



1.º BACHILLERATO

Polinomios y fracciones algebraicas

Matemáticas Aplicadas a las
Ciencias Sociales I

01 Operaciones y división

02 Regla de Ruffini

03 Factorización

04 Fracciones algebraicas

CONTENIDOS

Índice

Actividades organizadas por conceptos para practicar, repasar y comprobar las respuestas. Cada ejercicio tiene un código que lo identifica también en el solucionario.

01	Operaciones y división	3
02	Regla de Ruffini	6
03	Factorización	8
04	Fracciones algebraicas	11
S	Solucionario	15

Cómo trabajar. Resuelve los ejercicios en el espacio disponible o en tu cuaderno. Comprueba los procedimientos y resultados al terminar cada bloque.

APARTADO 01

Operaciones y división

8 actividades

001 ACTIVIDAD

Efectúa la división:

$$P(x) = x^5 - 6x^3 - 25x$$

entre

$$Q(x) = x^2 + 3x$$

002 ACTIVIDAD

Calcula el cociente y el resto:

$$(6x^5 + 9x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 8x + 5) : (3x^2 - 3x - 1)$$

003 ACTIVIDAD

Copia y completa:

$$\begin{array}{r}
 \blacksquare x^4 + \blacksquare x^3 + \blacksquare x^2 - 3x + \blacksquare \\
 \blacksquare x^4 + \blacksquare x^3 - 2x^2 + 6x \\
 \hline
 3x^3 - x^2 + \blacksquare x + \blacksquare \\
 \blacksquare x^3 + \blacksquare x^2 + \blacksquare x + \blacksquare \\
 \hline
 x^2 + \blacksquare x + 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 | x^3 - 2x^2 + \blacksquare x + \blacksquare \\
 2x + \blacksquare
 \end{array}$$

004 ACTIVIDAD

En una división de polinomios, el dividendo es de grado cinco y el divisor de grado dos.

¿Cuál es el grado del cociente? ¿Qué puedes decir del grado del resto?

005 ACTIVIDAD

a) ¿Cuánto han de valer a y b para que la siguiente división sea exacta?

$$(x^4 - 5x^3 + 3x^2 + ax + b) : (x^2 - 5x + 1)$$

b) ¿Cuánto han de valer a y b para que el resto de la división sea $3x - 7$?

006 ACTIVIDAD

Expresa el resultado de las siguientes divisiones en la forma $\frac{D}{d} = c + \frac{r}{d}$:

a) $\frac{x+9}{x+6}$

b) $\frac{x+6}{x+9}$

c) $\frac{2x+3}{2x}$

d) $\frac{x^2+2x+5}{x^2+2x+2}$

e) $\frac{3x^2-4}{x+1}$

f) $\frac{x^3-x^2+2x+1}{x^2+5x-2}$

g) $\frac{x^4+3x^2+2x+3}{x^2+4x-1}$

h) $\frac{3x^3+4x^2-5x+2}{x+2}$

007 ACTIVIDAD

Calcula el cociente y el resto en cada una de las siguientes divisiones:

a) $(x^4 - 4x^2 + 12x - 9) : (x^2 - 2x + 3)$

b) $(3x^3 - 5x^2 + 7x - 3) : (x^2 - 1)$

c) $(3x^4 - x^2 - 1) : (3x^2 - 3x - 4)$

008 ACTIVIDAD

Expresa las siguientes fracciones en la forma:

$$\frac{D}{d} = c + \frac{r}{d}$$

a) $\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x + 1}$

b) $\frac{6x^3 + 5x^2 - 9x}{3x - 2}$

c) $\frac{15x - 2x^3 - 4 + x^4}{x - 2}$

d) $\frac{18 + 2x^3 - 5x^2}{2x + 3}$

APARTADO 02

Regla de Ruffini

7 actividades

009 ACTIVIDAD

Aplica la regla de Ruffini para calcular el cociente y el resto de las siguientes divisiones de polinomios:

a) $(x^3 - 3x^2 + 2x + 4) : (x + 1)$

b) $(5x^5 + 14x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 5x - 2) : (x + 3)$

c) $(2x^3 - 15x - 8) : (x - 3)$

d) $(x^4 + x^2 + 1) : (x + 1)$

010 ACTIVIDAD

Calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones aplicando la regla de Ruffini:

a) $(2x^4 + x^3 - 5x - 3) : (x - 2)$

b) $(x^5 - 32) : (x - 2)$

c) $(4x^3 + 4x^2 - 5x + 3) : (x + 1)$

d) $(2,5x^3 + 1,5x^2 - 3,5x - 4,5) : (x - 1)$

011 ACTIVIDAD

Halla el cociente y el resto en cada caso:

a) $(x^4 - 2x^3 + 5x - 1) : (x - 2)$

b) $(x^4 + x^2 - 20x) : (x + 2)$

c) $(x^4 - 81) : (x + 3)$

012 ACTIVIDAD

Aplica la regla de Ruffini para calcular $P(-2)$ y $P(5)$, siendo:

$$P(x) = x^4 - 3x^2 + 5x - 7$$

1 0 -3 5 -7

013 ACTIVIDAD

Utiliza la regla de Ruffini para averiguar si el polinomio $x^4 - 3x^2 - 4$ es divisible por cada uno de los siguientes monomios:

$$x + 1; x - 1; x + 2; x - 2$$

014 ACTIVIDAD

Calcula, en cada caso, el valor de m para que las siguientes divisiones sean exactas:

a) $(2x^3 - 9x^2 + 2x + m) : (x - 4)$

b) $(x^4 + 3x^3 + mx - 3) : (x + 3)$

c) $(4x^3 + mx^2 - 2x + 1) : (x + 1)$

015 ACTIVIDAD

El resto de la división $(-x^3 + 3x^2 + kx + 7) : (x + 2)$ es igual a -7 .

¿Cuánto vale k ?

APARTADO 03

Factorización

11 actividades

016 ACTIVIDAD

Descompón en factores este polinomio: $x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 12x + 12$

017 ACTIVIDAD

Factoriza el siguiente polinomio: $x^4 + x^3 - 27x^2 - 25x + 50$

018 ACTIVIDAD

Observa y descompón en factores el polinomio:

$$x^4 - 8x^3 + 11x^2 + 32x - 60$$

	1	-8	11	32	-60
2		2	-12	-2	60
	1	-6	-1	30	0
-2		-2	16	-30	
	1	-8	15	0	
3		3	-15		
	1	-5	0		

019 ACTIVIDAD

Razona por qué $x - 1$, $x + 1$, $x + 5$, $x - 5$ son, en principio, posibles divisores del polinomio $x^3 - x^2 - 25x + 25$.

- a) Razona por qué $x - 3$ no puede serlo.
b) Descompón en factores dicho polinomio.
-
-
-

020 ACTIVIDAD

Factoriza estos polinomios:

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------|
| a) $x^3 + x^2 - 32x - 60$ | b) $x^3 + 8x^2 + 21x + 18$ |
| c) $x^4 - 10x^2 + 9$ | d) $x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ |
| e) $x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 8x$ | f) $x^4 + 5x^2 - 36$ |
| g) $x^4 - 81$ | h) $x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 3x - 4$ |
-
-
-

021 ACTIVIDAD

Factoriza los siguientes polinomios:

- | | | |
|----------------------------|----------------------|-------------------|
| a) $x^2 - 4x$ | b) $x^2 - 2x$ | c) $4x - 12$ |
| d) $x^3 - 7x^2 + 16x - 12$ | e) $x^2 - 2x + 1$ | f) $x^2 + 2x - 3$ |
| g) $x^3 + 4x^2 + 3x$ | h) $x^3 - 4x^2 - 5x$ | i) $x^3 - x$ |
| j) $x^4 + 2x^3 + x^2$ | k) $x^5 - 16x$ | l) $x^3 - 10^6x$ |
-
-
-

022 ACTIVIDAD

Descompón en factores los siguientes polinomios:

- | | | | |
|------------------|--------------------|---------------------|---------------|
| a) $x^2 - x - 6$ | b) $x^2 + 5x - 14$ | c) $2x^2 - 8x - 10$ | d) $4x^2 - 9$ |
|------------------|--------------------|---------------------|---------------|
-
-
-

023 ACTIVIDAD

Descompón en factores los siguientes polinomios y di cuáles son sus raíces:

a) $x^3 - x^2 + 9x - 9$ b) $x^4 + x^2 - 20$ c) $x^3 + x^2 - 5x - 5$ d) $x^4 - 81$

024 ACTIVIDAD

Saca factor común y utiliza los productos notables para factorizar los polinomios siguientes:

a) $x^3 - x$ b) $4x^4 - 16x^2$ c) $x^3 + 2x^2 + x$
d) $3x^2 + 30x + 75$ e) $5x^3 - 45x$ f) $2x^3 - 8x^2 + 8x$

025 ACTIVIDAD

Descompón en factores los siguientes polinomios y di cuáles son sus raíces:

a) $2x^6 - 14x^4 + 12x^3$ b) $6x^3 + 7x^2 - x - 2$
c) $x^5 - 16x$ d) $2x^4 - 2x^3 - 18x^2 + 18x$

026 ACTIVIDAD

Factoriza los siguientes polinomios señalando sus raíces:

a) $P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$ b) $Q(x) = 2x^3 - x^2 - x$

APARTADO 04

Fracciones algebraicas

11 actividades

027 ACTIVIDAD

Simplifica:

a) $\frac{x^3 - 4x}{x^2 - 2x}$

b) $\frac{4x - 12}{x^3 - 7x^2 + 16x - 12}$

c) $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x - 3}$

d) $\frac{x^4}{x^3 + 3x^2}$

e) $\frac{x^3 + 4x^2 + 3x}{x^3 - 4x^2 - 5x}$

f) $\frac{x^3 - x}{x^4 + 2x^3 + x^2}$

028 ACTIVIDAD

Efectúa las siguientes sumas:

a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} - \frac{3}{10}$

b) $\frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} - 3$

c) $\frac{4}{x} + \frac{2(x+1)}{3(x-2)} - 4$

d) $\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} - \frac{3}{2}$

e) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{3}{4}$

f) $\frac{x+3}{x-1} - \frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{26}{25}$

029 ACTIVIDAD

Efectúa estas operaciones:

a) $\frac{x^2 - 2x + 3}{x - 2} \cdot \frac{2x + 3}{x + 5}$

b) $\frac{x^2 - 2x + 3}{x - 2} : \frac{2x + 3}{x + 5}$

030 ACTIVIDAD

Calcula:

a) $\frac{x+2}{x} : \left(\frac{x-1}{3} \cdot \frac{x}{2x+1} \right)$

b) $\frac{x^4 - x^2}{x^2 + 1} \cdot \frac{x^4 + x^2}{x^4}$

031 ACTIVIDAD

Descompón en factores y simplifica las siguientes fracciones:

a) $\frac{x+1}{x^2-1}$

b) $\frac{x^2-4}{x^2+4x+4}$

c) $\frac{x^2+x}{x^2+2x+1}$

d) $\frac{x^2+x-6}{x-2}$

032 ACTIVIDAD

Reduce al mínimo común denominador y opera:

a) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{3}{x+1} + \frac{x-2}{x^2-1}$

b) $\frac{1-x}{x+3} + \frac{2x}{x-2} - \frac{x^2+5x-10}{x^2+x-6}$

c) $\frac{x^2}{x^2+2x+1} - \frac{2x-3}{x-1} + 3$

033 ACTIVIDAD

Efectúa las siguientes operaciones reduciendo al mínimo común denominador:

a) $\frac{x-1}{x} - \frac{x+1}{2x} + \frac{1}{3x}$

b) $\frac{2x-1}{x^2} - \frac{x-3}{2x}$

c) $\frac{x+2}{x} - \frac{1}{x-1}$

d) $\frac{1}{2x+4} - \frac{2}{3x+6}$

034 ACTIVIDAD

Opera y simplifica:

a) $\frac{3}{x} : \frac{x-3}{x}$

b) $\frac{x+1}{3} \cdot \frac{15}{x^2-1}$

c) $\left(\frac{x^3}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{x}\right)^3$

d) $\frac{x-2}{x} : \left(\frac{x-2}{x}\right)^2$

035 ACTIVIDAD

Opera y simplifica:

a) $\left(\frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1}\right) : \frac{x}{x+1}$

b) $\left(1 - \frac{1}{x}\right) : \left(1 + \frac{1}{x}\right) : (x^2-1)$

c) $\left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}\right) : \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}\right)$

d) $\left(x + \frac{1}{x}\right) : \left(x - \frac{1}{x}\right) (x-1)$

e) $\left(\frac{x-2}{x-3} - \frac{x-3}{x-2}\right) : \left(\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-2}\right)$

036 ACTIVIDAD

Opera y simplifica:

a)
$$\frac{(2x + 3)(x + 1) - (x^2 + 3x + 11)}{(x + 1)^2}$$

b)
$$\frac{(2x + 3)(x + 1) - (x^2 + 3x)}{(x + 1)^2}$$

c)
$$\frac{2x(x^2 + 1) - x^2 \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2}$$

d)
$$\frac{2x(x^2 - 2x) - (x^2 + 2)(2x - 2)}{(x^2 - 2x)^2}$$

e)
$$\frac{2x \cdot x^2 - (x^2 - 1)2x}{x^4}$$

f)
$$\frac{(2x - 5)(x - 2) - (x^2 - 5x + 7)}{(x - 2)^2}$$

g)
$$\frac{3x^2(x^2 + 1) - x^3 \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2}$$

h)
$$\frac{2x(x^2 - 2x) - (x^2 + 1)(2x - 2)}{(x^2 - 2x)^2}$$

037 ACTIVIDAD

Opera y simplifica el resultado:

a)
$$\frac{(x + 5)^2 - 2x(x + 5)}{(x + 5)^4}$$

b)
$$\left(\frac{x+1}{x} - \frac{x}{x+2}\right) : \left(1 + \frac{x}{x+2}\right)$$

COMPRUEBA TUS RESPUESTAS

Solucionario

Busca el código de cada actividad. En las preguntas abiertas se ofrece una respuesta orientativa.

01 · Operaciones y división

001 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{r}
 x^5 \quad - 6x^3 \quad - 25x \quad | \quad x^2 + 3x \\
 -x^5 - 3x^4 \\
 \hline
 -3x^4 \\
 3x^4 + 9x^3 \\
 \hline
 3x^3 \\
 -3x^3 - 9x^2 \\
 \hline
 -9x^2 \\
 9x^2 + 27x \\
 \hline
 2x
 \end{array}$$

Cociente: $x^3 - 3x^2 + 3x - 9$
 Resto: $2x$

002 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{r}
 6x^5 + 9x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 8x + 5 \quad | \quad 3x^2 - 3x - 1 \\
 -6x^5 + 6x^4 + 2x^3 \\
 \hline
 15x^4 - 5x^3 \\
 -15x^4 + 15x^3 + 5x^2 \\
 \hline
 10x^3 + 12x^2 \\
 -10x^3 + 10x^2 + \frac{10}{3}x \\
 \hline
 22x^2 - \frac{14}{3}x \\
 -22x^2 + 22x + \frac{22}{3} \\
 \hline
 \frac{52}{3}x + \frac{37}{3}
 \end{array}$$

003 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{r}
 2x^4 - x^3 + x^2 - 3x - 7 \\
 -2x^4 + 4x^3 - 2x^2 + 6x \\
 \hline
 3x^3 - x^2 + 3x - 7 \\
 -3x^3 + 6x^2 - 3x + 9 \\
 \hline
 5x^2 + 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \overline{) x^3 - 2x^2 + x - 3} \\
 2x + 3
 \end{array}$$

004 SOLUCIÓN

El cociente es de grado tres. El resto es de grado inferior a dos.

005 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } x^4 - 5x^3 + 3x^2 + ax + b \quad \overline{) x^2 - 5x + 1} \\
 -x^4 + 5x^3 - x^2 \quad x^2 + 2 \\
 \hline
 2x^2 + ax + b \\
 -2x^2 + 10x - 2 \\
 \hline
 (10 + a)x + (b - 2)
 \end{array}$$

Para que la división sea exacta, debe cumplirse:

$$\begin{cases} 10 + a = 0 \\ b - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -10 \\ b = 2 \end{cases}$$

b) Para que el resto sea $3x - 7$, debe cumplirse:

$$\begin{cases} 10 + a = 3 \\ b - 2 = -7 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -7 \\ b = -5 \end{cases}$$

006 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } x + 9 \quad \overline{) x + 6} \\
 -x - 6 \quad 1 \\
 \hline
 3
 \end{array}
 \quad
 \frac{x + 9}{x + 6} = 1 + \frac{3}{x + 6}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } x + 6 \quad | \quad x + 9 \\ -x - 9 \quad 1 \\ \hline -3 \end{array}$$

$$\frac{x+6}{x+9} = 1 + \frac{-3}{x+9}$$

$$\text{c) } \frac{2x+3}{2x} = \frac{2x}{2x} + \frac{3}{2x} = 1 + \frac{3}{2x}$$

$$\begin{array}{r} \text{d) } x^2 + 2x + 5 \quad | \quad x^2 + 2x + 2 \\ -x^2 - 2x - 2 \quad 1 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\frac{x^2 + 2x + 5}{x^2 + 2x + 2} = 1 + \frac{3}{x^2 + 2x + 2}$$

$$\begin{array}{r} \text{e) } 3x^2 - 4 \quad | \quad x + 1 \\ -3x^2 - 3x \quad 3x - 3 \\ \hline -3x - 4 \\ 3x + 3 \\ \hline -1 \end{array}$$

$$\frac{3x^2 - 4}{x + 1} = 3x - 3 + \frac{-1}{x + 1}$$

$$\begin{array}{r} \text{f) } x^3 - x^2 + 2x + 1 \quad | \quad x^2 + 5x - 2 \\ -x^3 - 5x^2 + 2x \quad x - 6 \\ \hline -6x^2 + 4x + 1 \\ 6x^2 + 30x - 12 \\ \hline 34x - 11 \end{array}$$

$$\frac{x^3 - x^2 + 2x + 1}{x^2 + 5x - 2} = x - 6 + \frac{34x - 11}{x^2 + 5x - 2}$$

$$\text{g) } x^4 + 3x^2 + 2x + 3 \quad | \quad x^2 + 4x - 1$$

$$\begin{array}{r}
 -x^4 - 4x^3 + \quad x^2 \\
 \hline
 -4x^3 + 4x^2 + 2x + 3 \\
 4x^3 + 16x^2 - 4x \\
 \hline
 20x^2 - 2x + 3 \\
 -20x^2 - 80x + 20 \\
 \hline
 -82x + 23
 \end{array}
 \qquad
 x^2 - 4x + 20$$

$$\frac{x^4 + 3x^2 + 2x + 3}{x^2 + 4x - 1} = x^2 - 4x + 20 + \frac{-82x + 23}{x^2 + 4x + 20}$$

h) $3x^3 + 4x^2 - 5x + 2 \quad | \quad x + 2$

$$\begin{array}{r}
 3x^3 + 4x^2 - 5x + 2 \\
 -3x^3 - 6x^2 \\
 \hline
 -2x^2 - 5x + 2 \\
 2x^2 + 4x \\
 \hline
 -x + 2 \\
 x + 2 \\
 \hline
 4
 \end{array}
 \qquad
 3x^2 - 2x - 1$$

$$\frac{3x^3 + 4x^2 - 5x + 2}{x + 2} = 3x^2 - 2x - 1 + \frac{4}{x + 2}$$

007 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } x^4 \quad - 4x^2 + 12x - 9 \\
 \underline{-x^4 + 2x^3 - 3x^2} \\
 2x^3 - 7x^2 + 12x - 9 \\
 \underline{-2x^3 + 4x^2 - 6x} \\
 -3x^2 + 6x - 9 \\
 \underline{3x^2 - 6x + 9} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \overline{x^2 - 2x + 3} \\
 x^2 + 2x - 3
 \end{array}$$

Cociente = $x^2 + 2x - 3$
 Resto = 0

$$\begin{array}{r}
 \text{b) } 3x^3 - 5x^2 + 7x - 3 \\
 \underline{-3x^3 \quad + 3x} \\
 -5x^2 + 10x - 3 \\
 \underline{5x^2 \quad - 5} \\
 10x - 8
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \overline{x^2 - 1} \\
 3x - 5
 \end{array}$$

Cociente = $3x - 5$
 Resto = $10x - 8$

$$\begin{array}{r}
 \text{c) } 3x^4 \quad - x^2 \quad - 1 \\
 \underline{-3x^4 + 3x^3 + 4x^2} \\
 3x^3 + 3x^2 \quad - 1 \\
 \underline{-3x^3 + 3x^2 + 4x} \\
 6x^2 + 4x - 1 \\
 \underline{-6x^2 + 6x + 8} \\
 10x + 7
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \overline{3x^2 - 3x - 4} \\
 x^2 + x + 2
 \end{array}$$

Cociente = $x^2 + x + 2$
 Resto = $10x + 7$

008 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } 4x^2 - 4x + 1 \quad | 2x + 1 \\
 \underline{-4x^2 - 2x} \qquad 2x - 3 \\
 -6x + 1 \\
 \underline{6x + 3} \\
 4
 \end{array}$$

$$\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x + 1} = 2x - 3 + \frac{4}{2x + 1}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{b) } 6x^3 + 5x^2 - 9x \quad | 3x - 2 \\
 \underline{-6x^3 + 4x^2} \qquad 2x^2 + 3x - 1 \\
 9x^2 - 9x \\
 \underline{-9x^2 + 6x} \\
 -3x \\
 \underline{3x - 2} \\
 -2
 \end{array}$$

$$\frac{6x^3 + 5x^2 - 9x}{3x - 2} = 2x^2 + 3x - 1 + \frac{-2}{3x - 2}$$

$$\text{c) } 15x - 2x^3 - 4 + x^4 = x^4 - 2x^3 + 15x - 4$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & -2 & 0 & 15 & -4 \\
 2 & & 2 & 0 & 0 & 30 \\
 \hline
 & 1 & 0 & 0 & 15 & 26
 \end{array}$$

$$\frac{15x - 2x^3 - 4 + x^4}{x - 2} = x^3 + 15 + \frac{26}{x - 2}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{d) } 2x^3 - 5x^2 \qquad + 18 \quad | 2x + 3 \\
 \underline{-2x^3 - 3x^2} \qquad x^2 - 4x + 6 \\
 -8x^2 \qquad + 18 \\
 \underline{8x^2 + 12x} \\
 12x + 18 \\
 \underline{-12x - 18} \\
 0
 \end{array}$$

$$\frac{18 + 2x^3 - 5x^2}{2x + 3} = x^2 - 4x + 6$$

02 · Regla de Ruffini

009 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{a)} & 1 & -3 & 2 & 4 \\ -1 & & -1 & 4 & -6 \\ \hline & 1 & -4 & 6 & -2 \end{array}$$

$$\text{Cociente: } x^2 - 4x + 6$$

$$\text{Resto: } -2$$

$$\begin{array}{r|rrrrrrr} \text{b)} & 5 & 14 & -5 & -4 & 5 & -2 \\ -3 & & -15 & 3 & 6 & -6 & 3 \\ \hline & 5 & -1 & -2 & 2 & -1 & 1 \end{array}$$

$$\text{Cociente: } 5x^4 - x^3 - 2x^2 + 2x - 1$$

$$\text{Resto: } 1$$

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{c)} & 2 & 0 & -15 & -8 \\ 3 & & 6 & 18 & 9 \\ \hline & 2 & 6 & 3 & 1 \end{array}$$

$$\text{Cociente: } 2x^2 + 6x + 3$$

$$\text{Resto: } 1$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} \text{d)} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & & -1 & 1 & -2 & 2 \\ \hline & 1 & -1 & 2 & -2 & 3 \end{array}$$

$$\text{Cociente: } x^3 - x^2 + 2x - 2$$

$$\text{Resto: } 3$$

010 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{r|rrrrrr} \text{a)} & & 2 & 1 & 0 & -5 & -3 \\ 2 & & & 4 & 10 & 20 & 30 \\ \hline & & 2 & 5 & 10 & 15 & 27 \end{array}$$

Cociente: $2x^3 + 5x^2 + 10x + 15$

Resto: 27

$$\begin{array}{r|rrrrrrr} \text{b)} & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -32 \\ 2 & & & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 \\ \hline & & 1 & 2 & 4 & 8 & 16 & 0 \end{array}$$

Cociente: $x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16$

Resto: 0

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{c)} & & 4 & 4 & -5 & 3 \\ -1 & & & -4 & 0 & 5 \\ \hline & & 4 & 0 & -5 & 8 \end{array}$$

Cociente: $4x^2 - 5$

Resto: 8

$$\begin{array}{r|rrrr} \text{d)} & & 2,5 & 1,5 & -3,5 & -4,5 \\ 1 & & & 2,5 & 4 & 0,5 \\ \hline & & 2,5 & 4 & 0,5 & -4 \end{array}$$

Cociente: $2,5x^2 + 4x + 0,5$

Resto: -4

011 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{r|rrrrr} \text{a)} & & 1 & -2 & 0 & 5 & -1 \\ 2 & & & 2 & 0 & 0 & 10 \\ \hline & & 1 & 0 & 0 & 5 & 9 \end{array}$$

Cociente: $x^3 + 5$

Resto: 9

$$\begin{array}{r|rrrrr} \text{b)} & & 1 & 0 & 1 & -20 & 0 \\ -2 & & & -2 & 4 & -10 & 60 \\ \hline & & 1 & -2 & 5 & -30 & 60 \end{array}$$

Cociente: $x^3 - 2x^2 + 5x - 30$

Resto: 60

$$\begin{array}{r|rrrrr} \text{c)} & & 1 & 0 & 0 & 0 & -81 \\ -3 & & & -3 & 9 & -27 & 81 \\ \hline & & 1 & -3 & 9 & -27 & 0 \end{array}$$

Cociente: $x^3 - 3x^2 + 9x - 27$

Resto: 0

012 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{r|rrrrr} -2 & & -2 & 4 & -2 & -6 \\ & 1 & -2 & 1 & 3 & -13 \end{array}$$

$P(-2) = -13$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 5 & 1 & 0 & -3 & 5 & -7 \\ & & 5 & 25 & 110 & 575 \\ \hline & 1 & 5 & 22 & 115 & 568 \end{array}$$

$P(5) = 568$

013 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 0 & -3 & 0 & -4 \\ & & -1 & 1 & 2 & -2 \\ \hline & 1 & -1 & -2 & 2 & -6 \end{array}$$

No es divisible por $(x + 1)$.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 0 & -3 & 0 & -4 \\ & & 1 & 1 & -2 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & -2 & -6 \end{array}$$

No es divisible por $(x - 1)$.

$$\begin{array}{r|rrrrr} -2 & 1 & 0 & -3 & 0 & -4 \\ & & -2 & 4 & -2 & 4 \\ \hline & 1 & -2 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

Sí es divisible por $(x + 2)$.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & 0 & -3 & 0 & -4 \\ & & 2 & 4 & 2 & 4 \\ \hline & 2 & 2 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

Sí es divisible por $(x - 2)$.

014 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{r|rrrr}
 a) & 2 & -9 & 2 & m \\
 4 & & 8 & -4 & -8 \\
 \hline
 & 2 & -1 & -2 & m-8
 \end{array}$$

$$m - 8 = 0 \rightarrow m = 8$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 b) & 1 & 3 & 0 & m & -3 \\
 -3 & & -3 & 0 & 0 & -3m \\
 \hline
 & 1 & 0 & 0 & m & -3m-3
 \end{array}$$

$$-3m - 3 = 0 \rightarrow m = -1$$

$$c) P(x) = 4x^3 + mx^2 - 2x + 1$$

$$P(-1) = -4 + m + 2 + 1 = m - 1 = 0 \rightarrow m = 1$$

015 SOLUCIÓN

Si llamamos $P(x) = -x^3 + 3x^2 + kx + 7$, entonces:

$$P(-2) = 8 + 12 - 2k + 7 = 27 - 2k = -7 \rightarrow k = 17$$

03 · Factorización

016 SOLUCIÓN

	1	-4	7	-12	12
2		2	-4	6	-12
	1	-2	3	-6	0
2		2	0	6	
	1	0	3	0	

$$x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 12x + 12 = (x - 2)^2 (x^2 + 3)$$

017 SOLUCIÓN

	1	1	-27	-25	50
1		1	2	-25	-50
	1	2	-25	-50	0
-2		-2	0	50	
	1	0	-25	0	

$$x^2 - 25 = 0 \rightarrow x^2 = 25 \begin{cases} x = -5 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$x^4 + x^3 - 27x^2 - 25x + 50 = (x - 1)(x + 2)(x - 5)(x + 5)$$

018 SOLUCIÓN

$$x^4 - 8x^3 + 11x^2 + 32x - 60 = (x - 2)(x + 2)(x - 3)(x - 5)$$

019 SOLUCIÓN

Los divisores del término independiente (25) son: 1 -1, 5, -5, 25, -25

Por tanto, los polinomios $(x - 1)$, $(x + 1)$, $(x - 5)$, $(x + 5)$ son posibles divisores del polinomio dado.

a) 3 no es divisor de 25.

b)

1	1	-1	-25	25
1		1	0	-25
	1	0	-25	0
5		5	25	
	1	5	0	

$$x^3 - x^2 - 25x + 25 = (x - 1)(x - 5)(x + 5)$$

020 SOLUCIÓN

a)

	1	1	-32	-60
6		6	42	60
	1	7	10	0
-2		-2	-10	
	1	5	0	

$$x^3 + x^2 - 32x - 60 = (x - 6)(x + 2)(x + 5)$$

b)

	1	8	21	18
-2		-2	-12	-18
	1	6	9	0
-3		-3	-9	
	1	3	0	

$$x^3 + 8x^2 + 21x + 18 = (x + 2)(x + 3)^2$$

c)

	1	0	-10	0	9
1		1	1	-9	-9
	1	1	-9	-9	0
-1		-1	0	9	
	1	0	-9	0	
3		3	9		
	1	3	0		

$$x^4 - 10x^2 + 9 = (x - 1)(x + 1)(x - 3)(x + 3)$$

d)

	1	-5	2	8
-1		-1	6	-8
	1	-6	8	0
2		2	-8	
	1	-4	0	

$$x^3 - 5x^2 + 2x + 8 = (x + 1)(x - 2)(x - 4)$$

e) Utilizamos el resultado obtenido en el apartado anterior:

$$x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 8x = x(x^3 - 5x^2 + 2x + 8) = x(x + 1)(x - 2)(x - 4)$$

f)

	1	0	5	0	-36
2		2	4	18	36
	1	2	9	18	0
-2		-2	0	-18	
	1	0	9	0	

El polinomio $x^2 + 9$ no tiene raíces reales.

Por tanto, $x^4 + 5x^2 - 36 = (x^2 + 9) \cdot (x - 2) \cdot (x + 2)$

g)

	1	0	0	0	-81
3		3	9	27	81
	1	3	9	27	0
-3		-3	0	-27	
	1	0	9	0	

$$x^4 - 81 = (x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)$$

h)

	1	3	-5	-3	4
-4		-4	4	4	-4
	1	-1	-1	1	0
-1		-1	2	-1	
	1	-2	1	0	
1		1	-1		
	1	-1	0		

$$x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 3x + 4 = (x + 4)(x + 1)(x - 1)^2$$

021 SOLUCIÓN

a) $x^2 - 4x = x(x - 4)$

c) $4x - 12 = 4(x - 3)$

e) $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

g) $x^3 + 4x^2 + 3x = x(x + 1)(x + 3)$

i) $x^3 - x = x(x - 1)(x + 1)$

k) $x^5 - 16x = x(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$

b) $x^2 - 2x = x(x - 2)$

d) $x^3 - 7x^2 + 16x - 12 = (x - 2)^2(x - 3)$

f) $x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3)$

h) $x^3 - 4x^2 - 5x = x(x + 1)(x - 5)$

j) $x^4 + 2x^3 + x^2 = x^2(x + 1)^2$

l) $x^3 - 10^6x = x(x - 1\,000)(x + 1\,000)$

022 SOLUCIÓN

$$a) x^2 - x - 6 = (x + 3)(x - 2)$$

$$x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 6}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{matrix} 3 \\ -2 \end{matrix}$$

$$b) x^2 + 5x - 14 = (x - 2)(x + 7)$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 4 \cdot 14}}{2} = \frac{-5 \pm 9}{2} = \begin{matrix} 2 \\ -7 \end{matrix}$$

$$c) 2x^2 - 8x - 10 = 2(x^2 - 4x - 5) = 2(x - 5)(x + 1)$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot 5}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} = \begin{matrix} 5 \\ -1 \end{matrix}$$

$$d) 4x^2 - 9 = 4 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right) \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

$$4x^2 - 9 = 0 \rightarrow 4x^2 = 9 \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{9}{4}} = \pm \frac{3}{2}$$

023 SOLUCIÓN

$$a) \begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & 9 & -9 \\ 1 & & 1 & 0 & 9 \\ \hline & 1 & 0 & 9 & 0 \end{array}$$

$$x^3 - x^2 + 9x - 9 = (x - 1)(x^2 + 9) \rightarrow \text{Raíces: } x = 1$$

$$b) \begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & 1 & 0 & -20 \\ 2 & & 2 & 4 & 10 & 20 \\ \hline & 1 & 2 & 5 & 10 & 0 \\ -2 & & -2 & 0 & -10 & \\ \hline & 1 & 0 & 5 & 0 & \end{array}$$

$$x^4 + x^2 - 20 = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 5) \rightarrow \text{Raíces: } x_1 = 2; x_2 = -2$$

$$c) \begin{array}{r|rrrr} & 1 & 1 & -5 & -5 \\ -1 & & -1 & 0 & 5 \\ \hline & 1 & 0 & -5 & 0 \end{array}$$

$$x^2 - 5 = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{5}$$

$$x^3 + x^2 - 5x - 5 = (x + 1)(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$$

$$\text{Raíces: } x_1 = -1; x_2 = \sqrt{5}; x_3 = -\sqrt{5}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 d) & 1 & 0 & 0 & 0 & -81 \\
 3 & & 3 & 9 & 27 & 81 \\
 \hline
 & 1 & 3 & 9 & 27 & 0 \\
 -3 & & -3 & 0 & -27 & \\
 \hline
 & 1 & 0 & 9 & 0 &
 \end{array}$$

$$x^4 - 81 = (x - 3)(x + 3)(x^2 + 9) \rightarrow \text{Raíces: } x_1 = 3; x_2 = -3$$

024 SOLUCIÓN

- a) $x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x - 1)(x + 1)$
 b) $4x^4 - 16x^2 = 4x^2(x^2 - 4) = 4x^2(x - 2)(x + 2)$
 c) $x^3 + 2x^2 + x = x(x^2 + 2x + 1) = x(x + 1)^2$
 d) $3x^2 + 30x + 75 = 3(x^2 + 10x + 25) = 3(x + 5)^2$
 e) $5x^3 - 45x = 5x(x^2 - 9) = 5x(x - 3)(x + 3)$
 f) $2x^3 - 8x^2 + 8x = 2x(x^2 - 4x + 4) = 2x(x - 2)^2$

025 SOLUCIÓN

$$a) 2x^6 - 14x^4 + 12x^3 = 2x^3(x^3 - 7x + 6) = 2x^3(x - 1)(x - 2)(x + 3)$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 0 & -7 & 6 \\
 1 & & 1 & 1 & -6 \\
 \hline
 & 1 & 1 & -6 & 0 \\
 2 & & 2 & 6 & \\
 \hline
 & 1 & 3 & 0 &
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Raíces: } x_1 &= 0; x_2 = 1 \\
 x_3 &= 2; x_4 = -3
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 b) & 6 & 7 & -1 & -2 \\
 -1 & & -6 & -1 & 2 \\
 \hline
 & 6 & 1 & -2 & 0
 \end{array}$$

$$6x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{12} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{12} = \frac{-1 \pm 7}{12} = \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$6x^3 + 7x^2 - x - 2 = (x + 1)(6x^2 + x - 2) = (x + 1) 6\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right) =$$

$$= (x + 1)(2x - 1)(3x + 2)$$

Raíces: $x_1 = -1$; $x_2 = \frac{1}{2}$; $x_3 = -\frac{2}{3}$

c) $x^5 - 16x = x(x^4 - 16) = x(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$

2	1	0	0	0	-16
		2	4	8	16
	1	2	4	8	0
-2		-2	0	-8	
	1	0	4		0

Raíces: $x_1 = 0$; $x_2 = 2$; $x_3 = -2$

d) $2x^4 - 2x^3 - 18x^2 + 18x = 2x(x^3 - x^2 - 9x + 9) =$
 $= 2x(x - 1)(x^2 - 9) = 2x(x - 1)(x - 3)(x + 3)$

	1	-1	-9	9
1		1	0	-9
	1	0	-9	0

Raíces: $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = 3$; $x_4 = -3$

026 SOLUCIÓN

a) $P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$

Aplicamos Ruffini:

	1	1	-4	-4
-1		-1	0	4
	1	0	-4	0
2		2	4	
	1	2	0	
-2		-2		
	1	0		

$$P(x) = (x + 1)(x - 2)(x + 2)$$

Las raíces de $P(x)$ son -2 , -1 y 2 .

b) $Q(x) = 2x^3 - x^2 - x$

Sacando factor común: $Q(x) = x(2x^2 - x - 1)$ Aplicando la fórmula para resolver ecuaciones de 2.º grado a $2x^2 - x - 1$:

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4} \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2} \\ x_2 = 1 \end{cases} \quad Q(x) = 2x(x - 1)\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

Las raíces de $Q(x)$ son $-\frac{1}{2}$, 0 y 1 .

04 · Fracciones algebraicas

027 SOLUCIÓN

$$a) \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 2x} = \frac{x(x^2 - 4)}{x(x - 2)} = \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x + 2)(x - 2)}{(x - 2)} = x + 2$$

$$b) \begin{array}{r|rrrr} & 1 & -7 & 16 & -12 \\ 3 & & 3 & -12 & 12 \\ \hline & 1 & -4 & 4 & 0 \end{array}$$

$$\frac{4x - 12}{x^3 - 7x^2 + 16x - 12} = \frac{4(x - 3)}{(x - 3)(x^2 - 4x + 4)} = \frac{4}{x^2 - 4x + 4}$$

$$c) \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} \begin{cases} \frac{-2 + 4}{2} = 1 \\ \frac{-2 - 4}{2} = -3 \end{cases}$$

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x - 3} = \frac{(x - 1)^2}{(x - 1)(x + 3)} = \frac{x - 1}{x + 3}$$

$$d) \frac{x^4}{x^3 + 3x^2} = \frac{x^2 \cdot x^2}{x^2(x + 3)} = \frac{x^2}{x + 3}$$

$$e) \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} \begin{cases} \frac{-4 + 2}{2} = -1 \\ \frac{-4 - 2}{2} = -3 \end{cases} \quad \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} \begin{cases} \frac{4 + 6}{2} = 5 \\ \frac{4 - 6}{2} = -1 \end{cases}$$

$$\frac{x^3 + 4x^2 + 3x}{x^3 - 4x^2 - 5x} = \frac{x(x^2 + 4x + 3)}{x(x^2 - 4x - 5)} = \frac{(x + 1)(x + 3)}{(x + 1)(x - 5)} = \frac{x + 3}{x - 5}$$

$$f) \frac{x^3 - x}{x^4 + 2x^3 + x^2} = \frac{x(x^2 - 1)}{x^2(x^2 + 2x + 1)} = \frac{(x + 1)(x - 1)}{x(x + 1)^2} = \frac{x - 1}{x(x + 1)}$$

028 SOLUCIÓN

$$a) \frac{1}{x} + \frac{1}{x + 3} - \frac{3}{10} = \frac{10(x + 3) + 10x - 3x(x + 3)}{x(x + 3)10} = \frac{10x + 30 + 10x - 3x^2 - 9x}{10x^2 + 30x} =$$

$$= \frac{11x - 3x^2 + 30}{10x^2 + 30x}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} - 3 &= \frac{x(x+1) + 2x(x-1) - 3(x^2-1)}{x^2-1} = \\ &= \frac{x^2+x+2x^2-2x-3x^2+3}{x^2-1} = \frac{-x+3}{x^2-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{4}{x} + \frac{2(x+1)}{3(x-2)} - 4 &= \frac{12(x-2) + 2x(x+1) - 12x(x-2)}{3x(x-2)} = \\ &= \frac{12x-24+2x^2+2x-12x^2+24x}{3x^2-6x} = \frac{-10x^2+38x-24}{3x^2-6x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} - \frac{3}{2} &= \frac{10(x+3) + 2x(x+2) - 3(x+2)(x+3)}{2(x+2)(x+3)} = \\ &= \frac{10x+30+2x^2+4x-3x^2-9x-6x-18}{2x^2+4x+6x+12} = \frac{-x^2-x+12}{2x^2+10x+12} \end{aligned}$$

$$\text{e) } \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{3}{4} = \frac{4x+4-3x^2}{4x^2} = \frac{-3x^2+4x+4}{4x^2}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \frac{x+3}{x-1} - \frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{26}{25} &= \frac{25(x+3)(x+1) - 25(x^2+1) - 26(x^2-1)}{(x^2-1)25} = \\ &= \frac{25x^2+75x+25x+75-25x^2-25-26x^2+26}{(x^2-1)25} = \\ &= \frac{-26x^2+100x+76}{25x^2-25} \end{aligned}$$

029 SOLUCIÓN

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x^2-2x+3}{x-2} \cdot \frac{2x+3}{x+5} &= \frac{(x^2-2x+3)(2x+3)}{(x-2)(x+5)} = \\ &= \frac{2x^3+3x^2-4x^2-6x+6x+9}{x^2+5x-2x-10} = \frac{2x^3-x^2+9}{x^2+3x-10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x^2-2x+3}{x-2} : \frac{2x+3}{x+5} &= \frac{x^2-2x+3}{x-2} \cdot \frac{x+5}{2x+3} = \frac{(x^2-2x+3)(x+5)}{(x-2)(2x+3)} = \\ &= \frac{x^3-2x^2+3x+5x^2-10x+15}{2x^2+3x-4x-6} = \frac{x^3+3x^2-7x+15}{2x^2-x-6} \end{aligned}$$

030 SOLUCIÓN

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \frac{x+2}{x} : \left(\frac{x-1}{3} \cdot \frac{x}{2x+1} \right) &= \frac{x+2}{x} : \frac{(x-1)x}{3(2x+1)} = \frac{x+2}{x} \cdot \frac{3(2x+1)}{(x-1)x} = \\
 &= \frac{3(2x+1)(x+2)}{x^2(x-1)} = \frac{3(2x^2+4x+x+2)}{x^3-x^2} = \\
 &= \frac{6x^2+15x+6}{x^3-x^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \frac{x^4-x^2}{x^2+1} \cdot \frac{x^4+x^2}{x^4} &= \frac{(x^4-x^2)(x^4+x^2)}{(x^2+1)x^4} = \frac{x^8-x^4}{x^6+x^4} = \frac{x^4(x^4-1)}{x^4(x^2+1)} = \\
 &= \frac{x^4-1}{x^2+1} = \frac{(x^2+1)(x^2-1)}{x^2+1} = x^2-1
 \end{aligned}$$

031 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \frac{x+1}{x^2-1} = \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x-1}$$

$$\text{b) } \frac{x^2-4}{x^2+4x+4} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{x-2}{x+2}$$

$$\text{c) } \frac{x^2+x}{x^2+2x+1} = \frac{x(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{x}{x+1}$$

$$\text{d) } \frac{x^2+x-6}{x-2} = \frac{(x+3)(x-2)}{x-2} = x+3$$

032 SOLUCIÓN

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x+1}{x-1} - \frac{3}{x+1} + \frac{x-2}{x^2-1} &= \frac{(x+1)^2 - 3(x-1) + (x-2)}{x^2-1} = \\ &= \frac{x^2 + 2x + 1 - 3x + 3 + x - 2}{x^2-1} = \frac{x^2 + 2}{x^2-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{1-x}{x+3} + \frac{2x}{x-2} - \frac{x^2+5x-10}{x^2+x-6} &= \frac{(1-x)(x-2) + 2x(x+3) - (x^2+5x-10)}{(x+3)(x-2)} = \\ &= \frac{-x^2 + 3x - 2 + 2x^2 + 6x - x^2 - 5x + 10}{(x+3)(x-2)} = \frac{4x+8}{x^2+x-6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{x^2}{x^2+2x+1} - \frac{2x-3}{x-1} + 3 &= \frac{x^2(x-1) - (2x-3)(x+1)^2 + 3(x+1)^2(x-1)}{(x+1)^2(x-1)} = \\ &= \frac{x^3 - x^2 - (2x-3)(x^2+2x+1) + 3(x^2+2x+1)(x-1)}{(x+1)^2(x-1)} = \\ &= \frac{x^3 - x^2 - 2x^3 - 4x^2 - 2x + 3x^2 + 6x + 3 + 3x^3 - 3x^2 + 6x^2 - 6x + 3x - 3}{(x+1)^2(x-1)} = \\ &= \frac{2x^3 + x^2 + x}{(x+1)^2(x-1)} \end{aligned}$$

033 SOLUCIÓN

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x-1}{x} - \frac{x+1}{2x} + \frac{1}{3x} &= \frac{6(x-1)}{6x} - \frac{3(x+1)}{6x} + \frac{2}{6x} = \\ &= \frac{6x-6-3x-3+2}{6x} = \frac{3x-7}{6x} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{2x-1}{x^2} - \frac{x-3}{2x} = \frac{2(2x-1)}{2x^2} - \frac{x(x-3)}{2x^2} = \frac{4x-2-x^2+3x}{2x^2} = \frac{-x^2+7x-2}{2x^2}$$

$$\text{c) } \frac{x+2}{x} - \frac{1}{x-1} = \frac{(x+2)(x-1)}{x(x-1)} - \frac{x}{x(x-1)} = \frac{x^2+x-2-x}{x(x-1)} = \frac{x^2-2}{x^2-x}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{1}{2x+4} - \frac{2}{3x+6} &= \frac{1}{2(x+2)} - \frac{2}{3(x+2)} = \\ &= \frac{3}{6(x+2)} - \frac{4}{6(x+2)} = \frac{-1}{6(x+2)} = \frac{-1}{6x+12} \end{aligned}$$

034 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \frac{3}{x} : \frac{x-3}{x} = \frac{3x}{x(x-3)} = \frac{3}{x-3}$$

$$\text{b) } \frac{x+1}{3} \cdot \frac{15}{x^2-1} = \frac{15(x+1)}{3(x-1)(x+1)} = \frac{5}{(x-1)}$$

$$\text{c) } \left(\frac{x^3}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{x}\right)^3 = \frac{x^6}{36} \cdot \frac{27}{x^3} = \frac{27x^6}{36x^3} = \frac{3x^3}{4}$$

$$\text{d) } \frac{x-2}{x} : \left(\frac{x-2}{x}\right)^2 = \left(\frac{x-2}{x}\right)^{-1} = \frac{x}{x-2}$$

035 SOLUCIÓN

$$\begin{aligned} \text{a) } \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1}\right) : \frac{x}{x+1} &= \frac{x+1-2x}{x^2-1} : \frac{x}{x+1} = \\ &= \frac{-x+1}{x^2-1} : \frac{x}{x+1} = \frac{-(x-1)}{(x-1)(x+1)} : \frac{x}{x+1} = \\ &= \frac{-1}{x+1} : \frac{x}{x+1} = \frac{-(x+1)}{x(x+1)} = \frac{-1}{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \left[\left(1 - \frac{1}{x} \right) : \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right] : (x^2 - 1) &= \left[\frac{x-1}{x} : \frac{x+1}{x} \right] : (x^2 - 1) = \frac{x(x-1)}{x(x+1)} : (x^2 - 1) = \\
 &= \frac{x-1}{x+1} : (x^2 - 1) = \frac{x-1}{(x+1)(x^2 - 1)} = \\
 &= \frac{x-1}{(x+1)(x-1)(x+1)} = \frac{1}{(x+1)^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} \right) : \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} \right) &= \frac{x-1-x-1}{x^2-1} : \frac{x+1+x-1}{x^2-1} = \\
 &= \frac{-2}{x^2-1} : \frac{2x}{x^2-1} = \frac{-2(x^2-1)}{2x(x^2-1)} = \frac{-1}{x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } \left[\left(x + \frac{1}{x} \right) : \left(x - \frac{1}{x} \right) \right] (x-1) &= \left[\frac{x^2+1}{x} : \frac{x^2-1}{x} \right] (x-1) = \frac{x(x^2+1)}{x(x^2-1)} \cdot (x-1) = \\
 &= \frac{x^2+1}{(x+1)(x-1)} \cdot (x-1) = \frac{x^2+1}{x+1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } \left(\frac{x-2}{x-3} - \frac{x-3}{x-2} \right) : \left(\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-2} \right) &= \\
 &= \frac{x^2-4x+4-(x^2-6x+9)}{(x-3)(x-2)} : \frac{x-2+x+3}{(x-3)(x-2)} = \\
 &= \frac{2x-5}{(x-3)(x-2)} : \frac{2x-5}{(x-3)(x-2)} = 1
 \end{aligned}$$

036 SOLUCIÓN

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{(2x+3)(x+1) - (x^2+3x+11)}{(x+1)^2} &= \frac{(2x^2+5x+3) - (x^2+3x+11)}{(x+1)^2} = \\ &= \frac{x^2+2x-8}{(x+1)^2} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{(2x+3)(x+1) - (x^2+3x)}{(x+1)^2} = \frac{(2x^2+5x+3) - (x^2+3x)}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x+3}{(x+1)^2}$$

$$\text{c) } \frac{2x(x^2+1) - x^2 \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2x^3+2x-2x^3}{(x^2+1)^2} = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{2x(x^2-2x) - (x^2+2)(2x-2)}{(x^2-2x)^2} &= \frac{(2x^3-4x^2) - (2x^3-2x^2+4x-4)}{(x^2-2x)^2} = \\ &= \frac{-2x^2-4x+4}{(x^2-2x)^2} \end{aligned}$$

$$\text{e) } \frac{2x \cdot x^2 - (x^2-1)2x}{x^4} = \frac{2x^3 - (2x^3-2x)}{x^4} = \frac{2x}{x^4} = \frac{2}{x^3}$$

$$\text{f) } \frac{(2x-5)(x-2) - (x^2-5x+7)}{(x-2)^2} = \frac{(2x^2-9x+10) - (x^2-5x+7)}{(x-2)^2} = \frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$$

$$\text{g) } \frac{3x^2(x^2+1) - x^3 \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{3x^4+3x^2-2x^4}{(x^2+1)^2} = \frac{x^4+3x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2(x^2+3)}{(x^2+1)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{h) } \frac{2x(x^2-2x) - (x^2+1)(2x-2)}{(x^2-2x)^2} &= \frac{(2x^3-4x^2) - (2x^3-2x^2+2x-2)}{(x^2-2x)^2} = \\ &= \frac{-2x^2-2x+2}{(x^2-2x)^2} \end{aligned}$$

037 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \frac{(x+5)^2 - 2x(x+5)}{(x+5)^4} = \frac{(x+5) - 2x}{(x+5)^3} = \frac{5-x}{(x+5)^3}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \left(\frac{x+1}{x} - \frac{x}{x+2} \right) : \left(1 + \frac{x}{x+2} \right) &= \left(\frac{(x+1)(x+2) - x^2}{x(x+2)} \right) : \left(\frac{x+2+x}{x+2} \right) = \\ &= \left(\frac{x^2 + 3x + 2 - x^2}{x(x+2)} \right) : \left(\frac{2x+2}{x+2} \right) = \\ &= \left(\frac{3x+2}{x(x+2)} \right) \cdot \left(\frac{x+2}{2x+2} \right) = \frac{3x+2}{x(2x+2)} = \frac{3x+2}{2x^2+2x} \end{aligned}$$
