DOSSIER DE EJERCICIOS

1.º BACHILLERATO

Probabilidad y distribución binomial

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I

01 Probabilidad y sucesos

02 Variables aleatorias discretas

03 Experimentos binomiales

04 Cálculo de probabilidades binomiales

05 Ajuste y comparación de modelos

06 Repaso integrado

44 actividades · 6 apartados

Índice · Ejercicios · Solucionario final

CONTENIDOS

Índice

Actividades organizadas por conceptos para practicar, repasar y comprobar las respuestas. Cada ejercicio tiene un código que lo identifica también en el solucionario.

01 Probabilidad y sucesos **3**

02 Variables aleatorias discretas **6**

03 Experimentos binomiales **9**

04 Cálculo de probabilidades binomiales **12**

05 Ajuste y comparación de modelos **15**

06 Repaso integrado **16**

S Solucionario **18**

Cómo trabajar. Resuelve los ejercicios en el espacio disponible o en tu cuaderno. Comprueba los procedimientos y resultados al terminar cada bloque.

APARTADO 01

Probabilidad y sucesos

10 actividades

001 ACTIVIDAD

En una bolsa hay 5 bolas numeradas del 1 al 5. ¿Cuál es la probabilidad de que, al sacar tres de ellas, las tres sean impares?

a) Si las extracciones son con reemplazamiento.

b) Si las extracciones son sin reemplazamiento.

002 ACTIVIDAD

Extraemos dos cartas de una baraja española. Calcula la probabilidad de obtener:

a) 2 ases.

b)Ningún as.

c) Algún as.

003 ACTIVIDAD

Se lanzan tres monedas y se cuenta el número de caras que salen. Calcula la probabilidad de obtener:

a) Una cara.

b) Más de una cara.

004 ACTIVIDAD

En un examen hay que contestar a 2 temas elegidos al azar entre 30. Un alumno ha estudiado solo 12 de los 30 temas. Halla la probabilidad de que:

a) El alumno haya estudiado los dos temas elegidos.

b)Solo haya estudiado uno de los dos temas elegidos.

c) No haya estudiado ninguno de los dos temas elegidos.

005 ACTIVIDAD

En una urna A hay 5 bolas numeradas del 1 al 5 y en otra urna B hay 4 bolas numeradas del 6 al 9. Se lanza una moneda: si sale cara, se extrae una bola de la urna A, y si sale cruz, se extrae una bola de la urna B. Calcula la probabilidad de que la bola extraída sea:

a) La que lleva el número 5.

b)La que lleva el número 8.

c) Una que lleve un número par.

006 ACTIVIDAD

Extraemos al azar una ficha de un dominó normal (28 fichas) y sumamos los puntos de sus dos mitades.

Calcula la probabilidad de que la suma de puntos sea 6.

007 ACTIVIDAD

Una fábrica tiene tres máquinas que fabrican tornillos. La máquina A produce el 50% del total de tornillos; la máquina B, el 30%, y la C, el 20%. De la máquina A salen un 5% de tornillos defectuosos; de la B, un 4%, y de la C, un 2%.

Calcula la probabilidad de que un tornillo elegido al azar sea defectuoso.

008 ACTIVIDAD

Una urna contiene 5 bolas blancas, 3 rojas y 2 verdes. Hacemos 2 extracciones con reemplazamiento. Calcula la probabilidad de obtener:

a) Dos verdes.

b)Ninguna verde.

c) Una verde.

Repite el problema con extracciones sin reemplazamiento.

009 ACTIVIDAD

En una bolsa hay 5 bolas blancas, 7 rojas y 8 negras. Extraemos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Queremos calcular la probabilidad de que, al hacer tres extracciones, las tres bolas sean de distinto color. ¿Es una distribución binomial? Justifica tu respuesta.

010 ACTIVIDAD

En una mano de póker se dan 5 cartas a cada jugador. Nos preguntamos por la probabilidad de que un jugador tenga k figuras ($k = 0, 1, 2, 3, 4$ ó 5). ¿Por qué no es una distribución binomial?

APARTADO 02

Variables aleatorias discretas

10 actividades

011 ACTIVIDAD

Completa la tabla de probabilidades y calcula la media μ y la desviación típica σ:

X	0	10	50	100
P(X)	0,90	0,06	?	0,01

012 ACTIVIDAD

Se lanzan tres monedas equilibradas e independientes y se cuenta el número de caras X.
Construye la tabla de probabilidades, represéntala y calcula la media y la desviación típica.

013 ACTIVIDAD

En una lotería de 1 000 números se reparten los premios siguientes:

- A un número elegido al azar, 5 000 €.
- Al anterior y al posterior, 1 000 €.
- A los 99 que terminan en la misma cifra que el ganador, 10 €.
- Al resto de números, nada.

a) Haz la tabla con los valores 0, 10, 1 000 y 5 000 con sus correspondientes probabilidades.

b)Calcula los parámetros μ y σ.

014 ACTIVIDAD

Completa la siguiente tabla de probabilidades y calcula sus parámetros:

x_i	0	1	2	3
p_i	0,1	0,3	…	0,1

015 ACTIVIDAD

Sacamos dos cartas de una baraja y anotamos el número de ases (0, 1 ó 2).

a) ¿Cuál es la distribución de probabilidad?

b) Calcula la media y la desviación típica.

016 ACTIVIDAD

Se lanzan tres monedas equilibradas e independientes y se cuenta el número de caras X.
Construye la tabla de probabilidades, represéntala y calcula la media y la desviación típica.

017 ACTIVIDAD

Recuerda cuáles son las puntuaciones de las 28 fichas de un dominó. Si en cada una de ellas sumamos los puntos de sus dos mitades, obtenemos las posibles sumas 0, 1, 2, …, 10, 11 y 12 con probabilidades distintas. Haz la tabla con la distribución de probabilidades y calcula μ y σ.

018 ACTIVIDAD

Una urna contiene 5 bolas blancas, 3 rojas y 2 verdes. Se hacen dos extracciones sin reemplazamiento y se anota el número de bolas rojas extraídas.

a) Haz la tabla de la distribución de probabilidad.

b) Haz otra tabla suponiendo que hay reemplazamiento.

019 ACTIVIDAD

En una urna A hay 5 bolas numeradas del 1 al 5 y en otra urna B hay 4 bolas numeradas del 6 al 9. Se lanza una moneda: si sale cara, se saca una bola de A, y si sale cruz, se saca de B. Se observa el número que tiene la bola.

a) Haz la tabla de la distribución de probabilidad.

b) Represéntala gráficamente.

c) Calcula μ y σ.

020 ACTIVIDAD

En las familias con 4 hijos e hijas, nos fijamos en el número de hijas.

a) Haz la tabla con las probabilidades suponiendo que la probabilidad de que nazca un niño o una niña es la misma.

b)Represéntala gráficamente y halla la media y la desviación típica.

APARTADO 03

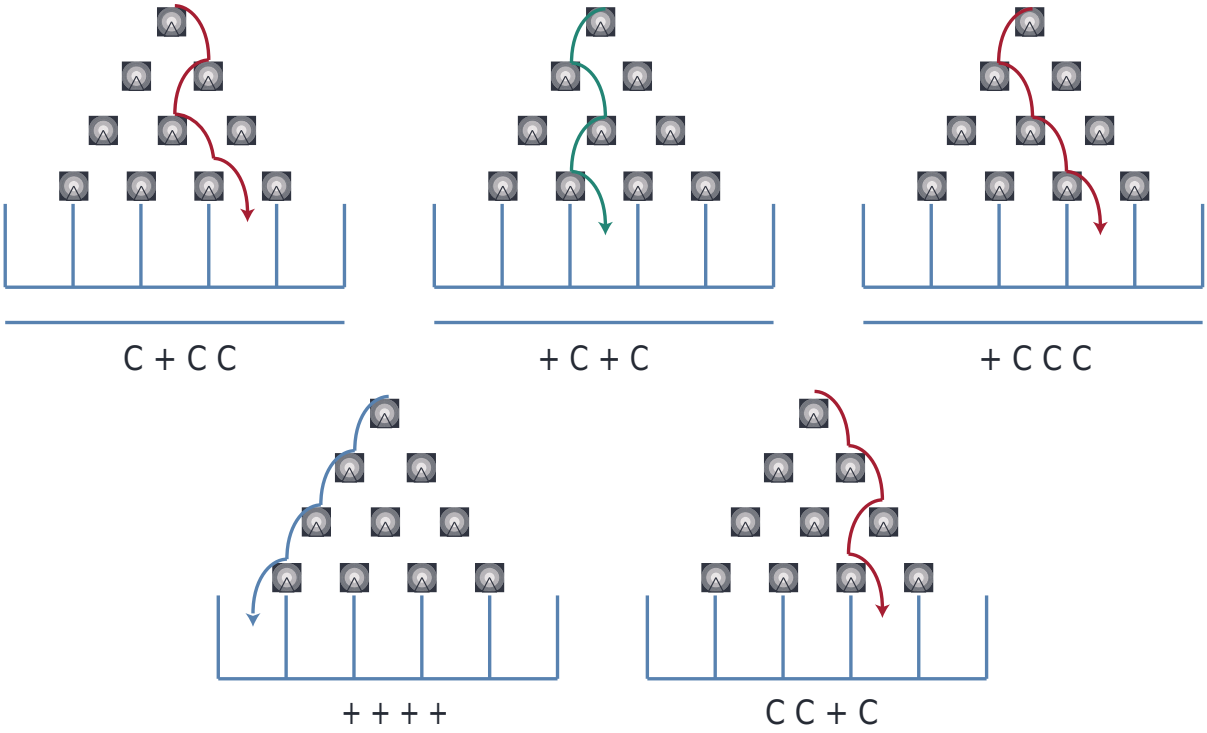
Experimentos binomiales

5 actividades

021 ACTIVIDAD

Dibuja los recorridos correspondientes a:

C + C C, + C + C, + C C C, + + + +, C C + C



Observa que todos los recorridos que constan de 3 CARAS y 1 CRUZ llegan al mismo casillero.

Comprueba que ocurre lo mismo en los recorridos que tienen 2 CARAS y 2 CRUCES o bien 1 CARA y 3 CRUCES.

Por eso, cada uno de los cinco casilleros queda caracterizado por el número de CARAS que se necesitan para llegar a él.



022 ACTIVIDAD

¿Cuáles son las probabilidades de que un perdigón caiga en cada uno de los 6 casilleros en un aparato de Galton con 5 filas de topes?

¿Y en un aparato de Galton con 6 filas?

023 ACTIVIDAD

Indica los valores que puede tomar la variable aleatoria X en cinco distribuciones binomiales cuyos números de ensayos son, respectivamente: a) 10; b) 6; c) 100; d) 5; e) 100.

024 ACTIVIDAD

Propón dos experimentos que puedan modelizarse mediante una distribución binomial: uno con extracciones de cartas y otro con resultados de partidos. Indica n, p y las condiciones de independencia y probabilidad constante.

025 ACTIVIDAD

Reconoce en cada uno de los siguientes ejercicios una distribución binomial y di los valores de n, p, μ y σ.

a) Un examen tipo test consta de 50 preguntas, cada una con tres respuestas, de las que solo una es correcta. Se responde al azar. ¿Cuál es el número de preguntas acertadas?

b) En el examen descrito en el apartado anterior, un alumno conoce las respuestas de 20 preguntas y responde las restantes al azar. Nos preguntamos cuántas de ellas acertará.

c) Una moneda se lanza 400 veces. Número de caras.

d) El 11% de los billetes de lotería reciben algún tipo de premio, aunque sea el reintegro. En una familia juegan a 46 números.

e) El 1% de ciertas soldaduras son defectuosas y revisamos mil de ellas. Número de soldaduras defectuosas que habrá.

APARTADO 04

Cálculo de probabilidades binomiales

12 actividades

026 ACTIVIDAD

En una distribución binomial $B(10; 0{,}4)$, halla $P[x = 0]$, $P[x = 3]$, $P[x = 5]$, $P[x = 10]$ y el valor de cada uno de los parámetros μ y σ.

027 ACTIVIDAD

Lanzamos 7 monedas. Calcula las probabilidades de 3 caras, 5 caras y 6 caras. Halla los valores de μ y σ.

028 ACTIVIDAD

En una distribución binomial $B(7; 0{,}4)$ calcula:

a) $P[x = 2]$ b) $P[x = 5]$ c) $P[x = 0]$

d) $P[x > 0]$ e) $P[x > 3]$ f) $P[x < 5]$

029 ACTIVIDAD

En una distribución binomial $B(9; 0{,}2)$ calcula:

a) $P[x < 3]$ b) $P[x \geq 7]$ c) $P[x \neq 0]$ d) $P[x \leq 9]$

030 ACTIVIDAD

Un examen tipo test consta de 10 preguntas, cada una con cuatro respuestas, de las cuales solo una es correcta. Si un alumno contesta al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que conteste correctamente 4 preguntas?

b) ¿Y la de que conteste bien más de 2 preguntas?

c) Calcula la probabilidad de que conteste mal a todas las preguntas.

031 ACTIVIDAD

La probabilidad de que un aparato de televisión, antes de revisarlo, sea defectuoso, es 0,2. Si se revisan cinco aparatos, calcula:

a) P[ninguno defectuoso].

b) P[alguno defectuoso].

032 ACTIVIDAD

Tenemos una moneda defectuosa para la cual la probabilidad de obtener cruz en un lanzamiento es 0,4. La lanzamos cinco veces y anotamos el número de cruces.

Haz una tabla con la distribución de probabilidad, represéntala gráficamente y calcula su media y su desviación típica.

033 ACTIVIDAD

Una urna contiene 3 bolas rojas y 7 verdes. Se saca una al azar, se anota su color y se devuelve a la urna. Si esta experiencia se repite 5 veces, calcula la probabilidad de obtener:

a) Tres rojas.

b)Menos de tres rojas.

c) Más de tres rojas.

d)Alguna roja.

034 ACTIVIDAD

En un proceso de fabricación de tornillos, se sabe que el 2% son defectuosos. Los empaquetamos en cajas de 50 tornillos. Calcula la probabilidad de que en una caja haya este número de tornillos defectuosos:

a) Ninguno. b)Uno. c) Más de dos.

¿Cuántos tornillos defectuosos habrá, por término medio, en cada caja?

035 ACTIVIDAD

La probabilidad de que un torpedo lanzado por un submarino dé en el blanco es 0,4. Si se lanzan 6 torpedos, halla la probabilidad de que:

a) Solo uno dé en el blanco.

b)Al menos uno dé en el blanco.

036 ACTIVIDAD

En una distribución $B(4; 0{,}25)$ comprueba que:

$$P[x = 0] + P[x = 1] + P[x = 2] + P[x = 3] + P[x = 4] = 1$$

037 ACTIVIDAD

Un ajedrecista se enfrenta con otro de igual maestría.

¿Qué es más probable, que gane 2 de 4 partidas o 3 de 6 partidas?

(Los empates no se toman en consideración).

APARTADO 05

Ajuste y comparación de modelos

3 actividades

038 ACTIVIDAD

Un profesor de idiomas tiene una clase con cuatro alumnos adultos. De los 100 días de clase, asisten 4, 3, 2, 1 o ninguno de ellos, según la tabla adjunta. Ajusta los datos a una distribución binomial y di si te parece que el ajuste es bueno o no.

x_i	4	3	2	1	0
f_i	23	48	17	9	3

039 ACTIVIDAD

Un tipo de piezas requiere de 4 soldaduras. Se hace un control de calidad a mil de esas piezas y se obtienen los siguientes resultados:

SOLDADURAS DEFECTUOSAS	0	1	2	3	4
PIEZAS	603	212	105	52	28

¿Se ajustan estos datos a una binomial?

040 ACTIVIDAD

Compara la media de las distribuciones binomiales B (200; 0,2) y B (30; 0,4). ¿Cuál de ellas tiene mayor dispersión?

σ

APARTADO 06

Repaso integrado

4 actividades

041 ACTIVIDAD

Tenemos dos urnas:



Consideramos tres supuestos:

I. Sacamos una bola de A y, después, una bola de B.

II. Mezclamos las bolas de las dos urnas y sacamos dos bolas.

III. Sacamos una bola de A, la echamos en B, removemos y sacamos una bola de B.

Para cada uno de los tres casos, calcula las probabilidades siguientes:

a) Las dos bolas son negras.

b) Las dos bolas son blancas.

c) La primera es blanca, y la segunda, negra.

042 ACTIVIDAD

La siguiente tabla corresponde a una distribución de probabilidad de variable discreta:

x_i	5	6	7	8	9	10
p_i	0,1	0,3	0,2	0,1	0,1	…

Complétala y calcula μ y σ.

043 ACTIVIDAD

¿Cuáles de las siguientes distribuciones son binomiales?:

I. Sacamos seis cartas de una baraja y nos preguntamos por el número de OROS.

II. En una clase hay 10 chicos y 20 chicas. Elegimos 6 al azar. ¿Cuántos son chicos?

III. Lanzamos un dado 20 veces. Nos preguntamos por la cantidad de "cincos".

IV. El 3% de los coches producidos en una factoría tienen algún defecto de fábrica. Cada día se producen 200. Nos preguntamos por la probabilidad de que haya k defectuosos.

En cada binomial, identifica n y p y calcula μ y σ.

044 ACTIVIDAD

Con un cierto tipo de chinchetas se dan las siguientes probabilidades al dejarlas caer:

$$P[\text{}] = 0{,}3 \qquad P[\text{}] = 0{,}7$$

Dejamos caer 6 chinchetas. Calcula:

a) $P[2$  y 4  $]$

b) $P[$alguna  $]$

COMPRUEBA TUS RESPUESTAS

Solucionario

Busca el código de cada actividad. En las preguntas abiertas se ofrece una respuesta orientativa.

01 · Probabilidad y sucesos

001 SOLUCIÓN

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$

b) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{10}$

---

002 SOLUCIÓN

a) $\frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} = \frac{1}{130}$

b) $\frac{36}{40} \cdot \frac{35}{39} = \frac{21}{26}$

c) $1 - \frac{21}{26} = \frac{5}{26}$

---

003 SOLUCIÓN

a) $3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{8}$

b) P [dos caras] + P [tres caras] $= 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

---

004 SOLUCIÓN

a) P [sepa el 1.° y el 2.°] = P [sepa el 1.°] · P [sepa el 2.°/sabía el 1.°] =

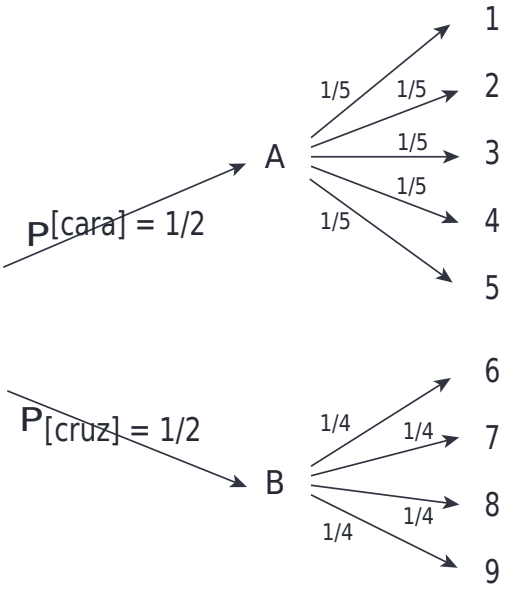
$$= \frac{12}{30} \cdot \frac{11}{29} = \frac{22}{145} = 0{,}15$$

b) P [solo uno] = 2 · P [sepa el 1.° y no el 2.°] = $2 \cdot \frac{12}{30} \cdot \frac{18}{29} = \frac{72}{145} = 0{,}50$

c) P [ninguno] = $\frac{18}{30} \cdot \frac{17}{29} = \frac{51}{145} = 0{,}35$

005 SOLUCIÓN

Hacemos un diagrama en árbol para calcular fácilmente las probabilidades:



a) P [5] = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

b) P [8] = $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} = 0{,}125$

c) P [par] = $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{9}{20} = 0{,}45$

006 SOLUCIÓN

Hay 4 fichas en las que la suma de puntos es 6:

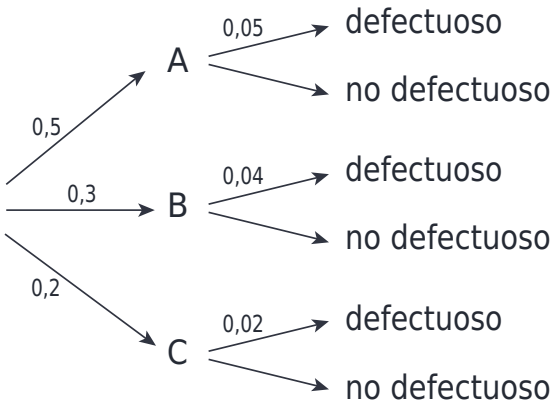
0–6 1–5 2–4 3–3

El total de fichas es 28, luego la probabilidad pedida es:

$$\frac{4}{28} = \frac{1}{7} \approx 0{,}14$$

007 SOLUCIÓN

Hacemos un diagrama en árbol:



$$P\,[\text{defectuoso}] = 0{,}5 \cdot 0{,}05 + 0{,}3 \cdot 0{,}04 + 0{,}2 \cdot 0{,}02 = 0{,}041$$

008 SOLUCIÓN

Con reemplazamiento:

a) $\frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} = 0{,}04$ b) $\frac{8}{10} \cdot \frac{8}{10} = 0{,}64$ c) $2 \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{8}{10} = 0{,}32$

Sin reemplazamiento:

a) $\frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = 0{,}0\widehat{2}$ b) $\frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} = 0{,}6\widehat{2}$ c) $2 \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{8}{9} = 0{,}3\widehat{5}$

009 SOLUCIÓN

$$P\,[\text{B, R y N}] = 6 \cdot \frac{5}{20} \cdot \frac{7}{20} \cdot \frac{8}{20} = 0{,}21$$

No es una binomial, porque no hay solo dos posibilidades.

010 SOLUCIÓN

Cada vez que se extrae una carta de la baraja, varía la composición de ésta. Por tanto, la probabilidad de "FIGURA" no es constante para cada una de las cinco cartas.

02 · Variables aleatorias discretas

011 SOLUCIÓN

La probabilidad que falta es $1 - 0{,}90 - 0{,}06 - 0{,}01 = \mathbf{0{,}03}$.

X	P(X)	X·P(X)	X²·P(X)
0	0,90	0	0
10	0,06	0,6	6
50	0,03	1,5	75
100	0,01	1	100

$\mu = 0{,}6 + 1{,}5 + 1 = \mathbf{3{,}1}$. $E(X^2) = 181$. $\sigma = \sqrt{(181 - 3{,}1^2)} \approx \mathbf{13{,}09}$.

012 SOLUCIÓN

$X \sim B(3;\ 0{,}5)$. Hay ocho resultados equiprobables.

X	0	1	2	3
P(X)	1/8	3/8	3/8	1/8

$\mu = np = 1{,}5$. $\mathrm{Var}(X) = np(1 - p) = 0{,}75$. $\sigma = \sqrt{0{,}75} \approx 0{,}8660$. El diagrama de barras tiene alturas 1/8, 3/8, 3/8 y 1/8, respectivamente.

013 SOLUCIÓN

a) No ganan nada $1\,000 - 3 - 99 = 898$

x_i	p_i	$p_i x_i$	$p_i x_i^2$
0	0,898	0	0
10	0,099	0,99	9,9
1000	0,002	2	2000
5000	0,001	5	25000
	1,000	7,99	27009,9

b) $\mu = \Sigma p_i x_i = 7{,}99$

$\sigma = \sqrt{\Sigma p_i x_i^2 - \mu^2} = \sqrt{27\,009{,}9 - 7{,}99^2} = 164{,}15$

014 SOLUCIÓN

$0{,}1 + 0{,}3 + P[2] + 0{,}1 = 1 \rightarrow P[2] = 0{,}5$

x_i	p_i	$x_i\, p_i$	$p_i\, x_i^2$
0	0,1	0	0
1	0,3	0,3	0,3
2	0,5	1	2
3	0,1	0,3	0,9
		$\Sigma\, x_i\, p_i = 1{,}6$	$\Sigma\, p_i\, x_i^2 = 3{,}2$

$\mu = \Sigma\, x_i\, p_i = 1{,}6$

$\sigma = \sqrt{3{,}2 - 1{,}6^2} = \sqrt{0{,}64} = 0{,}8$

015 SOLUCIÓN

a)

x_i	0	1	2
p_i	$\frac{36}{40} \cdot \frac{35}{39}$	$2 \cdot \frac{4}{40} \cdot \frac{36}{39}$	$\frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39}$

b) $\mu = 0{,}2$; $\sigma = 0{,}42$

016 SOLUCIÓN

X ~ B(3; 0,5). Hay ocho resultados equiprobables.

X	0	1	2	3
P(X)	1/8	3/8	3/8	1/8

$\mu = np = 1{,}5$. $\mathrm{Var}(X) = np(1-p) = 0{,}75$. $\sigma = \sqrt{0{,}75} \approx 0{,}8660$. El diagrama de barras tiene alturas 1/8, 3/8, 3/8 y 1/8, respectivamente.

017 SOLUCIÓN

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p_i	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{2}{28}$	$\frac{2}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{4}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{2}{28}$	$\frac{2}{28}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{28}$

$\mu = 6$; $\sigma = 3$

018 SOLUCIÓN

a)

x_i	0	1	2
p_i	$\frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9}$	$2 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9}$	$\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9}$

b)

x_i	0	1	2
p_i	$\left(\frac{7}{10}\right)^2$	$2 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10}$	$\left(\frac{3}{10}\right)^2$

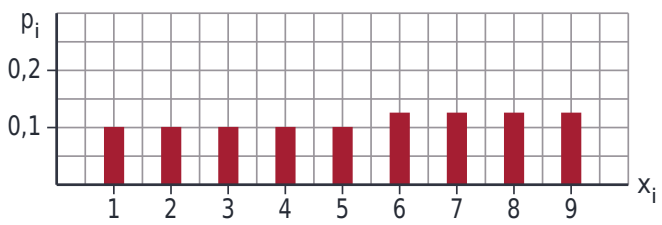
019 SOLUCIÓN

a)

x_i	1	2	3	4	5
p_i	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = 0{,}1$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = 0{,}1$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = 0{,}1$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = 0{,}1$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = 0{,}1$

x_i	6	7	8	9
p_i	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = 0{,}125$	0,125	0,125	0,125

b)



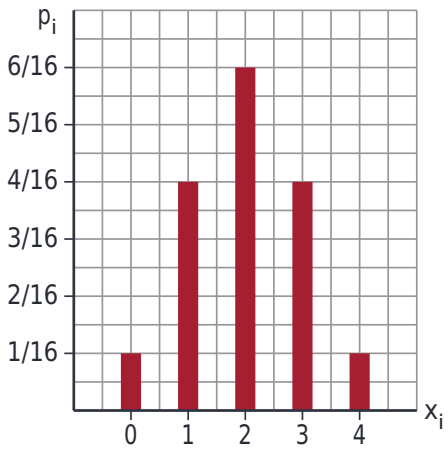
c) $\mu = 5{,}25$; $\sigma = 2{,}59$

020 SOLUCIÓN

a)

x_i	0	1	2	3	4
p_i	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$

b)



$\mu = 2$

$\sigma = 1$

03 · Experimentos binomiales

021 SOLUCIÓN

Dos caras y dos cruces significaría ir dos veces a la derecha y dos a la izquierda.

Una cara y tres cruces es una vez a la derecha y tres a la izquierda.

---

022 SOLUCIÓN

Fila 5.ª → 1 5 10 10 5 1

Fila 6.ª → 1 6 15 20 15 6 1

---

023 SOLUCIÓN

En una binomial de n ensayos, X toma los valores enteros desde 0 hasta n: a) {0, 1, …, 10}; b) {0, 1, …, 6}; c) {0, 1, …, 100}; d) {0, 1, …, 5}; e) {0, 1, …, 100}.

---

024 SOLUCIÓN

Un ejemplo: extraer cinco veces una carta de una baraja española de 40 cartas, reponiendo y mezclando después de cada extracción, y contar los oros. Entonces X ~ B(5; 0,25).

Otro ejemplo, como modelo idealizado: contar las victorias de un equipo en seis partidos independientes, suponiendo una probabilidad constante de victoria de 0,5. Entonces X ~ B(6; 0,5). En datos reales hay que justificar estas hipótesis.

---

025 SOLUCIÓN

a) $B\left(50;\ \frac{1}{3}\right)$; $\mu = \frac{50}{3} = 16{,}67$; $\sigma = 3{,}33$

b) $B\left(30;\ \frac{1}{3}\right)$; $\mu = 10$; $\sigma = 2{,}58$ relativo a las que contesta al azar

c) $B\left(400;\ \frac{1}{2}\right)$; $\mu = 200$; $\sigma = 10$

d) $B\ (46;\ 0{,}11)$; $\mu = 5{,}06$; $\sigma = 2{,}12$

e) $B\ (1\,000;\ 0{,}01)$; $\mu = 10$; $\sigma = 3{,}15$

---

04 · Cálculo de probabilidades binomiales

026 SOLUCIÓN

$P[x = 0] = 0{,}6^{10} = 0{,}006047$

$P[x = 3] = \binom{10}{3} \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^7 = 120 \cdot 0{,}4^3 \cdot 0{,}6^7 = 0{,}215$

$P[x = 5] = \binom{10}{5} \cdot 0{,}4^5 \cdot 0{,}6^5 = 252 \cdot 0{,}4^5 \cdot 0{,}6^5 = 0{,}201$

$P[x = 10] = 0{,}4^{10} = 0{,}000105$

$\mu = 10 \cdot 0{,}4 = 4$

$\sigma = \sqrt{n\,p\,q} = \sqrt{10 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6} = \sqrt{2{,}4} = 1{,}55$

---

027 SOLUCIÓN

Se trata de una distribución binomial con $n = 7$ y $p = 0{,}5 \rightarrow B(7;\, 0{,}5)$

$P[x = 3] = \binom{7}{3} \cdot (0{,}5)^3 \cdot (0{,}5)^4 = 35 \cdot 0{,}125 \cdot 0{,}0625 \approx 0{,}273$

$P[x = 5] = \binom{7}{5} \cdot (0{,}5)^5 \cdot (0{,}5)^2 = 21 \cdot 0{,}03125 \cdot 0{,}25 \approx 0{,}164$

$P[x = 6] = \binom{7}{6} \cdot (0{,}5)^6 \cdot (0{,}5) = 7 \cdot 0{,}015625 \cdot 0{,}5 \approx 0{,}0547$

$\mu = n\,p = 7 \cdot 0{,}5 = 3{,}5$

$\sigma = \sqrt{n\,p\,q} = \sqrt{7 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5} \approx 1{,}323$

---

028 SOLUCIÓN

a) $\binom{7}{2} \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6^5 = 0{,}261$

b) $\binom{7}{5} \cdot 0{,}4^5 \cdot 0{,}6^2 = 0{,}077$

c) $0{,}6^7 = 0{,}028$

d) $1 - P[x = 0] = 0{,}972$

e) 0,290

f) 0,904

---

029 SOLUCIÓN

a) $P[x = 0] + P[x = 1] + P[x = 2] = 0{,}738$

b) $P[x = 7] + P[x = 8] + P[x = 9] = 0{,}000314$

c) $1 - P[x = 0] = 1 - 0{,}134 = 0{,}866$

d) 1

030 SOLUCIÓN

x es $B\left(10; \frac{1}{4}\right)$

a) $P[x = 4] = \binom{10}{4} \cdot 0{,}25^4 \cdot 0{,}75^6 = 0{,}146$

b) $P[x > 2] = 1 - P[x \leq 2] = 1 - (P[x = 0] + P[x = 1] + P[x = 2]) =$

$= 1 - (0{,}056 + 0{,}188 + 0{,}282) = 1 - 0{,}526 = 0{,}474$

c) $P[x = 0] = 0{,}75^{10} = 0{,}056$

031 SOLUCIÓN

x es B (5; 0,2)

a) $P[x = 0] = 0{,}8^5 = 0{,}328$

b) $P[x \neq 0] = 1 - P[x = 0] = 1 - 0{,}328 = 0{,}672$

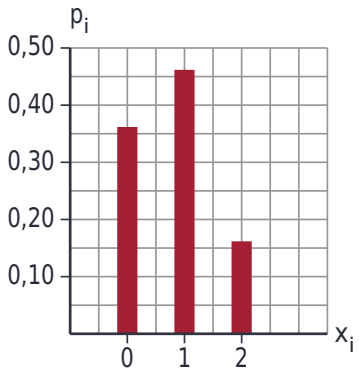
032 SOLUCIÓN

x es B (2; 0,4)

x_i	0	1	2
p_i	0,36	0,48	0,16

$\mu = 0{,}8$

$\sigma = 0{,}69$



033 SOLUCIÓN

Si consideramos éxito = "sacar roja", x es $B(5; 0{,}3)$

a) $P[x = 3] = \binom{5}{3} \cdot 0{,}3^3 \cdot 0{,}7^2 = 0{,}1323$

b) $P[x < 3] = P[x = 0] + P[x = 1] + P[x = 2] =$

$= 0{,}16807 + 0{,}36015 + 0{,}3087 = 0{,}83692 \approx 0{,}8369$

c) $P[x > 3] = 1 - P[x \leq 3] = 1 - (0{,}1323 + 0{,}8369) = 0{,}0308$

d) $P[x \neq 0] = 1 - P[x = 0] = 1 - 0{,}7^5 = 0{,}8319$

034 SOLUCIÓN

x es $B(50; 0{,}02)$

a) $P[x = 0] = 0{,}98^{50} = 0{,}364$

b) $P[x = 1] = 50 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}98^{49} = 0{,}372$

c) $P[x > 2] = 1 - P[x \leq 2] = 1 - (P[x = 0] + P[x = 1] + P[x = 2]) =$

$= 1 - (0{,}364 + 0{,}372 + 0{,}186) = 1 - 0{,}922 = 0{,}078$

Por término medio, habrá $\mu = 50 \cdot 0{,}02 = 1$ tornillo defectuoso en cada caja.

035 SOLUCIÓN

x es $B(6; 0{,}4)$

a) $P[x = 1] = \binom{6}{1} \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6^5 = 0{,}1866$

b) $P[x \geq 1] = 1 - P[x = 0] = 1 - 0{,}6^6 = 0{,}9533$

036 SOLUCIÓN

$0{,}75^4 + 4 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}75^3 + 6 \cdot 0{,}25^2 \cdot 0{,}75^2 + 4 \cdot 0{,}25^3 \cdot 0{,}75 + 0{,}25^4 = 1$

037 SOLUCIÓN

La probabilidad de que el ajedrecista gane a su contrincante es de $\frac{1}{2}$.

• Si juegan 4 partidas:

Es una binomial $B\left(4, \frac{1}{2}\right)$. Así:

$$P[x = 2] = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{3}{8}$$

• Si juegan 6 partidas:

Es una binomial $B\left(6, \frac{1}{2}\right)$. Así:

$$P[x = 3] = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 8} = \frac{5}{16}$$

Como $\frac{3}{8} > \frac{5}{16}$, tenemos que es más fácil ganar 2 de 4 partidas que 3 de 6.

05 · Ajuste y comparación de modelos

038 SOLUCIÓN

La media es $\bar{x} = 2{,}79$.

Como $n = 4$, $\bar{x} = np \rightarrow 2{,}79 = 4p \rightarrow p = 0{,}6975$

Si fuera una binomial, $p = 0{,}6975$ sería la probabilidad de que uno cualquiera de los alumnos asistiera un día a clase. $q = 0{,}3025$.

Con este valor de p se obtiene la siguiente tabla:

x_i	$p_i = P[x = x_i]$	$100 \cdot p_i$	VALORES ESPERADOS	VALORES OBSERVADOS	DIFERENCIAS
0	$q^4 = 0{,}008$	0,8	1	3	2
1	$4\,p\,q^3 = 0{,}077$	7,7	8	9	1
2	$6\,p^2\,q^2 = 0{,}267$	26,7	27	17	10
3	$4\,p^3\,q = 0{,}411$	41,1	41	48	7
4	$p^4 = 0{,}237$	23,7	24	23	1

La mayor de las diferencias es 10. Es demasiado grande en comparación con el total, 100. Hemos de rechazar la hipótesis de que se trata de una binomial.

039 SOLUCIÓN

La media de la muestra es $\bar{x} = 0{,}69$.

Si las cuatro soldaduras tuvieran la misma probabilidad, p, de ser defectuosa y fueran independientes, el número, x, de soldaduras defectuosas en cada pieza seguiría una distribución binomial $B(4, p)$, por lo cual:

$$\bar{x} = 4 \cdot p \rightarrow 0{,}69 = 4p \rightarrow p = 0{,}1725$$

Veamos cómo se comportaría, teóricamente, esta binomial con 1 000 individuos y comparémoslo con los resultados de la muestra:

x_i	$p_i = P[x = x_i]$	$1\,000 \cdot p_i$	VALORES ESPERADOS	VALORES OBSERVADOS	|DIFERENCIAS|
0	0,4689	468,9	469	603	134
1	0,3910	391,0	391	212	179
2	0,1223	122,3	122	105	17
3	0,0170	17,0	17	52	35
4	0,0009	0,9	1	28	27

Las diferencias son enormes. Se rechaza la hipótesis de que "el número de soldaduras defectuosas en una pieza" siga una distribución binomial.

040 SOLUCIÓN

$B(200; 0{,}2) \rightarrow \mu = 40;\ \sigma = 5{,}66 \rightarrow \text{C.V.} = 0{,}1415$

$B(30; 0{,}4) \rightarrow \mu = 12;\ \sigma = 2{,}68 \rightarrow \text{C.V.} = 0{,}2233$

Tiene mayor dispersión la segunda, $B(30; 0{,}4)$.

06 · Repaso integrado

041 SOLUCIÓN

I. a) P[en A y en B] = $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

b) P[en A y en B] = $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

c) P[en A y en B] = $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{8}$

II. Las mezclamos 

a) P[y] = P[1.ª] · P[2.ª / 1.ª] = $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$

b) P[y] = P[1.ª] · P[2.ª / 1.ª] = $\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{20}{56} = \frac{5}{14}$

c) P[1.ª y 2.ª] = P[1.ª] · P[2.ª / 1.ª] = $\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$

III. A  B

a) P[y] = P[en A] · P[en B / en A] = $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$

b) P[y] = P[en A] · P[en B / en A] = $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$

c) P[1.ª y 2.ª] = P[en A] · P[en B / en A] = $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

042 SOLUCIÓN

$P[10] = 1 - (0{,}1 + 0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}1 + 0{,}1) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$

x_i	p_i	$p_i x_i$	$p_i x_i^2$
5	0,1	0,5	2,5
6	0,3	1,8	10,8
7	0,2	1,4	9,8
8	0,1	0,8	6,4
9	0,1	0,9	8,1
10	0,2	2	20
	1,00	7,4	57,6

$\mu = 7{,}4$

$\sigma = \sqrt{57{,}6 - 7{,}4^2} = 1{,}69$

043 SOLUCIÓN

I. No es binomial, porque al sacar cada carta cambia la composición de la baraja y, por tanto, la probabilidad de que la siguiente sea OROS.

II. No es binomial. Al haber solo 30 personas, cada una que se extrae modifica la probabilidad CHICO-CHICA de las restantes. Es decir, es un caso similar al I.

III. En cada lanzamiento del dado, $P\left[\boxed{\cdot\cdot}\right] = \frac{1}{6}$. Por tanto, la distribución de probabilidades del "número de cincos" es binomial, con $n = 20$, $p = \frac{1}{6}$.

En una distribución $B\left(20, \frac{1}{6}\right)$:

$\mu = n\,p = \frac{20}{6} = 3{,}3; \qquad \sigma = \sqrt{20 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{100}{36}} = \frac{10}{6} = 1{,}67$

IV. El "número de coches defectuosos" en los 200 producidos en un día es una distribución binomial con $n = 200$ y $p = 0{,}03$.

En una distribución $B(200; 0{,}03)$:

$\mu = 200 \cdot 0{,}03 = 6$, $\sigma = \sqrt{200 \cdot 0{,}03 \cdot 0{,}97} = 2{,}41$

044 SOLUCIÓN

El número de chinchetas que caen así  se distribuye $B(6; 0{,}3)$.

a) $P[x = 2] = \binom{6}{2} \cdot 0{,}3^2 \cdot 0{,}7^4 = 15 \cdot 0{,}3^2 \cdot 0{,}7^4 = 0{,}32$

b) Empezamos calculando $P[x = 0] = \binom{6}{0} \cdot 0{,}3^0\ 0{,}7^6 = 0{,}7^6 = 0{,}12$

$P[\text{alguna }] = 1 - P[\text{ninguna }] = 1 - P[x = 0] = 1 - 0{,}12 = 0{,}88$