



1.º BACHILLERATO

Números reales

Matemáticas Aplicadas a las
Ciencias Sociales I

-
- | | |
|---|---|
| 01 Conjuntos numéricos y lenguaje matemático | 02 Intervalos y valor absoluto |
| 03 Potencias | 04 Radicales y racionalización |
| 05 Logaritmos | 06 Notación científica y errores |
| 07 Problemas aritméticos | 08 Repaso integrado |

CONTENIDOS

Índice

Actividades organizadas por conceptos para practicar, repasar y comprobar las respuestas. Cada ejercicio tiene un código que lo identifica también en el solucionario.

01	Conjuntos numéricos y lenguaje matemático	3
02	Intervalos y valor absoluto	9
03	Potencias	13
04	Radicales y racionalización	16
05	Logaritmos	23
06	Notación científica y errores	28
07	Problemas aritméticos	31
08	Repaso integrado	34
S	Solucionario	37

Cómo trabajar. Resuelve los ejercicios en el espacio disponible o en tu cuaderno. Comprueba los procedimientos y resultados al terminar cada bloque.

APARTADO 01

Conjuntos numéricos y lenguaje matemático

16 actividades

001 ACTIVIDAD

a

Di cuáles de las siguientes ecuaciones se pueden resolver en $\mathbb{Z}$ y para cuáles es necesario el conjunto de los números racionales, $\mathbb{Q}$.

a) $-5x = 60$

b) $-7x = 22$

c) $2x + 1 = 15$

d) $6x - 2 = 10$

e) $-3x - 3 = 1$

f) $-x + 7 = 6$

002 ACTIVIDAD

a

Resuelve, ahora, las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 - 9 = 0$

b) $5x^2 - 15 = 0$

c) $x^2 - 3x - 4 = 0$

d) $2x^2 - 5x + 1 = 0$

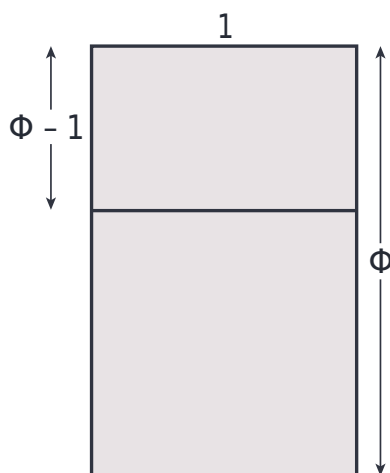
e) $7x^2 - 7x = 0$

f) $2x^2 + 3x = 0$

003 ACTIVIDAD

Demuestra que $\sqrt{2}$ es irracional. Para ello, supón que no lo es: $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$. Eleva al cuadrado y llega a una contradicción.

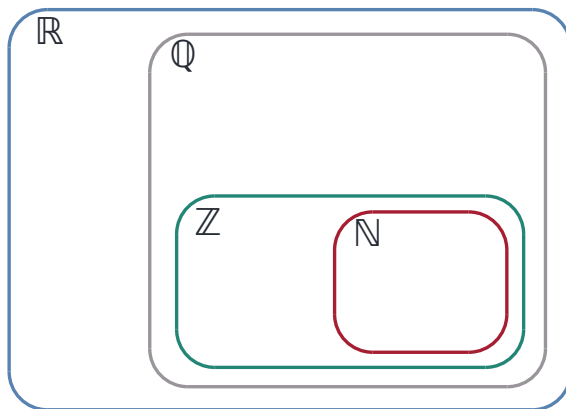
Obtén el valor de Φ teniendo en cuenta que un rectángulo de dimensiones $\Phi : 1$ es semejante al rectángulo que resulta de suprimirle un cuadrado.



004 ACTIVIDAD

Sitúa los siguientes números en el diagrama:

$\sqrt{3}$; 5; -2; 4,5; 7,3; $-\sqrt[3]{6}$; $\sqrt{64}$; $\sqrt[3]{-27}$; $\sqrt{-8}$



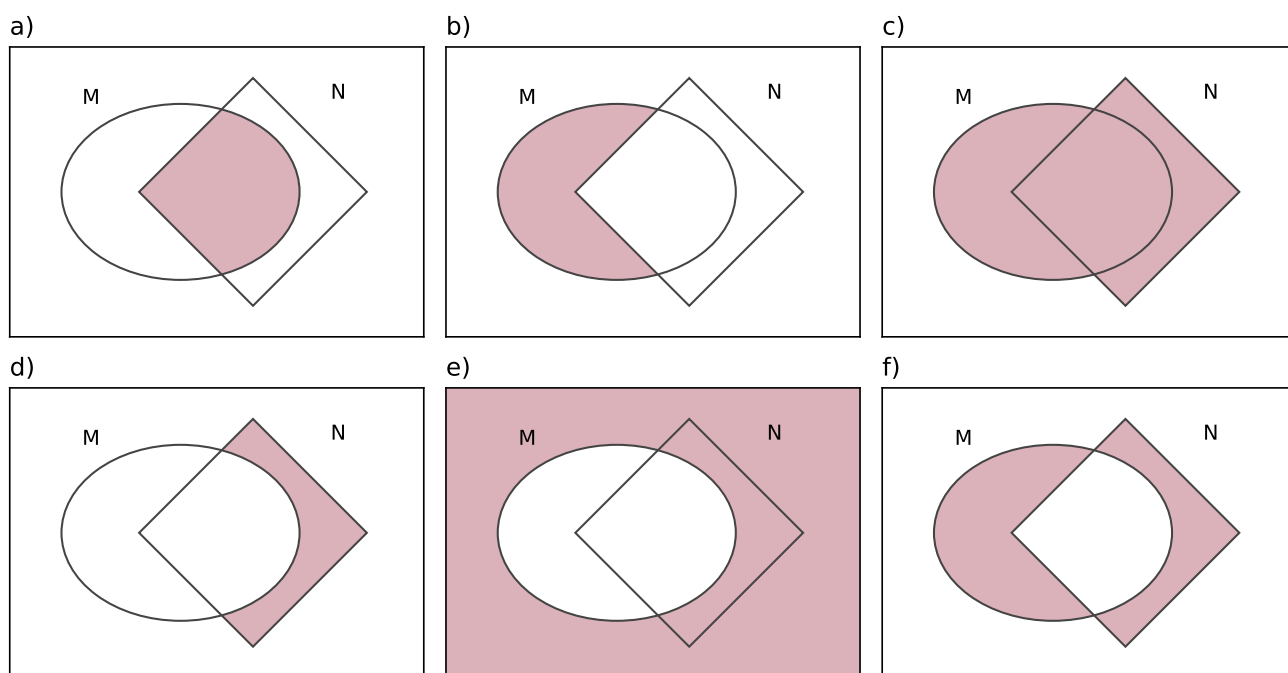
005 ACTIVIDAD

Clasifica los números de la actividad **004** en naturales ($\mathbb{N}$), enteros ($\mathbb{Z}$), racionales ($\mathbb{Q}$), reales ($\mathbb{R}$) y no reales. Un número puede pertenecer a varias categorías. Añade un ejemplo propio a cada categoría.

$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$	No reales

006 ACTIVIDAD

Expresa mediante operaciones con los conjuntos M y N la región sombreada de cada figura. En e), el rectángulo representa el conjunto universal.



007 ACTIVIDAD

Expresa simbólicamente estas relaciones:

- a) 13 es un número natural.
 - b) -4 es un número entero.
 - c) $0,43$ es un número racional.
 - d) π es un número real.
 - e) Todos los enteros son racionales.
 - f) El intervalo $[3, 4]$ está formado por números reales.
-
-
-

008 ACTIVIDAD

Designa simbólicamente estos conjuntos:

- a) Los números enteros mayores que -5 y menores que 7 (utiliza $\mathbb{Z}$ y el intervalo abierto $(-5, 7)$).
 - b) Los números irracionales (utiliza $\mathbb{R}$ y $\mathbb{Q}$).
 - c) Los números racionales mayores que 2 y menores o iguales que 3 .
 - d) Los números que son múltiplos de 2 o de 3 (el conjunto de los múltiplos de p se designa $\dot{p}$).
-
-
-

009 ACTIVIDAD

Traduce:

- a) $\{x \in \mathbb{Z} / x \geq -4\}$
 - b) $\{x \in \mathbb{N} / x > 5\}$
 - c) $\{x \in \mathbb{N} / 1 < x \leq 9\}$
 - d) $\{x \in \mathbb{Z} / -2 \leq x < 7\}$
-
-
-

010 ACTIVIDAD

¿Cuáles son los números que forman el conjunto $(\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \cap [0, 1]$?

011 ACTIVIDAD

Clasifica los siguientes números indicando a cuáles de los conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{R}$ pertenecen:

$$2; \sqrt{3}; 0,\hat{6}; 127; -\frac{5}{7}; \pi; \sqrt{\frac{16}{9}}; -13; \frac{43}{13}$$

012 ACTIVIDAD

Escribe tres ejemplos de cada uno de los tipos de números que aparecen en este esquema:

NÚMEROS:



013 ACTIVIDAD

Busca tres números racionales y uno irracional comprendidos entre $\frac{4}{7}$ y $\frac{5}{7}$.

014 ACTIVIDAD

Indica cuál, de cada par de números, es mayor:

a) $\frac{140}{99}$ y $\sqrt{2}$

b) $0,52\overline{6}$ y $0,52\overline{6}$

c) $4,89$ y $2\sqrt{6}$

d) $-2,09\overline{8}$ y $-2,1$

015 ACTIVIDAD

Indica si cada uno de los siguientes números es racional o irracional:

-547 ; $\sqrt{8}$; $\frac{13}{3}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{4}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{5}{17}$; $0,34\overline{2}$

016 ACTIVIDAD

Aproxima, por redondeo a las centésimas, los siguientes números:

$\frac{11}{7}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2π ; e ; Φ

APARTADO 02

Intervalos y valor absoluto

14 actividades

017 ACTIVIDAD

Representa los siguientes conjuntos:

a) $(-3, -1)$

b) $[4, +\infty)$

c) $(3, 9]$

d) $(-\infty, 0)$

018 ACTIVIDAD

Representa los siguientes conjuntos:

a) $\{x / -2 \leq x < 5\}$

b) $[-2, 5) \cup (5, 7]$

c) $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$

d) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

019 ACTIVIDAD

Halla los siguientes valores absolutos:

a) $|-11|$

b) $|\pi|$

c) $|\sqrt{5}|$

d) $|0|$

e) $|3 - \pi|$

f) $|3 - \sqrt{2}|$

g) $|1 - \sqrt{2}|$

h) $|\sqrt{2} - \sqrt{3}|$

i) $|7 - \sqrt{50}|$

020 ACTIVIDADAverigua para qué valores de x se cumplen las siguientes relaciones:

a) $|x| = 5$

b) $|x| \leq 5$

c) $|x - 4| = 2$

d) $|x - 4| \leq 2$

e) $|x - 4| > 2$

f) $|x + 4| > 5$

021 ACTIVIDAD

Expresa como desigualdad y como intervalo, y represéntalos:

- a) x es menor que -5 .
 - b) 3 es menor o igual que x .
 - c) x está comprendido entre -5 y 1 .
 - d) x está entre -2 y 0 , ambos incluidos.
-
-
-

022 ACTIVIDAD

Representa gráficamente y expresa como intervalos estas desigualdades:

- | | | |
|-----------------------|------------------|----------------|
| a) $-3 \leq x \leq 2$ | b) $5 < x$ | c) $x \geq -2$ |
| d) $-2 \leq x < 3/2$ | e) $4 < x < 4,1$ | f) $-3 \leq x$ |
-
-
-

023 ACTIVIDAD

Escribe la desigualdad que verifica todo número x que pertenece a estos intervalos:

- | | | |
|--------------|--------------------|-------------------|
| a) $[-2, 7]$ | b) $[13, +\infty)$ | c) $(-\infty, 0)$ |
| d) $(-3, 0]$ | e) $[3/2, 6)$ | f) $(0, +\infty)$ |
-
-
-

024 ACTIVIDAD

Expresa como intervalo la parte común de cada pareja de intervalos $(A \cap B)$ e $(I \cap J)$:

- a) $A = [-3, 2]$ $B = [0, 5]$
 - b) $I = [2, +\infty)$ $J = (0, 10)$
-
-
-

025 ACTIVIDAD

Escribe en forma de intervalos los números que verifican estas desigualdades:

a) $x < 3$ o $x \geq 5$

b) $x > 0$ y $x < 4$

c) $x \leq -1$ o $x > 1$

d) $x < 3$ y $x \geq -2$

∞ $\cup$ ∞

026 ACTIVIDAD

Expresa, en forma de intervalo, los números que cumplen cada una de estas expresiones:

a) $|x| < 7$

b) $|x| \geq 5$

c) $|2x| < 8$

d) $|x - 1| \leq 6$

e) $|x + 2| > 9$

f) $|x - 5| \geq 1$

027 ACTIVIDAD

Averigua qué valores de x cumplen:

a) $|x - 2| = 5$

b) $|x - 4| \leq 7$

c) $|x + 3| \geq 6$

028 ACTIVIDAD

Escribe, mediante intervalos, los valores que puede tener x para que se pueda calcular la raíz en cada caso:

a) $\sqrt{x - 4}$

b) $\sqrt{2x + 1}$

c) $\sqrt{-x}$

d) $\sqrt{3 - 2x}$

e) $\sqrt{-x - 1}$

f) $\sqrt{1 + \frac{x}{2}}$

029 ACTIVIDAD

Se llama distancia entre dos números a y b , al valor absoluto de la diferencia entre ellos:

$$d(a, b) = |a - b|$$

Halla la distancia entre los siguientes pares de números:

a) 7 y 3

b) 5 y 11

c) -3 y -9

d) -3 y 4

030 ACTIVIDAD

Expresa como un único intervalo:

a) $(1, 6] \cup [2, 5)$

b) $[-1, 3) \cup (0, 3]$

c) $(1, 6] \cap [2, 7)$

d) $[-1, 3) \cap (0, 4)$

APARTADO 03

Potencias

9 actividades

031 ACTIVIDAD

Halla sin calculadora: $\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4}\right)^{-2} \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{9}\right)^{-1} + 4$

032 ACTIVIDAD

Simplifica, utilizando las propiedades de las potencias:

a) $\frac{3^6 \cdot 2^5 \cdot 5^2}{9^3 \cdot 4^3 \cdot 5}$

b) $\frac{3^4 \cdot 16 \cdot 9^{-1}}{5^{-1} \cdot 3^5}$

c) $\frac{15^2 \cdot 8^{-1}}{6^3 \cdot 10^2}$

d) $\frac{a^{-3} b^{-4} c^7}{a^{-5} b^2 c^{-1}}$

033 ACTIVIDAD

Expresa los siguientes radicales mediante potencias de exponente fraccionario y simplifica:

a) $\sqrt[5]{a^2} \cdot \sqrt{a}$

b) $\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}$

c) $\frac{1}{\sqrt[4]{a^3}}$

034 ACTIVIDAD

Resuelve, sin utilizar la calculadora:

a) $\sqrt[5]{32}$

b) $\sqrt[3]{343}$

c) $\sqrt[4]{625}$

d) $\sqrt{0,25}$

e) $\sqrt[3]{8^4}$

f) $\sqrt[3]{0,001}$

035 ACTIVIDAD

Expresa como una potencia de base 2:

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

b) $(-32)^{1/5}$

c) $(\sqrt[8]{2})^4$

036 ACTIVIDAD

Calcula utilizando potencias de base 2, 3 y 5:

a) $4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^3$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^{-1} \cdot \frac{1}{8}$

c) $\frac{(-5)^3 (-8)^3 (-9)^2}{15^2 \cdot 20^4}$

d) $\frac{(-30)^{-1} \cdot 15^2}{10^3}$

037 ACTIVIDAD

Expresa en forma de potencia, efectúa las operaciones y simplifica:

a) $\frac{\sqrt[4]{a^3} \cdot a^{-1}}{a\sqrt{a}}$

b) $16^{1/4} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt[6]{4}}$

038 ACTIVIDAD

Justifica las igualdades que son verdaderas. Escribe el resultado correcto en las falsas:

a) $\frac{a^2 \cdot b^{-2}}{a^{-2} \cdot b^2} = 1$

b) $(3^{-2})^{-3} \left(\frac{1}{27}\right)^2 = 1$

c) $\frac{3^{-2} - 5^{-2}}{3^{-1} - 5^{-1}} = \frac{8}{15}$

d) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - (-3)^{-2} = \frac{80}{9}$

039 ACTIVIDAD

Demuestra, utilizando potencias, que:

a) $(0,125)^{1/3} = 2^{-1}$

b) $(0,25)^{-1/2} = 2$

APARTADO 04

Radicales y racionalización

24 actividades

040 ACTIVIDAD

Simplifica:

a) $\sqrt[12]{x^9}$

b) $\sqrt[12]{x^8}$

c) $\sqrt[5]{y^{10}}$

d) $\sqrt[6]{8}$

e) $\sqrt[9]{64}$

f) $\sqrt[8]{81}$

041 ACTIVIDAD¿Cuál es mayor, $\sqrt[4]{31}$ o $\sqrt[3]{13}$?**042** ACTIVIDAD

Reduce a índice común:

a) $\sqrt[12]{a^5}$ y $\sqrt[18]{a^7}$

b) $\sqrt[3]{51}$ y $\sqrt[9]{132\,650}$

043 ACTIVIDAD

Simplifica:

a) $(\sqrt{\sqrt{\sqrt{k}}})^8$

b) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^{10}}}$

c) $\sqrt[3]{(\sqrt{x})^6}$

044 ACTIVIDAD

Reduce:

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{2}$

b) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{3}$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2}$

d) $\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[3]{4}$

045 ACTIVIDAD

Simplifica:

a) $\frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x}}$

b) $\frac{\sqrt{a \cdot b}}{\sqrt[3]{a \cdot b}}$

c) $\frac{\sqrt[6]{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}}$

d) $\frac{\sqrt[4]{a^3 \cdot b^5 \cdot c}}{\sqrt{a \cdot b^3 \cdot c^3}}$

046 ACTIVIDAD

Reduce:

a) $\frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt{3}}$

b) $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt[3]{3}}$

c) $\frac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt{2}}$

d) $\frac{\sqrt[4]{729}}{\sqrt{3}}$

047 ACTIVIDAD

Suma y simplifica:

a) $5\sqrt{x} + 3\sqrt{x} + 2\sqrt{x}$

b) $\sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{2}$

c) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8}$

d) $\sqrt{27} - \sqrt{50} + \sqrt{12} + \sqrt{8}$

e) $\sqrt{50a} - \sqrt{18a}$

048 ACTIVIDAD

Racionaliza denominadores y simplifica cuando puedas:

a) $\frac{5}{\sqrt{7}}$

b) $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$

c) $\sqrt{\frac{7}{3}}$

d) $\frac{1}{\sqrt{a^3}}$

e) $\frac{3}{\sqrt{50}}$

f) $\frac{4}{\sqrt{18}}$

g) $\frac{2}{\sqrt[3]{25}}$

h) $\frac{1}{\sqrt[3]{40}}$

i) $\frac{3}{\sqrt[3]{36}}$

j) $\frac{2}{\sqrt[3]{100}}$

049 ACTIVIDAD

Racionaliza denominadores y simplifica cuando puedas:

a) $\frac{1}{\sqrt{2} + 1}$

b) $\frac{x + y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$

c) $\frac{a - 1}{\sqrt{a} - 1}$

d) $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$

e) $\frac{1}{2\sqrt{3} - \sqrt{5}}$

f) $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}$

g) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$

h) $\frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$

050 ACTIVIDAD

Introduce los factores dentro de cada raíz:

a) $2\sqrt[3]{3}$

b) $4\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

c) $\frac{2}{x}\sqrt{\frac{3x}{8}}$

d) $\frac{3}{5}\sqrt[3]{\frac{25}{9}}$

e) $2\sqrt[4]{4}$

f) $\frac{1}{5}\sqrt[3]{15}$

051 ACTIVIDAD

Saca de la raíz el factor que puedas:

a) $\sqrt[3]{16}$

b) $4\sqrt{8}$

c) $\sqrt{1\,000}$

d) $\sqrt[3]{8a^5}$

e) $\sqrt{\frac{125a^2}{16b}}$

f) $\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{9}}$

g) $\sqrt{\frac{16}{a^3}}$

h) $\sqrt{4a^2 + 4}$

i) $\sqrt{\frac{a}{9} + \frac{a}{16}}$

052 ACTIVIDAD

Simplifica:

a) $\sqrt[6]{0,027}$

b) $\sqrt[8]{0,0016}$

c) $\sqrt[4]{1 + \frac{9}{16}}$

053 ACTIVIDAD

Simplifica los siguientes radicales:

a) $\sqrt[3]{24}$

b) $\sqrt[6]{27}$

c) $\sqrt[3]{-108}$

d) $\sqrt[12]{64y^3}$

e) $\sqrt[4]{\frac{81}{64}}$

f) $\sqrt[8]{625} : \sqrt[4]{25}$

054 ACTIVIDAD

Reduce a índice común y ordena de menor a mayor:

a) $\sqrt[4]{4}, \sqrt[3]{3}, \sqrt{2}$

b) $\sqrt{6}, \sqrt[3]{4}$

c) $\sqrt[4]{6}, \sqrt[5]{10}$

d) $\sqrt[4]{72}, \sqrt[3]{9}, \sqrt[6]{100}$

055 ACTIVIDAD

Realiza la operación y simplifica, si es posible:

a) $4\sqrt{27} \cdot 5\sqrt{6}$

b) $2\sqrt{\frac{4}{3}} \cdot \sqrt{\frac{27}{8}}$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{8}}$

d) $(\sqrt[3]{12})^2$

e) $(\sqrt[6]{32})^3$

f) $\sqrt[3]{24} : \sqrt[3]{3}$

056 ACTIVIDAD

Efectúa y simplifica, si es posible:

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3}$

b) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a}} \cdot \sqrt{a}$

c) $\left(\frac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3$

d) $\sqrt[3]{2\sqrt{3}} : \sqrt[3]{4}$

057 ACTIVIDAD

Expresa con una única raíz:

a) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}$

b) $\sqrt[3]{2\sqrt[4]{8}}$

c) $(\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[5]{a^4}) : \sqrt{a}$

058 ACTIVIDAD

Racionaliza los denominadores y simplifica:

a) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{18}}$

b) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$

c) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$

d) $\frac{3}{3+\sqrt{3}}$

e) $\frac{\sqrt{72} + 3\sqrt{32} - \sqrt{8}}{\sqrt{8}}$

059 ACTIVIDAD

Calcula y simplifica:

a) $5\sqrt{125} + 6\sqrt{45} - 7\sqrt{20} + \frac{3}{2}\sqrt{80}$

b) $\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} - \frac{21}{5}\sqrt[3]{250}$

c) $\sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45} - \sqrt{24}$

d) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - 1)$

060 ACTIVIDAD

Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a) $3\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{250} + 5\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2}$

b) $\sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{18}{125}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{45}}$

c) $7\sqrt[3]{81a} - 2\sqrt[3]{3a^4} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5}$

061 ACTIVIDAD

Efectúa y simplifica:

a) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

b) $(\sqrt{6} + \sqrt{5})2\sqrt{2}$

c) $(\sqrt{5} - \sqrt{6})(\sqrt{5} + \sqrt{6})$

d) $(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2$

e) $(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)\sqrt{3}$

062 ACTIVIDAD

Racionaliza y simplifica:

a) $\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{18}}$

b) $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{12}}$

c) $\frac{1}{2(\sqrt{3} - \sqrt{5})}$

d) $\frac{3}{\sqrt{5} - 2}$

e) $\frac{11}{2\sqrt{5} + 3}$

f) $\frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2}$

063 ACTIVIDAD

Efectúa y simplifica:

a) $\frac{3}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

b) $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$

APARTADO 05

Logaritmos

17 actividades

064 ACTIVIDAD

Halla:

a) $\log_2 16$

b) $\log_2 0,25$

c) $\log_9 1$

d) $\log_{10} 0,1$

e) $\log_4 64$

f) $\log_7 49$

g) $\ln e^4$

h) $\ln e^{-1/4}$

i) $\log_5 0,04$

j) $\log_6 \left(\frac{1}{216}\right)$

065 ACTIVIDAD

Halla la parte entera de:

a) $\log_2 60$

b) $\log_5 700$

c) $\log_{10} 43\,000$

d) $\log_{10} 0,084$

e) $\log_9 60$

f) $\ln e$

066 ACTIVIDAD

Aplica la propiedad ⑧ para obtener los siguientes logaritmos con la ayuda de la calculadora:

a) $\log_2 1\,500$

b) $\log_5 200$

c) $\log_{100} 200$

d) $\log_{100} 40$

En cada caso, comprueba el resultado utilizando la potenciación.

067 ACTIVIDAD

Sabiendo que $\log_5 A = 1,8$ y $\log_5 B = 2,4$, calcula:

a) $\log_5 \sqrt[3]{\frac{A^2}{25B}}$

b) $\log_5 \frac{5\sqrt{A^3}}{B^2}$

068 ACTIVIDAD

Averigua la relación que hay entre x e y , sabiendo que se verifica:

$$\ln y = 2x - \ln 5$$

069 ACTIVIDAD

Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_2 64 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}$

b) $\log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_2 1$

070 ACTIVIDAD

Calcula la base de estos logaritmos:

a) $\log_x 125 = 3$

b) $\log_x \frac{1}{9} = -2$

071 ACTIVIDAD

Calcula el valor de x en estas igualdades:

a) $\log 3^x = 2$

b) $\log x^2 = -2$

c) $7^x = 115$

d) $5^{-x} = 3$

072 ACTIVIDAD

Halla con la calculadora y comprueba el resultado con la potenciación.

a) $\log \sqrt{148}$

b) $\ln (2,3 \cdot 10^{11})$

c) $\ln (7,2 \cdot 10^{-5})$

d) $\log_3 42,9$

e) $\log_5 1,95$

f) $\log_2 0,034$

073 ACTIVIDAD

Halla el valor de x en estas expresiones aplicando las propiedades de los logaritmos:

a) $\ln x = \ln 17 + \ln 13$

b) $\log x = \log 36 - \log 9$

c) $\ln x = 3 \ln 5$

d) $\log x = \log 12 + \log 25 - 2 \log 6$

e) $\ln x = 4 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 25$

()

074 ACTIVIDAD

Sabiendo que $\log 3 = 0,477$, calcula el logaritmo decimal de 30; 300; 3 000; 0,3; 0,03; 0,003.

075 ACTIVIDAD

Sabiendo que $\log k = 14,4$, calcula el valor de las siguientes expresiones:

a) $\log \frac{k}{100}$ b) $\log 0,1 k^2$ c) $\log \sqrt[3]{\frac{1}{k}}$ d) $(\log k)^{1/2}$

076 ACTIVIDAD

Calcula la base de cada caso:

a) $\log_x 1/4 = 2$ b) $\log_x 2 = 1/2$
c) $\log_x 0,04 = -2$ d) $\log_x 4 = -1/2$

$\Leftrightarrow \text{---} = \text{---}.$

077 ACTIVIDAD

Halla el valor de x que verifica estas igualdades:

a) $3^x = 0,005$ b) $0,8^x = 17$ c) $e^x = 18$
d) $1,5^x = 15$ e) $0,5^x = 0,004$ f) $e^x = 0,1$

078 ACTIVIDAD

Calcula x para que se cumpla:

a) $x^{2,7} = 19$ b) $\log_7 3^x = 0,5$ c) $3^{2+x} = 172$

079 ACTIVIDAD

Si $\log k = x$, escribe en función de x :

a) $\log k^2$

b) $\log \frac{k}{100}$

c) $\log \sqrt{10k}$

080 ACTIVIDAD

Comprueba que $\frac{\log \frac{1}{a} + \log \sqrt{a}}{\log a^3} = -\frac{1}{6}$ (siendo $a \neq 1$).

APARTADO 06

Notación científica y errores

9 actividades

081 ACTIVIDAD

Di una cota del error absoluto y otra del error relativo en las siguientes mediciones:

- a) La superficie de esta casa es de $96,4 \text{ m}^2$.
 - b) Por la gripe se han perdido 37 millones de horas de trabajo.
 - c) Juana gana 19 000 € al año.
-
-
-

082 ACTIVIDAD

Calcula en notación científica sin usar la calculadora:

- a) $(800\,000 : 0,0002) \cdot 0,5 \cdot 10^{12}$
 - b) $0,486 \cdot 10^{-5} + 93 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-7}$
-
-
-

083 ACTIVIDAD

Opera con la calculadora:

- a) $(3,87 \cdot 10^{15} \cdot 5,96 \cdot 10^{-9}) : (3,941 \cdot 10^{-6})$
 - b) $8,93 \cdot 10^{-10} + 7,64 \cdot 10^{-10} - 1,42 \cdot 10^{-9}$
-
-
-

084 ACTIVIDAD

Efectúa y da el resultado en notación científica con tres cifras significativas. Determina también, en cada caso, una cota del error absoluto y otra del error relativo cometidos.

a)
$$\frac{(3,12 \cdot 10^{-5} + 7,03 \cdot 10^{-4}) \cdot 8,3 \cdot 10^8}{4,32 \cdot 10^3}$$

b)
$$\frac{(12,5 \cdot 10^7 - 8 \cdot 10^9) (3,5 \cdot 10^{-5} + 185)}{9,2 \cdot 10^6}$$

c)
$$\frac{5,431 \cdot 10^3 - 6,51 \cdot 10^4 + 385 \cdot 10^2}{8,2 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-4}}$$

085 ACTIVIDAD

Ordena de mayor a menor los números de cada apartado. Para ello, pasa a notación científica los que no lo estén:

a) $3,27 \cdot 10^{13}$; $85,7 \cdot 10^{12}$; $453 \cdot 10^{11}$

b) $1,19 \cdot 10^{-9}$; $0,05 \cdot 10^{-7}$; $2\,000 \cdot 10^{-12}$

086 ACTIVIDAD

Efectúa:
$$\frac{2 \cdot 10^{-7} - 3 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 10^6 + 10^5}$$

087 ACTIVIDAD

Expresa en notación científica y calcula:
$$\frac{60\,000^3 \cdot 0,00002^4}{100^2 \cdot 72\,000\,000 \cdot 0,0002^5}$$

088 ACTIVIDAD

Considera los números: $A = 3,2 \cdot 10^7$; $B = 5,28 \cdot 10^4$ y $C = 2,01 \cdot 10^5$

Calcula $\frac{B+C}{A}$. Expresa el resultado con tres cifras significativas y da una cota del error absoluto y otra del error relativo cometidos.

089 ACTIVIDAD

Si $A = 3,24 \cdot 10^6$; $B = 5,1 \cdot 10^{-5}$; $C = 3,8 \cdot 10^{11}$ y $D = 6,2 \cdot 10^{-6}$, calcula $\left(\frac{A}{B} + C\right) \cdot D$. Expresa el resultado con tres cifras significativas y da una cota del error absoluto y otra del error relativo cometidos.

APARTADO 07

Problemas aritméticos

12 actividades

090 ACTIVIDAD

El depósito de la calefacción de un edificio contiene 25 000 l de gasóleo. Esta cantidad tarda en consumirse 40 días si la calefacción se enciende 5 horas diarias.

En el mes de enero ha hecho mucho frío y se ha encendido 6 horas diarias durante 25 días. ¿Cuántos litros de gasóleo quedan en el depósito?

091 ACTIVIDAD

En una empresa hay dos fotocopadoras que, trabajando 6 horas diarias, hacen 3 000 copias cada día.

Se quiere ampliar el negocio comprando otra fotocopadora, de modo que se hagan 5 500 copias al día.

¿Cuántas horas al día tiene que trabajar cada una de las tres fotocopadoras?

092 ACTIVIDAD

En un concurso se reparten 20 000 € entre las tres personas que han tardado menos tiempo en realizar una prueba.

La primera ha tardado 4 minutos; la segunda, 5 minutos, y la tercera, 8 minutos. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada una?

093 ACTIVIDAD

Un automóvil consume 6,4 l de gasolina por cada 100 km. ¿Cuántos kilómetros podrá recorrer con el depósito lleno en el que caben 52 l?

094 ACTIVIDAD

Varios amigos se reúnen en un bar y toman 15 refrescos pagando 18,75 € en total. Uno de ellos tomó solo un refresco, otro tomó dos y el resto tomaron 3 refrescos cada uno. ¿Cuántos amigos fueron y cuánto tuvo que pagar cada uno?

095 ACTIVIDAD

En una granja hay 75 gallinas que consumen 450 kg de maíz en 30 días. Para aumentar la producción de huevos, se aumenta el número de gallinas a 200 y se compran 800 kg de maíz. ¿Cuántos días se podrá dar de comer a las gallinas?

096 ACTIVIDAD

Un empleado puede hacer los $\frac{2}{3}$ de un trabajo en 7 días trabajando 5 horas diarias, y otro, los $\frac{3}{5}$ del mismo trabajo en 8 días de 8 horas de trabajo. ¿Cuánto tiempo tardarán los dos juntos en hacer el trabajo, dedicando 6 horas diarias?

097 ACTIVIDAD

La fórmula $u = 145p$ relaciona, aproximadamente, el número de pasos por minuto u de una persona y su longitud p en metros. Si doy pasos de 0,70 m, ¿cuál es mi velocidad en km/h?

098 ACTIVIDAD

Dos amigas, trabajando juntas, emplearían 3 días para hacer un trabajo. Después del primer día, una de las dos lo tiene que dejar. Continúa la otra sola y tarda 6 días en acabar el trabajo. ¿En cuántos días haría el trabajo cada una aisladamente?

099 ACTIVIDAD

Una parcela de 45 m de ancho y 70 m de largo cuesta 28 350 €. ¿Cuánto costará otra parcela de terreno de igual calidad de 60 m x 50 m?

100 ACTIVIDAD

Dos poblaciones A y B distan 350 km. A la misma hora sale un autobús de A hacia B a una velocidad de 80 km/h y un turismo de B hacia A a 120 km/h. ¿Cuándo se cruzarán?

101 ACTIVIDAD

Un automóvil tarda 3 horas en ir de A a B y otro tarda 5 horas en ir de B a A. Calcula el tiempo que tardarán en encontrarse si salen simultáneamente cada uno de su ciudad.

APARTADO 08

Repaso integrado

11 actividades

102 ACTIVIDAD

Dados los números:

$$-\frac{58}{45}; \frac{51}{17}; \frac{\pi}{3}; \sqrt[4]{-3}; \sqrt[3]{-8}; \sqrt[5]{2^3}; 1,0\hat{7}$$

- a) Clasifícalos indicando a cuáles de los conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ o $\mathbb{R}$, pertenecen.
 - b) Ordena de menor a mayor los reales.
 - c) ¿Cuáles de ellos pertenecen al intervalo $(-2, 11/9]$?
-
-
-

103 ACTIVIDAD

Representa los siguientes conjuntos:

- a) $\{x / -3 \leq x < 1\}$
 - b) $[4, +\infty)$
 - c) $(-\infty, 2) \cup (5, +\infty)$
-
-
-

104 ACTIVIDAD

Expresa en forma de intervalo en cada caso:

- a) $|x| \geq 8$
 - b) $|x - 4| < 5$
-
-
-

105 ACTIVIDAD

Escribe como potencia y simplifica:

$$(\sqrt[4]{a^3} \cdot a^{-1}) : (a \sqrt{a})$$

106 ACTIVIDAD

Multiplica y simplifica:

$$\sqrt[3]{9a^2b} \cdot \sqrt[6]{18a^3b^2}$$

107 ACTIVIDAD

Racionaliza:

a) $\frac{4 + \sqrt{6}}{2\sqrt{3}}$

b) $\frac{2}{3 - \sqrt{3}}$

108 ACTIVIDAD

Reduce:

$$\sqrt{63} - 2\sqrt{28} + \sqrt{175}$$

109 ACTIVIDAD

Aplica la definición de logaritmo y obtén x :

a) $\log_3 x = -1$

b) $\log x = 2,5$

c) $\ln x = 2$

110 ACTIVIDAD

Calcula x en cada caso.

a) $2,5^x = 0,0087$

b) $1,005^{3x} = 143$

111 ACTIVIDAD

Efectúa la siguiente operación, expresa el resultado con tres cifras significativas y da una cota del error absoluto y otra del error relativo:

$$(5 \cdot 10^{-18}) \cdot (3,52 \cdot 10^{15}) : (-2,18 \cdot 10^{-7})$$

112 ACTIVIDAD

Expresa con un solo logaritmo y di el valor de A :

$$\log 5 + 2 \log 3 - \log 4 = \log A$$

COMPRUEBA TUS RESPUESTAS

Solucionario

Busca el código de cada actividad. En las preguntas abiertas se ofrece una respuesta orientativa.

01 · Conjuntos numéricos y lenguaje matemático

001 SOLUCIÓN

Se pueden resolver en $\mathbb{Z}$ a), c), d) y f).

Hay que recurrir a $\mathbb{Q}$ para resolver b) y e).

002 SOLUCIÓN

$$a) x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3$$

$$b) 5x^2 - 15 = 0 \rightarrow x^2 = 3 \rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

$$c) x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} 4 \\ -1 \end{cases}$$

$$d) 2x^2 - 5x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 8}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4} = \begin{cases} \frac{5 + \sqrt{17}}{4} \\ \frac{5 - \sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

$$e) 7x^2 - 7x = 0 \rightarrow x^2 - x = 0 \rightarrow x = 0, x = 1$$

$$f) 2x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(2x + 3) = 0 \rightarrow x = 0, x = -\frac{3}{2}$$

003 SOLUCIÓN

Supongamos que $\sqrt{2}$ no es irracional. Entonces, se podría poner en forma de fracción:

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q} \rightarrow 2 = \frac{p^2}{q^2} \rightarrow p^2 = 2q^2$$

En p^2 , el factor 2 está un número par de veces (es decir, en la descomposición de factores primos de p^2 , el exponente de 2 es par). Lo mismo ocurre con q^2 . Por tanto, en $2q^2$ el exponente de 2 es un número impar. De ser así, no se podría cumplir la igualdad.

Suponiendo que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ llegamos a una contradicción:

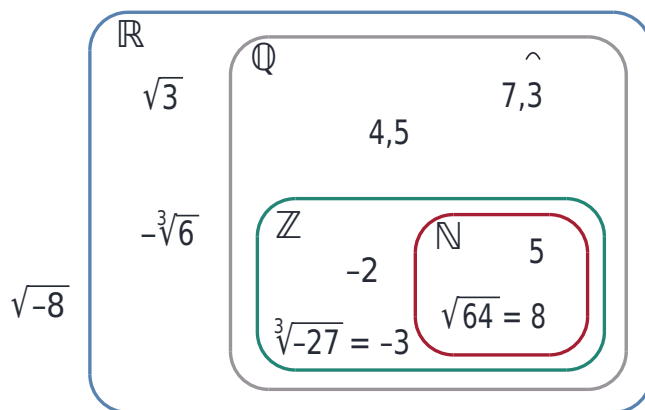
$$p^2 = 2q^2, \text{ pero } p^2 \text{ no puede ser igual a } 2q^2.$$

Por tanto, $\sqrt{2}$ no puede ponerse en forma de fracción. No es racional.

$$\Phi = \frac{1}{\Phi - 1} \rightarrow \Phi(\Phi - 1) = 1 \rightarrow \Phi^2 - \Phi - 1 = 0$$

$$\Phi = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \begin{cases} \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ \frac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ (negativo)} \end{cases}$$

Como Φ ha de ser positivo, la única solución válida es $\Phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

004 SOLUCIÓN

005 SOLUCIÓN

NATURALES, $\mathbb{N}$	5; $\sqrt{64}$
ENTEROS, $\mathbb{Z}$	5; -2; $\sqrt{64}$; $\sqrt[3]{-27}$
RACIONALES, $\mathbb{Q}$	5; -2; 4,5; 7,3; $\sqrt[3]{-27}$; $\sqrt{64}$
REALES, $\mathbb{R}$	$\sqrt{3}$; 5; -2; 4,5; 7,3; $-\sqrt[3]{6}$; $\sqrt{64}$; $\sqrt[3]{-27}$
NO REALES	$\sqrt{-8}$

006 SOLUCIÓN

- a) $M \cap N$.
 b) $M \setminus N$.
 c) $M \cup N$.
 d) $N \setminus M$.
 e) M^c .
 f) $(M \cup N) \setminus (M \cap N)$, la diferencia simétrica.

007 SOLUCIÓN

- a) $13 \in \mathbb{N}$
 b) $-4 \in \mathbb{Z}$
 c) $0,43 \in \mathbb{Q}$
 d) $\pi \in \mathbb{R}$
 e) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$
 f) $[3, 4] \subset \mathbb{R}$

008 SOLUCIÓN

- a) $\{x \in \mathbb{Z} / x \in (-5, 7)\}$
 b) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$
 c) $\{x \in \mathbb{Q} / 2 < x \leq 3\}$
 d) $\{x / x = 2^0 \quad x = 3\}$

009 SOLUCIÓN

- a) Números enteros mayores o iguales que -4.
 b) Números naturales mayores que 5.
 c) Números naturales mayores que 1 y menores o iguales que 9.
 d) Números enteros mayores o iguales que -2 y menores que 7.

010 SOLUCIÓN

Todos los irracionales comprendidos en el intervalo (0, 1).

**011** SOLUCIÓN

$\mathbb{N}$: 2; 127

$\mathbb{Z}$: 2; 127; -13

$\mathbb{Q}$: 2; 0,6; 127; $-\frac{5}{7}$; $\sqrt{\frac{16}{9}}$; -13; $\frac{43}{13}$

$\mathbb{R}$: Todos

012 SOLUCIÓN

Reales: -3; $\sqrt{2}$; $\frac{13}{7}$

Racionales: -3; $\frac{13}{7}$; $1,0\overline{7}$

Irracionales: $\sqrt{2}$; $-\sqrt{5}$; $\frac{\pi}{2}$

Enteros: -3; 5; 128

Fraccionarios: $\frac{3}{5}$; $-\frac{1}{3}$; $1,4\overline{8}$

Naturales: 128; 8; 15

Negativos: -3; -7; -132

013 SOLUCIÓN

$$\frac{4}{7} = \frac{20}{35}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{25}{35}$$

Racionales: $\frac{21}{35}$, $\frac{22}{35}$, $\frac{23}{35}$

Irracional: $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7071\dots$

014 SOLUCIÓN

a) $\sqrt{2}$

b) 0,526

c) 4,89

d) -2,098

015 SOLUCIÓN

Racionales: -547; $\frac{13}{3}$; $\sqrt{4}$; $\frac{5}{17}$; 0,342

Irracionales: $\sqrt{8}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\pi}{2}$

016 SOLUCIÓN

$$\frac{11}{7} \approx 1,57$$

$$\frac{2}{3} \approx 0,67$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$$

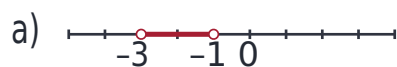
$$2\pi \approx 6,28$$

$$e \approx 2,72$$

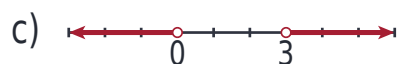
$$\Phi \approx 1,62$$

02 · Intervalos y valor absoluto

017 SOLUCIÓN



018 SOLUCIÓN



019 SOLUCIÓN

a) 11

b) π

c) $\sqrt{5}$

d) 0

e) $|3 - \pi| = \pi - 3$

f) $|3 - \sqrt{2}| = 3 - \sqrt{2}$

g) $|1 - \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1$

h) $|\sqrt{2} - \sqrt{3}| = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

i) $|7 - \sqrt{50}| = \sqrt{50} - 7$

020 SOLUCIÓN

a) 5 y -5

b) $-5 \leq x \leq 5$; $[-5, 5]$

c) 6 y 2

d) $2 \leq x \leq 6$; $[2, 6]$

e) $x < 2$ o $x > 6$; $(-\infty, 2) \cup (6, +\infty)$

f) $x < -9$ o $x > 1$; $(-\infty, -9) \cup (1, +\infty)$

021 SOLUCIÓN

a) $x < -5$; $(-\infty, -5)$



b) $3 \leq x$; $[3, +\infty)$

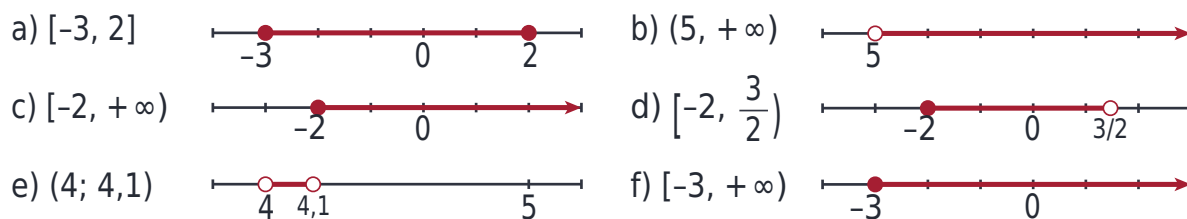


c) $-5 < x < 1$; $(-5, 1)$



d) $-2 \leq x \leq 0$; $[-2, 0]$



022 SOLUCIÓN**023** SOLUCIÓN

- a) $-2 \leq x \leq 7$ b) $x \geq 13$ c) $x < 0$
 d) $-3 < x \leq 0$ e) $\frac{3}{2} \leq x < 6$ f) $x > 0$

024 SOLUCIÓN

- a) $[0, 2]$
 b) $[2, 10)$

025 SOLUCIÓN

- a) $(-\infty, 3) \cup [5, \infty)$ b) $(0, 4)$
 c) $(-\infty, -1] \cup (1, \infty)$ d) $[-2, 3)$

026 SOLUCIÓN

- a) $|x| < 7 \rightarrow -7 < x < 7 \rightarrow$ Intervalo $(-7, 7)$
 b) $|x| \geq 5 \rightarrow x \leq -5$ o $x \geq 5 \rightarrow (-\infty, -5] \cup [5, +\infty)$
 c) $|2x| < 8 \rightarrow |x| < 4 \rightarrow -4 < x < 4 \rightarrow$ Intervalo $(-4, 4)$
 d) $|x - 1| \leq 6 \rightarrow -5 \leq x \leq 7 \rightarrow$ Intervalo $[-5, 7]$
 e) $|x + 2| > 9 \rightarrow x < -11$ o $x > 7 \rightarrow (-\infty, -11) \cup (7, +\infty)$
 f) $|x - 5| \geq 1 \rightarrow x \leq 4$ o $x \geq 6 \rightarrow (-\infty, 4] \cup [6, +\infty)$

027 SOLUCIÓN

a) 7 y -3

b) $-3 \leq x \leq 11$; $[-3, 11]$

c) $x \leq -9$ o $x \geq 3$; $(-\infty, -9] \cup [3, \infty)$

028 SOLUCIÓN

a) $x - 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$; $[4, +\infty)$

b) $2x + 1 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq -1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$; $[-\frac{1}{2}, +\infty)$

c) $-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$; $(-\infty, 0]$

d) $3 - 2x \geq 0 \Rightarrow 2x \leq 3 \Rightarrow x \leq \frac{3}{2}$; $(-\infty, \frac{3}{2}]$

e) $-x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \leq -1$; $(-\infty, -1]$

f) $1 + \frac{x}{2} \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{2} \geq -1 \Rightarrow x \geq -2$; $[-2, +\infty)$

029 SOLUCIÓN

a) $|7 - 3| = 4$

b) $|5 - 11| = 6$

c) $|-3 + 9| = 6$

d) $|-3 - 4| = 7$

030 SOLUCIÓN

a) $(1, 6] \cup [2, 5) = (1, 6]$

b) $[-1, 3) \cup (0, 3] = [-1, 3]$

c) $(1, 6] \cap [2, 7) = [2, 6]$

d) $[-1, 3) \cap (0, 4) = [0, 3)$

03 · Potencias

031 SOLUCIÓN

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{4}{9}\right)^{-1} + 4 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right) + 4 = -4 + 4 = 0$$

032 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \frac{3^6 \cdot 2^5 \cdot 5^2}{3^6 \cdot 2^6 \cdot 5} = \frac{5}{2}$$

$$\text{b) } \frac{3^4 \cdot 2^4 \cdot 3^{-2}}{5^{-1} \cdot 3^5} = \frac{2^4 \cdot 5}{3^3} = \frac{80}{27}$$

$$\text{c) } \frac{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^{-3}}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^2 \cdot 5^2} = \frac{1}{2^8 \cdot 3} = \frac{1}{768}$$

$$\text{d) } \frac{c^7 a^5 c}{a^3 b^4 b^2} = \frac{a^2 c^8}{b^6}$$

033 SOLUCIÓN

$$\text{a) } a^{2/5} \cdot a^{1/2} = a^{9/10} = \sqrt[10]{a^9} \quad \text{b) } \frac{x^{2/3}}{x^{1/2}} = x^{1/6} = \sqrt[6]{x} \quad \text{c) } a^{-3/4} = \sqrt[4]{a^{-3}}$$

034 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \sqrt[5]{2^5} = 2$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{7^3} = 7$$

$$\text{c) } \sqrt[4]{5^4} = 5$$

$$\text{d) } \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$\text{e) } \sqrt[3]{2^{12}} = 2^4 = 16$$

$$\text{f) } \sqrt[3]{0,1^3} = 0,1$$

035 SOLUCIÓN

$$\text{a) } 2^{-1/2}$$

$$\text{b) } (-2^5)^{1/5} = -2$$

$$\text{c) } 2^{4/8} = 2^{1/2}$$

036 SOLUCIÓN

$$\text{a) } 2^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{(-3)^3}{2^3} = \frac{-3^2}{2} = \frac{-9}{2}$$

$$\text{b) } \frac{1}{2^4} \cdot \frac{3^2}{2} \cdot \frac{1}{2^3} = \frac{3^2}{2^8} = \frac{9}{256}$$

$$\text{c) } \frac{(-5)^3 \cdot (-2^3)^3 \cdot (-3^2)^2}{3^2 \cdot 5^2 \cdot (2^2 \cdot 5)^4} = \frac{5^3 \cdot 2^9 \cdot 3^4}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^8 \cdot 5^4} = \frac{2 \cdot 3^2}{5^3} = \frac{18}{125}$$

$$\text{d) } \frac{3^2 \cdot 5^2}{-2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2^3 \cdot 5^3} = -\frac{3}{5^2 \cdot 2^4} = \frac{-3}{400}$$

037 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \frac{a^{3/4} \cdot a^{-1}}{a \cdot a^{1/2}} = a^{-7/4} = \frac{1}{\sqrt[4]{a^7}}$$

$$\text{b) } (2^4)^{1/4} \cdot (2^2)^{-1/3} \cdot (2^2)^{-1/6} = 2 \cdot 2^{-2/3} \cdot 2^{-1/3} = 2^0 = 1$$

038 SOLUCIÓN

$$\text{a) Falsa. } \frac{a^2 \cdot b^{-2}}{a^{-2} \cdot b^2} = \frac{a^4}{b^4}$$

$$\text{b) Verdadera. } (3^{-2})^{-3} \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^2 = 3^6 \cdot \left(\frac{1}{3^3}\right)^2 = 3^6 \cdot \frac{1}{3^6} = \frac{3^6}{3^6} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{c) Verdadera. } \frac{3^{-2} - 5^{-2}}{3^{-1} - 5^{-1}} &= \frac{(1/3^2) - (1/5^2)}{1/3 - 1/5} = \frac{(1/3 - 1/5)(1/3 + 1/5)}{(1/3 - 1/5)} = \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15} \end{aligned}$$

$$\text{d) Verdadera. } \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - (-3)^{-2} = 3^2 - \frac{1}{(-3)^2} = 3^2 - \frac{1}{3^2} = 9 - \frac{1}{9} = \frac{81 - 1}{9} = \frac{80}{9}$$

039 SOLUCIÓN

$$\text{a) } (0,125)^{1/3} = \left(\frac{125}{1\,000}\right)^{1/3} = \left(\frac{1}{8}\right)^{1/3} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^{1/3} = \frac{1}{2} = 2^{-1}$$

$$\text{b) } (0,25)^{-1/2} = \left(\frac{25}{100}\right)^{-1/2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1/2} = \left(\frac{1}{2^2}\right)^{-1/2} = (2^2)^{1/2} = 2$$

04 · Radicales y racionalización

040 SOLUCIÓN

a) $\sqrt[12]{x^9} = \sqrt[4]{x^3}$

b) $\sqrt[12]{x^8} = \sqrt[3]{x^2}$

c) $\sqrt[5]{y^{10}} = y^2$

d) $\sqrt[6]{8} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$

e) $\sqrt[9]{64} = \sqrt[9]{2^6} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$

f) $\sqrt[8]{81} = \sqrt[8]{3^4} = \sqrt{3}$

041 SOLUCIÓN

Reducimos a índice común:

$$\sqrt[4]{31} = \sqrt[12]{29\,791}; \quad \sqrt[3]{13} = \sqrt[12]{28\,561}$$

Por tanto, es mayor $\sqrt[4]{31}$.

042 SOLUCIÓN

a) $\sqrt[12]{a^5} = \sqrt[36]{a^{15}}; \quad \sqrt[18]{a^7} = \sqrt[36]{a^{14}}$

b) $\sqrt[3]{51} = \sqrt[9]{132\,651}; \quad \sqrt[9]{132\,650}$

043 SOLUCIÓN

a) $(\sqrt[8]{k})^8 = k$

b) $\sqrt[15]{x^{10}} = \sqrt[3]{x^2}$

c) $\sqrt[6]{x^6} = x$

044 SOLUCIÓN

a) $\sqrt[15]{2^5} \cdot \sqrt[15]{2^3} = \sqrt[15]{2^8}$

b) $\sqrt[6]{3^4} \cdot \sqrt[6]{3} = \sqrt[6]{3^5}$

c) $\sqrt[8]{2^4} \cdot \sqrt[8]{2^2} \cdot \sqrt[8]{2} = \sqrt[8]{2^7}$

d) $\sqrt[12]{8^3} \cdot \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{(2^3)^3 \cdot (2^2)^4} = \sqrt[12]{2^{17}} = 2\sqrt[12]{2^5}$

045 SOLUCIÓN

$$a) \sqrt{\frac{x^3}{x^5}} = \sqrt{\frac{1}{x^2}} = \sqrt{x^{-2}}$$

$$b) \sqrt[6]{\frac{a^3 b^3}{a^2 b^2}} = \sqrt[6]{a b}$$

$$c) \sqrt[6]{\frac{a^3}{a^4}} = \sqrt[6]{\frac{1}{a}} = \sqrt[6]{a^{-1}}$$

$$d) \sqrt[4]{\frac{a^3 b^5 c}{a^2 b^6 c^6}} = \sqrt[4]{\frac{a}{b c^5}} = \frac{1}{c} \sqrt[4]{\frac{a}{b c}}$$

046 SOLUCIÓN

$$a) \sqrt{\frac{3^4}{3^3}} = \sqrt[6]{3}$$

$$b) \sqrt[6]{\frac{3^6}{3^2}} = \sqrt[6]{3^4} = \sqrt[3]{3^2}$$

$$c) \sqrt[10]{\frac{2^8}{2^5}} = \sqrt[10]{2^3} = \sqrt[10]{8}$$

$$d) \sqrt[4]{\frac{3^6}{3^2}} = \sqrt[4]{3^4} = 3$$

047 SOLUCIÓN

$$a) 10\sqrt{x}$$

$$b) 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$c) \sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 3^2} + \sqrt{2 \cdot 5^2} - \sqrt{2} - \sqrt{2^3} = \\ = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$d) \sqrt{3^3} - \sqrt{2 \cdot 5^2} + \sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{2^3} = 3\sqrt{3} - 5\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$$

$$e) \sqrt{2 \cdot 5^2 \cdot a} - \sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot a} = 5\sqrt{2a} - 3\sqrt{2a} = 2\sqrt{2a}$$

048 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}$$

$$\text{b) } \frac{3}{\sqrt[3]{4}} = \frac{3}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{3\sqrt[3]{2}}{2}$$

$$\text{c) } \sqrt{\frac{7}{3}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$$

$$\text{d) } \frac{1}{\sqrt{a^3}} = \frac{1}{a\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a^2}$$

$$\text{e) } \frac{3}{\sqrt{50}} = \frac{3}{\sqrt{2 \cdot 5^2}} = \frac{3}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{10}$$

$$\text{f) } \frac{4}{\sqrt{18}} = \frac{4}{\sqrt{2 \cdot 3^2}} = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{6} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{g) } \frac{2}{\sqrt[3]{25}} = \frac{2}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{2\sqrt[3]{5}}{5}$$

$$\text{h) } \frac{1}{\sqrt[3]{40}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2^3 \cdot 5}} = \frac{1}{2\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{10} = \frac{\sqrt[3]{25}}{10}$$

$$\text{i) } \frac{3}{\sqrt[3]{36}} = \frac{3}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 3^2}} = \frac{3\sqrt[3]{2 \cdot 3}}{2 \cdot 3} = \frac{3\sqrt[3]{6}}{6} = \frac{\sqrt[3]{6}}{2}$$

$$\text{j) } \frac{2}{\sqrt[3]{100}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 5^2}} = \frac{2\sqrt[3]{2 \cdot 5}}{2 \cdot 5} = \frac{2\sqrt[3]{10}}{10} = \frac{\sqrt[3]{10}}{5}$$

049 SOLUCIÓN

$$a) \frac{\sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \frac{\sqrt{2} - 1}{2 - 1} = \sqrt{2} - 1$$

$$b) \frac{(x + y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})} = \frac{(x + y)(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{x - y} = \frac{x\sqrt{x} - x\sqrt{y} + y\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{x - y}$$

$$c) \frac{(a - 1)(\sqrt{a} + 1)}{(\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 1)} = \frac{(a - 1)(\sqrt{a} + 1)}{(a - 1)} = \sqrt{a} + 1$$

$$d) \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})} = \frac{x + y + 2\sqrt{xy}}{x - y}$$

$$e) \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{5}}{(2\sqrt{3} - \sqrt{5})(2\sqrt{3} + \sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{5}}{12 - 5} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{5}}{7}$$

$$f) \frac{(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2}{18 - 12} = \frac{18 + 12 + 12\sqrt{6}}{6} = \frac{30 + 12\sqrt{6}}{6} = 5 + 2\sqrt{6}$$

$$g) \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2} + 1}{1} + \frac{\sqrt{2} - 1}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$h) \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{x} - \sqrt{y}}{x - y} = \frac{2\sqrt{x}}{x - y}$$

050 SOLUCIÓN

$$a) \sqrt[3]{3 \cdot 2^3} = \sqrt[3]{24}$$

$$b) \sqrt[3]{\frac{4^3}{4}} = \sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{16}$$

$$c) \sqrt{\frac{2^2 \cdot 3x}{x^2 \cdot 2^3}} = \sqrt{\frac{3}{2x}}$$

$$d) \sqrt[3]{\frac{3^3 \cdot 5^2}{5^3 \cdot 3^2}} = \sqrt[3]{\frac{3}{5}}$$

$$e) \sqrt[4]{2^4 \cdot 2^2} = \sqrt[4]{2^6} = \sqrt{2^3} = \sqrt{8}$$

$$f) \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 5}{5^3}} = \sqrt[3]{\frac{3}{5^2}} = \sqrt[3]{\frac{3}{25}}$$

051 SOLUCIÓN

a) $\sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2}$

b) $4\sqrt{2^3} = 4 \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

c) $\sqrt{2^3 \cdot 5^3} = 10\sqrt{10}$

d) $\sqrt[3]{2^3 \cdot a^5} = 2a\sqrt[3]{a^2}$

e) $\sqrt{\frac{5^3 \cdot a^2}{2^4 \cdot b}} = \frac{5a}{4}\sqrt{\frac{5}{b}}$

f) $\sqrt{\frac{13}{36}} = \frac{1}{6}\sqrt{13}$

g) $\frac{4}{a}\sqrt{\frac{1}{a}}$

h) $\sqrt{4(a^2 + 1)} = 2\sqrt{a^2 + 1}$

i) $\sqrt{\frac{25a}{16 \cdot 9}} = \frac{5\sqrt{a}}{12}$

052 SOLUCIÓN

a) $\sqrt[6]{\frac{27}{1\,000}} = \sqrt[6]{\frac{3^3}{10^3}} = \sqrt[6]{\left(\frac{3}{10}\right)^3} = \left(\frac{3}{10}\right)^{3/6} = \left(\frac{3}{10}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{3}{10}}$

b) $\sqrt[8]{\frac{16}{10\,000}} = \sqrt[8]{\frac{2^4}{10^4}} = \sqrt[8]{\left(\frac{2}{10}\right)^4} = \left(\frac{1}{5}\right)^{4/8} = \left(\frac{1}{5}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{1}{5}}$

c) $\sqrt[4]{\frac{25}{16}} = \sqrt[4]{\frac{5^2}{4^2}} = \left(\frac{5}{4}\right)^{2/4} = \left(\frac{5}{4}\right)^{1/2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

053 SOLUCIÓN

a) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = 2\sqrt[3]{3}$ b) $\sqrt[6]{3^3} = 3^{3/6} = 3^{1/2} = \sqrt{3}$ c) $-\sqrt[3]{3^3 \cdot 2^2} = -3\sqrt[3]{2^2}$

d) $\sqrt[12]{2^6 \cdot y^3} = \sqrt[4]{2^2 \cdot y} = \sqrt[4]{2^2} \cdot \sqrt[4]{y} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{y}$

e) $\sqrt[4]{\frac{3^4}{2^6}} = \frac{3}{\sqrt{2^3}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

f) $\sqrt[8]{5^4} : \sqrt[4]{5^2} = \sqrt{5} : \sqrt{5} = 1$

054 SOLUCIÓN

a) $\sqrt[12]{64}, \sqrt[12]{81}, \sqrt[12]{64}; \sqrt[4]{4} = \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt[6]{216}, \sqrt[6]{16}; \sqrt[3]{4} < \sqrt{6}$

c) $\sqrt[20]{7\,776}, \sqrt[20]{10\,000}; \sqrt[4]{6} < \sqrt[5]{10}$

d) $\sqrt[12]{373\,248}, \sqrt[12]{6\,561}, \sqrt[12]{10\,000}; \sqrt[3]{9} < \sqrt[6]{100} < \sqrt[4]{72}$

055 SOLUCIÓN

$$\text{a) } 20 \sqrt{27 \cdot 6} = 20 \sqrt{3^3 \cdot 2 \cdot 3} = 20 \sqrt{2 \cdot 3^4} = 180 \sqrt{2}$$

$$\text{b) } 2 \sqrt{\frac{4 \cdot 27}{3 \cdot 8}} = 2 \sqrt{\frac{9}{2}} = 6 \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\text{c) } \sqrt{\frac{2}{8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{d) } (\sqrt[3]{2^2 \cdot 3})^2 = \sqrt[3]{2^4 \cdot 3^2} = 2 \sqrt[3]{2 \cdot 3^2} = 2 \sqrt[3]{18}$$

$$\text{e) } (\sqrt[6]{2^5})^3 = \sqrt[6]{2^{15}} = \sqrt{2^5} = 2^2 \sqrt{2} = 4 \sqrt{2}$$

$$\text{f) } \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} : \sqrt[3]{3} = 2 \sqrt[3]{3} : \sqrt[3]{3} = 2$$

056 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \sqrt[6]{2^2 \cdot 3^3} = \sqrt[6]{108}$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{a} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a}$$

$$\text{c) } \left(\sqrt[6]{\frac{2^5}{2^9}}\right)^3 = \left(\sqrt[6]{\frac{1}{2^4}}\right)^3 = \sqrt[6]{\frac{1}{2^{12}}} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{d) } \sqrt[3]{\sqrt{2^2 \cdot 3}} : \sqrt[3]{\sqrt{2^2}} = \sqrt[6]{2^2 \cdot 3} : \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{3}$$

057 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \sqrt[12]{4} = \sqrt[6]{2}$$

$$\text{b) } \sqrt[12]{2^4 \cdot 2^3} = \sqrt[12]{2^7} = \sqrt[12]{128}$$

$$\text{c) } \sqrt[20]{\frac{a^{15} \cdot a^{16}}{a^{10}}} = \sqrt[20]{a^{21}} = a \sqrt[20]{a}$$

058 SOLUCIÓN

$$a) \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2} \cdot 3^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$b) \frac{2\sqrt[3]{2^2}}{2} = \sqrt[3]{4}$$

$$c) \frac{(\sqrt{2} - 1)\sqrt{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

$$d) \frac{3(3 - \sqrt{3})}{9 - 3} = \frac{9 - 3\sqrt{3}}{6} = \frac{3(3 - \sqrt{3})}{2 \cdot 3} = \frac{3 - \sqrt{3}}{2}$$

$$e) \frac{\sqrt{2^3 \cdot 3^2} + 3\sqrt{2^5} - \sqrt{2^3}}{\sqrt{2^3}} = \frac{3\sqrt{8} + 6\sqrt{8} - \sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \frac{8\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = 8$$

059 SOLUCIÓN

$$a) 25\sqrt{5} + 18\sqrt{5} - 14\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 35\sqrt{5}$$

$$b) 2\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} - 21\sqrt[3]{2} = -20\sqrt[3]{2}$$

$$c) 5\sqrt{5} + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{5} - 2\sqrt{6} = 2\sqrt{5} + \sqrt{6}$$

$$d) \sqrt{12} - \sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{2} + 3\sqrt{2} - \sqrt{3} = \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$$

060 SOLUCIÓN

$$a) 3\sqrt[3]{2^4} - 2\sqrt[3]{2 \cdot 5^3} + 5\sqrt[3]{2 \cdot 3^3} - 4\sqrt[3]{2} = 6\sqrt[3]{2} - 10\sqrt[3]{2} + 15\sqrt[3]{2} - 4\sqrt[3]{2} = 7\sqrt[3]{2}$$

$$b) \sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{2 \cdot 3^2}{5^3}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2^3}{3^2 \cdot 5}} = \sqrt{\frac{2}{5}} - \frac{12}{5}\sqrt{\frac{2}{5}} + \frac{2}{9}\sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{-53}{45}\sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$c) 7\sqrt[3]{3^4 \cdot a} - 2\sqrt[3]{3a^4} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5} = 21\sqrt[3]{3a} - 2a\sqrt[3]{3a} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5} = \left(\frac{106}{5} - 2a\right)\sqrt[3]{3a}$$

061 SOLUCIÓN

$$a) (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2}) = 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$$

$$b) 2\sqrt{12} + 2\sqrt{10} = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{10}$$

$$c) 5 - 6 = -1$$

$$d) 20 + 18 - 12\sqrt{10} = 38 - 12\sqrt{10}$$

$$e) (2 - 1)\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

062 SOLUCIÓN

$$a) \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot 3^2} = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{3} - \sqrt{2})\sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6} - 2}{3 \cdot 2} =$$

$$= \frac{2(\sqrt{6} - 1)}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt{6} - 1}{3}$$

$$b) \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{2^2 \cdot 3}} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{3} + \sqrt{2})\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6 + \sqrt{6}}{6} = 1 + \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$c) \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{5})}{2(\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5})} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2(3 - 5)} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{-4} = -\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{4}$$

$$d) \frac{3(\sqrt{5} + 2)}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)} = \frac{3(\sqrt{5} + 2)}{5 - 4} = 3(\sqrt{5} + 2) = 3\sqrt{5} + 6$$

$$e) \frac{11(2\sqrt{5} - 3)}{(2\sqrt{5} + 3)(2\sqrt{5} - 3)} = \frac{11(2\sqrt{5} - 3)}{20 - 9} = \frac{11(2\sqrt{5} - 3)}{11} = 2\sqrt{5} - 3$$

$$f) \frac{(3\sqrt{6} + 2\sqrt{2})(3\sqrt{3} - 2)}{(3\sqrt{3} + 2)(3\sqrt{3} - 2)} = \frac{9\sqrt{18} - 6\sqrt{6} + 6\sqrt{6} - 4\sqrt{2}}{27 - 4} = \frac{9\sqrt{2 \cdot 3^2} - 4\sqrt{2}}{23} =$$

$$= \frac{27\sqrt{2} - 4\sqrt{2}}{23} = \frac{23\sqrt{2}}{23} = \sqrt{2}$$

063 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \frac{3(\sqrt{3} + \sqrt{2}) - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{3\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} + 5\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{5})^2 - (\sqrt{7} + \sqrt{5})^2}{(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})} &= \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5} - \sqrt{7} - \sqrt{5})}{7 - 5} = \\ &= \frac{2\sqrt{7}(-2\sqrt{5})}{2} = -2\sqrt{35} \end{aligned}$$

05 · Logaritmos

064 SOLUCIÓN

a) $\log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$

c) $\log_9 1 = 0$

e) $\log_4 64 = \log_4 4^3 = 3$

g) $\ln e^4 = 4$

i) $\log_5 0,04 = \log_5 5^{-2} = -2$

b) $\log_2 0,25 = \log_2 2^{-2} = -2$

d) $\log_{10} 0,1 = \log_{10} 10^{-1} = -1$

f) $\log_7 49 = \log_7 7^2 = 2$

h) $\ln e^{-1/4} = -\frac{1}{4}$

j) $\log_6 \left(\frac{1}{216}\right) = \log_6 6^{-3} = -3$

065 SOLUCIÓN

a) $2^5 = 32 ; 2^6 = 64 ; 32 < 60 < 64$

$$5 < \log_2 60 < 6 \rightarrow \log_2 60 = 5,...$$

b) $5^4 = 625 ; 5^5 = 3125 ; 625 < 700 < 3125$

$$4 < \log_5 700 < 5 \rightarrow \log_5 700 = 4,...$$

c) $10^4 = 10\,000 ; 10^5 = 100\,000 ; 10\,000 < 43\,000 < 100\,000$

$$4 < \log_{10} 43\,000 < 5 \rightarrow \log_{10} 43\,000 = 4,...$$

d) $10^{-2} = 0,01 ; 10^{-1} = 0,1 ; 0,01 < 0,084 < 0,1$

$$-2 < \log_{10} 0,084 < -1 \rightarrow \log_{10} 0,084 = -1,...$$

e) $9^1 = 9 ; 9^2 = 81 ; 9 < 60 < 81$

$$1 < \log_9 60 < 2 \rightarrow \log_9 60 = 1,...$$

f) $\ln e = 1$

066 SOLUCIÓN

a) $\frac{\log 1500}{\log 2} = 10,55; 2^{10,55} \approx 1500$

b) $\frac{\log 200}{\log 5} = 3,29; 5^{3,29} \approx 200$

c) $\frac{\log 200}{\log 100} = 1,15; 100^{1,15} \approx 200$

d) $\frac{\log 40}{\log 100} = 0,80; 100^{0,80} \approx 40$

067 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \log_5 \sqrt[3]{\frac{A^2}{25B}} = \frac{1}{3} [2 \log_5 A - \log_5 25 - \log_5 B] = \frac{1}{3} [2 \cdot 1,8 - 2 - 2,4] = \frac{-0,8}{3} \approx -0,27$$

$$\text{b) } \log_5 \frac{5\sqrt{A^3}}{B^2} = \log_5 5 + \frac{3}{2} \log_5 A - 2 \log_5 B = 1 + \frac{3}{2} \cdot 1,8 - 2 \cdot 2,4 = 1 + 2,7 - 4,8 = -1,1$$

068 SOLUCIÓN

$$\ln y = 2x - \ln 5 \rightarrow \ln y = \ln e^{2x} - \ln 5$$

$$\ln y = \ln \frac{e^{2x}}{5} \rightarrow y = \frac{e^{2x}}{5}$$

069 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \log_2 64 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2} = 6 - 2 - 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{b) } \log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_2 1 = -5 - 3 - 0 = -8$$

070 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \log_x 125 = 3 \rightarrow x^3 = 125 \rightarrow x = 5$$

$$\text{b) } \log_x \frac{1}{9} = -2 \rightarrow x^{-2} = \frac{1}{9} \rightarrow x = 3$$

071 SOLUCIÓN

$$\text{a) } x = \frac{2}{\log 3} = 4,19$$

$$\text{b) } 2 \log x = -2; x = \frac{1}{10}$$

$$\text{c) } x = \frac{\log 115}{\log 7} = 2,438$$

$$\text{d) } x = -\frac{\log 3}{\log 5} = -0,683$$

072 SOLUCIÓN

a) 1,085

b) $\ln(2,3 \cdot 10^{11}) \approx 26,161 \rightarrow e^{26,161} \approx 2,3 \cdot 10^{11}$

c) $\ln(7,2 \cdot 10^{-5}) \approx -9,539 \rightarrow e^{-9,539} \approx 7,2 \cdot 10^{-5}$

d) 3,42

e) 0,41

f) -4,88

073 SOLUCIÓN

a) $\ln x = \ln 17 + \ln 13 \rightarrow x = 17 \cdot 13 = 221 \rightarrow x = 221$

b) $\log x = \log \frac{36}{9} \rightarrow x = \frac{36}{9} = 4$

c) $\ln x = 3 \ln 5 \rightarrow x = 5^3 = 125 \rightarrow x = 125$

d) $\log x = \log \frac{12 \cdot 25}{6^2} \rightarrow x = \frac{25}{3}$

e) $\ln x = 4 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 25 \rightarrow \ln x = \ln 2^4 - \ln 25^{1/2} \rightarrow$

$$\rightarrow \ln x = \ln 16 - \ln 5 \rightarrow \ln x = \ln \frac{16}{5} \rightarrow x = \frac{16}{5}$$

074 SOLUCIÓN

$$\log 30 = \log (3 \cdot 10) = \log 3 + \log 10 = 0,477 + 1 = 1,477$$

$$\log 300 = \log (3 \cdot 10^2) = \log 3 + 2 \log 10 = 2,477$$

$$\log 3\,000 = 0,477 + 3 = 3,477$$

$$\log 0,3 = \log (3 \cdot 10^{-1}) = 0,477 - 1 = -0,523$$

$$\log 0,03 = \log (3 \cdot 10^{-2}) = 0,477 - 2 = -1,523$$

$$\log 0,003 = 0,477 - 3 = -2,523$$

075 SOLUCIÓN

a) $\log k - \log 100 = 14,4 - 2 = 12,4$

b) $\log 0,1 + 2 \log k = -1 + 2 \cdot 14,4 = 27,8$

c) $\frac{1}{3} (\log 1 - \log k) = -\frac{1}{3} \cdot 14,4 = -4,8$

d) $(14,4)^{1/2} = \sqrt{14,4} = 3,79$

076 SOLUCIÓN

a) $x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \frac{1}{2}$

b) $x^{1/2} = 2 \rightarrow x = 4$

c) $\frac{1}{x^2} = \frac{4}{100} \rightarrow x = 5$

d) $x^{-1/2} = 4 \rightarrow x = \frac{1}{16}$

077 SOLUCIÓN

a) $x = \frac{\log 0,005}{\log 3} = -4,82$

b) $x = \frac{\log 17}{\log 0,8} = -12,70$

c) $e^x = 18 \rightarrow x = \ln 18 = 2,89 \rightarrow x = 2,89$

d) $x = \frac{\log 15}{\log 1,5} = 6,68$

e) $x = \frac{\log 0,004}{\log 0,5} = 7,97$

f) $e^x = 0,1 \rightarrow x = \ln 0,1 = -2,30 \rightarrow x = -2,30$

078 SOLUCIÓN

a) $\log x^{2,7} = \log 19 \Rightarrow 2,7 \log x = \log 19 \Rightarrow \log x = \frac{\log 19}{2,7} = 0,47$
 $x = 10^{0,47} = 2,98$

b) $7^{0,5} = 3x \Rightarrow x = \frac{7^{0,5}}{3} = 0,88$

c) $\log 3^{2+x} = \log 172 \Rightarrow (2+x) \log 3 = \log 172 \Rightarrow 2+x = \frac{\log 172}{\log 3}$
 $x = \frac{\log 172}{\log 3} - 2 = 2,69$

079 SOLUCIÓN

a) $2 \log k = 2x$

b) $\log k - \log 100 = x - 2$

c) $\frac{1}{2} \log 10k = \frac{1}{2} (1 + x)$

1 —

080 SOLUCIÓN

$$\frac{-\log a + 1/2 \log a}{3 \log a} = \frac{-1/2 \log a}{3 \log a} = -\frac{1}{6}$$

Ha de ser $a \neq 1$ para que $\log a \neq 0$ y podamos simplificar.

06 · Notación científica y errores

081 SOLUCIÓN

a) $|\text{Error absoluto}| < 0,05 \text{ m}^2$

$$|\text{Error relativo}| < \frac{0,05}{96,4} < 0,00052 = 0,052\%$$

b) $|\text{Error absoluto}| < 0,5 \text{ millones de horas} = 500\,000 \text{ horas}$

$$|\text{Error relativo}| < \frac{0,5}{37} < 0,014 = 1,4\%$$

c) — Si suponemos que los tres ceros finales se han utilizado para poder expresar la cantidad (es decir, que se trata de 19 mil €, redondeando a los “miles de euros”), entonces:

$$|\text{E.A.}| < 0,5 \text{ miles de €} = 500 \text{ €} \quad |\text{E.R.}| < \frac{0,5}{19} < 0,027 = 2,7\%$$

— Si suponemos que es 19 000 € exactamente:

$$|\text{E.A.}| < 0,5 \text{ €} \quad |\text{E.R.}| < \frac{0,5}{19\,000} < 0,000027 = 0,0027\%$$

082 SOLUCIÓN

$$\begin{aligned} \text{a) } (800\,000 : 0,0002) \cdot 0,5 \cdot 10^{12} &= ((8 \cdot 10^5) : (2 \cdot 10^{-4})) \cdot 5 \cdot 10^{11} = \\ &= (4 \cdot 10^9) \cdot 5 \cdot 10^{11} = 20 \cdot 10^{20} = 2 \cdot 10^{21} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 0,486 \cdot 10^{-5} + 93 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-7} &= 48,6 \cdot 10^{-7} + 0,93 \cdot 10^{-7} - 6 \cdot 10^{-7} = \\ &= 43,53 \cdot 10^{-7} = 4,353 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

083 SOLUCIÓN

$$\text{a) } (3,87 \cdot 10^{15} \cdot 5,96 \cdot 10^{-9}) : (3,941 \cdot 10^{-6}) \approx 5,85 \cdot 10^{12}$$

$$\text{b) } 8,93 \cdot 10^{-10} + 7,64 \cdot 10^{-10} - 1,42 \cdot 10^{-9} = 2,37 \cdot 10^{-10}$$

084 SOLUCIÓN

$$\text{a) } 1,41 \cdot 10^2 \quad |\text{Error absoluto}| < 0,5; \quad |\text{Error relativo}| < 0,0035$$

$$\text{b) } -1,58 \cdot 10^5 \quad |\text{Error absoluto}| < 500; \quad |\text{Error relativo}| < 0,0032$$

$$\text{c) } -2,65 \cdot 10^6 \quad |\text{Error absoluto}| < 5\,000; \quad |\text{Error relativo}| < 0,0019$$

085 SOLUCIÓN

$$\text{a) } 8,57 \cdot 10^{13} > 4,53 \cdot 10^{13} > 3,27 \cdot 10^{13}$$

$$\text{b) } 5 \cdot 10^{-9} > 2 \cdot 10^{-9} > 1,19 \cdot 10^{-9}$$

086 SOLUCIÓN

$$-7,268 \cdot 10^{-12}$$

087 SOLUCIÓN

$$\frac{(6 \cdot 10^4)^3 \cdot (2 \cdot 10^{-5})^4}{10^4 \cdot 7,2 \cdot 10^7 \cdot (2 \cdot 10^{-4})^5} = 150$$

088 SOLUCIÓN

$$0,00793125 = 7,93 \cdot 10^{-3}$$

$$|\text{Error absoluto}| < 5 \cdot 10^{-6}; |\text{Error relativo}| < 6,31 \cdot 10^{-4}$$

089 SOLUCIÓN

$$2\,749\,882,353 \approx 2,75 \cdot 10^6$$

$$|\text{Error absoluto}| < 5 \cdot 10^3$$

$$|\text{Error relativo}| < 1,82 \cdot 10^{-3}$$

07 · Problemas aritméticos

090 SOLUCIÓN

$$40 \cdot 5 = 200 \text{ horas}$$

$$25\,000 : 200 = 125 \text{ l/h (consumo de gasóleo por hora)}$$

$$125 \cdot 6 \cdot 25 = 18\,750 \text{ l consumidos en enero.}$$

$$25\,000 - 18\,750 = 6\,250 \text{ litros quedan en el depósito.}$$

091 SOLUCIÓN

$$3\,000 : 12 = 250 \text{ copias por hora cada fotocopidora.}$$

$$5\,500 : 250 = 22 \text{ horas diarias entre las tres.}$$

$22 : 3 = 7,3 = 7 \text{ horas } 20 \text{ minutos}$ es el tiempo que tienen que trabajar las fotocopadoras.

092 SOLUCIÓN

Debemos repartir 20000 € de forma inversamente proporcional al tiempo empleado:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8} = \frac{10}{40} + \frac{8}{40} + \frac{5}{40} = \frac{23}{40} \text{ tardarían entre los tres}$$

$$\text{Al primero le corresponde } \frac{20\,000 \cdot 10}{23} = 8\,695,65 \text{ €}$$

$$\text{Al segundo le corresponde } \frac{20\,000 \cdot 8}{23} = 6\,956,52 \text{ €}$$

$$\text{Al tercero le corresponde } \frac{20\,000 \cdot 5}{23} = 4\,347,83 \text{ €}$$

093 SOLUCIÓN

$$52 : 6,4 = 8,125$$

$$8,125 \cdot 100 = 812,5 \text{ km}$$

094 SOLUCIÓN

$18,75 : 15 = 1,25$ € por refresco.

1,25 paga el primero; 2,5 paga el segundo $\rightarrow 3,75$ € entre los dos.

Los restantes toman $15 - 3 = 12$ refrescos.

$12 : 3 = 4$ amigos que paga cada uno 3,75 €.

Son 6 en total. Pagan 1,25 €, 2,5 € y 3,75 € los otros cuatro.

095 SOLUCIÓN

$450 : 30 = 15$; $15 : 75 = 0,2$ kg de maíz es lo que come una gallina en un día.

$200 \cdot 0,2 = 40$ kg por día para alimentar 200 gallinas.

$800 : 40 = 20$ días podrán comer las gallinas.

096 SOLUCIÓN

Para hacer todo el trabajo el primero tarda: $5 \cdot 7 \cdot \frac{3}{2} = \frac{105}{2}$ horas

Y el segundo: $8 \cdot 8 \cdot \frac{5}{3} = \frac{320}{3}$

En 1 hora los dos juntos hacen: $\frac{2}{105} + \frac{3}{320} = \frac{191}{6\,720}$

Para hacer todo el trabajo tardan: $\frac{6\,720}{191} = 35,1832$ horas

$35,1832 : 6 \approx 5$ días 5 horas 11 minutos.

097 SOLUCIÓN

$u = 145 \cdot 0,7 = 101,5$ pasos que doy en 1 minuto.

$101,5 \cdot 0,7 = 71,05$ m que recorro en un minuto.

$71,05 \cdot 60 = 4\,263$ m que recorro en una hora.

4,263 km/h es mi velocidad.

098 SOLUCIÓN

Después del primer día quedan por hacer los $\frac{2}{3}$ y como la segunda amiga tarda 6 días, para hacer todo el trabajo tardaría $\frac{6 \cdot 3}{2} = 9$ días.

La primera hace por día $\frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$ del trabajo.

Por tanto, tardaría en hacer todo el trabajo $\frac{9}{2} = 4,5$ días.

099 SOLUCIÓN

La parcela inicial mide $45 \cdot 70 = 3\,150 \text{ m}^2$

El precio del metro cuadrado es de $28\,350 : 3\,150 = 9$ euros.

La otra parcela costará $60 \cdot 50 \cdot 9 = 27\,000$ euros.

100 SOLUCIÓN

Si se aproximan a $80 + 120 = 200 \text{ km/h}$, en recorrer 350 km tardarán:

$$t = \frac{350}{200} = 1,75 \text{ horas} = 1 \text{ hora y } 45 \text{ minutos}$$

101 SOLUCIÓN

El primero recorre $\frac{1}{3}$ del camino en 1 hora.

El segundo recorre $\frac{1}{5}$ del camino en 1 hora.

Entre los dos recorren: $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$ del camino en 1 hora.

Tardarán $\frac{15}{8} \text{ h} = 1\text{h } 52' 30''$ en encontrarse.

08 · Repaso integrado

102 SOLUCIÓN

a) $\mathbb{N}: \frac{51}{17}$

$\mathbb{Z}: \frac{51}{17}; \sqrt[3]{-8}$

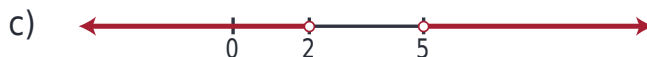
$\mathbb{Q}: \frac{51}{17}; \sqrt[3]{-8}; -\frac{58}{45}; 1,0\hat{7}$

$\mathbb{R}: \frac{51}{17}; \sqrt[3]{-8}; -\frac{58}{45}; 1,0\hat{7}; \frac{\pi}{3}; \sqrt[5]{2^3}$

b) $\sqrt[3]{-8} < -\frac{58}{45} < \frac{\pi}{3} < 1,0\hat{7} < \sqrt[5]{2^3} < \frac{51}{17}$

c) $-\frac{58}{45}; \frac{\pi}{3}; 1,0\hat{7}$

103 SOLUCIÓN



104 SOLUCIÓN

a) $(-\infty, -8] \cup [8, +\infty)$

b) $(-1, 9)$

105 SOLUCIÓN

$$(\sqrt[4]{a^3} \cdot a^{-1}) : (a\sqrt{a}) = (a^{3/4} \cdot a^{-1}) : (a \cdot a^{1/2}) = (a^{3/4-1}) : (a^{1+1/2}) = (a^{-1/4}) : (a^{3/2}) = a^{-1/4-3/2} = a^{-7/4}$$

106 SOLUCIÓN

Reducimos los radicales a índice común:

$$\text{mín.c.m. } (3, 6) = 6 \rightarrow \sqrt[3]{9a^2b} = \sqrt[6]{(9a^2b)^2}$$

$$\sqrt[3]{9a^2b} \cdot \sqrt[6]{18a^3b^2} = \sqrt[6]{9^2a^4b^2 \cdot 18a^3b^2} = \sqrt[6]{2 \cdot 9^3a^7b^4} = \sqrt[6]{2 \cdot 3^6a^7b^4} = 3a\sqrt[6]{2ab^4}$$

107 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \frac{4 + \sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = \frac{(4 + \sqrt{6})(\sqrt{3})}{(2\sqrt{3})(\sqrt{3})} = \frac{4\sqrt{3} + \sqrt{18}}{2 \cdot 3} = \frac{4\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{6} = \frac{2}{3}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\text{b) } \frac{2}{3 - \sqrt{3}} = \frac{2(3 + \sqrt{3})}{(3 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})} = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{9 - 3} = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{6} = 1 + \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

108 SOLUCIÓN

$$\sqrt{63} - 2\sqrt{28} + \sqrt{175} = \sqrt{3^2 \cdot 7} - 2\sqrt{2^2 \cdot 7} + \sqrt{5^2 \cdot 7} = 3\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 5\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$$

109 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \log_3 x = -1 \rightarrow x = 3^{-1} \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } \log x = 2,5 \rightarrow x = 10^{2,5} \rightarrow x = 10^{5/2} = \sqrt{10^5} = 10^2\sqrt{10}$$

$$\text{c) } \ln x = 2 \rightarrow x = e^2$$

110 SOLUCIÓN

$$\text{a) } x \log 2,5 = \log 0,0087 \rightarrow x = \frac{\log 0,0087}{\log 2,5} = -5,18$$

$$\text{b) } 1,005^{3x} = 143$$

Tomamos logaritmos:

$$\log 1,005^{3x} = \log 143 \rightarrow 3x \log 1,005 = \log 143 \rightarrow x = \frac{\log 143}{3 \log 1,005} \approx 331,68$$

111 SOLUCIÓN

$$(5 \cdot 10^{-18}) \cdot (3,52 \cdot 10^{15}) : (-2,18 \cdot 10^{-7}) = (1,76 \cdot 10^{-2}) : (-2,18 \cdot 10^{-7}) = \\ = -8,0734 \cdot 10^4 \approx -8,07 \cdot 10^4$$

$$|\text{Error absoluto}| < 0,005 \cdot 10^4 = 5 \cdot 10^1$$

$$|\text{Error relativo}| < \frac{5 \cdot 10^1}{8,07 \cdot 10^4} = 6,2 \cdot 10^{-4}$$

112 SOLUCIÓN

$$\log 5 + 2 \log 3 - \log 4 = \log 5 + \log 3^2 - \log 4 = \log \left(\frac{5 \cdot 9}{4} \right) \rightarrow A = \frac{45}{4}$$