = 4$; $5y-z/3 = 50$. Los pesos exactos son 1339/35 kg, 846/35 kg y 1488/7 kg. Aproximadamente: 38,26 kg, 24,17 kg y 212,57 kg.

6.31 Las ecuaciones son $90a+9b-99c = 459$, $90a-90b = 360$ y $-9a+9c = -45$. Equivalen a $a = c+5$ y $b = c+1$. Como son cifras, $c = 0, 1, 2, 3$ o 4. Resultan 510, 621, 732, 843 y 954. Si se exige que cab siga siendo de tres cifras, se excluye 510.

6.32 Con tarifas e, f, a: $e+2a = 78$; $2f+a = 85$; $e+f+3a = 133$. Se obtiene $a = 25$, $f = 30$, $e = 28$. Electricista: 28 €/h; fontanero: 30 €/h; albañil: 25 €/h.

6.33 Sea x la edad de Schubert en 1800 e y los años hasta la Sinfonía incompleta. Se cumple $11x+2y = 77$ y $x+y+5 = 10x$. De ahí $x = 3$, $y = 22$. Beethoven tenía 30 años en 1800: nació en 1770. Schubert tenía 3: nació en 1797.

6.34 **a)** c. Si el valor común es t, $a = t+1$, $b = t-2$, $c = t+3$ y $d = t-4$; c es el mayor.

b) Múltiplo de 3. De $n = 2m-3$ se obtiene $m-2n = 6-3m$.

c) 15 meses. Si A es la edad de Isa en años y P la del perro en meses, $P = A/2$ y $P+60 = 2(A+5)+5$. De ahí $A = 30$ y $P = 15$.

d) 13 tiros libres. Si t son los tiros de 2, r los de 3 y l los libres: $3r = 2t$, $l = t+1$ y $3r+2t+l = 61$. Resulta $t = 12$, $r = 8$, $l = 13$.

6.35 Se cumple $2b = a+c$, $b^2 = (a+1)c$ y $b^2 = a(c+2)$. Las dos últimas implican $c = 2a$, y entonces $b = 3a/2$. Sustituyendo: $9a^2/4 = 2a(a+1)$. Como $a \neq 0$, $a = 8$. Los números son 8, 12 y 16; las progresiones geométricas son 9, 12, 16 y 8, 12, 18.

6.36 **a)** 8 peniques. Si x, y, z son los precios unitarios en peniques, $x+3y+7z = 14$ y $x+4y+10z = 17$. De ahí $y = 3-3z$ y $x = 5+2z$; por tanto, $x+y+z = 8$.

b) 19 peniques, es decir, 1 chelín y 7 peniques: $2x+3y+5z = 19$.

07 · Oferta, demanda y equilibrio

7.01 En el modelo habitual, al subir el precio disminuye la cantidad demandada y aumenta la ofrecida. Esto describe movimientos sobre las curvas. Si cambian otros factores, las propias curvas pueden desplazarse: oferta y demanda no tienen por qué variar siempre en sentidos opuestos.

7.02 D(4) = 1100 y O(4) = 700. Hay un exceso de demanda de 400 entradas.

7.03 Sí: permiten comparar las cantidades que compradores y vendedores desean intercambiar a ese precio. Un precio máximo efectivo por debajo del equilibrio puede generar exceso de demanda; un precio mínimo efectivo por encima puede generar exceso de oferta. Fijar el precio no elimina estas relaciones.

7.04 **a)** Una posibilidad es O(p) = 700p/3−500. Al igualarla a la demanda, p = 6 € y q = 900 entradas.

b) Una posibilidad es O(p) = 700p/3−500/3. La intersección da p = 5 € y q = 1000 entradas.

