



1.º BACHILLERATO

Ecuaciones y sistemas

Matemáticas Aplicadas a las
Ciencias Sociales I

- | | |
|---|-------------------------------------|
| 01 Ecuaciones polinómicas | 02 Radicales y denominadores |
| 03 Ecuaciones exponenciales y logarítmicas | 04 Sistemas de ecuaciones |
| 05 Método de Gauss | 06 Resolución de problemas |
| 07 Repaso integrado | |

CONTENIDOS

Índice

Actividades organizadas por conceptos para practicar, repasar y comprobar las respuestas. Cada ejercicio tiene un código que lo identifica también en el solucionario.

01	Ecuaciones polinómicas	3
02	Radicales y denominadores	7
03	Ecuaciones exponenciales y logarítmicas	11
04	Sistemas de ecuaciones	14
05	Método de Gauss	18
06	Resolución de problemas	22
07	Repaso integrado	27
S	Solucionario	28

Cómo trabajar. Resuelve los ejercicios en el espacio disponible o en tu cuaderno. Comprueba los procedimientos y resultados al terminar cada bloque.

APARTADO 01

Ecuaciones polinómicas

11 actividades

001 ACTIVIDAD

Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $x^4 - x^2 - 12 = 0$

b) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

002 ACTIVIDAD

Resuelve:

a) $x^4 + 10x^2 + 9 = 0$

b) $x^4 - x^2 - 2 = 0$

003 ACTIVIDAD

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(3x + 1)(2x - 3) - (x - 3)(6x + 4) = 9x$

b) $\frac{x^2 - 1}{4} - \frac{2}{3}(x + 1) = \frac{(2x - 3)^2 - (13x - 5)}{16}$

c) $\frac{1}{6}[(13 - 2x) - 2(x - 3)^2] = -\frac{1}{3}(x + 1)^2$

d) $\frac{x^2 - 1}{3} + (x - 2)^2 = \frac{x^2 + 2}{2}$

e) $0,5(x - 1)^2 - 0,25(x + 1)^2 = 4 - x$

f) $(0,5x - 1)(0,5x + 1) = (x + 1)^2 - 9$

004 ACTIVIDAD

Resuelve estas ecuaciones incompletas de segundo grado sin aplicar la fórmula general:

a) $(x + 1)^2 - (x - 2)^2 = (x + 3)^2 + x^2 - 20$

b) $\frac{x^2 - 2x + 5}{2} - \frac{x^2 + 3x}{4} = \frac{x^2 - 4x + 15}{6}$

c) $\frac{3x + 1}{3} - \frac{5x^2 + 3}{2} = \frac{x^2 - 1}{2} - \frac{x + 2}{3}$

d) $\frac{3x^2 - 1}{4} + \frac{1}{2} \left[x^2 - 2 - \frac{1}{2}x \right] = \frac{x^2 - 5}{4}$

005 ACTIVIDAD

Resuelve estas ecuaciones (una de ellas no tiene solución y otra tiene infinitas):

a) $\frac{(x + 1)^2}{16} - \frac{1 + x}{2} = \frac{(x - 1)^2}{16} - \frac{2 + x}{4}$

b) $0,2x + 0,6 - 0,25(x - 1)^2 = 1,25x - (0,5x + 2)^2$

c) $(5x - 3)^2 - 5x(4x - 5) = 5x(x - 1)$

d) $\frac{2x + 1}{7} - \frac{(x + 1)(x - 2)}{2} = \frac{x - 2}{2} - \frac{(x - 2)^2}{2}$

006 ACTIVIDAD

Algunas de las siguientes ecuaciones no tienen solución. Búscalas y resuelve las otras.

a) $x + 2 + 3x^2 = \frac{5x^2 + 6x}{2}$

b) $(x + 2)^2 - 3 = 4x$

c) $(x + 4)^2 - (2x - 1)^2 = 8x$

d) $2(2 - x)(3x + 1) - (1 - 2x)(x + 3) + 24 = 0$

e) $\frac{(x - 1)^2 - 3x + 1}{15} + \frac{x + 1}{5} = 0$

007 ACTIVIDAD

Resuelve y comprueba las soluciones:

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

c) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$

d) $x^4 - 9x^2 + 8 = 0$

e) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

f) $x^4 - 5x^2 + 36 = 0$

g) $9x^4 - 46x^2 + 5 = 0$

h) $x^4 - 4x^2 = 0$

i) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

j) $9x^4 - x^2 = 0$

008 ACTIVIDAD

Halla las soluciones de estas ecuaciones:

a) $(2x^2 + 1)(x^2 - 3) = (x^2 + 1)(x^2 - 1) - 8$

b) $\frac{1}{4}(3x^2 - 1)(x^2 + 3) - (2x^2 + 1)(x^2 - 3) = 4x^2$

009 ACTIVIDAD

Saca factor común y resuelve:

a) $5x^3 - 3x^2 = 0$

b) $x^4 + 4x^2 = 0$

c) $4x^3 - x = 0$

d) $2x^4 - 3x^3 = 0$

010 ACTIVIDAD

Resuelve las siguientes ecuaciones igualando a cero cada factor:

$$\text{a) } (2x - 7)(x + 3)^2 = 0 \begin{cases} 2x - 7 = 0; x = \dots \\ (x + 3)^2 = 0; x = \dots \end{cases}$$

$$\text{b) } x(x^2 - 4)(3x + 12) = 0$$

$$\text{c) } (x + 2)^2(x - 1)^2 = 0$$

$$\text{d) } 3x(x - 2)^3 = 0$$

$$\text{e) } (x - 5)(x^2 + 1) = 0$$

011 ACTIVIDAD

Descompón en factores y resuelve:

$$\text{a) } x^3 + x^2 - 6x = 0$$

$$\text{b) } x^4 - 2x^3 + x^2 = 0$$

$$\text{c) } x^3 - 9x = 0$$

$$\text{d) } x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$$

$$\text{e) } 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$\text{f) } -x^3 + 13x - 12 = 0$$

$$\text{g) } x^3 - 5x^2 + 7x - 3 = 0$$

$$\text{h) } x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$$

APARTADO 02

Radicales y denominadores

12 actividades

012 ACTIVIDAD

Resuelve:

a) $-\sqrt{2x-3} + 1 = x$

b) $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x+7} = 4$

c) $2 + \sqrt{x} = x$

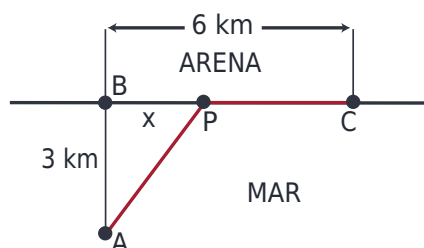
d) $2 - \sqrt{x} = x$

e) $\sqrt{3x+3} - 1 = \sqrt{8-2x}$

013 ACTIVIDAD

Para ir de A hasta C hemos navegado a 4 km/h en línea recta hasta P, y hemos caminado a 5 km/h de P a C. Hemos tardado, en total, 99 minutos (99/60 horas).

¿Cuál es la distancia, x , de B a P?



014 ACTIVIDAD

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3}{10}$

b) $\frac{4}{x} + \frac{2(x+1)}{3(x-2)} = 4$

c) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{3}{4}$

015 ACTIVIDAD

Resuelve:

a) $\frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 3$

b) $\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} = \frac{3}{2}$

c) $\frac{x+3}{x-1} - \frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{26}{35}$

016 ACTIVIDADResuelve: $\sqrt[3]{x^2-28} + 3 = 0$

017 ACTIVIDAD

Resuelve:

a) $\frac{1}{\sqrt{5x+14}} = \frac{1}{7}$

b) $\frac{3}{\sqrt[3]{13-5x}} = -1$

018 ACTIVIDAD

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt{5x+6} = 3+2x$

b) $x + \sqrt{7-3x} = 1$

c) $\sqrt{2-5x} + x\sqrt{3} = 0$

d) $\sqrt{2x} + \sqrt{5x-6} = 4$

019 ACTIVIDAD

Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt{3x+4} + 2x - 4 = 0$

b) $x - \sqrt{7-3x} = 1$

c) $\sqrt{5x+6} - 3 = 2x$

d) $\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x+1} = 0$

e) $\sqrt{x^2+3} - \sqrt{3-x} = 0$

020 ACTIVIDAD

Resuelve la ecuación $\frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} = \frac{6}{x^2-9}$.

() ()

021 ACTIVIDAD

Resuelve:

a) $\frac{x}{x+1} = \frac{4}{x+4}$

b) $\frac{3}{x+3} = \frac{x+2}{2-x}$

c) $\frac{2x}{x+2} = \frac{3x+2}{2x}$

022 ACTIVIDAD

Resuelve:

a) $\frac{x+2}{x} + 3x = \frac{5x+6}{2}$

b) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x} + \frac{3}{x} = \frac{x}{3} - 1$

c) $\frac{600}{x} + 80 = \frac{600}{x-2}$

d) $\frac{8}{x+6} + \frac{12-x}{x-6} = 1$

023 ACTIVIDAD

Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $\frac{8-x}{2} - \frac{2x-11}{x-3} = \frac{x+6}{2}$

b) $\frac{10}{3} + \frac{5-x}{x+5} = \frac{x+5}{x-5}$

APARTADO 03

Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

8 actividades

024 ACTIVIDAD

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2^{3x} = 0,5^{3x+2}$

b) $3^{4-x^2} = \frac{1}{9}$

c) $\frac{4^{x-1}}{2^{x+2}} = 186$

d) $7^{x+2} = 5\,764\,801$

025 ACTIVIDAD

Resuelve:

a) $3^x + 3^{x+2} = 30$

b) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$

c) $\frac{5^{x^2+1}}{25^{x+2}} = 3\,125$

d) $5^{2x} = 0,2^{4x-6}$

026 ACTIVIDAD

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2,3^x = 18$

b) $7 \cdot 3^x = 567$

c) $\frac{2^x}{3} = 7,5$

d) $4^{2x-1} = 0,25$

027 ACTIVIDAD

Las siguientes ecuaciones exponenciales tienen soluciones enteras. Hállalas:

a) $2^{x^2+1} = 32$

b) $3^{2x-5} = 2187$

c) $\sqrt{7^x} = \frac{1}{49}$

d) $(0,5)^x = 16$

028 ACTIVIDAD

Resuelve las ecuaciones siguientes mediante un cambio de variable:

a) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

b) $3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2} = 21$

c) $3^x - 3^{-x} = \frac{728}{27}$

029 ACTIVIDAD

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $7^{x+2} = 823\,543$

b) $5^{5x-2} = 390\,625$

c) $3^x + 3^{x+2} = 39$

d) $10^{3+x} = 1$

030 ACTIVIDAD

Calcula x en las siguientes ecuaciones:

a) $\log x = \log 9 - \log 4$

b) $\ln x = 3 \ln 5$

c) $3 + 2 \log x = 5$

d) $\frac{1}{3} \log_2 x = -3$

031 ACTIVIDAD

Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $3^{x^2} \cdot 3^{-2} = 9$

b) $5^{x^2} \cdot 25^{x-1} = 5^{3x}$

APARTADO 04

Sistemas de ecuaciones

10 actividades

032 ACTIVIDAD

Resuelve estos sistemas de ecuaciones:

a)
$$\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x^2 - 7 = y + 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 - \frac{1}{xy} \\ xy = 6 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x = 2y + 1 \\ \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2 \end{cases}$$

033 ACTIVIDAD

Resuelve:

a)
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2^x - 2^y = 768 \\ 2^{x-y} = 4 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 5^{x+y} = 125^3 \\ 5^{x-y} = 125 \end{cases}$$

034 ACTIVIDAD

Resuelve los siguientes sistemas:

a)
$$\begin{cases} 2x - 11y = -11 \\ 23x + y = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x + 5 = 2y + 1 \\ x - 9 = 1 - 5y \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{x+1}{3} + y = 1 \\ \frac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$$

035 ACTIVIDAD

Resuelve:

$$a) \begin{cases} x \cdot y = 15 \\ \frac{x}{y} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ 2x + 3y = 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x^2 + y^2 - 5x - 5y + 10 = 0 \\ x^2 - y^2 - 5x + 5y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} (x+y)(x-y) = 7 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases}$$

036 ACTIVIDAD

Resuelve por sustitución:

$$a) \begin{cases} (x^2 + 1)y^2 = 5 \\ 4x - y = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$$

037 ACTIVIDAD

Resuelve por reducción:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x^2 - 5y^2 = 30 \\ x^2 - 2y^2 = 7 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + y^2 + xy = \frac{3}{4} \\ x^2 - y^2 - xy = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

038 ACTIVIDAD

Resuelve los siguientes sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2x-1}{x+1} + \frac{y+3}{y+1} = 3 \\ x(x-2) = y(1-y) \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 65 \\ xy = 28 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} xy = 15 \\ \frac{x}{y} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} (x+y)(x-y) = 7 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases}$$

039 ACTIVIDAD

Resuelve:

$$\text{a) } \begin{cases} y^2 - 2y + 1 = x \\ \sqrt{x} + y = 5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2\sqrt{x+1} = y + 1 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \sqrt{3(x+y)} + x = 12 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \sqrt{x+y} + 2 = x + 1 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

040 ACTIVIDAD

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} y - x = 1 \\ 2^x + 2^y = 12 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 5^x \cdot 5^y = 1 \\ 5^x : 5^y = 25 \end{cases}$$

041 ACTIVIDAD

Resuelve estos sistemas de ecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} xy = -2 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \sqrt{-2x} + y = -1 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

APARTADO 05

Método de Gauss

10 actividades

042 ACTIVIDAD

Reconoce como escalonados y resuelve:

$$\begin{array}{lcl} \text{a)} & \begin{array}{l} x \\ 2x - 3y \\ 3x + y - z \end{array} & \begin{array}{l} = 7 \\ = 8 \\ = 12 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{b)} & \begin{array}{l} 3x + 4y \\ 2y \\ 5x + y - z \end{array} & \begin{array}{l} = 0 \\ = -6 \\ = 17 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{c)} & \begin{array}{l} 3x \\ 5y \\ 2x + y - z \end{array} & \begin{array}{l} = -3 \\ = 20 \\ = -2 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{d)} & \begin{array}{l} y \\ x - z \\ y - z \end{array} & \begin{array}{l} = 4 \\ = 11 \\ = 7 \end{array} \end{array}$$

043 ACTIVIDAD

Resuelve los siguientes sistemas escalonados:

$$\begin{array}{lcl} \text{a)} & \begin{array}{l} y \\ 2z \\ 3x \end{array} & \begin{array}{l} = -5 \\ = 8 \\ = 3 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{b)} & \begin{array}{l} x + 2y - z \\ 3x + y \\ 5y \end{array} & \begin{array}{l} = -3 \\ = -5 \\ = -10 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{c)} & \begin{array}{l} x - 5y + 3z \\ 3y - z \\ 4z \end{array} & \begin{array}{l} = 8 \\ = 5 \\ = 4 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{d)} & \begin{array}{l} 4x + y - z \\ 2y \\ 3x \end{array} & \begin{array}{l} = 7 \\ = 8 \\ = 9 \end{array} \end{array}$$

044 ACTIVIDAD

Resuelve por el método de Gauss:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 6 \\ x - y - z = 0 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b)} \quad \begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ x - 2y + z = -3 \\ 2x - y - z = 9 \end{cases} \end{array}$$

045 ACTIVIDAD

Resuelve:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad \begin{cases} 5x - 4y + 3z = 9 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ 4x + 3y + 4z = 1 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b)} \quad \begin{cases} 2x - 5y + 4z = -1 \\ 4x - 5y + 4z = 3 \\ 5x - 3z = 13 \end{cases} \end{array}$$

046 ACTIVIDAD

Intenta resolver por el método de Gauss:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad \begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - 2y - z = 3 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b)} \quad \begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - 2y - z = 3 \\ 2x - y - z = 1 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{c)} \quad \begin{cases} x - y + 4z = 3 \\ 2x - y + 4z = 8 \\ x + y - z = 2 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{d)} \quad \begin{cases} x - y + 4z = 3 \\ 2x - y + 4z = 8 \\ x + y - 4z = 1 \end{cases} \end{array}$$

047 ACTIVIDAD

Resuelve por el método de Gauss:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad \begin{cases} x - y - z = -10 \\ x + 2y + z = 11 \\ 2x - y + z = 8 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b)} \quad \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \end{cases} \end{array}$$

048 ACTIVIDAD

Resuelve aplicando el método de Gauss:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b)} \quad \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases} \end{array}$$

049 ACTIVIDAD

Resuelve por el método de Gauss:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 2x - y + 4z = 4 \\ 2x - y + 6z = -1 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b)} \quad \begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 3x + 6y - 2z = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases} \end{array}$$

050 ACTIVIDAD

Resuelve aplicando el método de Gauss:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 6y - 5z = -4 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \end{array}$$

$$\text{b)} \quad \begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ x - 2y + 5z = 5 \\ 5x - 2y + 17z = 1 \end{cases}$$

$$\text{c)} \quad \begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ 2x + 3y + 4z = 1 \\ -2x - y - 8z = -7 \end{cases}$$

$$\text{d)} \quad \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ 3x - 2y - 2z = 2 \\ -5x + 3y + 5z = -1 \end{cases}$$

$$\text{e)} \quad \begin{cases} x + y + z = 3 \\ -x + 2y + z = 5 \\ x + 4y + 3z = 1 \end{cases}$$

$$\text{f)} \quad \begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ 3x + 2y - z = 0 \\ -x + 4y + z = 2 \end{cases}$$

051 ACTIVIDAD

Resuelve por el método de Gauss:

$$\text{a)} \quad \begin{cases} 3x - 5y + z = 11 \\ x + 2y - 3z = -10 \\ x + y - 2z = -6 \end{cases}$$

$$\text{b)} \quad \begin{cases} x - 5y + 9z = 4 \\ 2x + y - 3z = 2 \\ x + 17y - 33z = 0 \end{cases}$$

APARTADO 06

Resolución de problemas

17 actividades

052 ACTIVIDAD

Tres amigos, Antonio, Juan y Pablo, fueron con sus tres hijos, Julio, José y Luis, a un almacén de frutos secos.

Ante un saco de almendras, el dueño les dijo:

— Coged las que queráis.

Cada uno de los seis metió la mano en el saco un número n de veces y, cada vez, se llevó n almendras (es decir, si uno de ellos metió la mano en el saco 9 veces, cada vez cogió 9 almendras, y, por tanto, se llevó 81 almendras). Además, cada padre cogió, en total, 45 almendras más que su hijo.

Antonio metió la mano 7 veces más que Luis, y Julio, 15 más que Pablo.

- ¿Cómo se llama el hijo de Antonio?
 - ¿Y el de Juan?
 - ¿Cuántas almendras se llevaron entre todos?
-
-
-

053 ACTIVIDAD

Un galgo persigue a una liebre.

La liebre lleva 30 de sus saltos de ventaja al galgo. Mientras el galgo da dos saltos, la liebre da tres. Tres saltos del galgo equivalen a cinco de la liebre.

¿Cuántos saltos dará cada uno hasta el momento de la captura?

054 ACTIVIDAD

Para la calificación de un curso, se decide que la primera evaluación cuente un 25%, la segunda, un 35%, y la tercera, un 40%. Una alumna ha tenido un 5 en la primera y un 7 en la segunda. ¿Qué nota tiene que conseguir en la tercera para que su calificación final sea 7?

055 ACTIVIDAD

Un comerciante compra 50 kg de harina y 80 kg de arroz, por los que tiene que pagar 66,10 €; pero consigue un descuento del 20% en el precio de la harina y un 10% en el del arroz. De esa forma, paga 56,24 €. ¿Cuáles son los precios iniciales de cada artículo?

056 ACTIVIDAD

La edad de un padre es el cuádruple de la de su hijo, pero dentro de 16 años será solamente el doble. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

057 ACTIVIDAD

La suma de un número par, el par anterior y los dos impares que lo siguen, es 34. Calcula ese número.

058 ACTIVIDAD

Las dos cifras de un número suman 12. Si se invierte el orden de las mismas, se obtiene un número 18 unidades mayor. Calcula dicho número.

059 ACTIVIDAD

Tres empresas aportan 2, 3 y 5 millones de euros para la comercialización de un nuevo avión. A los cinco años reparten beneficios, correspondiendo a la tercera 189000 € más que a la segunda. ¿Cuál fue la cantidad repartida?

060 ACTIVIDAD

Un grifo A tarda en llenar un depósito el doble de tiempo que otro B. Abiertos simultáneamente, llenan el depósito en 2 horas. ¿Cuánto tarda cada uno por separado?

**061** ACTIVIDAD

Un remero sube con su barca por un río a una velocidad de 30 m/min y baja a 60 m/min. ¿Hasta qué distancia se aleja en un paseo de hora y media?

**062** ACTIVIDAD

Se mezclan 30 kg de café de 6 €/kg con cierta cantidad de otro de 8 €/kg, resultando la mezcla a 7,25 €/kg.

¿Qué cantidad del café más caro se ha utilizado?

coste total

063 ACTIVIDAD

Una tienda ha vendido 60 ordenadores, cuyo precio original era de 1 200 €, con un descuento del 20% a unos y un 25% a otros.

Si se han recaudado 56 400 €, calcula a cuántos ordenadores se rebajó el 25%.

PRECIO ORIGINAL

CON DESCUENTO

064 ACTIVIDAD

En la primera prueba de una oposición, queda eliminado el 52% de los participantes. En la segunda prueba, se elimina el 25% de los restantes. Si el número total de personas suspendidas es 512, ¿cuántas personas se presentaron a la oposición?

QUEDAN

QUEDAN

065 ACTIVIDAD

Un granjero espera obtener 36 € por la venta de huevos. En el camino al mercado se le rompen cuatro docenas. Para obtener el mismo beneficio, aumenta en 0,45 € el precio de la docena. ¿Cuántas docenas tenía al principio?

066 ACTIVIDAD

Sobre el número de visitantes a cierta exposición se sabe que:

- Durante el mes de febrero se incrementó en un 12% respecto al mes de enero.
- En marzo sufrió un descenso del 12% respecto a febrero.
- El número de visitantes de enero superó en 36 personas al de marzo.

¿Cuántas personas vieron la exposición en enero?

067 ACTIVIDAD

Un inversor, que dispone de 28 000 €, coloca parte de su capital en un banco al 8%, y el resto, en otro banco al 6%. Si la primera parte le produce anualmente 200 € más que la segunda, ¿cuánto colocó en cada banco?

068 ACTIVIDAD

Un tendero invierte 125 € en la compra de una partida de manzanas. Desecha 20 kilos por defectuosas y vende el resto, aumentando 0,40 € cada kilo sobre el precio de compra, por 147 €. ¿Cuántos kilos compró?

APARTADO 07

Repaso integrado

1 actividades

069 ACTIVIDAD

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{3x+1}{3} - \frac{5x^2+3}{2} = \frac{x^2-1}{2} - \frac{x+2}{3}$

b) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

c) $x - \sqrt{2x-1} = 1 - x$

d) $\frac{x}{x-3} - \frac{x+3}{x+1} = \frac{x^2-3}{(x+1)(x-3)}$

COMPRUEBA TUS RESPUESTAS

Solucionario

Busca el código de cada actividad. En las preguntas abiertas se ofrece una respuesta orientativa.

01 · Ecuaciones polinómicas

001 SOLUCIÓN

$$a) x^2 = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2} \begin{cases} 4 \rightarrow x = \pm 2 \\ -3 \rightarrow \text{(no vale)} \end{cases} \quad 2 \text{ y } -2$$

$$b) x^2 = \frac{8 \pm \sqrt{64+36}}{2} = \frac{8 \pm 10}{2} \begin{cases} 9 \rightarrow x = \pm 3 \\ -1 \rightarrow \text{(no vale)} \end{cases} \quad 3 \text{ y } -3$$

002 SOLUCIÓN

$$a) x^2 = \frac{-10 \pm \sqrt{100-36}}{2} = \frac{-10 \pm 8}{2} \begin{cases} -1 \rightarrow \text{(no vale)} \\ -9 \rightarrow \text{(no vale)} \end{cases}$$

No tiene solución.

$$b) x^4 - x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \begin{cases} x^2 = -1 \rightarrow \text{No vale} \\ x^2 = 2 \rightarrow x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

Hay dos soluciones: $x_1 = -\sqrt{2}$; $x_2 = \sqrt{2}$

003 SOLUCIÓN

$$\text{a) } 6x^2 - 9x + 2x - 3 - 6x^2 - 4x + 18x + 12 = 9x$$

$$2x = 9$$

$$x = \frac{9}{2}$$

$$\text{b) } \frac{x^2 - 1}{4} - \frac{(2x + 2)}{3} = \frac{4x^2 + 9 - 12x - 13x + 5}{16}$$

$$12x^2 - 12 - 32x - 32 = 12x^2 + 27 - 36x - 39x + 15$$

$$-44 - 32x = 42 - 75x$$

$$43x = 86$$

$$x = 2$$

$$\text{c) } \frac{1}{6} (13 - 2x - 2x^2 - 18 + 12x) = -\frac{x^2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{2x}{3}$$

$$\frac{1}{6} (-2x^2 + 10x - 5) = -\frac{x^2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{2x}{3}$$

$$-\frac{2x^2}{6} + \frac{10x}{6} - \frac{5}{6} = -\frac{x^2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{2x}{3}$$

$$-2x^2 + 10x - 5 = -2x^2 - 2 - 4x$$

$$14x = 3$$

$$x = \frac{3}{14}$$

$$\text{d) } 2x^2 - 2 + 6x^2 + 24 - 24x = 3x^2 + 6$$

$$5x^2 - 24x + 16 = 0$$

$$x = \frac{24 \pm \sqrt{576 - 320}}{10}$$

$$x = \frac{24 \pm 16}{10} \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 4/5 \end{cases}$$

$$\text{e) } \frac{1}{2} (x^2 + 1 - 2x) - \frac{1}{4} (x^2 + 1 + 2x) = 4 - x$$

$$\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} - x - \frac{x^2}{4} - \frac{1}{4} - \frac{x}{2} = 4 - x$$

$$2x^2 + 2 - 4x - x^2 - 1 - 2x = 16 - 4x$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$f) \left(\frac{x}{2} - 1\right) \left(\frac{x}{2} + 1\right) = x^2 + 1 + 2x - 9$$

$$\frac{x^2}{4} - 1 = x^2 + 1 + 2x - 9$$

$$x^2 - 4 = 4x^2 + 4 + 8x - 36$$

$$0 = 3x^2 + 8x - 28$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 336}}{6} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -14/3 \end{cases}$$

004 SOLUCIÓN

$$a) x^2 + 1 + 2x - x^2 - 4 + 4x = x^2 + 9 + 6x + x^2 - 20$$

$$6x - 3 = 2x^2 + 6x - 11$$

$$8 = 2x^2$$

$$x_1 = 2, x_2 = -2$$

$$b) 6x^2 - 12x + 30 - 3x^2 - 9x = 2x^2 - 8x + 30$$

$$x^2 - 13x = 0$$

$$x(x - 13) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = 13$$

$$c) 6x + 2 - 15x^2 - 9 = 3x^2 - 3 - 2x - 4$$

$$0 = 18x^2 - 8x$$

$$2x(9x - 4) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 4/9 \end{cases}$$

$$d) \frac{3x^2 - 1}{4} + \frac{x^2}{2} - 1 - \frac{x}{4} = \frac{x^2 - 5}{4}$$

$$3x^2 - 1 + 2x^2 - 4 - x = x^2 - 5$$

$$4x^2 - x = 0$$

$$x(4x - 1) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ 4x - 1 = 0 \rightarrow x_2 = 1/4 \end{cases}$$

005 SOLUCIÓN

$$\text{a) } x^2 + 1 + 2x - 8 - 8x = x^2 + 1 - 2x - 8 - 4x$$

$$0 = 0$$

Tiene infinitas soluciones.

$$\text{b) } \frac{x}{5} + \frac{3}{5} - \frac{(x^2 + 1 - 2x)}{4} = \frac{5x}{4} - \frac{x^2}{4} - 4 - 2x$$

$$4x + 12 - 5x^2 - 5 + 10x = 25x - 5x^2 - 80 - 40x$$

$$29x = -87$$

$$x = -\frac{87}{29}$$

$$x = -3$$

$$\text{c) } 25x^2 + 9 - 30x - 20x^2 + 25x = 5x^2 - 5x$$

$$9 = 0$$

No tiene solución.

$$\text{d) } 4x + 2 - 7x^2 + 14x - 7x + 14 = 7x - 14 - 7x^2 - 28 + 28x$$

$$-7x^2 + 11x + 16 = -7x^2 + 35x - 42$$

$$x = \frac{58}{24} = \frac{29}{12}$$

006 SOLUCIÓN

a) $2x + 4 + 6x^2 = 5x^2 + 6x$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2}$$

$$x = 2$$

b) $x^2 + 4 + 4x - 3 = 4x$

$$x^2 + 1 = 0$$

No tiene solución.

c) $x^2 + 16 + 8x - 4x^2 - 1 + 4x = 8x$

$$0 = 3x^2 - 4x - 15$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 180}}{6} \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -5/3 \end{cases}$$

d) $12x + 4 - 6x^2 - 2x - x - 3 + 2x^2 + 6x + 24 = 0$

$$-4x^2 + 15x + 25 = 0$$

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 400}}{-8} \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -5/4 \end{cases}$$

e) $x^2 + 1 - 2x - 3x + 1 + 3x + 3 = 0$

$$x^2 - 2x + 5 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 20}}{2}$$

No tiene solución.

007 SOLUCIÓN

a) $x^2 = z$

$$z^2 - 5z + 4 = 0$$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} \begin{cases} z = 4 & \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases} \\ z = 1 & \begin{cases} x_3 = 1 \\ x_4 = -1 \end{cases} \end{cases}$$

b) $x^2 = z$

$$z^2 + 3z - 4 = 0$$

$$z = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} \begin{cases} z = -4 \text{ (no vale)} \\ z = 1 & \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{cases} \end{cases}$$

c) $x^2 = z$

$$z^2 + 3z + 2 = 0$$

$$z = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} \begin{cases} z = -2 \text{ (no vale)} \\ z = -1 \text{ (no vale)} \end{cases} \text{ (no tiene solución)}$$

d) $x^2 = z$

$$z^2 - 9z + 8 = 0$$

$$z = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{2} \begin{cases} z = 8 & \begin{cases} x_1 = 2\sqrt{2} \\ x_2 = -2\sqrt{2} \end{cases} \\ z = 1 & \begin{cases} x_3 = 1 \\ x_4 = -1 \end{cases} \end{cases}$$

e) $x^2 = z$

$$z^2 - 10z + 9 = 0$$

$$z = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} \begin{cases} z = 9 & \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -3 \end{cases} \\ z = 1 & \begin{cases} x_3 = 1 \\ x_4 = -1 \end{cases} \end{cases}$$

f) $x^2 = z$

$$z^2 - 5z + 36 = 0$$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 144}}{2} \text{ (no tiene solución)}$$

g) $x^2 = z$

$$9z^2 - 46z + 5 = 0$$

$$z = \frac{46 \pm \sqrt{2116 - 180}}{18} \begin{cases} z = 90/18 = 5 & \begin{cases} x_1 = \sqrt{5} \\ x_2 = -\sqrt{5} \end{cases} \\ z = 2/18 = 1/9 & \begin{cases} x_3 = 1/3 \\ x_4 = -1/3 \end{cases} \end{cases}$$

h) $x^2(x^2 - 4) = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -2$

i) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

$$z = x^2$$

$$4z^2 - 17z + 4 = 0$$

$$z = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{8} \begin{cases} z = 4 & \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases} \\ z = 1/4 & \begin{cases} x_3 = 1/2 \\ x_4 = -1/2 \end{cases} \end{cases}$$

j) $9x^4 - x^2 = 0$

$$x^2(9x^2 - 1) = 0 \rightarrow x_1 = 0; x_2 = \frac{1}{3}; x_3 = -\frac{1}{3}$$

008 SOLUCIÓN

a) $2x^4 - 6x^2 + x^2 - 3 = x^4 - x^2 + x^2 - 1 - 8$

$$x^4 - 5x^2 + 6 = 0$$

$$x^2 = z$$

$$z = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} \begin{cases} z = 3 & \begin{cases} x_1 = \sqrt{3} \\ x_2 = -\sqrt{3} \end{cases} \\ z = 2 & \begin{cases} x_3 = \sqrt{2} \\ x_4 = -\sqrt{2} \end{cases} \end{cases}$$

b) $\frac{3x^4 + 9x^2 - x^2 - 3}{4} - 2x^4 + 6x^2 - x^2 + 3 = 4x^2$

$$3x^4 + 8x^2 - 3 - 8x^4 + 20x^2 + 12 = 16x^2$$

$$-5x^4 + 12x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = z \rightarrow z = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 180}}{-10} \begin{cases} z = -3/5 \text{ (no vale)} \\ z = 3 & \begin{cases} x_1 = \sqrt{3} \\ x_2 = -\sqrt{3} \end{cases} \end{cases}$$

009 SOLUCIÓN

a) $x^2(5x - 3) = 0$

$x_1 = 0, x_2 = \frac{3}{5}$

b) $x^2(x^2 + 4) = 0$

$x = 0$

$$c) x(4x^2 - 1) = 0 \begin{cases} x_1 = 0 \\ x^2 = \frac{1}{4} \end{cases} \begin{cases} x_2 = 1/2 \\ x_3 = -1/2 \end{cases}$$

d) $x^3(2x - 3) = 0$

$x_1 = 0, x_2 = \frac{3}{2}$

010 SOLUCIÓN

a) $x_1 = \frac{7}{2}, x_2 = -3$

b) $x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -2, x_4 = -4$

c) $x_1 = -2, x_2 = 1$

d) $x_1 = 0, x_2 = 2$

e) $x = 5$

011 SOLUCIÓN

a) $x(x - 2)(x + 3) = 0$

$x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -3$

c) $x(x - 3)(x + 3) = 0$

$x_1 = 0, x_2 = 3, x_3 = -3$

e) $2(x - 1)^2 \left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$

$x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2}$

g) $(x - 1)^2(x - 3) = 0$

$x_1 = 1, x_2 = 3$

b) $x^2(x - 1)^2 = 0$

$x_1 = 0, x_2 = 1$

d) $(x - 1)(x + 2)(x + 3) = 0$

$x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = -3$

f) $-(x + 4)(x - 1)(x - 3) = 0$

$x_1 = -4, x_2 = 1, x_3 = 3$

h) $(x - 2)(x + 2)^2 = 0$

$x_1 = 2, x_2 = -2$

02 · Radicales y denominadores

012 SOLUCIÓN

a) $1 - x = \sqrt{2x - 3}$

$$1 + x^2 - 2x = 2x - 3; x^2 - 4x + 4 = 0; x = 2 \text{ (no vale)}$$

No tiene solución.

b) $2x - 3 = 16 + x + 7 + 8\sqrt{x + 7}$

$$x - 26 = 8\sqrt{x + 7}$$

$$x^2 + 676 - 52x = 64(x + 7)$$

$$x^2 + 676 - 52x = 64x + 448$$

$$x^2 - 116x + 228 = 0; x = \frac{116 \pm 112}{2} \begin{matrix} < 114 \\ < 2 \end{matrix} \rightarrow \text{(no vale)}$$

$$x = 114$$

c) $\sqrt{x} = x - 2; x = x^2 + 4 - 4x; 0 = x^2 - 5x + 4$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \begin{matrix} < 4 \\ < 1 \end{matrix} \rightarrow \text{(no vale)}$$

$$x = 4$$

d) $2 - x = \sqrt{x}; 4 + x^2 - 4x = x; x^2 - 5x + 4 = 0$

$$x = \begin{matrix} < 4 \\ < 1 \end{matrix} \rightarrow \text{(no vale)}$$

$$x = 1$$

e) $\sqrt{3x + 3} - 1 = \sqrt{8 - 2x}$

$$3x + 3 = 1 + 8 - 2x + 2\sqrt{8 - 2x}$$

$$5x - 6 = 2\sqrt{8 - 2x}$$

$$25x^2 + 36 - 60x = 4(8 - 2x)$$

$$25x^2 - 52x + 4 = 0$$

$$x = \frac{52 \pm 48}{50} \begin{matrix} < x = 2 \\ < x = 0,08 \end{matrix} \rightarrow \text{no vale}$$

Así, $x = 2$.

013 SOLUCIÓN

$$\begin{cases} \overline{AP}^2 = x^2 + 9 \\ \overline{PC} = 6 - x \end{cases} \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{4} = t \\ \frac{6 - x}{5} = \left(\frac{99}{60} - t\right) \end{cases}$$

$$t = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{4}$$

$$t = -\frac{6 - x}{5} + \frac{99}{60}$$

$$\frac{\sqrt{x^2 + 9}}{4} = -\frac{6 - x}{5} + \frac{99}{60}$$

$$\frac{\sqrt{x^2 + 9}}{4} + \frac{6 - x}{5} = \frac{99}{60}$$

$$15\sqrt{x^2 + 9} + 12(6 - x) = 99$$

$$15\sqrt{x^2 + 9} + 72 - 12x = 99$$

$$15\sqrt{x^2 + 9} = 12x + 27$$

$$225(x^2 + 9) = 144x^2 + 729 + 648x$$

$$225x^2 + 2\,025 = 144x^2 + 729 + 648x$$

$$81x^2 - 648x + 1\,296 = 0$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$x = \frac{8}{2} = 4$$

Así, la distancia de B a P es de 4 km.

014 SOLUCIÓN

$$a) 10(x + 3) + 10x = 3x(x + 3)$$

$$10x + 30 + 10x = 3x^2 + 9x$$

$$0 = 3x^2 - 11x - 30$$

$$x = \frac{11 \pm 21,93}{6} = \begin{cases} 5,489 \\ -1,822 \end{cases}$$

$$x_1 = 5,489; x_2 = -1,822$$

$$b) 12(x - 2) + 2x(x + 1) = 12x(x - 2)$$

$$12x - 24 + 2x^2 + 2x = 12x^2 - 24x$$

$$0 = 10x^2 - 38x + 24$$

$$0 = 5x^2 - 19x + 12; x = \frac{19 \pm 11}{10} = \begin{cases} 3 \\ 4/5 \end{cases}$$

$$x_1 = 3; x_2 = \frac{4}{5}$$

$$c) 4x + 4 = 3x^2; 0 = 3x^2 - 4x - 4$$

$$x = \frac{4 \pm 8}{6} = \begin{cases} 2 \\ -2/3 \end{cases}$$

$$x_1 = 2; x_2 = -\frac{2}{3}$$

015 SOLUCIÓN

$$a) x(x + 1) + 2x(x - 1) = 3(x^2 - 1)$$

$$x^2 + x + 2x^2 - 2x = 3x^2 - 3$$

$$x = 3$$

$$b) 10(x + 3) + 2x(x + 2) = 3(x^2 + 5x + 6)$$

$$10x + 30 + 2x^2 + 4x = 3x^2 + 15x + 18$$

$$0 = x^2 + x - 12$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} = \begin{cases} 3 \\ -4 \end{cases}$$

$$x_1 = 3; x_2 = -4$$

$$c) 35(x+3)(x+1) - 35(x^2+1) = 26(x^2-1)$$

$$35(x^2+4x+3) - 35(x^2+1) = 26(x^2-1)$$

$$35x^2 + 140x + 105 - 35x^2 - 35 = 26x^2 - 26$$

$$26x^2 - 140x - 96 = 0$$

$$x = \frac{70 \pm \sqrt{70^2 - 4 \cdot 13 \cdot (-48)}}{26} = \frac{70 \pm 86}{26} = \begin{cases} 6 \\ -8/13 \end{cases}$$

$$x_1 = 6; x_2 = \frac{-8}{13}$$

016 SOLUCIÓN

$$\sqrt[3]{x^2-28} = -3; x^2 - 28 = -27, x^2 = 1 \rightarrow x_1 = 1, x_2 = -1$$

017 SOLUCIÓN

$$a) 7 = \sqrt{5x+14} \rightarrow 49 = 5x+14 \rightarrow 35 = 5x \rightarrow x = 7$$

$$b) -3 = \sqrt[3]{13-5x} \rightarrow -27 = 13-5x \rightarrow 5x = 40 \rightarrow x = 8$$

018 SOLUCIÓN

$$a) 5x+6 = 9+4x^2+12x$$

$$4x^2+7x+3=0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49-48}}{8} \begin{cases} x = -3/4 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$b) 7-3x = 1+x^2-2x$$

$$x^2+x-6=0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} \begin{cases} x = 2 \text{ (no vale)} \\ x = -3 \end{cases}$$

$$c) 2-5x = (-x\sqrt{3})^2$$

$$2-5x = x^2 \cdot 3$$

$$3x^2+5x-2=0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25+24}}{6} \begin{cases} x = -2 \\ x = 1/3 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

$$d) (\sqrt{5x-6})^2 = (4 - \sqrt{2x})^2$$

$$5x - 6 = 16 + 2x - 8\sqrt{2x}$$

$$(8\sqrt{2x})^2 = (-3x + 22)^2$$

$$64 \cdot 2x = 9x^2 + 484 - 132x$$

$$128x = 9x^2 + 484 - 132x$$

$$0 = 9x^2 - 260x + 484$$

$$x = \frac{260 \pm \sqrt{67\,600 - 17\,424}}{18} \begin{cases} x = 484/18 = 242/9 \text{ (no vale)} \\ x = 2 \end{cases}$$

019 SOLUCIÓN

$$a) (\sqrt{3x+4})^2 = (4 - 2x)^2$$

$$3x + 4 = 16 + 4x^2 - 16x$$

$$4x^2 - 19x + 12 = 0$$

$$x = \frac{19 \pm \sqrt{361 - 192}}{8} \begin{cases} x = 4 \text{ (no vale)} \\ x = 6/8 = 3/4 \end{cases}$$

$$b) (x-1)^2 = (\sqrt{7-3x})^2$$

$$x^2 + 1 - 2x = 7 - 3x$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} \begin{cases} x_1 = -3 \text{ (no vale)} \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$c) (\sqrt{5x+6})^2 = (2x+3)^2$$

$$5x + 6 = 4x^2 + 9 + 12x$$

$$4x^2 + 7x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49-48}}{8} \begin{cases} x_1 = -3/4 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

$$d) (\sqrt{x^2 + x})^2 = (\sqrt{x + 1})^2$$

$$x^2 = 1$$

$$x_1 = 1, x_2 = -1$$

$$e) (\sqrt{x^2 + 3})^2 = (\sqrt{3 - x})^2$$

$$x^2 + x = 0$$

$$x(x + 1) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = -1$$

020 SOLUCIÓN

$$x(x + 3) + 2x(x - 3) = 6$$

$$x^2 + 3x + 2x^2 - 6x = 6$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 72}}{6} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

021 SOLUCIÓN

$$a) x^2 + 4x = 4x + 4$$

$$x^2 = 4$$

$$x_1 = 2, x_2 = -2$$

$$b) 6 - 3x = x^2 + 3x + 2x + 6$$

$$x^2 + 8x = 0$$

$$x(x + 8) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = -8$$

$$c) 4x^2 = 3x^2 + 2x + 6x + 4$$

$$x^2 - 8x - 4 = 0$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 16}}{2} \begin{cases} x_1 = 4 + 2\sqrt{5} \\ x_2 = 4 - 2\sqrt{5} \end{cases}$$

022 SOLUCIÓN

$$\text{a) } 2x + 4 + 6x^2 = 5x^2 + 6x$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2}$$

$$x = 2$$

$$\text{b) } 3 + 6 + 9 = x^2 - 3x$$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 72}}{2} \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$\text{c) } 600x - 1\,200 + 80x^2 - 160x = 600x$$

$$80x^2 - 160x - 1\,200 = 0$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2} = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$\text{d) } 8x - 48 + 12x - x^2 + 72 - 6x = x^2 - 36$$

$$2x^2 - 14x - 60 = 0$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196 + 480}}{4} \begin{cases} x_1 = (14 + 26)/4 = 10 \\ x_2 = (14 - 26)/4 = -3 \end{cases}$$

023 SOLUCIÓN

$$\text{a) } 8x - 24 - x^2 + 3x - 4x + 22 = x^2 + 6x - 3x - 18$$

$$2x^2 - 4x - 16 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 128}}{4} \begin{cases} x_1 = (4 + 12)/4 = 4 \\ x_2 = (4 - 12)/4 = -2 \end{cases}$$

$$\text{b) } 10x^2 - 250 + 15x - 3x^2 - 75 + 15x = 3x^2 + 15x + 15x + 75$$

$$4x^2 = 400$$

$$x^2 = 100 \begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = -10 \end{cases}$$

03 · Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

024 SOLUCIÓN

$$a) 2^{3x} = 2^{-3x-2}; 3x = -3x-2; 6x = -2; x = \frac{-1}{3}$$

$$b) 3^{4-x^2} = 3^{-2}; 4-x^2 = -2; x^2 = 6; x = \pm\sqrt{6}$$

$$x_1 = \sqrt{6}; x_2 = -\sqrt{6}$$

$$c) \frac{2^{2x-2}}{2^{x+2}} = 186; 2^{2x-2-x-2} = 186; 2^{x-4} = 186$$

$$\log 2^{x-4} = \log 186; (x-4) \log 2 = \log 186$$

$$x = 4 + \frac{\log 186}{\log 2} = 11,54$$

$$d) 7^{x+2} = 7^8; x = 6$$

025 SOLUCIÓN

$$a) 3^x + 3^x \cdot 9 = 30$$

$$b) 5 \cdot 5^x + 5^x + \frac{5^x}{5} = \frac{31}{5}$$

$$3^x(10) = 30; 3^x = 3; x = 1$$

$$5^x \cdot \frac{31}{5} = \frac{31}{5}; x = 0$$

$$c) \frac{5^{x^2+1}}{25^{x+2}} = 3125 \rightarrow \frac{5^{x^2+1}}{5^{2(x+2)}} = 5^5 \rightarrow 5^{x^2+1-2(x+2)} = 5^5$$

$$x^2 + 1 - 2(x+2) = 5 \rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \begin{cases} x = -2 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$d) 5^{2x} = 0,2^{4x-6} \rightarrow 5^{2x} = \left(\frac{1}{5}\right)^{4x-6} \rightarrow 5^{2x} = 5^{-(4x-6)} \rightarrow$$

$$\rightarrow 2x = -(4x-6) \rightarrow 6x = 6 \rightarrow x = 1$$

026 SOLUCIÓN

$$\text{a) } x \log 2,3 = \log 18 \rightarrow x = \frac{\log 18}{\log 2,3} = 3,47$$

$$\text{b) } 3^x = \frac{567}{7} \rightarrow 3^x = 81 \rightarrow x = 4$$

$$\text{c) } 2^x = 22,5 \rightarrow x = \frac{\log 22,5}{\log 2} = 4,49$$

$$\text{d) } 4^{2x-1} = 4^{-1} \rightarrow 2x-1 = -1 \rightarrow x = 0$$

027 SOLUCIÓN

$$\text{a) } 2^{x^2+1} = 2^5 \rightarrow x^2 + 1 = 5 \rightarrow x_1 = 2, x_2 = -2$$

$$\text{b) } 3^{2x-5} = 3^7 \rightarrow 2x-5 = 7 \rightarrow x = 6$$

$$\text{c) } 7^{x/2} = 7^{-2} \rightarrow \frac{x}{2} = -2 \rightarrow x = -4$$

$$\text{d) } 2^{-x} = 2^4 \rightarrow x = -4$$

028 SOLUCIÓN

$$\text{a) } 2^x = z; z^2 - 5z + 4 = 0; z_1 = 4, z_2 = 1 \rightarrow x_1 = 2, x_2 = 0$$

$$\text{b) } 3^x = z; z - \frac{z}{3} + \frac{z}{9} = 21 \rightarrow z = 27 \rightarrow x = 3$$

$$\text{c) } 3^x = z; z - \frac{1}{z} = \frac{728}{27} \rightarrow z^2 - 1 = \frac{728}{27} z \rightarrow 27z^2 - 728z - 27 = 0$$

$$z_1 = 27 \rightarrow x_1 = 3; z_2 = -\frac{2}{54} \text{ (no vale)}$$

029 SOLUCIÓN

$$\text{a) } 7^{x+2} = 7^7 \rightarrow x+2 = 7 \rightarrow x = 5$$

$$\text{b) } 5^{5x-2} = 5^8 \rightarrow x = 2$$

$$\text{c) } 3^x(1+9) = 39 \rightarrow 3^x = 3,9 \rightarrow x = \frac{\log 3,9}{\log 3} = 1,24$$

$$\text{d) } 3+x = 0 \rightarrow x = -3$$

030 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \log x = \log \frac{9}{4} \rightarrow x = \frac{9}{4}$$

$$\text{b) } \ln x = \ln 5^3 \rightarrow x = 125$$

$$\text{c) } \log x = 1 \rightarrow x = 10$$

$$\text{d) } \log_2 x = -9 \rightarrow x = 2^{-9} = \frac{1}{512}$$

031 SOLUCIÓN

$$\text{a) } 3^{x^2} \cdot 3^{-2} = 9 \rightarrow 3^{x^2-2} = 3^2 \rightarrow x^2 - 2 = 2 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 5^{x^2} \cdot 25^{x-1} &= 5^{3x} \rightarrow 5^{x^2} \cdot (5^2)^{x-1} = 5^{3x} \rightarrow 5^{x^2} \cdot 5^{2x-2} = 5^{3x} \rightarrow \\ &\rightarrow 5^{x^2+2x-2} = 5^{3x} \rightarrow x^2 + 2x - 2 = 3x \rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (1) \cdot (-2)}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

04 · Sistemas de ecuaciones

032 SOLUCIÓN

$$a) \begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x^2 - 9 \end{cases}$$

$$x^2 - 9 = 2x - 1; \quad x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2} = \begin{cases} 4 \\ -2 \end{cases}$$

$$x_1 = 4; \quad y_1 = 7$$

$$x_2 = -2; \quad y_2 = -5$$

$$b) \begin{cases} y + x = xy - 1 \\ xy = 6 \end{cases}$$

$$y = 5 - x$$

$$x(5 - x) = 6; \quad 5x - x^2 = 6; \quad x^2 - 5x + 6 = 0 \quad \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$x_1 = 2; \quad y_1 = 3$$

$$x_2 = 3; \quad y_2 = 2$$

$$c) x = 2y + 1$$

$$\sqrt{3y + 1} - \sqrt{y + 1} = 2; \quad \sqrt{3y + 1} = 2 + \sqrt{y + 1}$$

$$3y + 1 = 4 + y + 1 + 4\sqrt{y + 1}; \quad 2y - 4 = 4\sqrt{y + 1}; \quad y - 2 = 2\sqrt{y + 1}$$

$$y^2 + 4 - 4y = 4y + 4; \quad y^2 - 8y = 0$$

$$y = 8 \rightarrow x = 17$$

$$y = 0 \text{ (no vale)}$$

$$x = 17; \quad y = 8$$

033 SOLUCIÓN

$$a) \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$y = 1 - x; \quad x^2 + x(1 - x) + (1 - x)^2 = 21$$

$$x^2 + x - x^2 + 1 + x^2 - 2x = 21; \quad x^2 - x - 20 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2} = \begin{cases} 5 \rightarrow y = -4 \\ -4 \rightarrow y = 5 \end{cases}$$

$$x_1 = -4; \quad y_1 = 5$$

$$x_2 = 5; \quad y_2 = -4$$

$$b) \begin{cases} 2^x - 2^y = 768 \\ 2^{x-y} = 4 \end{cases}$$

$$2^x = X; \quad 2^y = Y$$

$$\begin{cases} X - Y = 768 \\ X/Y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X = 4Y \rightarrow 4Y - Y = 768 \rightarrow Y = 256, X = 1\,024 \end{cases}$$

$$2^y = 256 \rightarrow y = 8$$

$$2^x = 1\,024 \rightarrow x = 10$$

$$c) \begin{cases} 5^{x+y} = 125^3 \\ 5^{x-y} = 125 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5^{x+y} = (5^3)^3 \rightarrow x + y = 9 \\ 5^{x-y} = 5^3 \rightarrow x - y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 6, y = 3 \end{cases}$$

034 SOLUCIÓN

a) $y = 1 - 23x$

$$2x - 11 + 253x = -11$$

$$0 = 255x$$

$$x = 0, y = 1$$

b) $x = 10 - 5y$

$$30 - 15y + 5 = 2y + 1$$

$$34 = 17y$$

$$y = \frac{34}{17}, y = 2$$

$$x = 0, y = 2$$

c)
$$\begin{cases} x + 1 + 3y = 3 \\ x - 3 + 8y = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 3y = 2 \\ x + 8y = 7 \end{cases}$$

$$x = 2 - 3y$$

$$2 - 3y + 8y = 7; 5y = 5; y = 1$$

$$x = -1, y = 1$$

d)
$$\begin{cases} 2x - 3y = 24 \\ 2x - y = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x + 3y = -24 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$$

$$2y = -16; y = -8$$

$$x = 0, y = -8$$

035 SOLUCIÓN

a) $x = \frac{5y}{3}$

$$\frac{5y^2}{3} = 15; y^2 = 9 \begin{cases} y = 3 \rightarrow x = 5 \\ y = -3 \rightarrow x = -5 \end{cases}$$

$$x_1 = 5, y_1 = 3; x_2 = -5, y_2 = -3$$

$$b) 6y + 6x = 5xy \quad 4 - 4x + 6x = \frac{5x(2 - 2x)}{3}$$

$$y = \frac{2 - 2x}{3} \quad 6x + 12 = 10x - 10x^2$$

$$10x^2 - 4x + 12 = 0$$

$$5x^2 - 2x + 6 = 0$$

No tiene solución.

$$c) 2x^2 - 10x + 12 = 0; \quad x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 5x - 5y + 10 = 0$$

$$-x^2 + y^2 + 5x - 5y - 2 = 0$$

$$\hline 2y^2 - 10y + 8 = 0$$

$$y^2 - 5y + 4 = 0$$

$$y = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$$

$$x_1 = 3, y_1 = 4; \quad x_2 = 3, y_2 = 1; \quad x_3 = 2, y_3 = 4; \quad x_4 = 2, y_4 = 1$$

$$d) x = \frac{4y}{3}$$

$$\frac{7y}{3} \cdot \frac{y}{3} = 7$$

$$y^2 = 9; \quad y = \pm 3$$

$$x_1 = 4, y_1 = 3; \quad x_2 = -4, y_2 = -3$$

036 SOLUCIÓN

$$a) \begin{cases} (x^2 + 1)y^2 = 5 \\ 4x - y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 4x \\ (x^2 + 1)16x^2 = 5 \end{cases}$$

$$16x^4 + 16x^2 - 5 = 0$$

$$x^2 = \frac{-16 \pm 24}{32} = \begin{cases} 1/4 \\ -5/4 \end{cases} \rightarrow x_1 = 1/2; \quad x_2 = -1/2 \quad (\text{no vale})$$

$$x_1 = \frac{1}{2}, y_1 = 2; \quad x_2 = -\frac{1}{2}, y_2 = -2$$

$$\begin{aligned} \text{b) } x^2 - y^2 &= 5 \\ xy &= 6 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} y &= \frac{6}{x}; \quad x^2 - \frac{36}{x^2} = 5; \quad x^4 - 5x^2 - 36 = 0 \end{aligned} \right.$$

$$x^2 = \frac{5 \pm 13}{2} = \begin{cases} 9 \\ -4 \end{cases} \rightarrow x = \pm 3 \quad (-4 \text{ no vale})$$

$$x_1 = 3, y_1 = 2, x_2 = -3, y_2 = -2$$

037 SOLUCIÓN

$$\text{a) } 3x^2 - 5y^2 = 30$$

$$-3x^2 + 6y^2 = -21$$

$$\hline y^2 = 9; y = \pm 3$$

$$x^2 = 25; x = \pm 5$$

$$x_1 = 5, y_1 = 3; x_2 = -5, y_2 = 3; x_3 = 5, y_3 = -3; x_4 = -5, y_4 = -3$$

$$\text{b) } x^2 + y^2 + xy = \frac{3}{4}$$

$$x^2 - y^2 - xy = -\frac{1}{4}$$

$$\hline 2x^2 = \frac{2}{4}; x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{Si } x = \frac{1}{2}: \frac{1}{4} + y^2 + \frac{1}{2}y = \frac{3}{4}$$

$$1 + 4y^2 + 2y = 3$$

$$4y^2 + 2y - 2 = 0; 2y^2 + y - 1 = 0$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{-1 \pm 3}{4} = \begin{cases} 1/2 \\ -1 \end{cases}$$

$$\text{Si } x = -\frac{1}{2}: \frac{1}{4} + y^2 - \frac{1}{2}y = \frac{3}{4}$$

$$1 + 4y^2 - 2y = 3$$

$$4y^2 - 2y - 2 = 0; 2y^2 - y - 1 = 0$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4} = \begin{cases} 1 \\ -1/2 \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{1}{2}, y_1 = -1; x_2 = \frac{1}{2}, y_2 = \frac{1}{2}; x_3 = -\frac{1}{2}, y_3 = 1; x_4 = -\frac{1}{2}, y_4 = -\frac{1}{2}$$

038 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \begin{cases} 2xy + 2x - y - 1 + xy + 3x + y + 3 = 3(xy + x + y + 1) \\ x^2 - 2x = y - y^2 \end{cases}$$

$$3xy + 5x + 2 = 3xy + 3x + 3y + 3$$

$$2x - 3y = 1; \quad x = \frac{1 + 3y}{2}$$

$$\frac{1 + 9y^2 + 6y}{4} - 1 - 3y = y - y^2 \rightarrow 1 + 9y^2 + 6y - 4 - 12y = 4y - 4y^2$$

$$13y^2 - 10y - 3 = 0; \quad y = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 156}}{26} = \frac{10 \pm 16}{26} = \begin{cases} 1 \\ -3/13 \end{cases}$$

$$x_1 = 2, \quad y_1 = 1; \quad x_2 = \frac{2}{13}, \quad y_2 = -\frac{3}{13}$$

$$\text{b) } x = \frac{28}{y}$$

$$\left(\frac{28}{y}\right)^2 + y^2 = 65$$

$$784 + y^4 = 65y^2$$

$$y^4 - 65y^2 + 784 = 0; \quad y^2 = z$$

$$z = \frac{65 \pm 33}{2} = \begin{cases} 49 \rightarrow y = \pm 7 \\ 16 \rightarrow y = \pm 4 \end{cases}$$

$$x_1 = 7, \quad y_1 = 4; \quad x_2 = -7, \quad y_2 = -4; \quad x_3 = 4, \quad y_3 = 7; \quad x_4 = -4, \quad y_4 = -7$$

$$\text{c) } x = \frac{15}{y}$$

$$\frac{15/y}{y} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{15}{y^2} = \frac{5}{3}; \quad 45 = 5y^2; \quad y^2 = 9 \rightarrow y = \pm 3$$

$$x_1 = 5, \quad y_1 = 3; \quad x_2 = -5, \quad y_2 = -3$$

$$\text{d) } \begin{cases} x^2 - y^2 = 7 \\ x = \frac{4y}{3} \end{cases}$$

$$\frac{16y^2}{9} - y^2 = 7$$

$$16y^2 - 9y^2 = 63; \quad y^2 = 9$$

$$x_1 = 4, \quad y_1 = 3; \quad x_2 = -4, \quad y_2 = -3$$

039 SOLUCIÓN

a) $x = (5 - y)^2$

$$y^2 - 2y + 1 = 25 + y^2 - 10y$$

$$8y = 24; y = 3; x = 4$$

$$x = 4; y = 3$$

b) $4x + 4 = y^2 + 1 + 2y; x = \frac{y^2 + 2y - 3}{4}$

$$x = \frac{1 + 3y}{2} = \frac{2 + 6y}{4}$$

$$y^2 + 2y - 3 = 2 + 6y$$

$$y^2 - 4y - 5 = 0$$

$$y = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} = \begin{cases} 5 \rightarrow x = 8 \\ -1 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$x_1 = -1, y_1 = -1; x_2 = 8, y_2 = 5$$

c) $y = 2x - 6$

$$\sqrt{3(3x - 6)} = 12 - x$$

$$9x - 18 = 144 + x^2 - 24x$$

$$0 = x^2 - 33x + 162$$

$$x = \frac{33 \pm 21}{2} = \begin{cases} 27 \rightarrow y = 48 \text{ (no vale)} \\ 6 \rightarrow y = 6 \end{cases}$$

$$x = 6; y = 6 \text{ (} x = 27, y = 48 \text{ no vale)}$$

d) $y = 2x - 5$

$$\sqrt{3x - 5} = x - 1$$

$$3x - 5 = x^2 + 1 - 2x$$

$$0 = x^2 - 5x + 6$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \rightarrow y = 1 \\ 2 \rightarrow y = -1 \end{cases}$$

$$x_1 = 2, y_1 = -1; x_2 = 3, y_2 = 1$$

040 SOLUCIÓN

a) $y - x = 1$

$2^x + 2^y = 12$

$y = 1 + x \rightarrow 2^x + 2^{1+x} = 12 \rightarrow 2^x + 2 \cdot 2^x = 12 \rightarrow$

$\rightarrow 3 \cdot 2^x = 12 \rightarrow 2^x = 4 \rightarrow x = 2 \rightarrow y = 1 + 2 = 3$

$x = 2; \quad y = 3$

b) $5^x \cdot 5^y = 1$

$5^x : 5^y = 25$

$$\begin{cases} 5^{x+y} = 5^0 \rightarrow x + y = 0 \\ 5^{x-y} = 5^2 \rightarrow x - y = 2 \end{cases}$$

$2x = 2 \rightarrow x = 1$

$1 + y = 0 \rightarrow y = -1$

041 SOLUCIÓN

a)
$$\begin{cases} xy = -2 \rightarrow x = -\frac{2}{y} \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$$

$3\left(-\frac{2}{y}\right) + 2y = -1 \rightarrow -\frac{6}{y} + 2y = -1 \rightarrow -6 + 2y^2 = -y \rightarrow 2y^2 + y - 6 = 0$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (2) \cdot (-6)}}{4} = \frac{-1 \pm 7}{4} \begin{cases} y_1 = \frac{3}{2} \rightarrow x_1 = -\frac{4}{3} \\ y_2 = -2 \rightarrow x_2 = 1 \end{cases}$$

Hay dos pares de soluciones:

$$x_1 = -\frac{4}{3}; \quad y_1 = \frac{3}{2} \qquad x_2 = 1; \quad y_2 = -2$$

$$\text{b) } \begin{cases} \sqrt{-2x} + y = -1 \\ x - 2y = 4 \end{cases} \rightarrow x = 4 + 2y$$

$$\begin{aligned} \sqrt{-2(4 + 2y)} + y = -1 &\rightarrow (\sqrt{-8 - 4y})^2 = (-1 - y)^2 \rightarrow \\ &\rightarrow -8 - 4y = 1 + 2y + y^2 \rightarrow y^2 + 6y + 9 = 0 \end{aligned}$$

$$y = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot (1) \cdot (9)}}{2} = \frac{-6}{2} \rightarrow y = -3$$

$$x = 4 + 2(-3) \rightarrow x = -2$$

Solución: $x = -2$; $y = -3$

05 · Método de Gauss

042 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \begin{cases} x = 7 \\ 2x - 3y = 8 \\ 3x + y - z = 12 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x = 7 \\ y = \frac{2x - 8}{3} = 2 \\ z = 3x + y - 12 = 21 + 2 - 12 = 11 \end{array} \right. \quad \begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \\ z = 11 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x + 4y = 0 \\ 2y = -6 \\ 5x + y - z = 17 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{-6}{2} = -3 \\ x = \frac{-4y}{3} = 4 \\ z = 5x + y - 17 = 20 - 3 - 17 = 0 \end{array} \right. \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x = -3 \\ 5y = 20 \\ 2x + y - z = -2 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x = -1 \\ y = 4 \\ z = 2x + y + 2 = -2 + 4 + 2 = 4 \end{array} \right. \quad \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \\ z = 4 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} y = 4 \\ x - z = 11 \\ y - z = 7 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} y = 4 \\ z = y - 7 = 4 - 7 = -3 \\ x = 11 + z = 11 - 3 = 8 \end{array} \right. \quad \begin{cases} x = 8 \\ y = 4 \\ z = -3 \end{cases}$$

043 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \begin{cases} y = -5 \\ 2z = 8 \\ 3x = 3 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} y = -5 \\ z = 4 \\ x = 1 \end{array} \right. \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = -5 \\ z = 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 2y - z = -3 \\ 3x + y = -5 \\ 5y = -10 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{-10}{5} = -2 \\ x = \frac{-5 - y}{3} = -1 \\ z = x + 2y + 3 = -2 \end{array} \right. \quad \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \\ z = -2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - 5y + 3z = 8 \\ 3y - z = 5 \\ 4z = 4 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} z = 1 \\ y = \frac{5+z}{3} = 2 \\ x = 8 + 5y - 3z = 8 + 10 - 3 = 15 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} x = 15 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{array}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 4x + y - z = 7 \\ 2y = 8 \\ 3x = 9 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{9}{3} = 3 \\ y = \frac{8}{2} = 4 \\ z = 4x + y - 7 = 9 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 4 \\ z = 9 \end{array}$$

044 SOLUCIÓN

$$\text{a) } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 6 \\ x - y - z = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{array} \rightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 2z = 8 \\ 2x = 2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ x + z = 4 \\ x = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = 1 \\ z = 4 - x = 3 \\ y = 2 - x - z = 2 - 1 - 3 = -2 \end{array} \quad \begin{array}{l} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 \end{array}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ x - 2y + z = -3 \\ 2x - y - z = 9 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a \\ 3.^a + 2.^a \end{array} \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ x - 2y + z = -3 \\ 3x - 3y = 6 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{array} \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ x - 2y + z = -3 \\ 5x = 20 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} x = \frac{20}{5} = 4 \\ y = \frac{14 - 2x}{3} = 2 \\ z = -3 - x + 2y = -3 - 4 + 4 = -3 \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 4 \\ y = 2 \\ z = -3 \end{array} \right.$$

045 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{lcl}
 \text{a) } 5x - 4y + 3z = 9 & \begin{array}{l} 1.^a + 4 \cdot 2.^a \\ 2.^a \\ 3.^a - 3 \cdot 2.^a \end{array} & \begin{array}{l} 13x \quad - 5z = 13 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ -2x \quad + 10z = -2 \end{array} \\
 2x + y - 2z = 1 & & \begin{array}{l} 2 \cdot 1.^a + 3.^a \\ 2.^a \\ 3.^a : 2 \end{array} \\
 4x + 3y + 4z = 1 & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 24x & = & 24 \\
 2x + y - 2z = 1 & & \\
 -x & + & 5z = -1
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 x = 1 \\
 z = \frac{-1 + x}{5} = 0 \\
 y = 1 - 2x + 2z = -1
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ y = -1 \\ z = 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{b) } 2x - 5y + 4z = -1 & \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a - 1.^a \\ 3.^a \end{array} & \begin{array}{l} 2x - 5y + 4z = -1 \\ 2x \quad \quad = 4 \\ 5x \quad - 3z = 13 \end{array} \\
 4x - 5y + 4z = 3 & & \\
 5x \quad - 3z = 13 & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 x = 2 & & \\
 z = \frac{5x - 13}{3} = -1 & & \\
 y = \frac{2x + 4z + 1}{5} = \frac{1}{5} & &
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \\ y = \frac{1}{5} \\ z = -1 \end{array} \right.$$

046 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{lcl}
 \text{a) } \begin{array}{l} x + y + z = -2 \\ x - 2y - z = 3 \\ 2x - y - z = 0 \end{array} & \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a \end{array} & \begin{array}{l} x + y + z = -2 \\ 2x - y = 1 \\ 2x - y = 0 \end{array} \\
 & &
 \end{array}$$

Las ecuaciones 2.^a y 3.^a dicen cosas contradictorias (si $2x - y$ es igual a 1, no puede ser igual a 2). Por tanto, el sistema es incompatible.

$$\begin{array}{lcl}
 \text{b) } \begin{cases} x + y + z = -2 \\ x - 2y - z = 3 \\ 2x - y - z = 1 \end{cases} & \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a \end{array} & \begin{cases} x + y + z = -2 \\ 2x - y = 1 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \\
 & & \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a \\ 3.^a - 2.^a \end{array} \begin{cases} x + y + z = -2 \\ 2x - y = 1 \\ 0 = 0 \end{cases}
 \end{array}$$

Solo quedan dos ecuaciones. Resolvemos el sistema obteniendo y , z en función de x :

$$(2.^a) \rightarrow y = 2x - 1$$

$$(1.^a) \rightarrow z = -2 - y - x = -2 - (2x - 1) - x = -2 - 2x + 1 - x = -3x - 1$$

$$\text{Soluciones: } \begin{cases} y = 2x - 1 \\ z = -3x - 1 \end{cases}$$

Para cada valor de x , se obtiene una solución del sistema. Por ejemplo:

$$\text{Para } x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = -1 \end{cases}$$

$$\text{Para } x = -2 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -5 \\ z = 5 \end{cases}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{c) } \begin{cases} x - y + 4z = 3 \\ 2x - y + 4z = 8 \\ x + y - z = 2 \end{cases} & \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 3.^a \\ 3.^a \end{array} & \begin{cases} x - y + 4z = 3 \\ 3x + 3z = 10 \\ x + y - z = 2 \end{cases} \\
 & & \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a - 3 \cdot 1.^a \\ 3.^a \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \begin{cases} x - y + 4z = 3 \\ 0x + 0z = 1 \\ x + y - z = 2 \end{cases} & & \begin{array}{l} \text{La segunda ecuación es absurda. No} \\ \text{puede ser } 0 = 1. \\ \text{Por tanto, el sistema no tiene solución.} \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{d) } \begin{cases} x - y + 4z = 3 \\ 2x - y + 4z = 8 \\ x + y - 4z = 1 \end{cases} & \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 3.^a \\ 3.^a \end{array} & \begin{cases} x + 4z = 3 \\ 3x + 3z = 9 \\ x + y - 4z = 1 \end{cases} \\
 & & \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a - 3 \cdot 1.^a \\ 3.^a \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \begin{cases} x + 4z = 3 \\ 0x + 0z = 0 \\ x + y - 4z = 1 \end{cases} & & \begin{array}{l} \text{La segunda ecuación no dice nada. No} \\ \text{es una ecuación. Por tanto, solo quedan} \\ \text{dos ecuaciones, la } 1.^a \text{ y la } 3.^a. \end{array}
 \end{array}$$

Resolvemos el sistema resultante dando los valores de x e y en función de z :

$$\begin{cases} x + z = 3 \rightarrow x = 3 - z \\ x + y - z = 1 \rightarrow y = 1 - x + z = 1 - (3 - z) + z = -2 + 2z \end{cases}$$

Soluciones: $\begin{cases} x = 3 - z \\ y = -2 + 2z \end{cases}$

Para cada valor que le demos a z , se obtiene una solución del sistema. Por ejemplo:

Para $z = 0 \rightarrow x = 3, y = -2$

Para $z = 4 \rightarrow x = -1, y = 6$

047 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{lcl} \text{a) } x - y - z = -10 & \begin{array}{|l} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{array} & \rightarrow \begin{array}{l} x - y - z = -10 \\ 2x + y = 1 \\ 3x - 2y = -2 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} x - y - z = -10 & \begin{array}{|l} x = 0 \\ y = 1 \\ z = -1 + 10 = 9 \end{array} & \begin{array}{|l} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 9 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{b) } x + y + z = 3 & \begin{array}{|l} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{array} & \rightarrow \begin{array}{l} x + y + z = 3 \\ 3x + 2z = 5 \\ 2x + 2z = 4 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} x + y + z = 3 & \begin{array}{|l} x = 1 \\ z = \frac{5 - 3x}{2} = 1 \\ y = 3 - x - z = 1 \end{array} & \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{array} \right. \end{array}$$

048 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{lcl}
 \text{a) } x + y + z = 18 & \begin{array}{|l} 1.^a \\ 2.^a \\ 3.^a + 2 \cdot 1.^a \end{array} & \begin{array}{l} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ 3x + 3z = 36 \end{array} \\
 x - z = 6 & & \\
 x - 2y + z = 0 & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \begin{array}{|l} 1.^a \\ 2.^a \\ 3.^a + 2.^a \end{array} & \begin{array}{l} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ 2x = 18 \end{array} & \begin{array}{l} x = 9 \\ z = x - 6 = 3 \\ y = 18 - x - z = 6 \end{array} \\
 & & \begin{array}{l} x = 9 \\ y = 6 \\ z = 3 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{b) } x + y + z = 2 & \begin{array}{|l} 1.^a \\ 2.^a - 2 \cdot 1.^a \\ 3.^a - 1.^a \end{array} & \begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ y + 3z = 7 \\ -6y + 5z = 27 \end{array} \\
 2x + 3y + 5z = 11 & & \\
 x - 5y + 6z = 29 & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 x + y + z = 2 & \begin{array}{|l} z = \frac{69}{23} = 3 \end{array} & \\
 y + 3z = 7 & & \\
 23z = 69 & &
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 \end{array} \right.$$

049 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{lcl}
 \text{a) } x + y - 2z = 9 & \begin{array}{|l} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{array} & \begin{array}{l} x + y - 2z = 9 \\ 3x + 2z = 13 \\ 3x + 4z = 8 \end{array} \\
 2x - y + 4z = 4 & & \\
 2x - y + 6z = -1 & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 x + y - 2z = 9 & \begin{array}{|l} z = \frac{-5}{2} \end{array} & \\
 3x + 2z = 13 & & \\
 2z = -5 & &
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l} x = 6 \\ y = -2 \\ z = \frac{-5}{2} \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{b) } 2x - 3y + z = 0 & \begin{array}{|l} 1.^a \\ 2.^a + 2 \cdot 1.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{array} & \begin{array}{l} 2x - 3y + z = 0 \\ 7x = 0 \\ 6x - 2y = 0 \end{array} \\
 3x + 6y - 2z = 0 & & \\
 4x + y - z = 0 & &
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{array} \right.$$

050 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{lcl}
 \text{a)} & \begin{array}{l} x - y = 1 \\ 2x + 6y - 5z = -4 \\ x + y - z = 0 \end{array} & \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a - 5 \cdot 3.^a \\ 3.^a \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x - y = 1 \\ -3x + y = -4 \\ x + y - z = 0 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 3 \cdot 1.^a \\ 3.^a \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x - y = 1 \\ -2y = -1 \\ x + y - z = 0 \end{array} & \begin{array}{l} y = \frac{1}{2} \\ x = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \\ z = x + \frac{1}{2} = 2 \end{array} & \begin{array}{l} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \\ z = 2 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{b) } \begin{array}{l} x + 2y + z = 3 \\ x - 2y + 5z = 5 \\ 5x - 2y + 17z = 1 \end{array} & \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{array} & \begin{array}{l} x + 2y + z = 3 \\ 2x + 6z = 8 \\ 6x + 18z = 4 \end{array} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a : 2 \\ 3.^a : 6 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \begin{array}{l} x + 2y + z = 3 \\ x + 3z = 4 \\ x + 3z = 4/6 \end{array} & \begin{array}{l} \text{Las ecuaciones } 2.^a \text{ y } 3.^a \text{ dicen cosas contradic-} \\ \text{torias.} \\ \text{El sistema es incompatible, no tiene solución.} \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{c) } \begin{array}{l} x + y + 3z = 2 \\ 2x + 3y + 4z = 1 \\ -2x - y - 8z = -7 \end{array} & \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a - 3 \cdot 1.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{array} & \begin{array}{l} x + y + 3z = 2 \\ -x - 5z = -5 \\ -x - 5z = -5 \end{array}
 \end{array}$$

Hay dos ecuaciones iguales. El sistema es compatible indeterminado. Buscamos las soluciones en función de z :

$$\begin{cases} x + y = 2 - 3z \\ -x = -5 + 5z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (5 - 5z) + y = 2 - 3z \rightarrow y = 2z - 3 \\ x = 5 - 5z \end{cases}$$

Solución: $x = 5 - 5z$, $y = 2z - 3$, $z = z$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{d) } \begin{array}{l} 2x - y - z = 2 \\ 3x - 2y - 2z = 2 \\ -5x + 3y + 5z = -1 \end{array} & \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a - 2 \cdot 1.^a \\ 3.^a + 5 \cdot 1.^a \end{array} & \begin{array}{l} 2x - y - z = 2 \\ -x = -2 \\ 5x - 2y = 9 \end{array} \begin{array}{l} x = 2 \\ y = \frac{5x - 9}{2} = \frac{1}{2} \\ z = 2x - y - 2 = \frac{3}{2} \end{array}
 \end{array}$$

Solución: $x = 2$, $y = \frac{1}{2}$, $z = \frac{3}{2}$

$$\begin{array}{lcl}
 \text{e) } \begin{array}{l} x + y + z = 3 \\ -x + 2y + z = 5 \\ x + 4y + 3z = 1 \end{array} & \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a - 1.^a \end{array} & \begin{array}{l} x + y + z = 3 \\ 3y + 2z = 8 \\ 3y + 2z = -2 \end{array}
 \end{array}$$

Las ecuaciones $2.^a$ y $3.^a$ obtenidas dicen cosas contradictorias. Por tanto, el sistema es incompatible.

$$\begin{array}{lcl}
 \text{f)} & \begin{array}{l} -2x + y + z = 1 \\ 3x + 2y - z = 0 \\ -x + 4y + z = 2 \end{array} & \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a - 1.^a \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} -2x + y + z = 1 \\ x + 3y = 1 \\ x + 3y = 1 \end{array}
 \end{array}$$

Hay dos ecuaciones iguales. El sistema es compatible indeterminado. Buscamos las soluciones en función del parámetro y :

$$\begin{array}{l}
 -2x + z = 1 - y \\
 x = 1 - 3y
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow -2(1 - 3y) + z = 1 - y \rightarrow z = 3 - 7y \\ \rightarrow \end{array} \right.$$

Solución: $x = 1 - 3y$, $z = 3 - 7y$

051 SOLUCIÓN

$$\text{a)} \left\{ \begin{array}{l} 3x - 5y + z = 11 \\ x + 2y - 3z = -10 \\ x + y - 2z = -6 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1.^a - 3 \cdot 3.^a \\ 2.^a - 3.^a \\ 3.^a - 3.^a \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -8y + 7z = 29 \\ y - z = -4 \\ x + y - 2z = -6 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1.^a + 8 \cdot 2.^a \\ 2.^a \\ 3.^a \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x - 5y + 9z = 4 \\ 11y - 21z = -6 \\ 22y - 42z = -4 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l}
 -z = -3 \\
 y - z = -4 \\
 x + y - 2z = -6
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow z = 3 \\ \rightarrow y = -1 \\ \rightarrow x = 1 \end{array} \right.$$

Solución: $x = 1$; $y = -1$; $z = 3$

$$\text{b)} \left\{ \begin{array}{l} x - 5y + 9z = 4 \\ 2x + y - 3z = 2 \\ x + 17y - 33z = 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a - 2 \cdot 1.^a \\ 3.^a - 1.^a \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x - 5y + 9z = 4 \\ 11y - 21z = -6 \\ 22y - 42z = -4 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l}
 1.^a \rightarrow x - 5y + 9z = 4 \\
 2.^a \rightarrow 11y - 21z = -6 \\
 3.^a - 2 \cdot 2.^a \rightarrow 0 = 8
 \end{array}$$

El sistema no tiene solución.

06 · Resolución de problemas

052 SOLUCIÓN

- 2.º caso: 15×3

$$(x + y)(x - y) = 45$$

$$\begin{array}{l} x + y = 15 \\ x - y = 3 \end{array} \quad \begin{cases} \text{Sumando: } 2x = 18 \rightarrow x = 9 \\ \text{Restando: } 2y = 12 \rightarrow y = 6 \end{cases}$$

Esto significa que otro de los padres cogió 9 puñados de 9 almendras (81 almendras) y su hijo, 6 puñados de 6 almendras (36 almendras).

- 3.º caso: 45×1

$$(x + y)(x - y) = 45$$

$$\begin{array}{l} x + y = 45 \\ x - y = 1 \end{array} \quad \begin{cases} \text{Sumando: } 2x = 46 \rightarrow x = 23 \\ \text{Restando: } 2y = 44 \rightarrow y = 22 \end{cases}$$

Uno de los padres se llevó 23 puñados de 23 almendras (529 almendras) y su hijo, 22 puñados de 22 almendras (484 almendras).

Como Antonio metió la mano 7 veces más que Luis, Antonio cogió 9 puñados y Luis 2 puñados.

Como Julio metió la mano 15 veces más que Pablo, Julio cogió 22 puñados y Pablo, 7 puñados.

Por tanto:

- Antonio se lleva 9 puñados y José 6.
- Juan coge 23 puñados y Julio 22.
- Pablo se lleva 7 puñados y Luis 2.
- El hijo de Antonio es José, el de Juan es Julio y el de Pablo es Luis.

Por último, el número total de almendras que se llevaron entre todos será:

$$81 + 36 + 529 + 484 + 49 + 4 = 1\,183 \text{ almendras}$$

053 SOLUCIÓN

Cada 2 saltos de galgo y 3 de liebre se acerca 1 u el galgo.

Cada $2 \cdot 2$ saltos de galgo y $3 \cdot 2$ de liebre se acerca 2 u el galgo.

Cada $2 \cdot 3$ saltos de galgo y $3 \cdot 3$ de liebre se acerca 3 u el galgo.

... ..

Cada $2 \cdot 90$ saltos de galgo y $3 \cdot 90$ de liebre se acerca 90 u el galgo.

Como la liebre lleva 30 de sus saltos al galgo (90 u de ventaja), serán:

$$2 \cdot 90 = 180 \text{ saltos el galgo}$$

$$3 \cdot 90 = 270 \text{ saltos la liebre}$$

De esta forma el galgo recorre $180 \cdot 5 \text{ u} = 900 \text{ u}$; y la liebre $270 \cdot 3 \text{ u} = 810 \text{ u}$.

Como tenía 90 de ventaja: $810 + 90 = 900 \text{ u}$

Por tanto, hasta el momento de la captura el galgo da 180 saltos y la liebre 270.

054 SOLUCIÓN

$$0,25 \cdot 5 + 0,35 \cdot 7 + 0,40 \cdot x = 7$$

$$0,40x = 3,3$$

$$x = 8,25$$

Ha de conseguir un 8,25.

055 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{l} \text{Precio 1 kg harina} \rightarrow x \\ \text{Precio 1 kg de arroz} \rightarrow y \end{array} \quad \begin{cases} 50x + 80y = 66,10 \\ 0,8 \cdot 50x + 0,9 \cdot 80y = 56,24 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0,65 \text{ €} \\ y = 0,42 \text{ €} \end{cases}$$

Un kilo de harina valía 0,65 € y un kilo de arroz 0,42 €.

056 SOLUCIÓN

Sea x la edad actual del hijo; la del padre es $4x$. Dentro de 16 años: $4x + 16 = 2(x + 16)$. Entonces $2x = 16$ y $x = 8$. **El hijo tiene 8 años y el padre 32 años.**

057 SOLUCIÓN

$$x + x - 2 + x + 1 + x + 3 = 34 \rightarrow x = 8$$

Es el número 8.

058 SOLUCIÓN

$$\begin{aligned} x + y &= 12 \\ 10y + x &= 18 + 10x + y \end{aligned} \quad \begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases}$$

Es el número 57.

059 SOLUCIÓN

Beneficios

$$\begin{array}{lcl} 1.^a & \rightarrow & 2 \text{ millones} \rightarrow y \\ 2.^a & \rightarrow & 3 \text{ millones} \rightarrow x \\ 3.^a & \rightarrow & 5 \text{ millones} \rightarrow 189\,000 + x \\ \hline & & 10 \text{ millones} \quad \quad 2x + y + 189\,000 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{10}(2x + y + 189\,000) &= y & \parallel & \\ \frac{3}{10}(2x + y + 189\,000) &= x & \parallel & \end{aligned} \quad \begin{cases} 2x - 4y = -189\,000 \\ -4x + 3y = -567\,000 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 283\,500 \\ y = 189\,000 \end{cases}$$

$$\text{Total} = 2x + y + 189\,000 = 945\,000 \text{ €}$$

La cantidad repartida fue de 945 000 €.

060 SOLUCIÓN

$$\text{tiempo} \rightarrow \frac{\quad}{2t} \quad \frac{\quad}{t}$$

$$\text{En 1 hora} \rightarrow \frac{1}{2t} + \frac{1}{t} = \frac{3}{2t} \text{ partes del depósito}$$

$$\text{Tiempo entre los dos: } \frac{2t}{3} = 2 \text{ horas} \rightarrow 2t = 6 \text{ horas} \rightarrow t = 3 \text{ horas}$$

B tarda 3 horas y A, 6 horas.

061 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{ccc}
 \overrightarrow{\hspace{1cm}} & & \overleftarrow{\hspace{1cm}} \\
 30 \text{ m/min} & & 60 \text{ m/min} \\
 30 = \frac{x}{t} & \parallel & 30t = x \\
 60 = \frac{x}{90 - t} & & 60(90 - t) = x
 \end{array} \left\{
 \right.$$

$$30t = 5\,400 - 60t; \quad t = 60 \text{ min}$$

Tarda 60 minutos en la ida y 30 en la vuelta. Se aleja una distancia de 1 800 m.

062 SOLUCIÓN

$$\begin{array}{lll}
 A \rightarrow 30 \text{ kg} & \rightarrow 6 \text{ €/kg} \\
 B \rightarrow x \text{ kg} & \rightarrow 8 \text{ €/kg} \\
 \hline
 \text{Mezcla} \rightarrow (30 + x) \text{ kg} & \rightarrow 7,25 \text{ €/kg}
 \end{array}$$

$$7,25 = \frac{30 \cdot 6 + 8x}{30 + x}; \quad 217,5 + 7,25x = 180 + 8x$$

$$0,75x = 37,5 \rightarrow x = 50 \text{ kg}$$

063 SOLUCIÓN

$$\text{UNOS} \rightarrow x \rightarrow 1\,200x \xrightarrow{-20\%} 0,8 \cdot 1\,200x = 960x$$

$$\text{OTROS} \rightarrow y \rightarrow 1\,200y \xrightarrow{-25\%} 0,75 \cdot 1\,200y = 900y$$

$$\begin{array}{l}
 x + y = 60 \\
 960x + 900y = 56\,400
 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x = 40 \\ y = 20 \end{array} \right.$$

Se vendieron 20 ordenadores con un 25% de descuento y 40 ordenadores con un 20% de descuento.

064 SOLUCIÓN

$$\text{Se presentan } x \xrightarrow[1.ª \text{ prueba}]{-52\%} 0,48x \xrightarrow[2.ª \text{ prueba}]{-25\%} 0,75 \cdot 0,48x = 0,36x$$

Queda el 36% del total. Se ha eliminado el 64% del total:

$$0,64x = 512 \rightarrow x = 800$$

Se presentaron 800 personas.

065 SOLUCIÓN

Tenía x docenas $\rightarrow \frac{36}{x}$ €/docena

Le quedan $x - 4$ docenas $\rightarrow \left(\frac{36}{x} + 0,45\right)$ €/docena

$$\left(\frac{36}{x} + 0,45\right)(x - 4) = 36 \rightarrow (36 + 0,45x)(x - 4) = 36x$$

$$36x - 144 + 0,45x^2 - 1,8x = 36x \rightarrow 0,45x^2 - 1,8x - 144 = 0$$

$$x = 20 \quad (x = -16 \text{ no vale}) \rightarrow \text{Tenía 20 docenas.}$$

066 SOLUCIÓN

Enero	$\xrightarrow{+12\%}$	Febrero	$\xrightarrow{-12\%}$	Marzo
x		$1,12x$		$0,88 \cdot 1,12x = 0,9856x$

$$x = 0,9856x + 36 \rightarrow x = 2\,500 \text{ personas}$$

067 SOLUCIÓN

$$28\,600 \text{ €} \begin{cases} x \text{ al } 8\% \xrightarrow{1 \text{ año}} 0,08x \\ (28\,000 - x) \text{ al } 6\% \xrightarrow{1 \text{ año}} 0,06(28\,000 - x) \end{cases}$$

$$0,08x = 0,06(28\,000 - x) + 200 \rightarrow 0,08x = 1\,680 - 0,06x + 200 \rightarrow x = 13\,428,57$$

13 428,57 € al 8% y 14 571,43 € al 6%.

068 SOLUCIÓN

Llamamos x al número de kilos que compró el tendero.

Llamamos y al precio al que compra cada kilo de manzanas.

$$\begin{cases} x \cdot y = 125 \\ (x - 20)(y + 0,4) = 147 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema (nos quedamos solo con la solución positiva):

$$x = 125, \quad y = 1$$

Por tanto, el tendero compró 125 kg.

07 · Repaso integrado

069 SOLUCIÓN

$$a) \frac{3x+1}{3} - \frac{5x^2+3}{2} = \frac{x^2-1}{2} - \frac{x+2}{3}$$

Multiplicando por mín.c.m.(2, 3) = 6 →

$$\rightarrow 2(3x+1) - 3(5x^2+3) = 3(x^2-1) - 2(x+2) \rightarrow$$

$$\rightarrow 6x+2-15x^2-9 = 3x^2-3-2x-4 \rightarrow -15x^2+6x-7 = 3x^2-2x-7 \rightarrow$$

$$\rightarrow 18x^2-8x=0 \rightarrow 2x(9x-4)=0 \begin{cases} 2x=0 \rightarrow x_1=0 \\ 9x-4=0 \rightarrow x_2=\frac{4}{9} \end{cases}$$

$$b) x^4 - 8x^2 - 9 = 0 \xrightarrow{x^2=y} y^2 - 8y - 9 = 0$$

$$y = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot (-9) \cdot (1)}}{2} = \frac{8 \pm 10}{2} \begin{cases} y=9 \rightarrow x^2=9 \rightarrow x=\pm 3 \\ y=-1 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

$$c) x - \sqrt{2x-1} = 1-x \rightarrow (2x-1)^2 = (\sqrt{2x-1})^2 \rightarrow 4x^2-4x+1 = 2x-1 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x^2-6x+2=0 \rightarrow 2x^2-3x+1=0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-4 \cdot (2) \cdot (1)}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4} \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=\frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{||| (Son válidas ambas soluciones.)}$$

$$d) \frac{x}{x-3} - \frac{x+3}{x+1} = \frac{x^2-3}{(x+1)(x-3)} \rightarrow (x+1) \cdot x - (x-3)(x+3) = x^2-3 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2+x-(x^2-9)=x^2-3 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2+x-x^2+9=x^2-3 \rightarrow$$

$$\rightarrow x+9=x^2-3 \rightarrow x^2-x-12=0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4 \cdot (1) \cdot (-12)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2} \begin{cases} x_1=4 \\ x_2=-3 \end{cases}$$