1.º BACHILLERATO

ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL

Practica, razona y comprueba tus respuestas.

01 Tablas de doble entrada

Organización de pares de datos.

02 Distribuciones condicionadas

Frecuencias conjuntas y marginales.

03 Nubes de puntos

Representaciones y asociación.

04 Covarianza y correlación

Intensidad y sentido de la relación.

05 Rectas de regresión

Ajuste lineal en ambas direcciones.

06 Estimaciones y predicciones

Interpolación, extrapolación y fiabilidad.

07 Propiedades y aplicaciones

Razonamiento y contextos cotidianos.

TU RUTA DE TRABAJO

Índice

Actividades organizadas por contenidos, con espacio para trabajar y soluciones al final.

01	Tablas de doble entrada	3
02	Distribuciones condicionadas	7
03	Nubes de puntos	8
04	Covarianza y correlación	14
05	Rectas de regresión	21
06	Estimaciones y predicciones	26
07	Propiedades y aplicaciones	30
•	Solucionario	34

Cómo usar el dossier

El código **1.12** identifica la actividad 12 del bloque 1. Busca ese mismo código en el solucionario. Puedes seguir el orden completo o seleccionar un contenido para repasarlo.

Antes de empezar

Las varianzas y covarianzas se calculan dividiendo entre N. Las marcas de clase dan aproximaciones. Para estimar Y a partir de X utiliza la regresión Y sobre X, y viceversa. La correlación no demuestra causalidad. Una predicción fuera del intervalo observado requiere especial cautela.

BLOQUE 01

Tablas de doble entrada

Organización de pares de datos. · 11 actividades

1.01 Identifica ambas variables y escribe tres parejas de ejemplo.

a) Edad y sexo de asistentes a un concierto.

b) Tamaño de un archivo y tiempo de copia.

c) Peso y talla del alumnado.

1.02 Tabula las horas de estudio X y suspensos Y. Pares (X; Y): (2; 1), (0; 7), (1; 3), (3; 1), (3; 0), (1; 2), (1; 1), (2; 0), (3; 0), (2; 7), (1; 0), (2; 1), (3; 1), (1; 4), (1; 2), (2; 1), (2; 0), (3; 1), (2; 2), (1; 0), (1; 2), (2; 1), (0; 6), (2; 0).

1.03 Construye la tabla conjunta y las marginales. Pares (X; Y): (1; 2), (1; 3), (1; 1), (2; 2), (3; 1), (1; 1), (3; 3), (2; 1), (2; 1), (3; 2).

1.04 Halla tabla conjunta, marginales y dispersión. Pares (X; Y): (16; 5), (17; 4), (18; 6), (16; 6), (14; 8), (17; 3), (14; 5), (13; 4), (14; 8), (15; 8).

1.05 Agrupa publicidad X (miles de euros) y ventas Y (miles de unidades) en clases de amplitud 10: X desde 2 e Y desde 1. Pares (X; Y): (20; 23), (17; 20), (11; 24), (24; 4), (23; 27), (3; 21), (15; 19), (21; 1), (19; 7), (12; 12), (19; 24), (7; 7), (21; 8), (12; 19), (11; 25), (8; 13), (17; 14), (2; 21), (9; 2), (21; 11), (3; 14), (12; 18), (21; 1), (8; 12), (12; 12), (6; 29), (12; 19), (14; 21), (3; 12), (15; 15).

1.06 Construye las marginales. Se indican marcas de clases de amplitud 5 desde 0.

Y / X	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5
2,5	0	1	0	0	3
7,5	0	1	0	1	1
12,5	2	2	2	1	1
17,5	0	0	3	2	0
22,5	2	0	2	2	1
27,5	0	1	1	0	1
32,5	1	3	0	1	1
37,5	2	2	0	2	0

1.07 ¿Cuántos datos tienen $X < 16$, $Y < 100$, y $12 \leq X < 18$, respectivamente?

Y / X	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)	[18;20)
[0;100)	12	3	5	11	7
[100;200)	12	9	7	12	9
[200;300)	15	1	12	5	6
[300;400)	9	0	15	72	21

1.08 Halla marginales y medidas estadísticas de X e Y. En B, X son marcas de clases de amplitud 2 desde 0; en C, Y son marcas de clases de amplitud 10 desde 0.

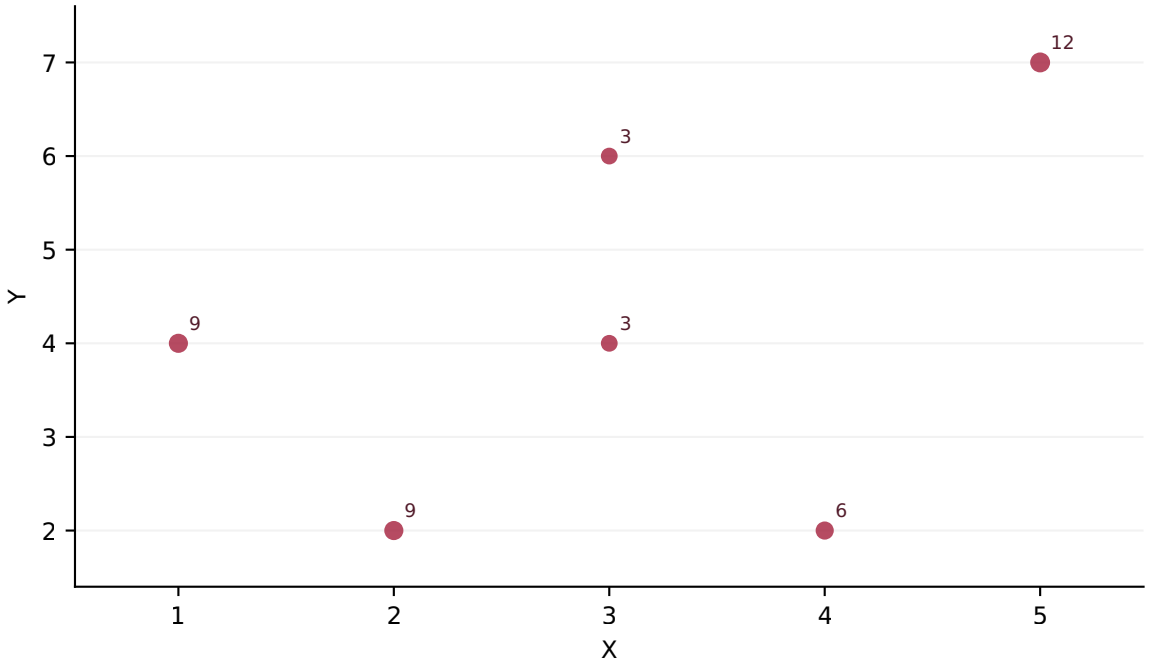
A · Y / X	1	2	3	4
1	2	4	3	3
2	1	1	1	3
3	1	0	1	2
4	4	3	3	3

B · Y / X	1	3	5	7
10	10	13	5	8
20	8	4	3	9
30	5	5	7	9
40	13	12	11	12
50	4	5	7	11
60	3	6	9	11

C · Y / X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	1	5	6	4	8	5	2	1	3	4
15	2	5	4	1	8	3	6	9	5	4
25	0	2	1	5	4	7	8	3	2	1
35	2	2	3	7	7	3	5	4	9	4

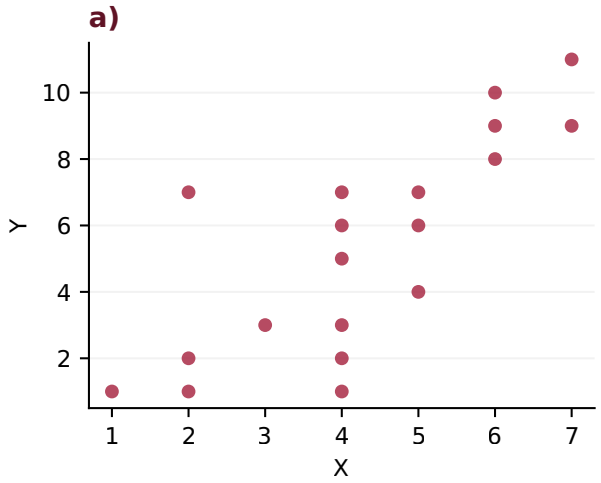
1.09 Tabula las notas conjuntas de Lengua X e Inglés Y y dibuja la dispersión. Pares (X; Y): (3; 2), (7; 6), (8; 10), (7; 6), (5; 4), (2; 2), (5; 5), (9; 9), (5; 5), (4; 5), (3; 2), (5; 4), (3; 1), (6; 5), (3; 1), (8; 10), (5; 4), (7; 7), (7; 8), (6; 4), (2; 2), (4; 5), (9; 9), (4; 5), (9; 9), (7; 8), (6; 5), (7; 7), (1; 0), (7; 7).

1.10 Construye la tabla de doble entrada de la nube. Las etiquetas indican frecuencias.

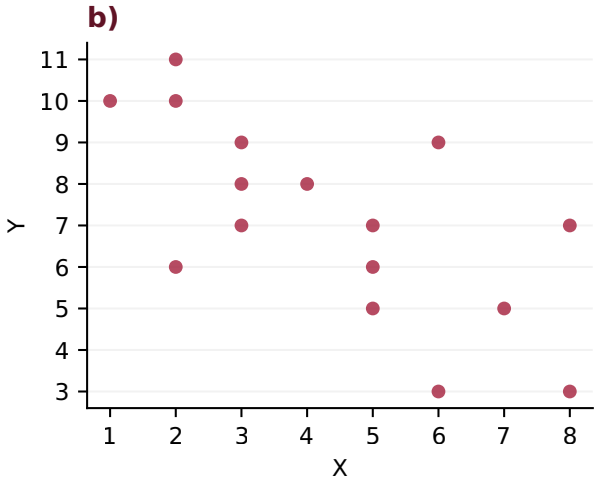


1.11 Construye la tabla de doble entrada de cada nube.

a)



b)



BLOQUE 02

Distribuciones condicionadas

Frecuencias conjuntas y marginales. · 3 actividades

2.01 Halla Y condicionada a X = 1 y X condicionada a Y = 3. Pares (X; Y): (1; 2), (1; 3), (1; 1), (2; 2), (3; 1), (1; 1), (3; 3), (2; 1), (2; 1), (3; 2).

2.02 ¿Son independientes tener mascota y aprobar Matemáticas en esta tabla?

Resultado	Mascota sí	Mascota no
Aprobado	10	15
Suspenso	30	45

2.03 Completa la tabla para que X e Y sean independientes.

Y / X	A	B	Total
C	—	—	175
D	—	—	325
Total	200	300	500

BLOQUE 03

Nubes de puntos

Representaciones y asociación. · 10 actividades

3.01 Dibuja la dispersión indicando frecuencias.

Y / X	1	2	3	4	5
2	0	0	1	2	1
4	0	2	1	3	3
6	1	0	2	3	4

3.02 Dibuja la nube y analiza la dependencia.

N.º	X	Y
1	2	2
2	4	2
3	4	1
4	3	3
5	2	3
6	5	0
7	1	3

3.03 Dibuja la nube y analiza la dependencia.

N.º	X	Y
1	2	4
2	4	2
3	4	3
4	3	0
5	2	2
6	5	4
7	1	1

3.04 Dibuja la nube y analiza la dependencia.

N.º	X	Y
1	1	2
2	3	2
3	5	4
4	7	7
5	9	8

3.05 Dibuja las nubes y clasifica la asociación.

a) X: 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10; Y: 2, 6, 10, 14, 19, 23, 25

b) X: 5, 6, 8, 10, 11, 13, 15; Y: 2, 0, -2, -7, -9, -13, -17

c) X: 120, 122, 126, 128, 130, 132, 136; Y: 60, 75, 60, 90, 50, 100, 70

3.06 Representa las nubes y analiza su asociación lineal.

a) X: 6, 8, 9, 11, 13, 15, 16, 18; Y: 8, 13, 13, 16, 21, 26, 28, 33

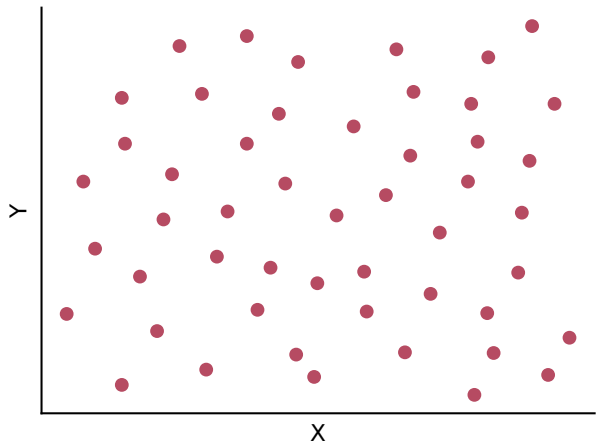
b) X: 1, 3, 6, 7, 10, 13, 17, 18; Y: 25, 21, 18, 20, 12, 15, 8, 6

c) X: 110, 112, 115, 116, 118, 120, 121, 124; Y: 40, 45, 35, 40, 60, 70, 45, 33

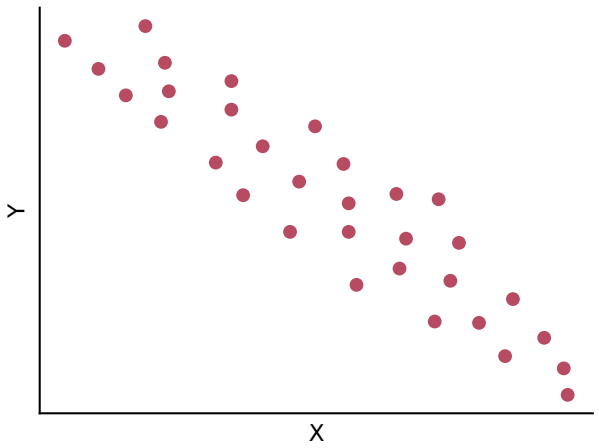
d) X: 26, 24, 23, 22, 18, 15, 14, 12; Y: 8, 12, 14, 7, 10, 11, 9, 13

3.07 Indica signo e intensidad de la asociación lineal de cada nube.

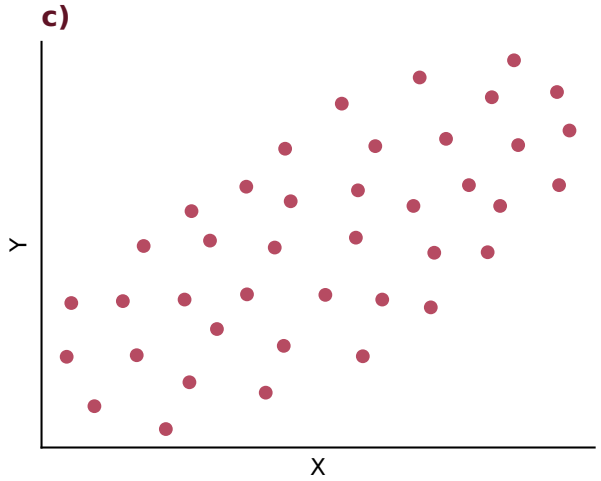
a)



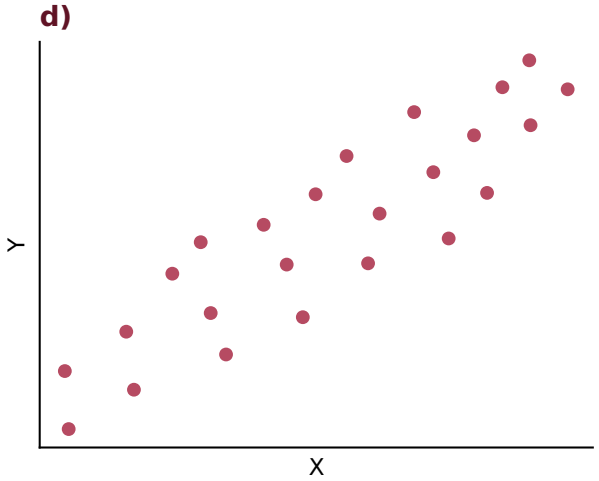
b)



c)



d)

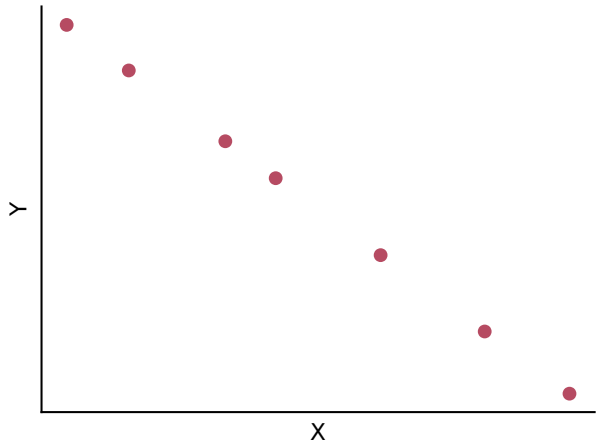


3.08 Viento X (m/s) y duración de una plaga Y (horas): dibuja la nube y analiza la dependencia.

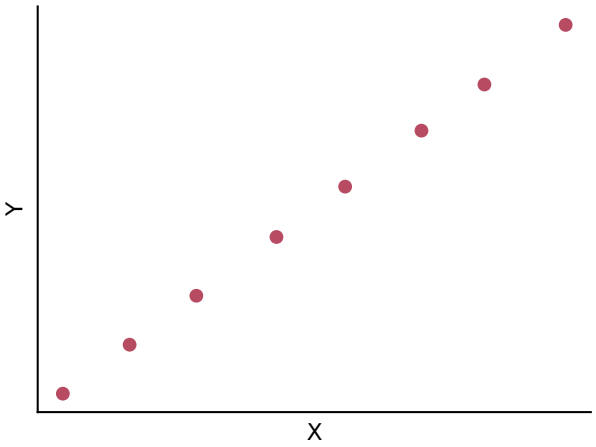
N.º	X	Y
1	0	0,2
2	0,06	1,8
3	0,5	1,3
4	0,55	0,6
5	0,75	0,5
6	0,75	0,6
7	0,79	3,9
8	1	3,3
9	1,04	5,3
10	1,22	5,7

3.09 Asocia las seis nubes con r = −1, −0,6, 0, 0,3 o 1. ¿Hay alguna con r no definido?

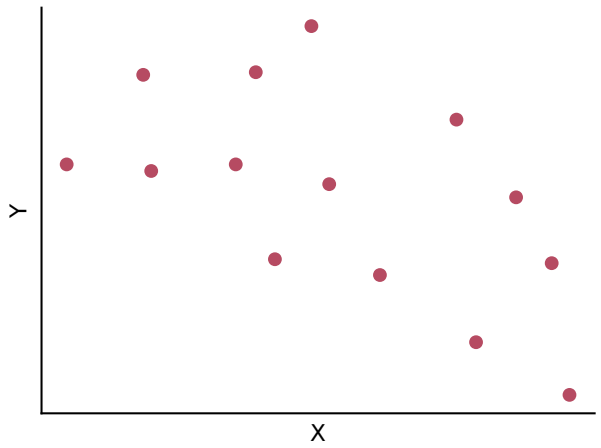
a)



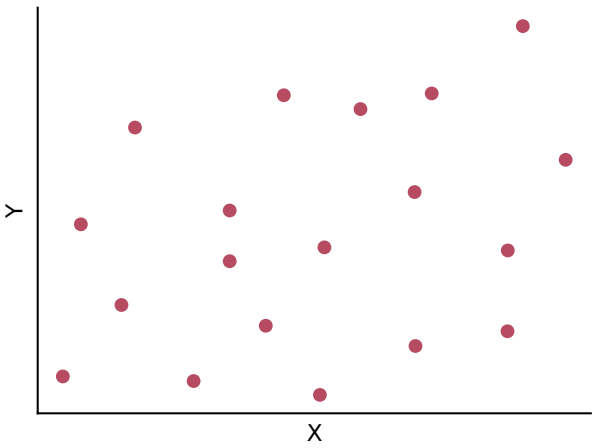
b)



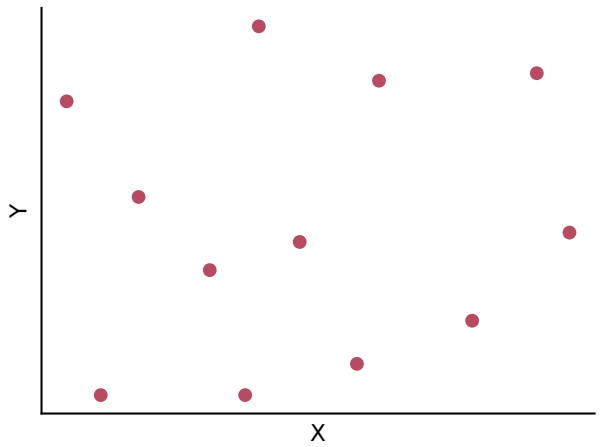
c)



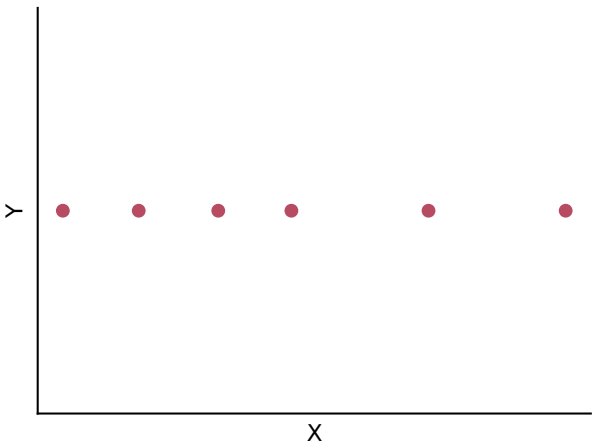
d)



e)

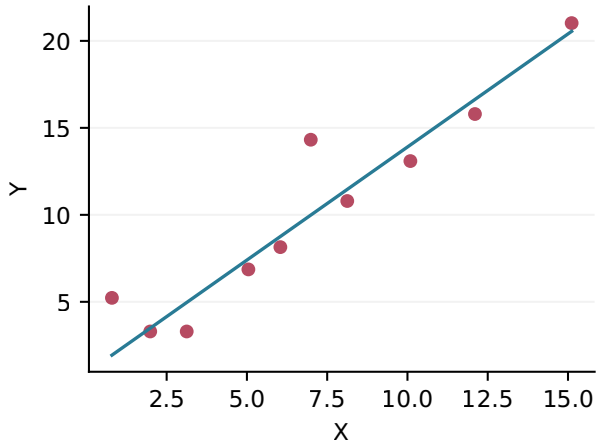


f)

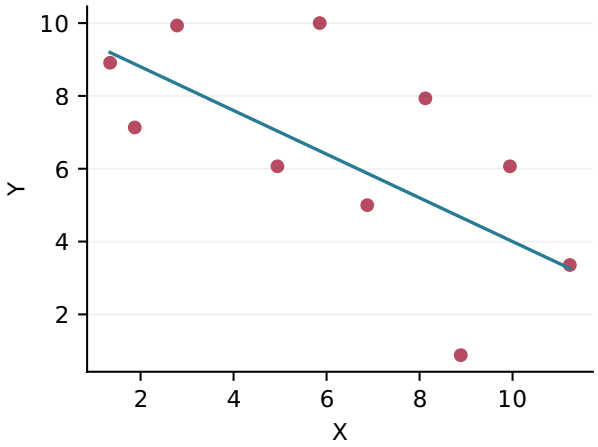


3.10 Elige r entre −0,92, 0,95, 0,6 y −0,65. Elige para cada nube su regresión entre y = 3x + 0,2; y = 1,3x + 0,9; y = −0,6x + 10; y = −2x + 12,6.

a)



b)



BLOQUE 04

Covarianza y correlación

Intensidad y sentido de la relación. · 15 actividades

4.01 Determina la covarianza.

N.º	X	Y
1	8	20
2	10	18
3	11	16
4	9	22
5	13	10
6	12	10
7	9	21
8	14	9

4.02 Calcula la covarianza.

N.º	X	Y
1	10	20
2	11	25
3	12	32
4	13	30
5	14	33
6	15	34
7	16	34

4.03 Representa los puntos, halla r y describe la relación.

N.º	X	Y
1	39	167
2	43	184
3	40	177
4	40	168
5	42	185
6	41	173
7	42	180
8	38	164
9	39	170
10	44	194

4.04 Relaciona renta por habitante X (miles de euros) y esperanza de vida Y (años).

N.º	X	Y
1	12	65
2	40	79
3	34	75
4	6	63
5	30	74
6	42	82
7	2	60
8	15	62
9	9	62

4.05 Estudia la correlación con calculadora.

N.º	X	Y
1	2	-2
2	3	0
3	5	-11
4	7	-16
5	1	1
6	4	-2
7	2	1
8	8	-16
9	10	-25
10	1	0
11	9	-21
12	8	-17

4.06 Paisajes X y bodegones Y pintados: halla marginales, medias, desviaciones, nube y asociación.

Y / X	4	5	6	7	8
4	2	1	0	0	0
5	4	4	3	0	1
6	2	5	4	2	0
8	0	0	3	2	1

4.07 Ingresos X (centenas de euros, clases de amplitud 5 desde 0) y superficie Y (m², clases [0;50), [50;100), [100;200), [200;250), [250;300)). Las tablas usan marcas de clase. Halla marginales, medias, desviaciones, nube y asociación.

Y / X	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5
25	20	18	2	1	0
75	25	40	30	2	1
150	5	10	15	25	3
225	0	5	15	20	8
275	0	1	2	7	10

4.08 Calcula covarianza y correlación.

a) X: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; Y: 20, 18, 17, 15, 12, 10, 7, 4

b) X: 90, 80, 70, 60, 50, 40, 30; Y: -5, -7, -8, -11, -13, -16, -17

4.09 Halla covarianza y correlación.

a) X: -12, -14, -15, -16, -18, -20, -22; Y: 8, 5, 3, 12, 20, 10, 6

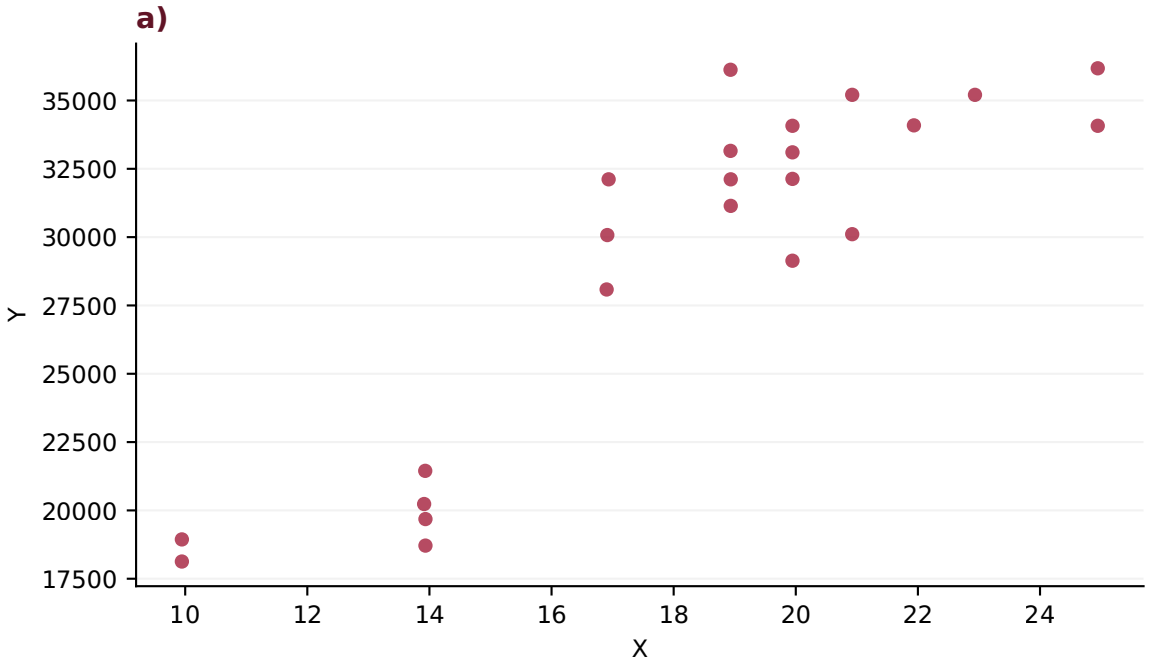
b) X: 2,4, 2,8, 3,2, 3,6, 4, 4,4, 4,8, 5,2; Y: 100, 150, 220, 270, 340, 400, 460, 520

4.10 Vehículos a más de 115 km/h X y accidentes Y en siete días: halla medias, desviaciones, covarianza y r.

N.º	X	Y
1	150	5
2	180	7
3	100	2
4	80	1
5	200	9
6	170	6
7	400	15

4.11 La nube relaciona años de educación X y salario anual Y de 30 empleados. Justifica el signo de la covarianza y de r.

a)



4.12 Horas de preparación X y bacterias por mL Y: halla medias, desviaciones, covarianza y r.

N.º	X	Y
1	1	10
2	1	21
3	1	23
4	2	35
5	3	54
6	3	60

4.13 X son trabajos realizados e Y satisfacción con el profesor (1 a 5). Justifica los signos de covarianza y r.

Y / X	1	2	3	4	5
1	3	2	1	0	2
2	5	4	1	2	2
3	2	2	8	2	3
4	1	3	4	6	1
5	0	1	3	7	9

4.14 Peso de bicicletas X (kg) y precio Y (€): halla covarianza y r e interpreta.

N.º	X	Y
1	6,45	6000
2	6,5	4700
3	6,7	4200
4	7,35	3300
5	7,15	2700
6	7,25	2600

4.15 ¿Qué variable se relaciona linealmente de forma más clara con las emisiones de azufre X (t): consumo eléctrico (kWh), agua (L) o volumen de chimeneas (m³)? Justifica.

Azufre	Electricidad	Agua	Chimeneas
2,3	1400	100	18
1,8	1250	230	16
1	1850	45	12
0,4	600	50	5
0,6	300	10	6
3	3400	540	21
0,5	400	22	4

BLOQUE 05

Rectas de regresión

Ajuste lineal en ambas direcciones. · 17 actividades

5.01 Halla la regresión Y sobre X y represéntala con los puntos.

N.º	X	Y
1	1	3
2	5	16
3	7	18
4	10	33
5	12	35
6	16	48

5.02 Dibuja la nube y la regresión Y sobre X.

N.º	X	Y
1	39	167
2	40	168
3	40	180
4	42	164
5	43	177
6	38	154
7	39	185
8	44	195
9	42	183
10	40	172

5.03 Halla ambas regresiones y describe la asociación.

a) X: 10, 10, 13, 15, 12; Y: 6, 5, 2, 3, 5

b) X: 8, 10, 11, 12, 16, 13, 12, 17, 13, 13; Y: 15, 10, 15, 10, 20, 15, 10, 25, 10, 15

5.04 Tiempo de carrera X y horas de entrenamiento Y: halla ambas regresiones y analiza la relación.

N.º	X	Y
1	11,03	175
2	12,91	35
3	10,98	201
4	11,26	150
5	11,12	190
6	11,18	100

5.05 $r = -0{,}8$; media X = 20; $\sigma X = 4$; media Y = 8; $\sigma Y = 1$. Halla y representa ambas regresiones. Estima Y para X = 30.

5.06 Agua X (m^3) y cosecha Y (toneladas). Halla la regresión Y sobre X.

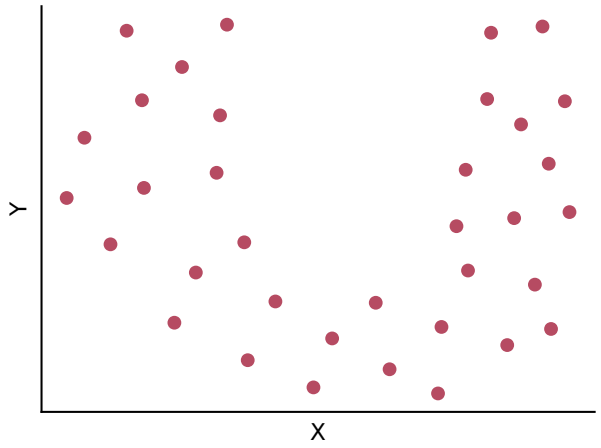
N.º	X	Y
1	4	17,9
2	7	24,3
3	12	38,5
4	6	22,5
5	14	50,1

5.07 La regresión es $y = 3{,}2x - 1{,}7$ y la media de Y es 2,34. Halla la media de X.

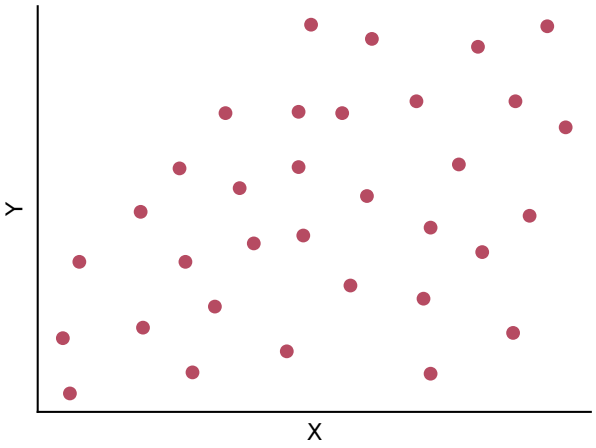
5.08 La regresión es $y = 3{,}2x - 1{,}7$ y la media de X es 2,87. ¿Mayor X implica mayor Y?

5.09 Traza a mano alzada una recta que ajuste cada nube.

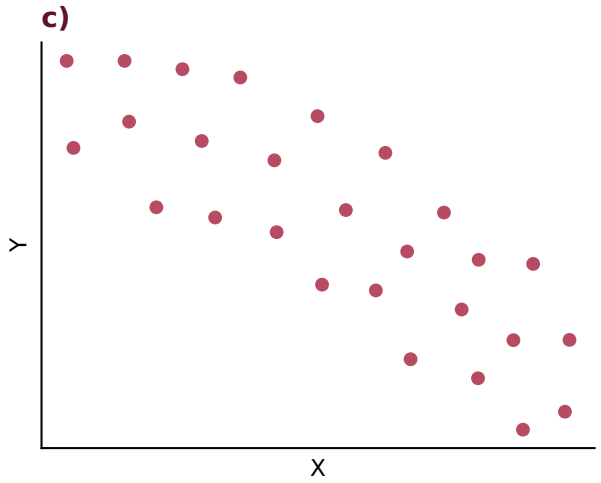
a)



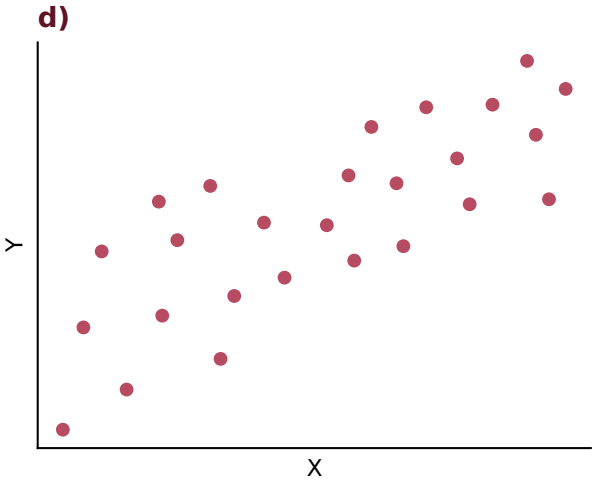
b)



c)



d)



5.10 Calcula ambas regresiones.

a) X: 0, 3, 5, 6, 7; Y: 2, -7, -14, -16, -9

b) X: 7,5, 8, 9, 10, 10,5, 12, 13; Y: 20, 20,5, 23, 24, 25, 27, 28

5.11 Elige cinco puntos de $y = 4x + 6$. Calcula r y ambas regresiones.

5.12 Media X = 3, varianza X = 6, varianza Y = 8. Si la regresión Y sobre X es $y = 4 - 0{,}68x$, halla X sobre Y.

5.13 Las medias son X = 3,2 e Y = 1,2. La regresión pasa por (3,9; 3,8). Halla Y sobre X.

5.14 Meses en un centro deportivo X y satisfacción Y (0 a 10): halla r y la regresión Y sobre X.

N.º	X	Y
1	8	6
2	7	6
3	10	8
4	3	4
5	6	5
6	13	8
7	4	3
8	10	8
9	12	9
10	5	4

5.15 Conciertos X y ventas de discos Y (miles). Las marcas corresponden a clases X [0;15), [15;30), [30;45), [45;60) e Y [0;5), [5;10), [10;15), [15;30). Halla la regresión Y sobre X y explica la asociación.

Y / X	7,5	22,5	37,5	52,5
2,5	1	3	2	1
7,5	2	1	4	1
12,5	2	2	2	6
22,5	1	2	5	7

5.16 Plazo anunciado X y plazo real Y (horas): dibuja la nube, aproxima una recta, calcula r y la regresión y compárala con tu trazado.

N.º	X	Y
1	6	5
2	12	8
3	6	5,5
4	24	19
5	18	12
6	6	6
7	12	9,5
8	48	29

5.17 Ingresos mensuales X (€), en clases de amplitud 500 desde 0, y superficie Y (m²), en clases de amplitud 20 desde 30. Usa las marcas de clase: halla marginales, covarianza, r y ambas regresiones.

Y / X	250	750	1250	1750	2250
40	20	25	5	0	0
60	18	40	10	5	1
80	2	30	15	15	2
100	1	2	25	20	7
120	0	1	3	8	10

BLOQUE 06

Estimaciones y predicciones

Interpolación, extrapolación y fiabilidad. · 9 actividades

6.01 Peso X (kg) y altura Y (m). Estima el peso para 1,90 m de altura.

N.º	X	Y
1	85	1,8
2	65	1,61
3	80	1,71
4	56	1,57
5	60	1,65
6	67	1,73
7	78	1,79
8	65	1,67
9	60	1,59
10	92	1,83

6.02 Halla r y la regresión Y sobre X. ¿Tiene sentido predecir Y para X = 18?

N.º	X	Y
1	14	32
2	16	34
3	17	36
4	14	34
5	15	32
6	12	34
7	13	31
8	13	36
9	14	38
10	16	32

6.03 Calcula la regresión Y sobre X y el valor estimado para X = 4.

N.º	X	Y
1	1	2
2	3	2
3	5	4
4	7	7
5	9	8

6.04 Cantidad de sardinas X (kg) y precio Y (€/kg): calcula r, la regresión y el precio estimado para 1300 kg.

N.º	X	Y
1	1000	1,8
2	1200	1,68
3	1250	1,65
4	1500	1,32
5	1400	1,44
6	1350	1,5
7	1550	1,2

6.05 Diez jugadores tienen altura media 196 cm, desviación 7,06 cm, peso medio 90,1 kg, desviación 6,92 kg y covarianza 36,7 cm·kg. Halla r, Y sobre X y el peso estimado para 205 cm.

6.06 Lluvia X (días) y visitas Y en diez temporadas de un parque: halla r, ambas regresiones, represéntalas y estima Y si llueve 12 días.

N.º	X	Y
1	9	41
2	13	40
3	15	39
4	16	37
5	19	34
6	20	31
7	21	30
8	22	27
9	23	25
10	18	35

6.07 Notas de Inglés X y Francés Y: dibuja la nube, halla r y ambas regresiones y represéntalas. Predice Francés para Inglés = 4 e Inglés para Francés = 9.

N.º	X	Y
1	9	8
2	6	6
3	3	4
4	6	3
5	7	8
6	6	7
7	9	8
8	8	7
9	10	10
10	6	5

6.08 X es la cotización de AW&B y Y el IBEX del día siguiente durante una semana. Estudia la relación. Estima la cotización previa a un IBEX de 14 000 y el IBEX posterior a una cotización de 24 €.

N.º	X	Y
1	21,8	12560
2	23,4	12720
3	19,6	11580
4	19,4	11420
5	18,4	10930
6	19,9	11450
7	19,2	11480

6.09 Resultados de memoria X y atención Y, agrupados en clases de amplitud 10 desde 0 (se muestran marcas). Calcula covarianza, r y ambas regresiones. Estima memoria para atención 33 y atención para memoria 27.

Y / X	5	15	25	35	45
5	0	0	0	0	0
15	1	1	1	0	0
25	0	1	2	1	0
35	0	0	1	2	1
45	0	0	0	1	0

BLOQUE 07

Propiedades y aplicaciones

Razonamiento y contextos cotidianos. · 17 actividades

7.01 Diego y María miden la temperatura a la misma hora desde balcones de aceras opuestas. ¿Deberían estar relacionadas? ¿Estos datos permiten afirmar que el termómetro de María está averiado?

N.º	X	Y
1	22	18
2	24	20
3	25	18
4	27	17
5	18	20
6	20	21
7	21	16

7.02 Investiga qué sucede con covarianza y r al sumar 10 a X; sumar 10 a X e Y; multiplicar X por 4; multiplicar X e Y por 4.

N.º	X	Y
1	3	2
2	5	3
3	8	7
4	9	4
5	10	8
6	12	5
7	15	8

7.03 r = 0,7; σX = 1,2; media Y = 4. La regresión X sobre Y es x = 0,44y + 0,6. Halla media X, regresión Y sobre X, varianza X y covarianza.

7.04 Las regresiones son Y sobre X: $2x - y - 1 = 0$; X sobre Y: $9x - 4y - 9 = 0$. Halla r y las medias. Si $\sigma X = \sqrt{2}$, halla σY.

7.05 Usa las estadísticas de España en la final olímpica de 2012. Representa PT frente a AL y PT frente a MJ. Halla las regresiones AL sobre PT y MJ sobre PT. ¿La altura o los minutos explican los puntos? AL: altura (m); MJ: minutos; AS: asistencias; RB: rebotes; PT: puntos.

Jugador	AL	MJ	AS	RB	PT
Rudy Fernández	1,95	36	0	5	14
Pau Gasol	2,15	33	3	8	24
Juan C. Navarro	1,92	33	1	2	21
Marc Gasol	2,15	18	1	1	17
José M. Calderón	1,91	16	0	0	0
Serge Ibaka	2,08	23	0	0	12
Sergio Llull	1,9	17	2	9	5
Sergio Rodríguez	1,91	14	3	0	7
Felipe Reyes	2,06	7	0	2	0
Víctor Sada	1,93	1	0	2	0
Fernando San Emeterio	1,99	1	0	0	0
Víctor Claver	2,05	1	1	0	0

7.06 Resuelve estos problemas de medias ponderadas.

a) La media en un concurso es 76. Quienes pasan de fase tienen media 83 y quienes no pasan, 55. ¿Qué porcentaje pasa?

b) En una ciudad hay 11 mujeres por cada 10 hombres. Sus edades medias son 34 y 32 años. Halla la media conjunta.

c) En una prueba, el 10 % es alumnado de ESO con la misma puntuación. El resto es de Bachillerato, con media 83. La media global es 84. ¿Qué puntuación obtiene cada estudiante de ESO?

7.07 Relaciona el coeficiente de correlación lineal con las pendientes de las dos regresiones.

7.08 ¿Pueden ser paralelas las regresiones X sobre Y e Y sobre X? ¿Y perpendiculares?

7.09 Dos estudios proponen, respectivamente, las regresiones Y sobre X y X sobre Y. I: $8x - 3y - 61 = 0$; $x - y + 18 = 0$. II: $8x - 5y + 20 = 0$; $5x - 2y - 10 = 0$. Con medias $\bar{X} = 23$, $\bar{Y} = 41$ y $r = 0{,}8$, comprueba cuál es válido.

7.10 La regresión Y sobre X pasa por (1, 3) y (2, 5). La regresión X sobre Y tiene pendiente 3 y ordenada en el origen 2. La varianza de Y es 3. Calcula las medias, las varianzas y r, o justifica una incompatibilidad.

7.11 Investiga cómo cambia r al multiplicar una variable por una constante k; después las dos por k; y finalmente cada una por una constante distinta.

7.12 Explica qué entiendes por estacionalidad.

7.13 ¿Qué gráfico permite estudiar la dependencia entre la edad de los clientes y el gasto en euros? ¿Cómo se reconoce esa relación?

7.14 Identifica los tipos de gráficos estadísticos: a) segmentos que unen las frecuencias de valores consecutivos; b) puntos que representan pares edad–gasto; c) otro gráfico de frecuencias unidas mediante segmentos.

7.15 Pon un ejemplo de estacionalidad.

7.16 En marzo o abril la ocupación hotelera se dispara durante unos días, aunque no siempre en las mismas fechas. Razona por qué.

7.17 Pon otro ejemplo de un fenómeno de estacionalidad.

Solucionario · 01 · Tablas de doble entrada

1.01

a) Edad y sexo: (20; mujer), (25; hombre), (28; mujer).

b) Tamaño (MB) y tiempo (s): (220; 35), (158; 24), (285; 42).

c) Peso (kg) y talla (cm): (61; 155), (76; 172), (56; 160).

1.02

Las marginales figuran en los totales. Hay 24 parejas.

Y / X	0	1	2	3	Total
0	0	2	3	2	7
1	0	1	4	3	8
2	0	3	1	0	4
3	0	1	0	0	1
4	0	1	0	0	1
6	1	0	0	0	1
7	1	0	1	0	2
Total	2	8	9	5	24

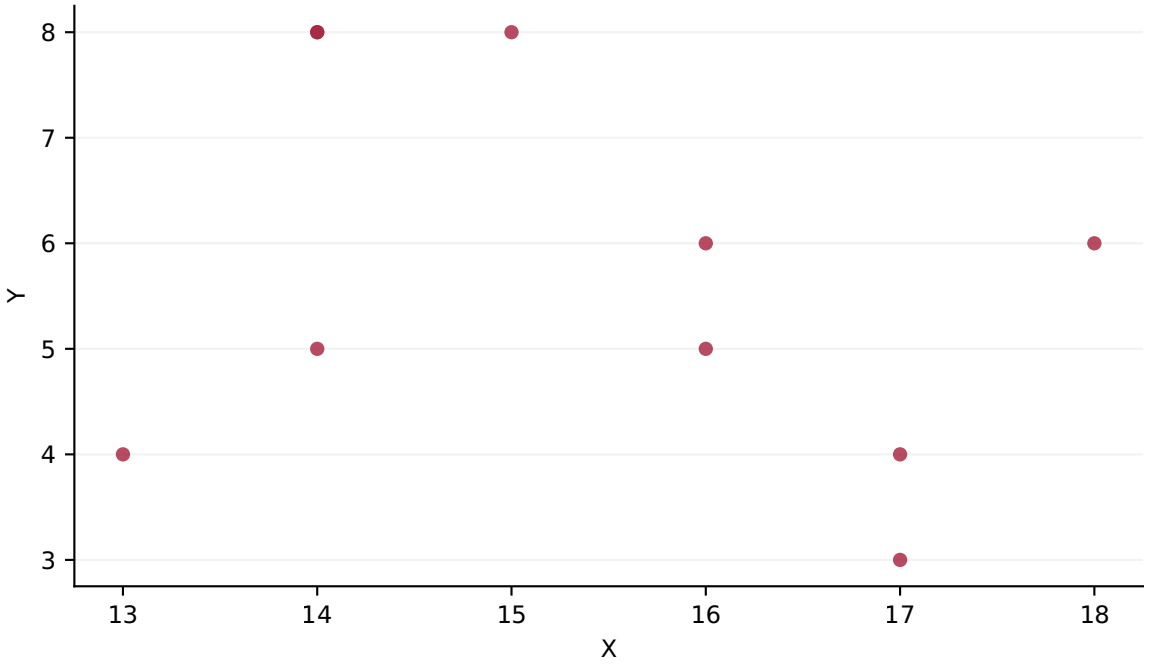
1.03

Los totales son las frecuencias marginales.

Y / X	1	2	3	Total
1	2	2	1	5
2	1	1	1	3
3	1	0	1	2
Total	4	3	3	10

1.04 Las marginales aparecen en los totales.

Y / X	13	14	15	16	17	18	Total
3	0	0	0	0	1	0	1
4	1	0	0	0	1	0	2
5	0	1	0	1	0	0	2
6	0	0	0	1	0	1	2
8	0	2	1	0	0	0	3
Total	1	3	1	2	2	1	10



1.05 Clases X: [2;12), [12;22), [22;32). Clases Y: [1;11), [11;21), [21;31). La tabla las identifica por el extremo inferior.

Y / X	2	12	22	Total
1	2	4	1	7
11	4	10	0	14
21	5	3	1	9
Total	11	17	2	30

1.06 Las marginales aparecen en los totales. N = 42.

Y / X	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	Total
2,5	0	1	0	0	3	4
7,5	0	1	0	1	1	3
12,5	2	2	2	1	1	8
17,5	0	0	3	2	0	5
22,5	2	0	2	2	1	7
27,5	0	1	1	0	1	3
32,5	1	3	0	1	1	6
37,5	2	2	0	2	0	6
Total	7	10	8	9	8	42

1.07

a) 104.

b) 38.

c) 152.

1.08 **a)** A. X: Media = 2,6286; mediana = 3; moda: 4. Media = 2,6286; varianza = 1,3192; desviación típica = 1,1486; desviación media = 1,0318; rango de valores = 3; CV = 43,6951 %. Y: Media = 2,5143; mediana = 2; moda: 4. Media = 2,5143; varianza = 1,6784; desviación típica = 1,2955; desviación media = 1,2147; rango de valores = 3; CV = 51,5263 %.

b) B. X: Media = 4,2526; mediana = 5; moda: 7. Media = 4,2526; varianza = 5,273; desviación típica = 2,2963; desviación media = 2,0656; rango de valores = 6; CV = 53,9973 %. Y: Media = 34,8947; mediana = 40; moda: 40. Media = 34,8947; varianza = 283,9363; desviación típica = 16,8504; desviación media = 14,5363; rango de valores = 50; CV = 48,2893 %.

c) C. X: Media = 5,8788; mediana = 6; moda: 5. Media = 5,8788; varianza = 6,2762; desviación típica = 2,5052; desviación media = 2,1172; rango de valores = 9; CV = 42,6149 %. Y: Media = 20,2121; mediana = 15; moda: 15. Media = 20,2121; varianza = 127,9853; desviación típica = 11,3131; desviación media = 10,1605; rango de valores = 30; CV = 55,9717 %.

Valor / clase	f_i	F_i	h_i	H_i
1	8	8	0,2286	0,2286
2	8	16	0,2286	0,4571
3	8	24	0,2286	0,6857
4	11	35	0,3143	1

Valor / clase	f_i	F_i	h_i	H_i
1	12	12	0,3429	0,3429
2	6	18	0,1714	0,5143
3	4	22	0,1143	0,6286
4	13	35	0,3714	1

Valor / clase	f_i	F_i	h_i	H_i
1	43	43	0,2263	0,2263
3	45	88	0,2368	0,4632
5	42	130	0,2211	0,6842
7	60	190	0,3158	1

Valor / clase	f_i	F_i	h_i	H_i
10	36	36	0,1895	0,1895
20	24	60	0,1263	0,3158
30	26	86	0,1368	0,4526
40	48	134	0,2526	0,7053
50	27	161	0,1421	0,8474
60	29	190	0,1526	1

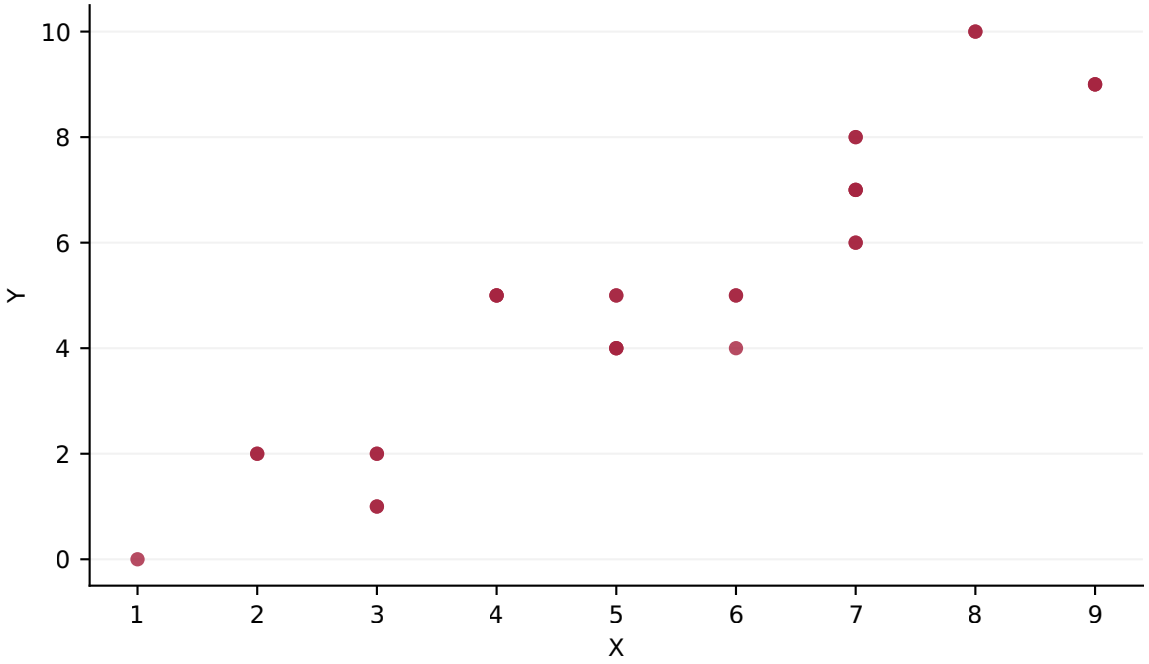
Valor / clase	f_i	F_i	h_i	H_i
1	5	5	0,0303	0,0303
2	14	19	0,0848	0,1152
3	14	33	0,0848	0,2

Valor / clase	f_i	F_i	h_i	H_i
4	17	50	0,103	0,303
5	27	77	0,1636	0,4667
6	18	95	0,1091	0,5758
7	21	116	0,1273	0,703
8	17	133	0,103	0,8061
9	19	152	0,1152	0,9212
10	13	165	0,0788	1

Valor / clase	f_i	F_i	h_i	H_i
5	39	39	0,2364	0,2364
15	47	86	0,2848	0,5212
25	33	119	0,2	0,7212
35	46	165	0,2788	1

1.09 Se cuentan las parejas de notas de los mismos alumnos.

Y / X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Total
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2
2	0	2	2	0	0	0	0	0	0	4
4	0	0	0	0	3	1	0	0	0	4
5	0	0	0	3	2	2	0	0	0	7
6	0	0	0	0	0	0	2	0	0	2
7	0	0	0	0	0	0	3	0	0	3
8	0	0	0	0	0	0	2	0	0	2
9	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3
10	0	0	0	0	0	0	0	2	0	2
Total	1	2	4	3	5	3	7	2	3	30



1.10 Los totales de filas y columnas son las marginales.

Y / X	1	2	3	4	5	Total
2	0	9	0	6	0	15
4	9	0	3	0	0	12
6	0	0	3	0	0	3
7	0	0	0	0	12	12
Total	9	9	6	6	12	42

1.11 Los totales de filas y columnas son las marginales.

Y / X	1	2	3	4	5	6	7	Total
1	1	1	0	1	0	0	0	3
2	0	1	0	1	0	0	0	2
3	0	0	1	1	0	0	0	2
4	0	0	0	0	1	0	0	1
5	0	0	0	1	0	0	0	1
6	0	0	0	1	1	0	0	2
7	0	1	0	1	1	0	0	3
8	0	0	0	0	0	1	0	1
9	0	0	0	0	0	1	1	2
10	0	0	0	0	0	1	0	1
11	0	0	0	0	0	0	1	1
Total	1	3	1	6	3	3	2	19

Y / X	1	2	3	4	5	6	7	8	Total
3	0	0	0	0	0	1	0	1	2
5	0	0	0	0	1	0	1	0	2
6	0	1	0	0	1	0	0	0	2
7	0	0	1	0	1	0	0	1	3
8	0	0	1	1	0	0	0	0	2
9	0	0	1	0	0	1	0	0	2
10	1	1	0	0	0	0	0	0	2
11	0	1	0	0	0	0	0	0	1
Total	1	3	3	1	3	2	1	2	16

02 · Distribuciones condicionadas

2.01 **a)** Y | X = 1: valores 1, 2, 3; frecuencias 2, 1, 1.

b) X | Y = 3: valores 1, 2, 3; frecuencias 1, 0, 1.

2.02 Aprueba 10/40 = 25 % con mascota y 15/60 = 25 % sin mascota. Son independientes en esta distribución. No prueba una relación causal general.

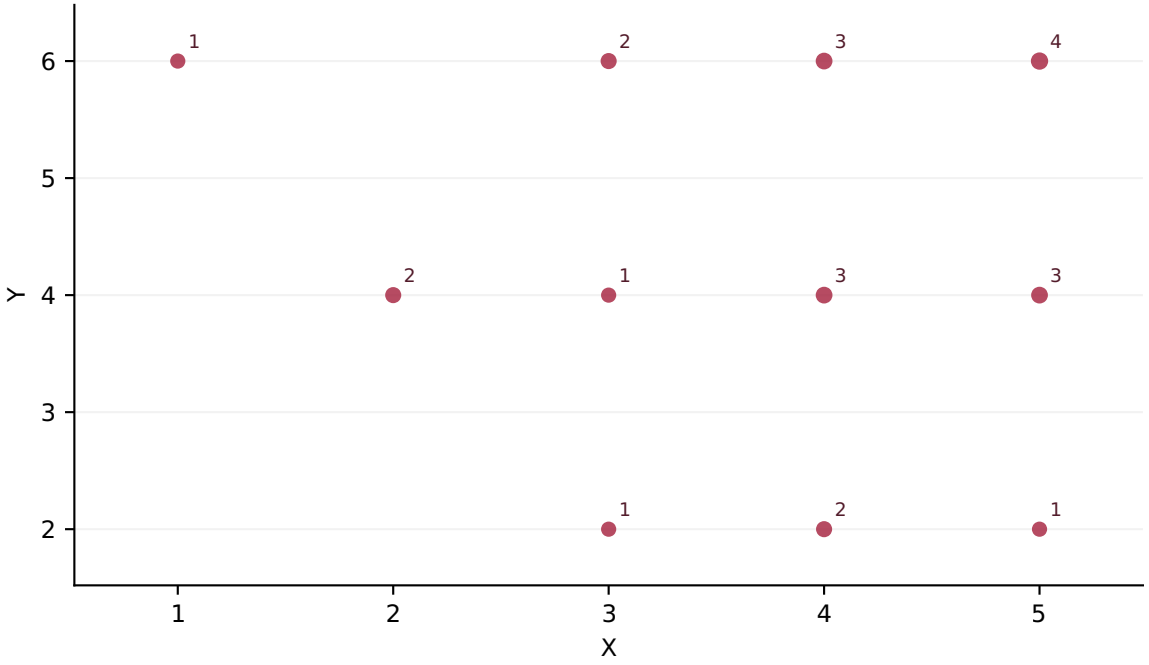
2.03 N = 500. Cada frecuencia conjunta es el producto de sus marginales dividido entre 500.

Y / X	A	B	Total
C	70	105	175
D	130	195	325
Total	200	300	500

03 · Nubes de puntos

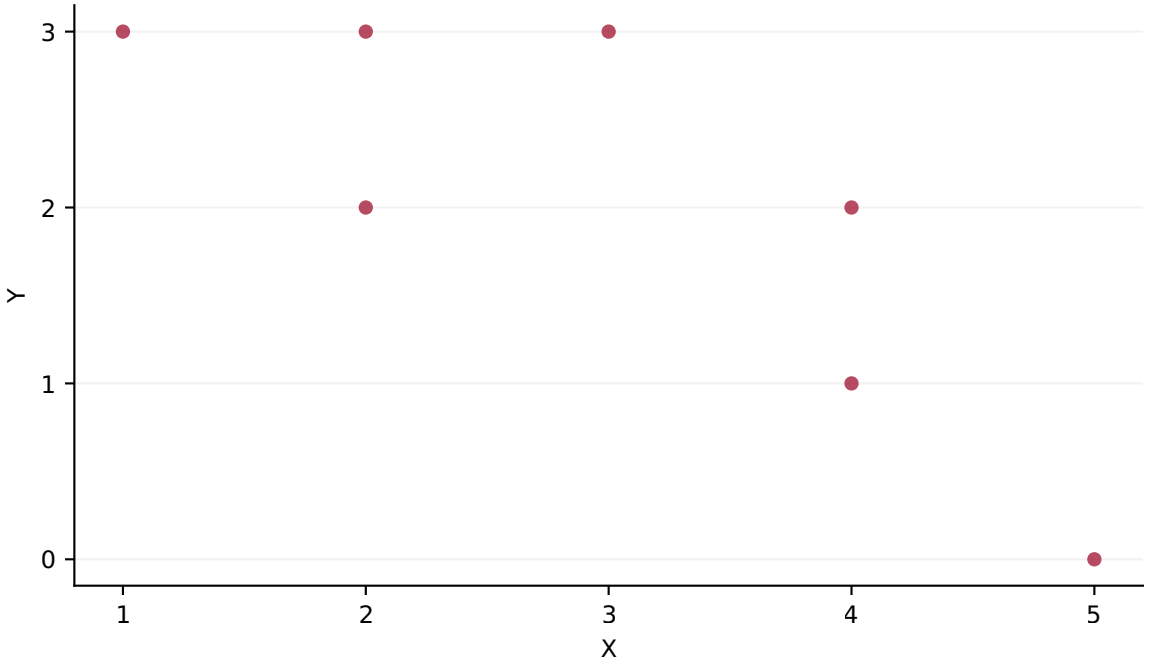
3.01 Cada etiqueta indica la frecuencia de la pareja.

Y / X	1	2	3	4	5	Total
2	0	0	1	2	1	4
4	0	2	1	3	3	9
6	1	0	2	3	4	10
Total	1	2	4	8	8	23



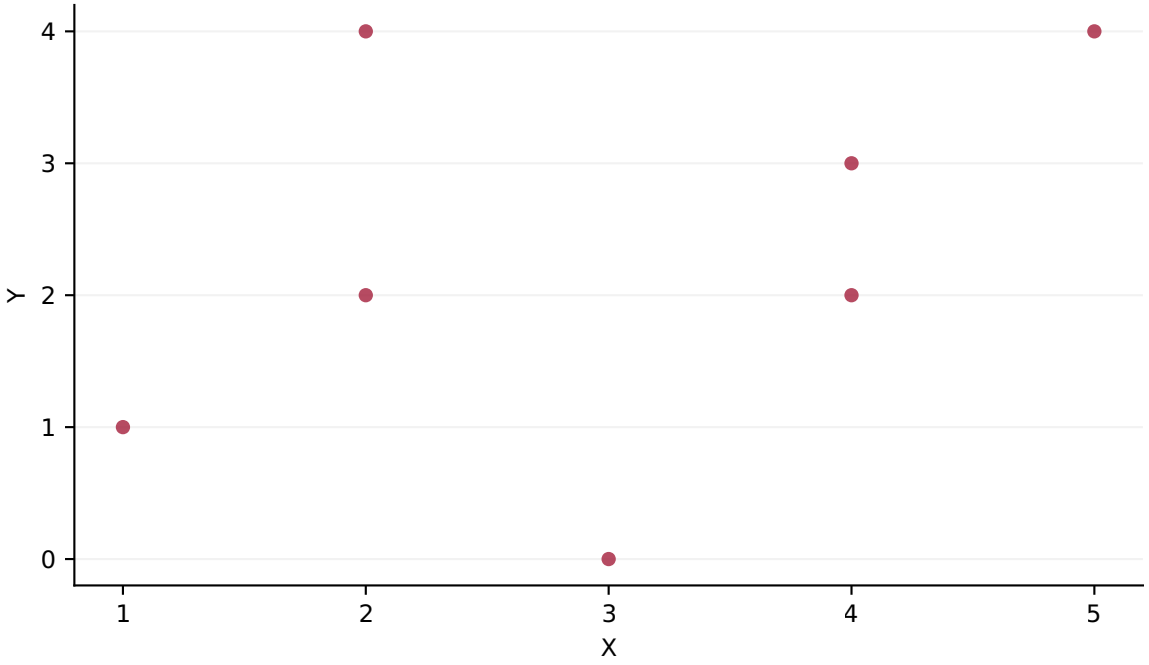
3.02 **a)** N = 7; media X = 3; media Y = 2; σX = 1,3093; σY = 1,069; covarianza = -1,1429; r = -0,8165.

b) Asociación negativa: al aumentar X, Y tiende a disminuir.



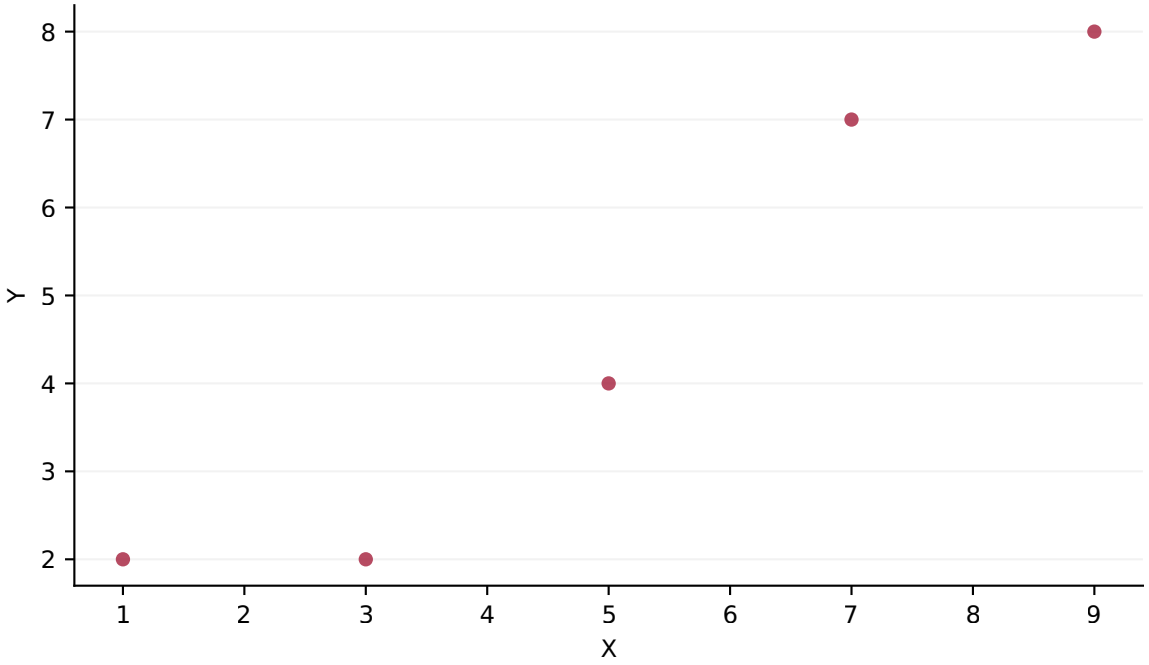
3.03 **a)** N = 7; media X = 3; media Y = 2,2857; σX = 1,3093; σY = 1,3851; covarianza = 0,7143; r = 0,3939.

b) Asociación positiva débil.



3.04 **a)** N = 5; media X = 5; media Y = 4,6; σX = 2,8284; σY = 2,498; covarianza = 6,8; r = 0,9624.

b) Asociación positiva fuerte.

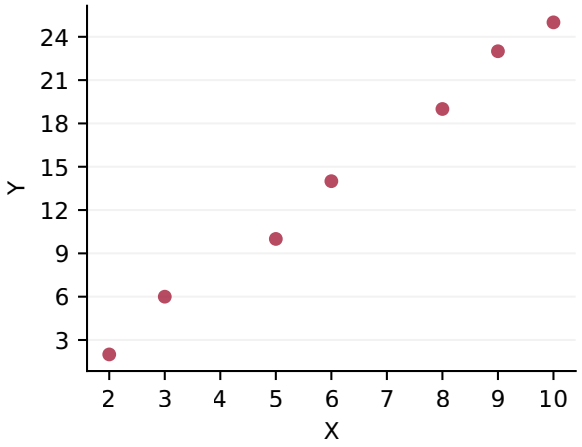


3.05 **a)** N = 7; media X = 6,1429; media Y = 14,1429; σX = 2,7994; σY = 8,0255; covarianza = 22,4082; r = 0,9974.

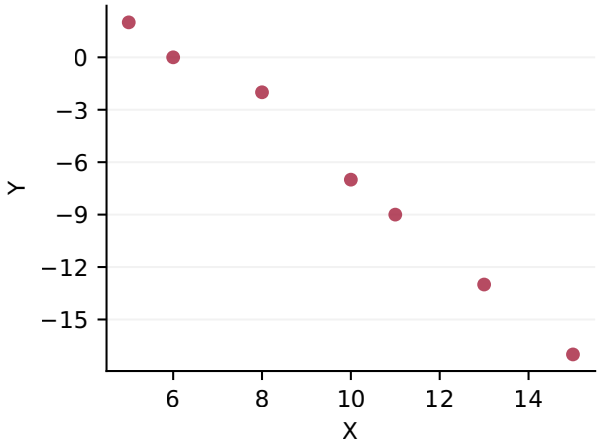
b) N = 7; media X = 9,7143; media Y = -6,5714; σX = 3,3685; σY = 6,4776; covarianza = -21,7347; r = -0,9961.

c) N = 7; media X = 127,7143; media Y = 72,1429; σX = 5,1745; σY = 16,4441; covarianza = 22,0408; r = 0,259.

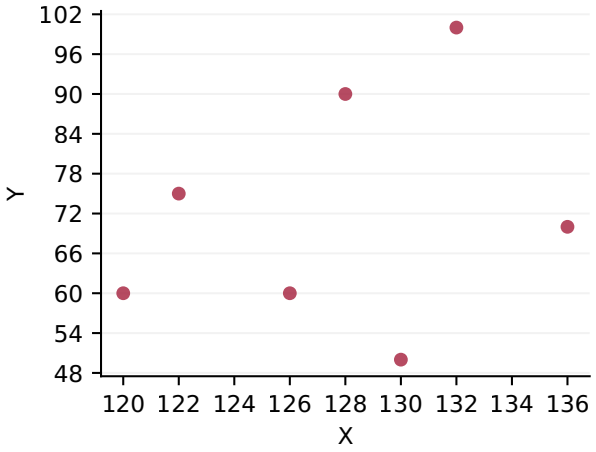
a)



b)



c)

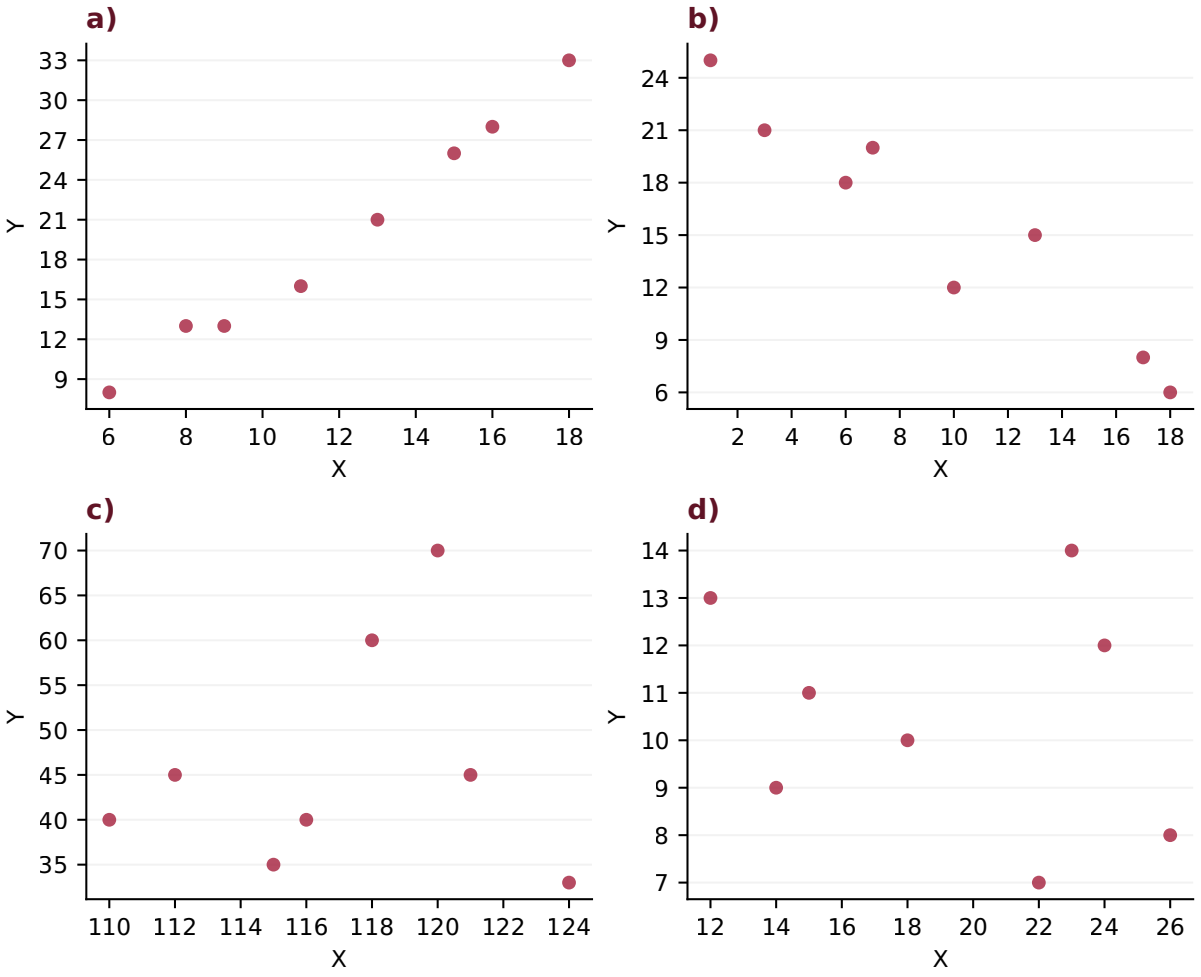


3.06 **a)** N = 8; media X = 12; media Y = 19,75; σX = 3,937; σY = 8,1202; covarianza = 31,75; r = 0,9931.

b) N = 8; media X = 9,375; media Y = 15,625; σX = 5,851; σY = 6,1834; covarianza = -34,6094; r = -0,9566.

c) N = 8; media X = 117; media Y = 46; σX = 4,3875; σY = 11,9164; covarianza = 8,25; r = 0,1578.

d) N = 8; media X = 19,25; media Y = 10,5; σX = 4,867; σY = 2,2913; covarianza = -2,25; r = -0,2018.



3.07 **a)** a) Sin asociación lineal apreciable.

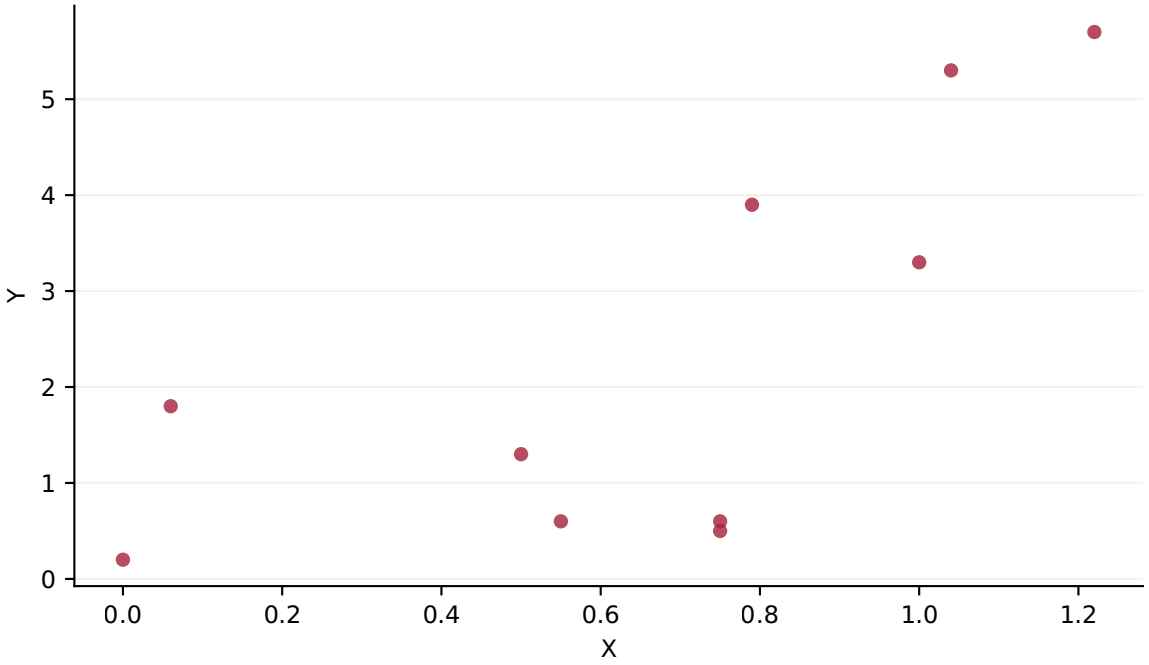
b) b) Negativa fuerte.

c) c) Positiva, con dispersión.

d) d) Positiva fuerte.

3.08 **a)** N = 10; media X = 0,666; media Y = 2,32; σX = 0,3794; σY = 1,9697; covarianza = 0,5309; r = 0,7104.

b) Asociación positiva con dispersión.



3.09 **a)** a) −1. b) 1. c) Aproximadamente −0,6. d) Aproximadamente 0,3. e) Aproximadamente 0. f) No definido.

b) En la última Y es constante: σY = 0 y no se puede dividir entre σX·σY.

3.10 **a)** Izquierda: r ≈ 0,95; y = 1,3x + 0,9. Asociación positiva fuerte.

b) Derecha: r ≈ −0,65; y = −0,6x + 10. Asociación negativa con dispersión.

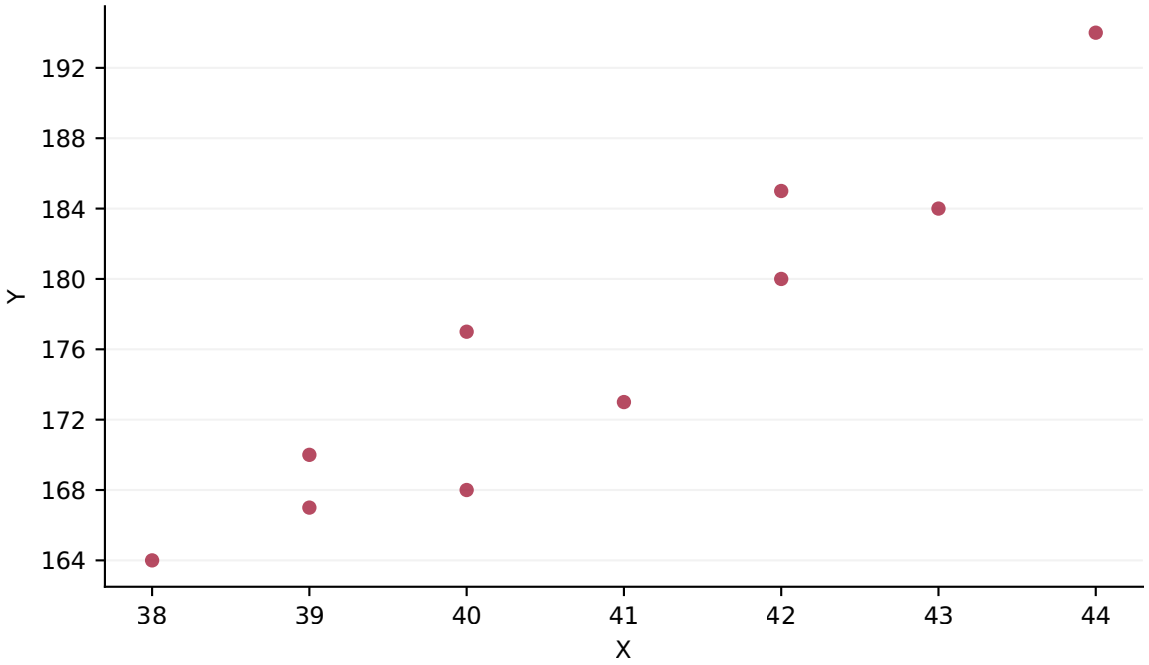
04 · Covarianza y correlación

4.01 N = 8; media X = 10,75; media Y = 15,75; σX = 1,9843; σY = 5,0187; covarianza = -9,4375; r = -0,9477.

4.02 N = 7; media X = 13; media Y = 29,7143; σX = 2; σY = 4,9198; covarianza = 8,7143; r = 0,8856.

4.03 **a)** N = 10; media X = 40,8; media Y = 176,2; σX = 1,833; σY = 9,0532; covarianza = 15,64; r = 0,9425.

b) Asociación positiva fuerte.



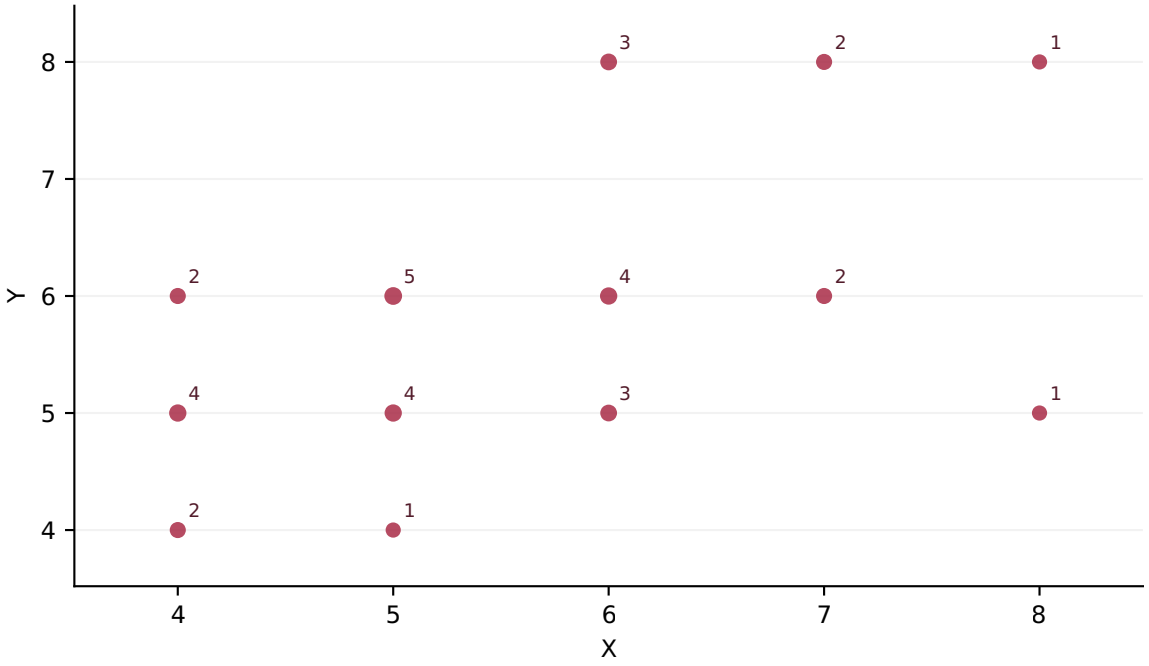
4.04 **a)** N = 9; media X = 21,1111; media Y = 69,1111; σX = 14,5254; σY = 7,8944; covarianza = 112,0988; r = 0,9776.

b) Asociación positiva fuerte; no demuestra causalidad.

4.05 N = 12; media X = 5; media Y = -9; σX = 3,1358; σY = 9,2466; covarianza = -28,25; r = -0,9743.

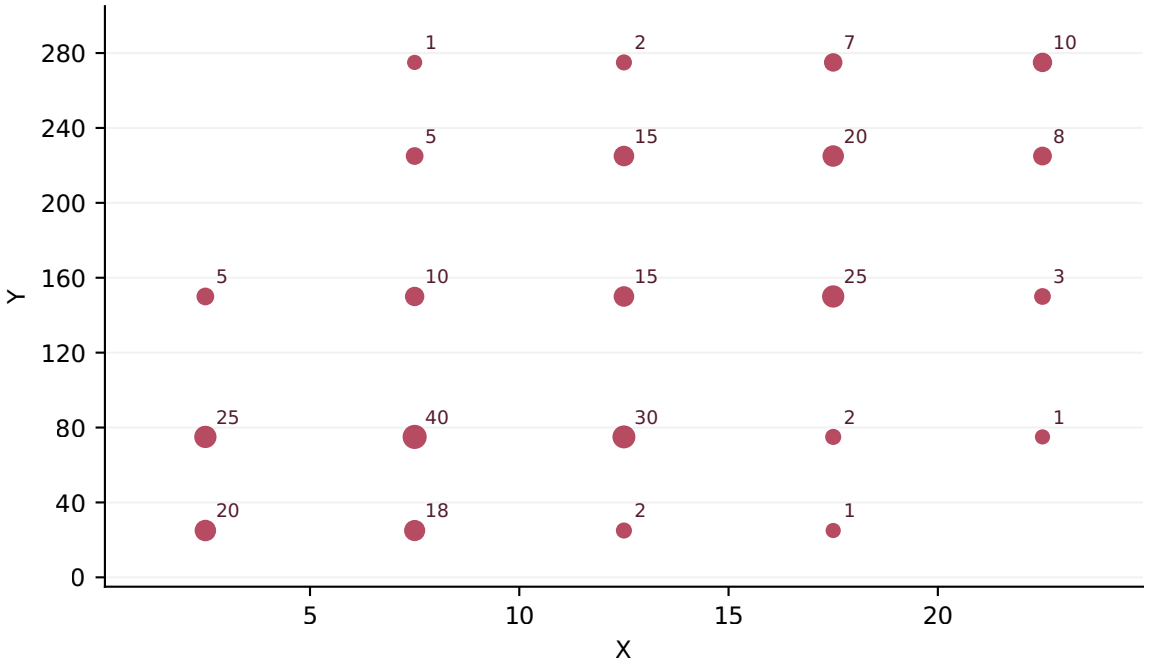
4.06 N = 34; media X = 5,4706; media Y = 5,8235; σX = 1,1437; σY = 1,175; covarianza = 0,7301; r = 0,5433.

Y / X	4	5	6	7	8	Total
4	2	1	0	0	0	3
5	4	4	3	0	1	12
6	2	5	4	2	0	13
8	0	0	3	2	1	6
Total	8	10	10	4	2	34



4.07 N = 265; media X = 11,0849; media Y = 125,9434; σX = 6,1104; σY = 78,2115; covarianza = 327,2784; r = 0,6848.

Y / X	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	Total
25	20	18	2	1	0	41
75	25	40	30	2	1	98
150	5	10	15	25	3	58
225	0	5	15	20	8	48
275	0	1	2	7	10	20
Total	50	74	64	55	22	265



4.08 **a)** N = 8; media X = 3,5; media Y = 12,875; σX = 2,2913; σY = 5,2545; covarianza = -11,9375; r = -0,9915.

b) N = 7; media X = 60; media Y = -11; σX = 20; σY = 4,2426; covarianza = 84,2857; r = 0,9933.

4.09 **a)** N = 7; media X = -16,7143; media Y = 9,1429; σX = 3,2388; σY = 5,2489; covarianza = -3,6122; r = -0,2125.

b) N = 8; media X = 3,8; media Y = 307,5; σX = 0,9165; σY = 139,1717; covarianza = 127,5; r = 0,9996.

4.10 N = 7; media X = 182,8571; media Y = 6,4286; σX = 97,2059; σY = 4,3378; covarianza = 411,6327; r = 0,9762.

4.11 Ambos son positivos: el salario tiende a aumentar con los años de educación. No prueba causalidad.

4.12 N = 6; media X = 1,8333; media Y = 33,8333; σX = 0,8975; σY = 17,9946; covarianza = 15,6389; r = 0,9683.

4.13 **a)** N = 74; media X = 3,2297; media Y = 3,3378; σX = 1,3611; σY = 1,3384; covarianza = 0,8278; r = 0,4544.

b) Ambos signos son positivos.

Y / X	1	2	3	4	5	Total
1	3	2	1	0	2	8
2	5	4	1	2	2	14
3	2	2	8	2	3	17
4	1	3	4	6	1	15
5	0	1	3	7	9	20
Total	11	12	17	17	17	74

4.14 **a)** N = 6; media X = 6,9; media Y = 3916,6667; σX = 0,3629; σY = 1199,1895; covarianza = -391,6667; r = -0,9001.

b) Relación negativa fuerte: las bicicletas más pesadas tienden a costar menos en estos datos.

4.15 **a)** Electricidad: r = 0,8414

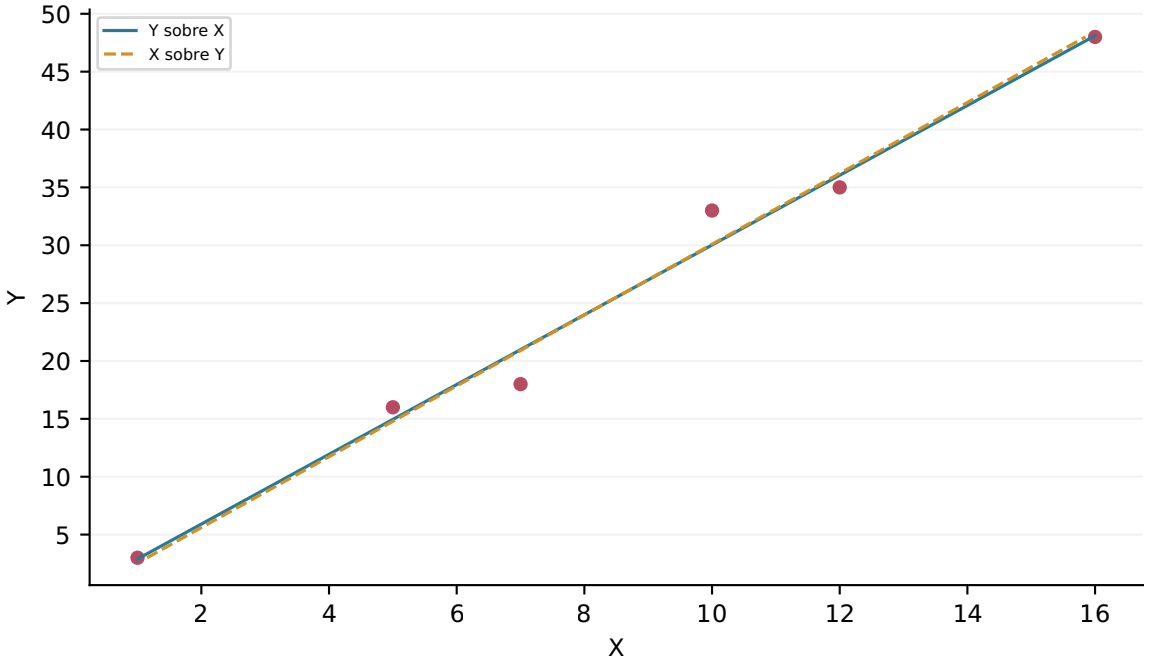
b) Agua: r = 0,8471

c) Chimeneas: r = 0,971

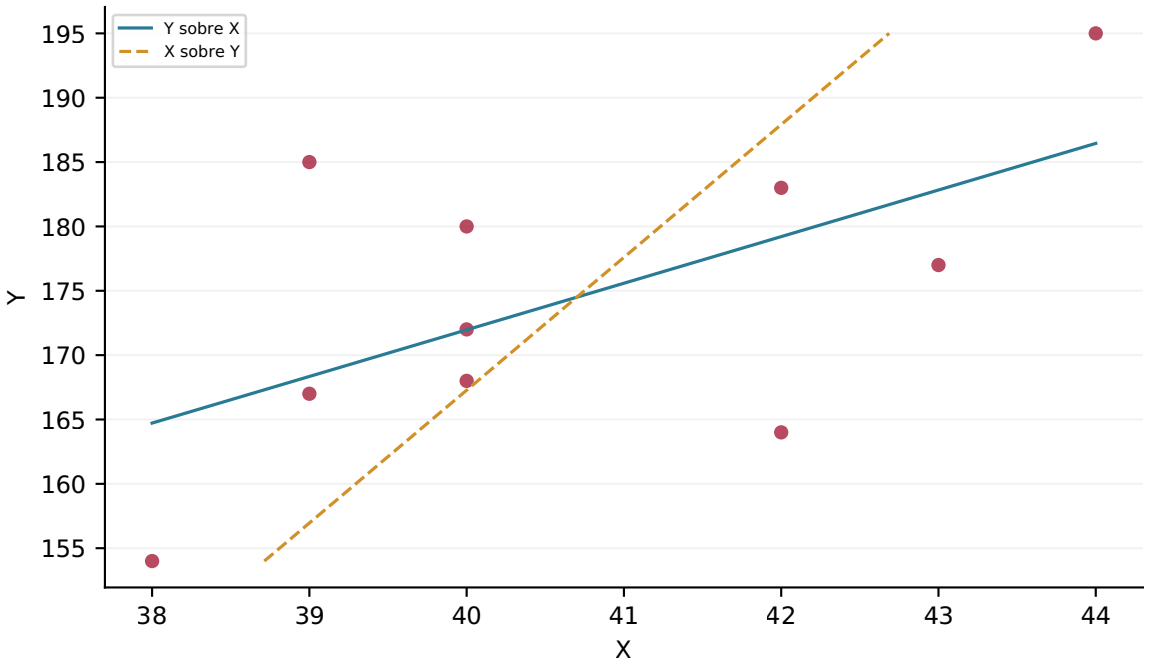
d) La mayor correlación absoluta corresponde al volumen de chimeneas. Eso no acredita por sí solo un mecanismo causal.

05 · Rectas de regresión

5.01 N = 6; media X = 8,5; media Y = 25,5; σX = 4,8563; σY = 14,7507; covarianza = 71,0833; r = 0,9923. Regresión Y sobre X: y = -0,1201 + (3,0141)x. X sobre Y: x = 0,1693 + (0,3267)y.

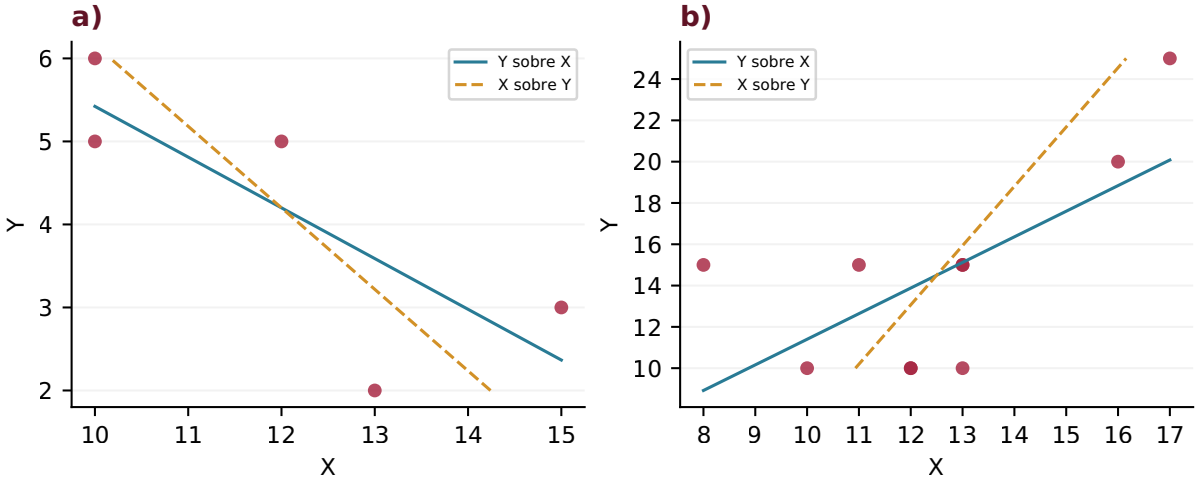


5.02 N = 10; media X = 40,7; media Y = 174,5; σX = 1,8466; σY = 11,2894; covarianza = 12,35; r = 0,5924. Regresión Y sobre X: y = 27,0968 + (3,6217)x. X sobre Y: x = 23,7908 + (0,0969)y.

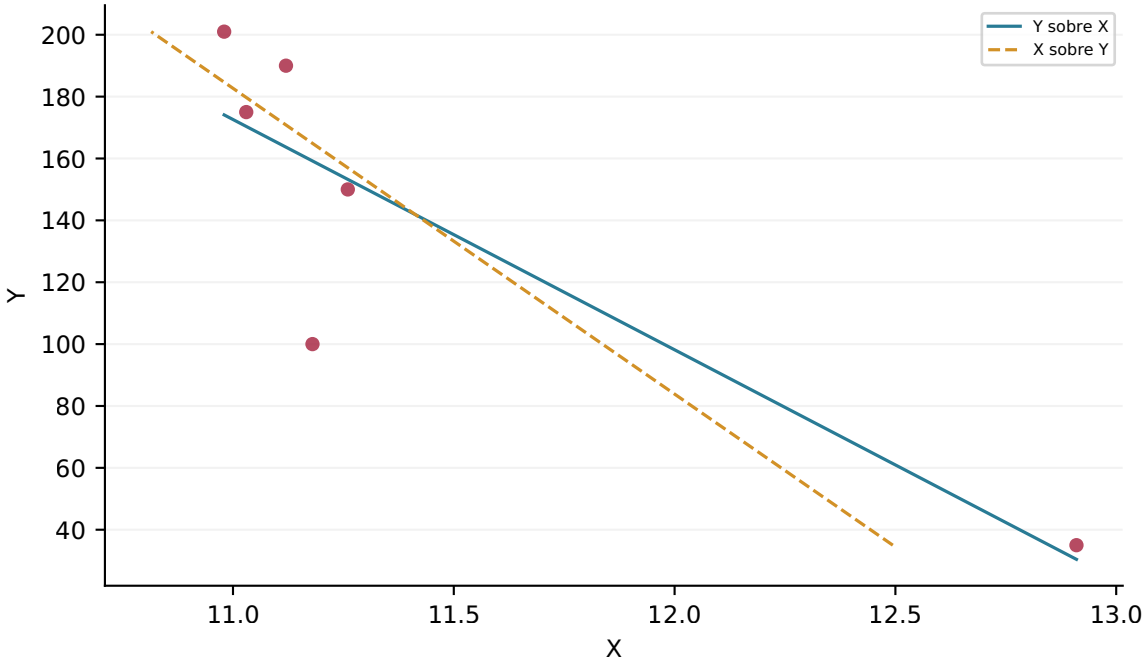


5.03 **a)** N = 5; media X = 12; media Y = 4,2; σX = 1,8974; σY = 1,4697; covarianza = -2,2; r = -0,7889. Regresión Y sobre X: y = 11,5333 + (-0,6111)x. X sobre Y: x = 16,2778 + (-1,0185)y.

b) N = 10; media X = 12,5; media Y = 14,5; σX = 2,5; σY = 4,717; covarianza = 7,75; r = 0,6572. Regresión Y sobre X: y = -1 + (1,24)x. X sobre Y: x = 7,4494 + (0,3483)y.

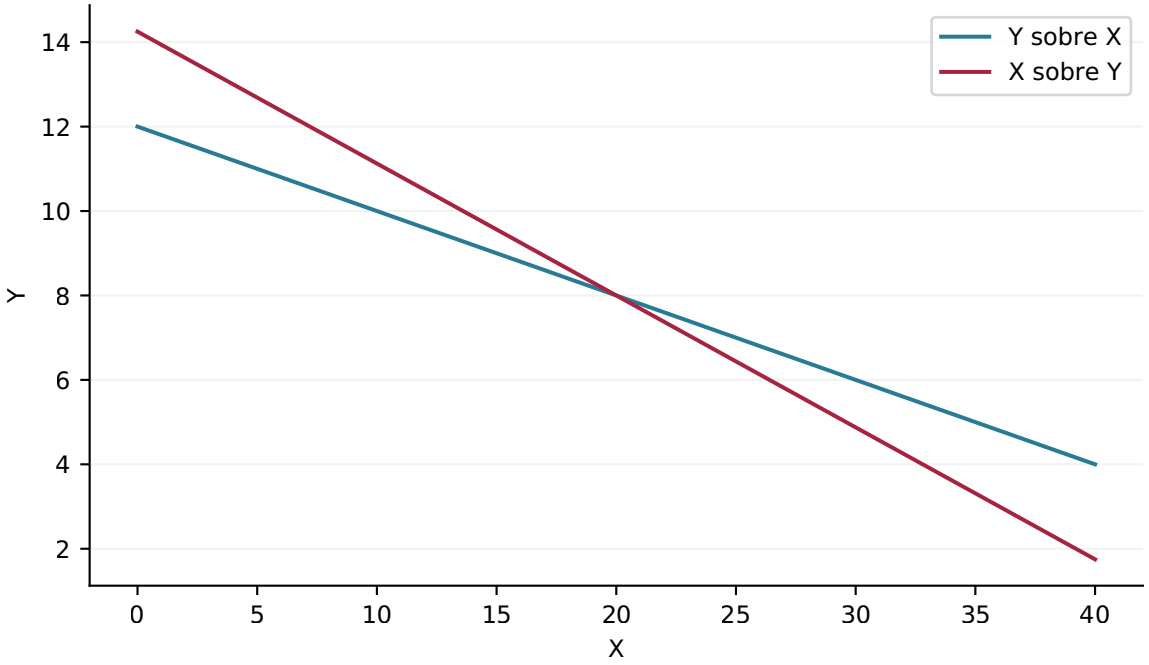


5.04 N = 6; media X = 11,4133; media Y = 141,8333; σX = 0,6756; σY = 57,9523; covarianza = -33,9778; r = -0,8678. Regresión Y sobre X: y = 991,4225 + (-74,4383)x. X sobre Y: x = 12,8483 + (-0,0101)y.

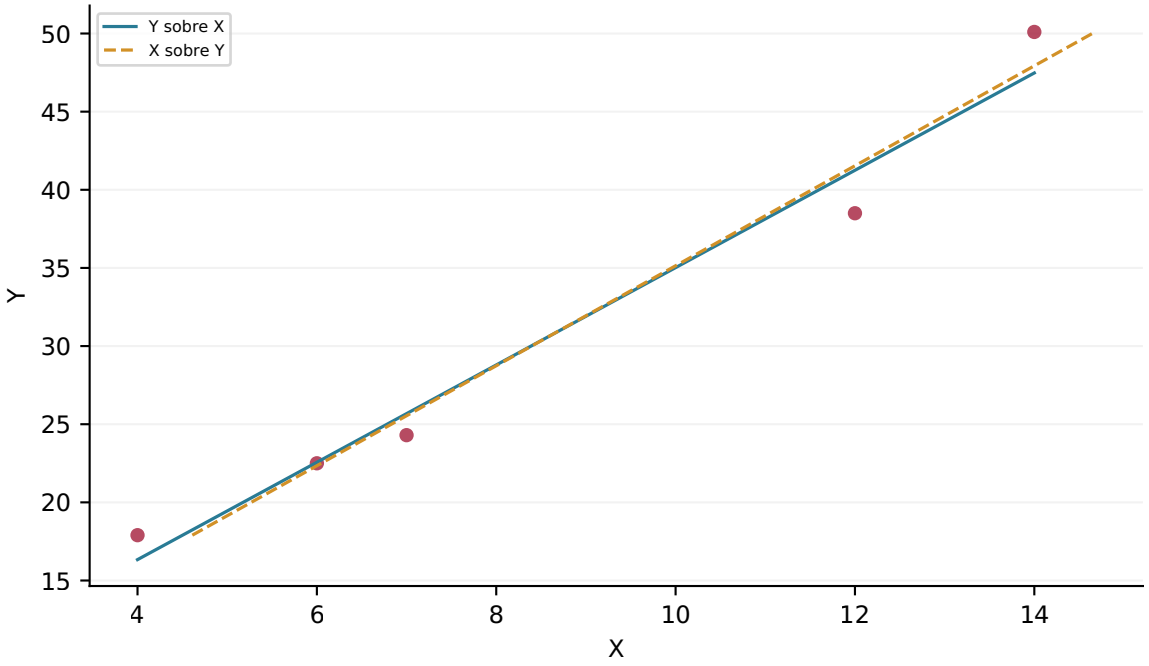


5.05 **a)** Covarianza = −3,2. Y/X: y = −0,2x + 12. X/Y: x = −3,2y + 45,6.

b) Para X = 30 se estima Y = 6. Asociación negativa fuerte.



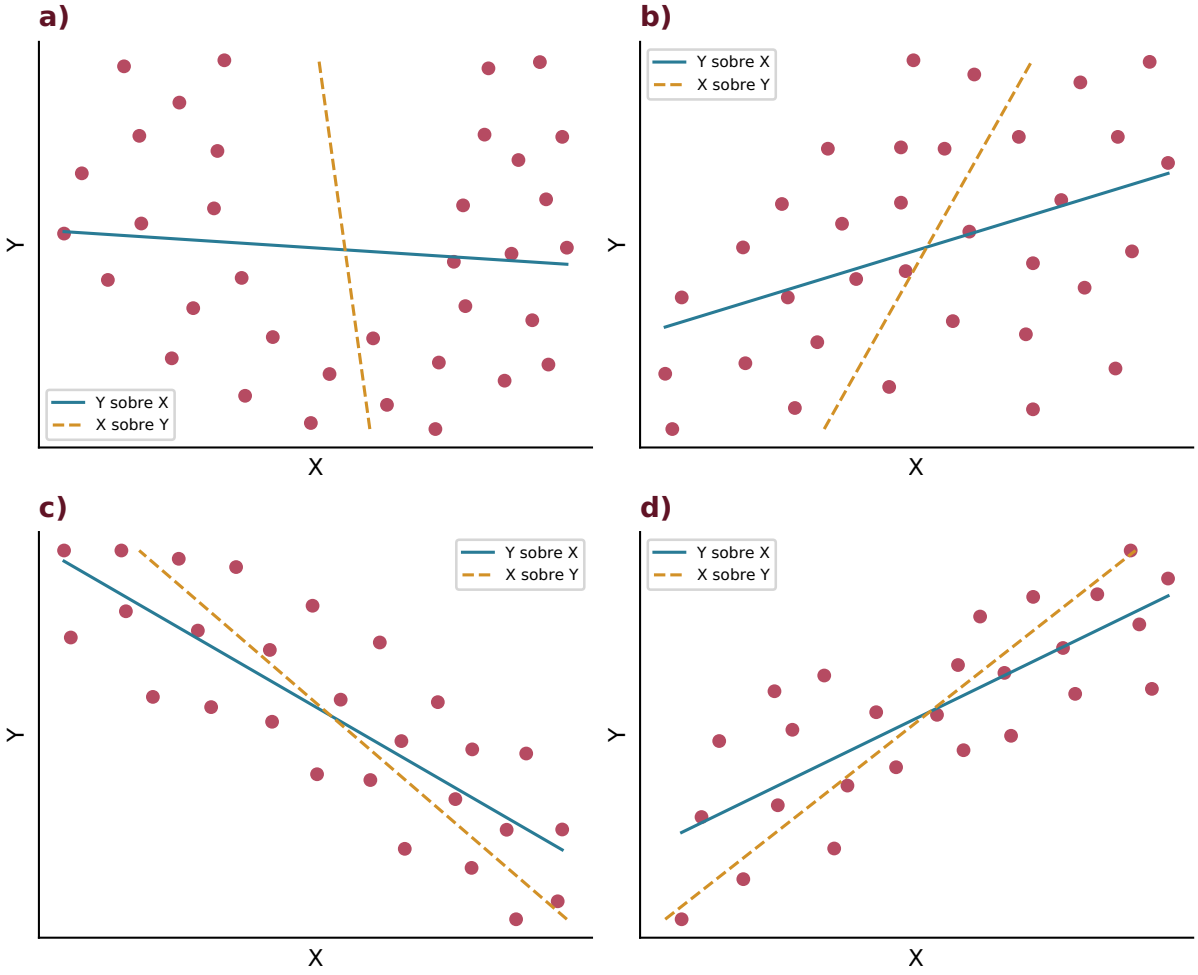
5.06 N = 5; media X = 8,6; media Y = 30,66; σX = 3,7736; σY = 11,9099; covarianza = 44,344; r = 0,9867. Regresión Y sobre X: y = 3,8792 + (3,114)x. X sobre Y: x = -0,9849 + (0,3126)y.



5.07 La recta pasa por las medias: (2,34 + 1,7)/3,2 = 1,2625.

5.08 La predicción aumenta porque la pendiente es positiva; no significa que todos los pares observados sigan ese orden. La media de Y es 7,484.

5.09 a) Casi horizontal: dependencia curva, no lineal. b) Creciente moderada. c) Decreciente. d) Creciente.



5.10 **a)** N = 5; media X = 4,2; media Y = -8,8; σX = 2,4819; σY = 6,3056; covarianza = -13,04; r = -0,8332. Regresión Y sobre X: y = 0,0909 + (-2,1169)x. X sobre Y: x = 1,3139 + (-0,328)y.

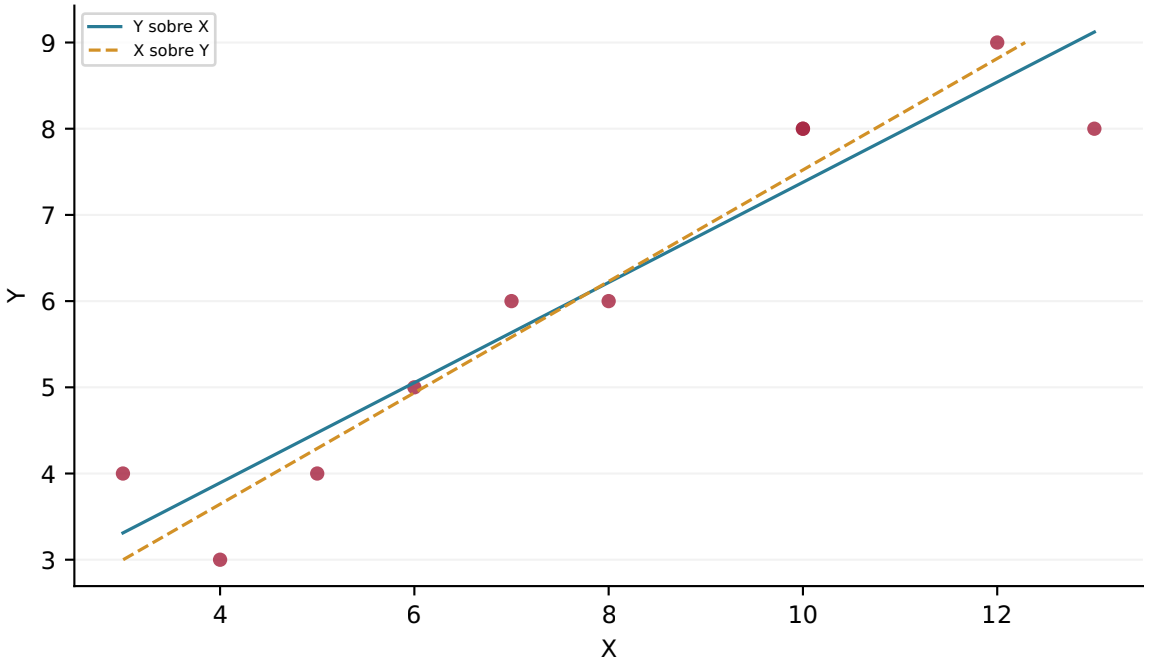
b) N = 7; media X = 10; media Y = 23,9286; σX = 1,8708; σY = 2,8085; covarianza = 5,2143; r = 0,9924. Regresión Y sobre X: y = 9,0306 + (1,4898)x. X sobre Y: x = -5,8182 + (0,6611)y.

5.11 Ejemplo: (−2; −2), (−1; 2), (0; 6), (1; 10), (2; 14). r = 1. Y/X: y = 4x + 6. X/Y: x = y/4 − 3/2. Ambas son la misma recta.

5.12 Media Y = 1,96. Covarianza = −0,68 × 6 = −4,08. Regresión: x − 3 = −0,51(y − 1,96), es decir, x = 3,9996 − 0,51y.

5.13 Pendiente = (3,8 − 1,2)/(3,9 − 3,2) = 26/7. Recta: y − 1,2 = (26/7)(x − 3,2), o y = (26/7)x − 374/35.

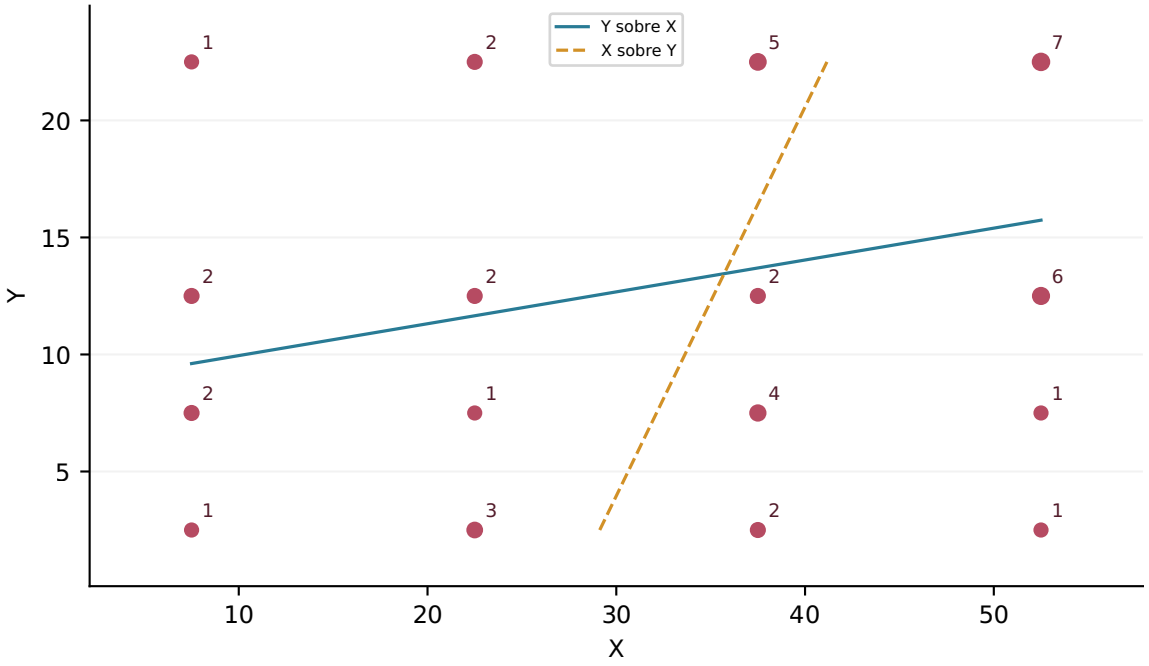
5.14 N = 10; media X = 7,8; media Y = 6,1; σX = 3,2187; σY = 1,9723; covarianza = 6,02; r = 0,9483. Regresión Y sobre X: y = 1,5676 + (0,5811)x. X sobre Y: x = -1,6401 + (1,5476)y.



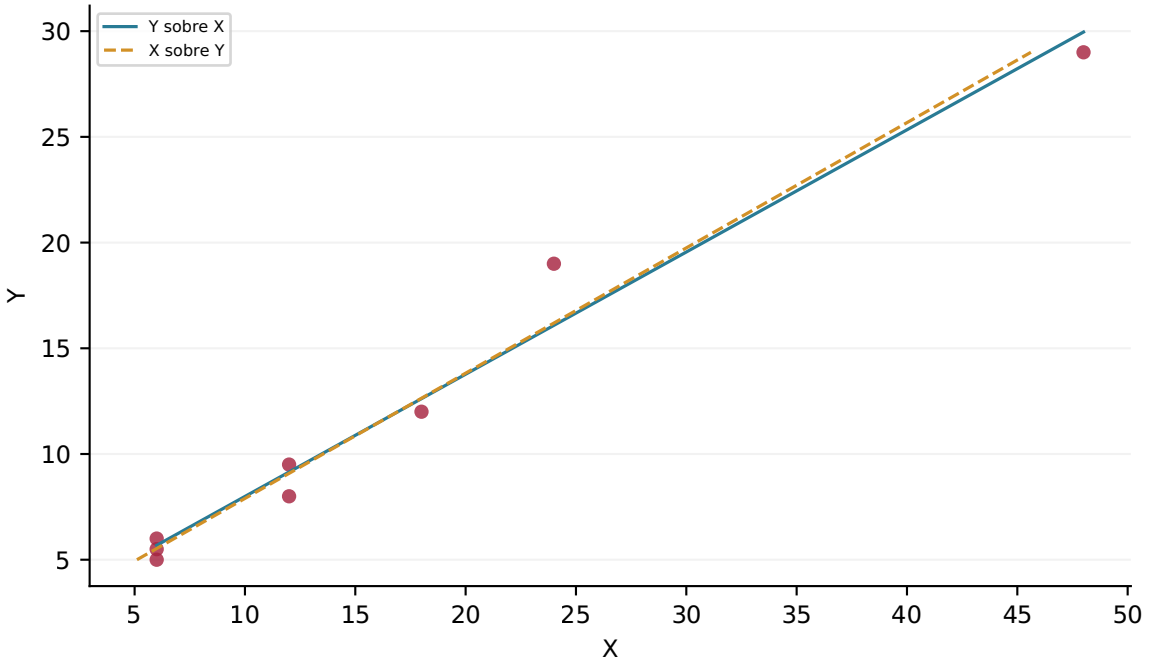
5.15 **a)** N = 42; media X = 35,7143; media Y = 13,4524; σX = 15,767; σY = 7,4991; covarianza = 33,8435; r = 0,2862. Regresión Y sobre X: y = 8,5903 + (0,1361)x. X sobre Y: x = 27,6184 + (0,6018)y.

b) La pendiente y la correlación son positivas.

Y / X	7,5	22,5	37,5	52,5	Total
2,5	1	3	2	1	7
7,5	2	1	4	1	8
12,5	2	2	2	6	12
22,5	1	2	5	7	15
Total	6	8	13	15	42



5.16 N = 8; media X = 16,5; media Y = 11,75; σX = 13,3323; σY = 7,8022; covarianza = 102,75; r = 0,9878. Regresión Y sobre X: y = 2,212 + (0,5781)x. X sobre Y: x = -3,3326 + (1,6879)y.



5.17 N = 265; media X = 1076,4151; media Y = 74,3396; σX = 581,1995; σY = 24,4416; covarianza = 9696,6892; r = 0,6826. Regresión Y sobre X: y = 43,44 + (0,0287)x. X sobre Y: x = -130,2393 + (16,2316)y.

Y / X	250	750	1250	1750	2250	Total
40	20	25	5	0	0	50
60	18	40	10	5	1	74
80	2	30	15	15	2	64
100	1	2	25	20	7	55
120	0	1	3	8	10	22
Total	41	98	58	48	20	265

06 · Estimaciones y predicciones

6.01

a) N = 10; media X = 70,8; media Y = 1,695; σX = 11,4961; σY = 0,0873; covarianza = 0,915; r = 0,9115. Regresión Y sobre X: y = 1,2048 + (0,0069)x. X sobre Y: x = -132,6 + (120)y.

b) X sobre Y estima 95,4 kg. Es una extrapolación fuera del rango observado.

6.02

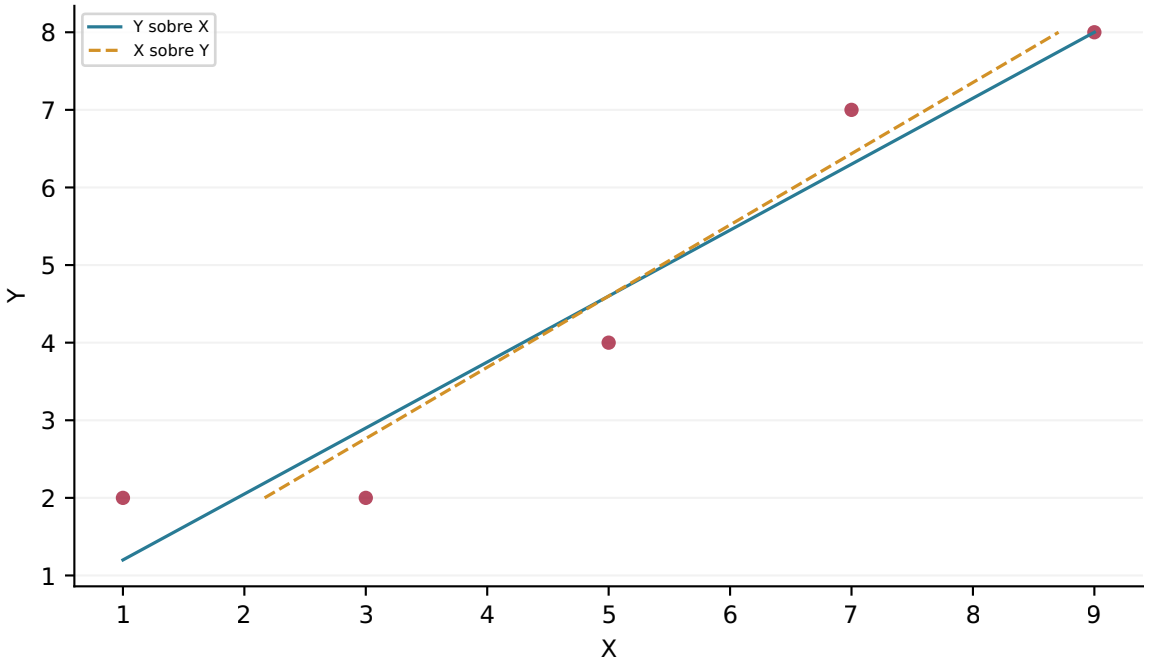
a) N = 10; media X = 14,4; media Y = 33,9; σX = 1,4967; σY = 2,119; covarianza = 0,14; r = 0,0441. Regresión Y sobre X: y = 33 + (0,0625)x. X sobre Y: x = 13,343 + (0,0312)y.

b) Predicción formal: 34,125. Poco fiable por la correlación baja y por extrapolar.

6.03

a) N = 5; media X = 5; media Y = 4,6; σX = 2,8284; σY = 2,498; covarianza = 6,8; r = 0,9624. Regresión Y sobre X: y = 0,35 + (0,85)x. X sobre Y: x = -0,0128 + (1,0897)y.

b) Y estimada = 3,75. Interpolación con asociación lineal fuerte.



6.04

a) N = 7; media X = 1321,4286; media Y = 1,5129; σX = 174,9636; σY = 0,1963; covarianza = -33,4898; r = -0,9751. Regresión Y sobre X: y = 2,9585 + (-0,0011)x. X sobre Y: x = 2636,225 + (-869,0817)y.

b) Para 1300 kg: 1,5363 €/kg. Asociación negativa fuerte.

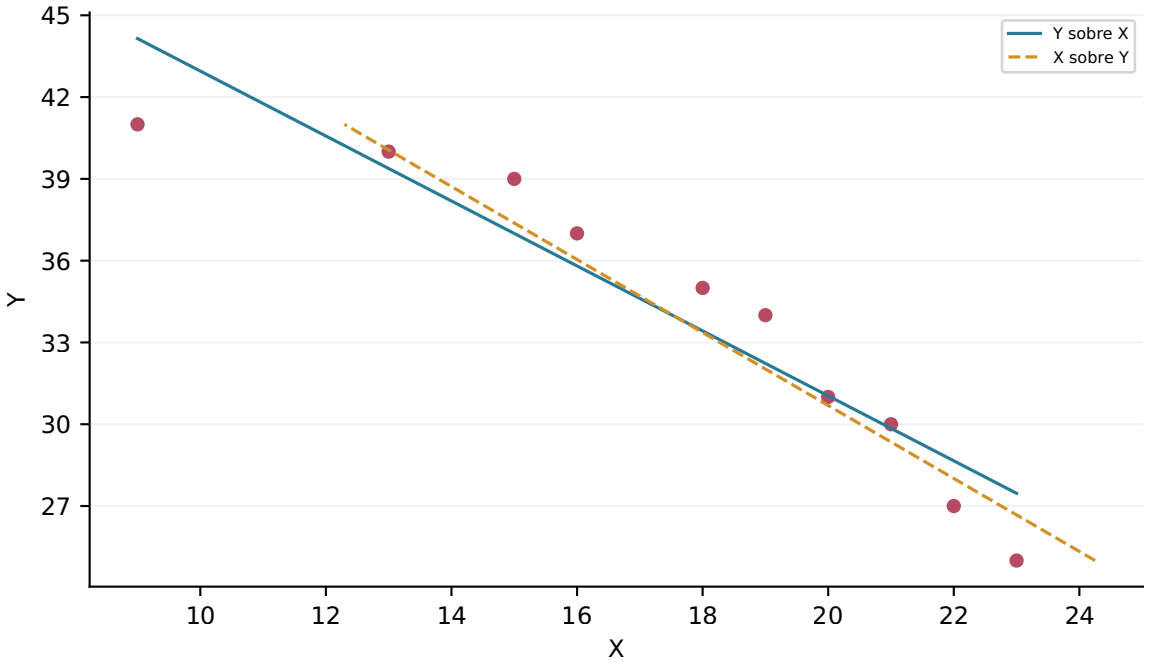
6.05

a) r = 0,7512. Regresión: y − 90,1 = 0,7363(x − 196).

b) Para 205 cm: 96,7267 kg. Es una estimación, no un peso individual determinado.

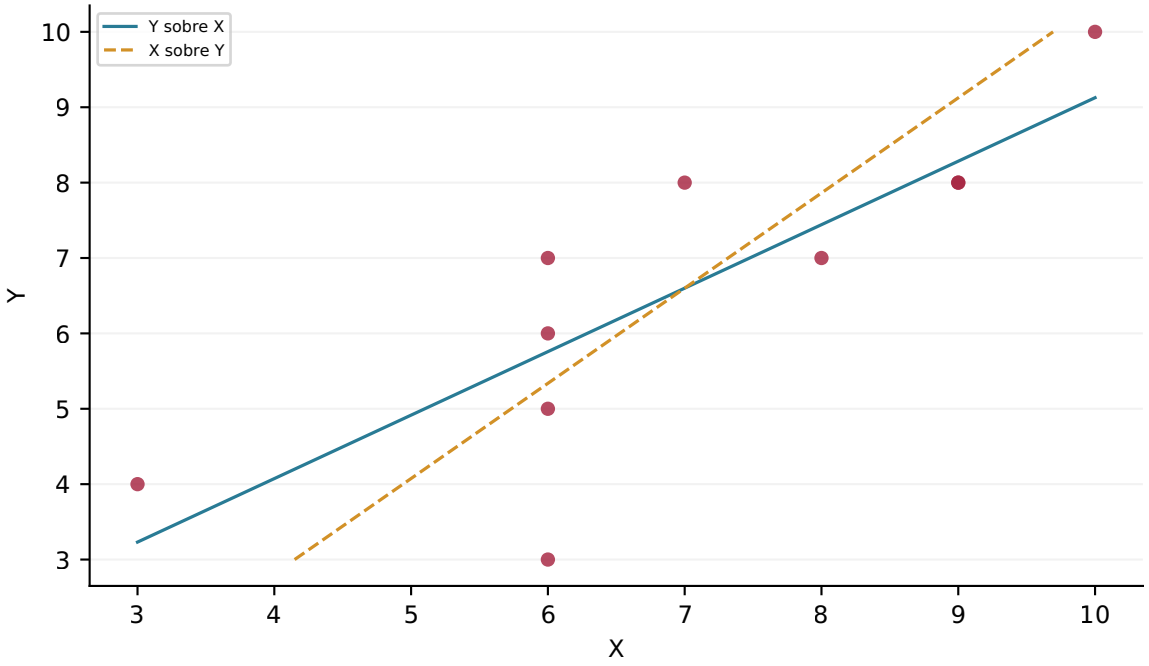
6.06 **a)** N = 10; media X = 17,6; media Y = 33,9; σX = 4,1521; σY = 5,2431; covarianza = -20,54; r = -0,9435. Regresión Y sobre X: y = 54,8689 + (-1,1914)x. X sobre Y: x = 42,9294 + (-0,7472)y.

b) Para 12 días: 40,5719 en las unidades de la tabla. Asociación negativa fuerte.



6.07 **a)** N = 10; media X = 7; media Y = 6,6; σX = 1,9494; σY = 2,01; covarianza = 3,2; r = 0,8167. Regresión Y sobre X: y = 0,7053 + (0,8421)x. X sobre Y: x = 1,7723 + (0,7921)y.

b) Para Inglés = 4: Francés ≈ 4,0737. Para Francés = 9: Inglés ≈ 8,901. Hay asociación positiva, sin que las predicciones sean notas garantizadas.



6.08 **a)** N = 7; media X = 20,2429; media Y = 11734,2857; σX = 1,6088; σY = 605,7311; covarianza = 943,8163; r = 0,9685. Regresión Y sobre X: y = 4352,3947 + (364,6665)x. X sobre Y: x = -9,9417 + (0,0026)y.

b) X sobre Y para 14 000: 26,071 €. Y sobre X para 24 €: 13104,3897 puntos.

c) Ambas predicciones extrapolan. La correlación de siete observaciones no garantiza la evolución futura.

6.09 **a)** N = 12; media X = 26,6667; media Y = 27,5; σX = 10,6719; σY = 9,2421; covarianza = 70,8333; r = 0,7182. Regresión Y sobre X: y = 10,9146 + (0,622)x. X sobre Y: x = 3,8618 + (0,8293)y.

b) Para Y = 33: X ≈ 31,2276. Para X = 27: Y ≈ 27,7073. Aproximaciones por marcas de clase.

Y / X	5	15	25	35	45	Total
15	1	1	1	0	0	3
25	0	1	2	1	0	4
35	0	0	1	2	1	4
45	0	0	0	1	0	1
Total	1	2	4	4	1	12

07 · Propiedades y aplicaciones

7.01

a) N = 7; media X = 22,4286; media Y = 18,5714; σX = 2,8714; σY = 1,6782; covarianza = -2,102; r = -0,4362.

b) Se esperaría asociación positiva si las condiciones fueran comparables. La relación observada es negativa moderada; pueden influir exposición solar y ubicación. No basta para diagnosticar una avería.

7.02

a) N = 7; media X = 8,8571; media Y = 5,2857; σX = 3,758; σY = 2,2497; covarianza = 6,4694; r = 0,7652.

b) Sumar constantes no cambia covarianza ni r.

c) Multiplicar solo X por 4: covarianza 25,8776; r no cambia.

d) Multiplicar X e Y por 4: covarianza 103,5102; r no cambia.

7.03

a) Media X = 0,44 × 4 + 0,6 = 2,36.

b) Pendiente Y/X = r^2/0,44 = 49/44. Recta: $y - 4 = (49/44)(x - 2{,}36)$.

c) Varianza X = 1,44. Covarianza = (49/44) × 1,44 = 441/275 ≈ 1,6036.

7.04

a) Pendientes 2 y 4/9: $r = \sqrt{(8/9)} = 2\sqrt{2}/3 \approx 0{,}9428$, positivo.

b) La intersección proporciona las medias: X = 5 e Y = 9.

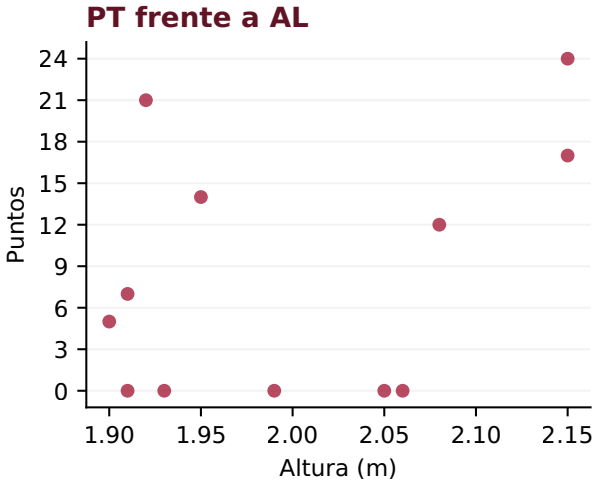
c) $2 = r \cdot \sigma Y/\sigma X$, por tanto $\sigma Y = 2\sqrt{2}/(2\sqrt{2}/3) = 3$.

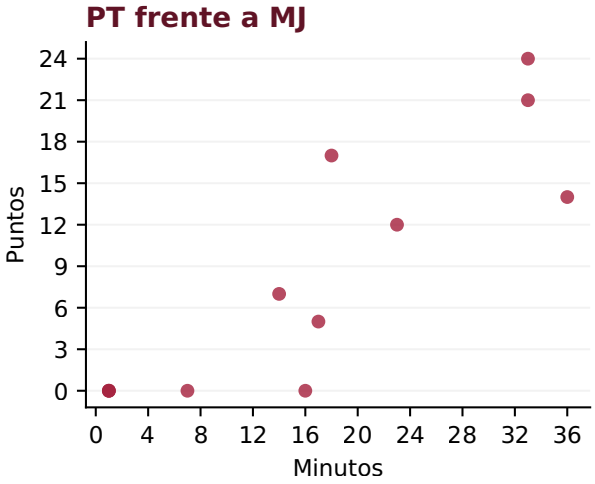
7.05

a) AL sobre PT: AL = 1,9662 + (0,0041)PT; r = 0,387.

b) MJ sobre PT: MJ = 6,4474 + (1,2263)PT; r = 0,8639.

c) Los minutos presentan mayor asociación lineal con los puntos que la altura en este partido. Es una relación estadística, no una explicación causal ni una regla individual.





7.06

a) 76 = 83p + 55(1 − p), luego p = 21/28 = 75 %.

b) Media = (11·34 + 10·32)/21 = 694/21 ≈ 33,0476 años.

c) 84 = 0,1x + 0,9·83, luego x = 93 puntos.

7.07 **a)** Si b es la pendiente de Y sobre X y c la de X sobre Y, $b = \text{cov}(X,Y)/\sigma X^2$ y $c = \text{cov}(X,Y)/\sigma Y^2$. Por tanto $bc = r^2$.

b) r tiene el signo común de las pendientes: $r = \text{signo}(b)\sqrt{(bc)}$. Se supone que ambas varianzas son positivas.

7.08 **a)** Ambas pasan por el punto de medias, por lo que no pueden ser paralelas distintas. Coinciden cuando $|r| = 1$.

b) Si $r = 0$, son x = media X e y = media Y: una vertical y otra horizontal, perpendiculares. Para r distinto de cero las pendientes geométricas tienen el mismo signo y no son perpendiculares.

7.09 **a)** Ninguno cumple todos los datos. En I, las rectas se cortan en (23, 41), pero las pendientes de regresión son 8/3 y 1: su producto $8/3 > 1$ no puede ser r^2.

b) En II, el producto es $(8/5)(2/5) = 16/25$ y $r = 0{,}8$, pero la intersección es (10, 20), incompatible con las medias indicadas.

7.10 **a)** La primera recta es $y = 2x + 1$. Interpretando literalmente la segunda como $x = 3y + 2$, el producto de pendientes sería $2 \cdot 3 = 6 = r^2$, imposible. No existe una distribución con esos datos.

b) Si «pendiente 3» se refiere a la pendiente geométrica al dibujar ambas rectas con Y vertical, la segunda sería $y = 3x + 2$, es decir, $x = y/3 - 2/3$. En esta interpretación alternativa: medias $X = -1$ e $Y = -1$; $r = \sqrt{(2/3)}$; varianza $X = 1/2$; varianza $Y = 3$.

7.11 **a)** Para k distinto de cero: $r(kX,Y) = \text{signo}(k)r(X,Y)$. Se conserva con k positivo y cambia de signo con k negativo.

b) $r(kX,kY) = r(X,Y)$ para cualquier k distinto de cero.

c) $r(aX,bY) = \text{signo}(ab)r(X,Y)$ si a y b no son cero. Si alguna constante es cero, una varianza se anula y el coeficiente no está definido.

7.12 Variación de los datos asociada a una época del año que se repite de forma cíclica.

7.13 Un diagrama de dispersión con edad en un eje y gasto en el otro. Cada punto representa un cliente; la forma y orientación de la nube permiten observar una posible asociación.

7.14 a) Polígono de frecuencias. b) Diagrama de dispersión. c) Polígono de frecuencias.

7.15 Ejemplo: el caudal de un río suele presentar variaciones asociadas a las estaciones, aunque cada año puede tener episodios distintos.

7.16 Una posible explicación son las vacaciones de Semana Santa: se celebran en fechas variables entre marzo y abril y pueden aumentar la demanda turística.

7.17 Ejemplo: la migración estacional de determinadas poblaciones de aves.