DOSSIER DE EJERCICIOS

1.º BACHILLERATO

Distribución normal

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I

01 Funciones de densidad

02 Normal estándar

03 Tipificación

04 Problemas de distribución normal

05 Aproximación normal a la binomial

06 Repaso integrado

57 actividades · 6 apartados

Índice · Ejercicios · Solucionario final

CONTENIDOS

Índice

Actividades organizadas por conceptos para practicar, repasar y comprobar las respuestas. Cada ejercicio tiene un código que lo identifica también en el solucionario.

01 Funciones de densidad **3**

02 Normal estándar **7**

03 Tipificación **10**

04 Problemas de distribución normal **13**

05 Aproximación normal a la binomial **17**

06 Repaso integrado **21**

S Solucionario **24**

Cómo trabajar. Resuelve los ejercicios en el espacio disponible o en tu cuaderno. Comprueba los procedimientos y resultados al terminar cada bloque.

APARTADO 01

Funciones de densidad

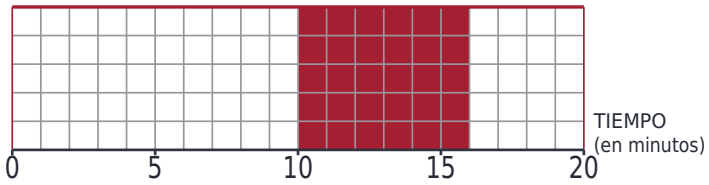
7 actividades

001 ACTIVIDAD

Los trenes de una cierta línea de cercanías pasan cada 20 minutos. Cuando llegamos a la estación, ignoramos cuándo pasó el último.

La medida de la probabilidad del tiempo que tendremos que esperar a que pase el siguiente tren (TIEMPO DE ESPERA) se obtiene con la ayuda de la gráfica adjunta.

Observa que bajo ella hay 100 cuadraditos.



La probabilidad de que tengamos que esperar entre 10 y 16 minutos es del 30% (30 cuadraditos de un total de 100).

Es decir: $P\,[10 \leq x \leq 16] = 0{,}30$

Procediendo de forma similar, halla las siguientes probabilidades e interpreta lo que significan:

a) $P\,[x \leq 2]$

b) $P\,[5 \leq x \leq 10]$

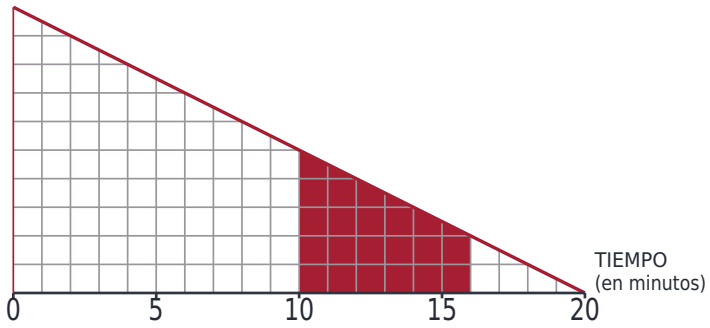
c) $P\,[x \leq 10]$

d) $P\,[5 \leq x \leq 6]$

002 ACTIVIDAD

El autobús que nos lleva al trabajo es un tanto impuntual. Debe pasar a las 8, pero puede retrasarse hasta 20 minutos. Sin embargo, es más probable que llegue cerca de las 8 h que cerca de las 8 h y 20 min.

Si llegamos a la parada a las 8 en punto, la gráfica adjunta nos ayuda a calcular la probabilidad del TIEMPO DE ESPERA.



La probabilidad de que tengamos que esperar entre 10 y 16 minutos es del 21% (compruébalo).

Es decir: $P\,[10 \leq x \leq 16] = 0{,}21$

Halla e interpreta estas probabilidades:

a) $P\,[x \leq 2]$

b) $P\,[5 \leq x \leq 10]$

c) $P\,[x \leq 10]$

d) $P\,[5 \leq x \leq 6]$

003 ACTIVIDAD

Las edades de los habitantes de una población se distribuyen según la gráfica adjunta (comprueba que bajo esta gráfica también hay, exactamente, 100 cuadraditos).

Si elegimos al azar un habitante de esa población, la probabilidad de que tenga entre 15 y 35 años es del 31% (compruébalo):

$$P\,[15 \leq x \leq 35] = 0{,}31$$

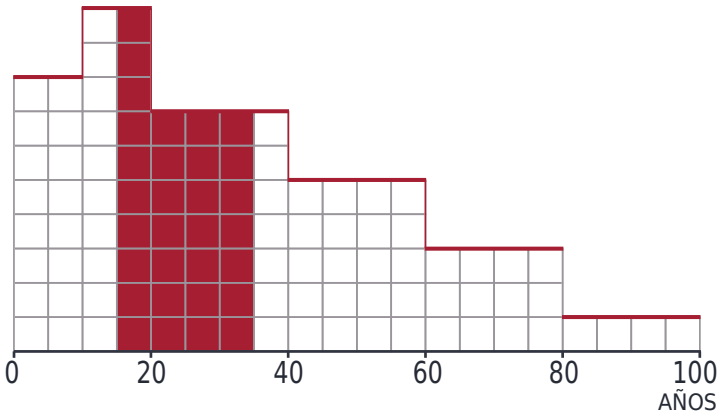
Halla las siguientes probabilidades e interpreta lo que significan:

a) $P\,[x \leq 15]$

b) $P\,[45 \leq x \leq 65]$

c) $P\,[x \leq 80]$

d) $P\,[25 \leq x \leq 70]$



004 ACTIVIDAD

Calcula k para que $f(x) = \begin{cases} k, & x \in [3, 8] \\ 0, & x \notin [3, 8] \end{cases}$ sea una función de densidad.

Halla las probabilidades:

a) $P[4 < x < 6]$ b) $P[2 < x \leq 5]$ c) $P[x = 6]$ d) $P[5 < x \leq 10]$

005 ACTIVIDAD

Calcula m para que $f(x) = \begin{cases} mx, & x \in [3, 7] \\ 0, & x \notin [3, 7] \end{cases}$ sea una función de densidad.

Halla las probabilidades:

a) $P[3 < x < 5]$ b) $P[5 \leq x < 7]$ c) $P[4 \leq x \leq 6]$ d) $P[6 \leq x < 11]$

006 ACTIVIDAD

Justifica si pueden ser funciones de densidad las siguientes funciones:

a) $f(x) = 0{,}5 + 0{,}5x, \ x \in [0, 2]$

b) $f(x) = 0{,}5 - x, \ x \in [0, 2]$

c) $f(x) = 1 - 0{,}5x, \ x \in [0, 2]$

007 ACTIVIDAD

a) Considera la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ k, & 1 \leq x \leq 5 \\ 3k, & 5 < x \leq 7 \\ 0, & x > 7 \end{cases}$$

Calcula el valor de k para que $f(x)$ sea una función de densidad.

b)Halla estas probabilidades:

$$P[2 < x < 5] \quad y \quad P[4 < x < 6]$$

APARTADO 02

Normal estándar

10 actividades

008 ACTIVIDAD

Sea X una variable normal de media μ y desviación típica σ. Calcula o aproxima:

a) $P(X > \mu)$.
b) $P(\mu < X < \mu + 2\sigma)$.
c) $P(X < \mu - \sigma)$.
d) $P(X < \mu + 0{,}5\sigma)$.
e) $P(X > \mu + 1{,}75\sigma)$.
f) $P(\mu + 0{,}5\sigma < X < \mu + 1{,}75\sigma)$.

009 ACTIVIDAD

Halla las siguientes probabilidades:

a) $P[z \leq 0{,}84]$ b) $P[z < 1{,}5]$ c) $P[z < 2]$ d) $P[z < 1{,}87]$
e) $P[z < 2{,}35]$ f) $P[z \leq 0]$ g) $P[z < 4]$ h) $P[z = 1]$

010 ACTIVIDAD

Di el valor de k en cada caso:

a) $P[z \leq k] = 0{,}7019$ b) $P[z < k] = 0{,}8997$
c) $P[z \leq k] = 0{,}5040$ d) $P[z < k] = 0{,}7054$

011 ACTIVIDAD

Di el valor aproximado de k en cada caso:

a) $P[z < k] = 0{,}9533$ b) $P[z \leq k] = 0{,}62$

012 ACTIVIDAD

Halla:

a) $P[z > 1{,}3]$ b) $P[z < -1{,}3]$ c) $P[z > -1{,}3]$

d) $P[1{,}3 < z < 1{,}96]$ e) $P[-1{,}96 < z < -1{,}3]$ f) $P[-1{,}3 < z < 1{,}96]$

g) $P[-1{,}96 < z < 1{,}96]$

013 ACTIVIDAD

Halla, a partir de la tabla, las siguientes probabilidades:

a) $P[-1 \leq z \leq 1]$

b) $P[-2 \leq z \leq 2]$

c) $P[-3 \leq z \leq 3]$

d) $P[-4 \leq z \leq 4]$

014 ACTIVIDAD

En una distribución $N(0, 1)$, calcula las siguientes probabilidades:

a) $P[z = 2]$ b) $P[z \leq 2]$ c) $P[z \geq 2]$

d) $P[z \leq -2]$ e) $P[z \geq -2]$ f) $P[-2 \leq z \leq 2]$

015 ACTIVIDAD

En una distribución $N(0, 1)$, calcula:

a) $P[z \leq 1{,}83]$

b) $P[z \geq 0{,}27]$

c) $P[z \leq -0{,}78]$

d) $P[z \geq 2{,}5]$

016 ACTIVIDAD

En una distribución $N(0, 1)$, calcula las siguientes probabilidades:

a) $P[z = 1{,}6]$

b) $P[-2{,}71 \leq z \leq -1{,}83]$

c) $P[1{,}5 \leq z \leq 2{,}5]$

d) $P[-1{,}87 \leq z \leq 1{,}25]$

017 ACTIVIDAD

Calcula k en cada uno de los siguientes casos:

a) $P[z < k] = 0{,}8365$

b) $P[z > k] = 0{,}8365$

c) $P[z < k] = 0{,}1894$

APARTADO 03

Tipificación

8 actividades

018 ACTIVIDAD

En una distribución $N(110, 10)$, calcula:

a) $P[x > 110]$ b) $P[110 < x < 120]$ c) $P[110 < x < 130]$

d) $P[120 < x < 130]$ e) $P[90 < x < 100]$ f) $P[90 < x < 120]$

g) $P[x < 100]$

019 ACTIVIDAD

En una distribución $N(173, 6)$, halla las siguientes probabilidades:

a) $P[x \leq 173]$ b) $P[x \geq 180{,}5]$ c) $P[174 \leq x \leq 180{,}5]$

d) $P[161 \leq x \leq 180{,}5]$ e) $P[161 \leq x \leq 170]$ f) $P[x = 174]$

g) $P[x > 191]$ h) $P[x < 155]$

020 ACTIVIDAD

En un examen tipo test, la media fue de 28 puntos, y la desviación típica, de 10 puntos. Calcula la puntuación tipificada de los alumnos que obtuvieron:

a) 38 puntos.

b)14 puntos.

c) 45 puntos.

d)10 puntos.

021 ACTIVIDAD

En un examen, las puntuaciones tienen media 28 y desviación típica 10. ¿Qué puntuación corresponde a un valor tipificado de 0,8? ¿Y a un valor tipificado de −0,2?

022 ACTIVIDAD

Las puntuaciones tipificadas de dos estudiantes fueron 0,8 y –0,4 y sus notas reales fueron 88 y 64 puntos.

¿Cuál es la media y la desviación típica de las puntuaciones del examen?

023 ACTIVIDAD

En una distribución $N(43, 10)$, calcula las siguientes probabilidades:

a) $P[x \geq 43]$

b) $P[x \leq 30]$

c) $P[40 \leq x \leq 55]$

d) $P[30 \leq x \leq 40]$

024 ACTIVIDAD

En una distribución $N(151, 15)$, calcula:

a) $P[x \leq 136]$

b) $P[120 \leq x \leq 155]$

c) $P[x \geq 185]$

d) $P[140 \leq x \leq 160]$

025 ACTIVIDAD

En una distribución $N(22, 5)$, calcula:

a) $P[x \leq 27]$

b) $P[x \geq 27]$

c) $P[x \geq 12{,}5]$

d) $P[15 \leq x \leq 20]$

e) $P[17 \leq x \leq 30]$

APARTADO 04

Problemas de distribución normal

13 actividades

026 ACTIVIDAD

La talla media de los 200 alumnos de un centro escolar es de 165 cm, y la desviación típica, de 10 cm.

Si las tallas se distribuyen normalmente, calcula la probabilidad de que un alumno elegido al azar mida más de 180 cm.

¿Cuántos alumnos puede esperarse que midan más de 180 cm?

027 ACTIVIDAD

Los pesos de 2 000 soldados presentan una distribución normal de media 65 kg y desviación típica 8 kg. Calcula la probabilidad de que un soldado elegido al azar pese:

a) Más de 61 kg.

b) Entre 63 y 69 kg.

c) Menos de 70 kg.

d) Más de 75 kg.

028 ACTIVIDAD

Para aprobar un examen de ingreso en una escuela, se necesita obtener 50 puntos o más. Por experiencia de años anteriores, sabemos que la distribución de puntos obtenidos por los alumnos es normal, con media 55 puntos y desviación típica 10.

a) ¿Qué probabilidad hay de que un alumno apruebe?

b) Si se presentan al examen 400 alumnos, ¿cuántos cabe esperar que ingresen en esa escuela?

029 ACTIVIDAD

En una ciudad, las temperaturas máximas diarias durante el mes de julio se distribuyen normalmente con una media de 26 °C y una desviación típica de 4 °C. ¿Cuántos días se puede esperar que tengan una temperatura máxima comprendida entre 22 °C y 28 °C?

030 ACTIVIDAD

El tiempo necesario para que una ambulancia llegue a un centro deportivo se distribuye según una variable normal de media 17 minutos y desviación típica 3 minutos. Calcula la probabilidad de que el tiempo de llegada esté comprendido entre 13 minutos y 21 minutos.

031 ACTIVIDAD

En un estadio deportivo se quieren instalar focos para iluminar el campo de juego.

El suministrador asegura que el tiempo de vida de los focos es, aproximadamente, normal con media de 1 500 horas y desviación típica de 200 horas. Supongamos que es cierto.

a) Escogiendo uno de los focos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que luzca por lo menos 1 000 horas?

b)Si se decide comprar 1 500 focos, ¿cuántos puede esperarse que luzcan por lo menos 1 000 horas?

032 ACTIVIDAD

El número de visitantes que diariamente acuden a una exposición se distribuye según una normal $\mathbf{N}$ (2 000, 250).

a) Halla la probabilidad de que un día determinado el número de visitantes no supere los 2 100.

b)Calcula la probabilidad de que un día cualquiera los visitantes sean más de 1 500.

c) En un mes de treinta días, ¿en cuántos días cabe esperar que el número de visitantes supere los 2 210?

033 ACTIVIDAD

La duración de un tipo de pilas eléctricas sigue una distribución normal con media de 50 horas y desviación típica de 5 horas. Halla la probabilidad de que, eligiendo una pila al azar, dure entre 40 y 55 horas.

034 ACTIVIDAD

¿Qué relación guardan dos curvas de la distribución normal que tienen la misma media y diferente desviación típica?

¿Y si tienen la misma desviación típica y diferente media?

035 ACTIVIDAD

Se sabe que las notas de un determinado examen siguen una distribución normal. El 15,87% tiene una nota superior a 7 puntos y el 15,87% una nota inferior a 5 puntos.

a) ¿Cuál es la media del examen?

b) ¿Qué porcentaje de alumnos tiene una nota entre 6 y 7?

036 ACTIVIDAD

En el proceso de fabricación de una pieza intervienen dos máquinas: la máquina A produce un taladro cilíndrico y la máquina B secciona las piezas con un grosor determinado. Ambos procesos son independientes.

El diámetro del taladro producido por A, en milímetros, es $N(23; 0{,}5)$.

El grosor producido por B, en centímetros, es $N(11{,}5; 0{,}4)$.

a) Calcula qué porcentaje de piezas tienen un taladro comprendido entre 20,5 y 24 mm.

b) Encuentra el porcentaje de piezas que tienen un grosor entre 10,5 y 12,7 mm.

c) Suponiendo que solo son válidas las piezas cuyas medidas son las dadas en a) y b), calcula qué porcentaje de piezas aceptables se consiguen.

037 ACTIVIDAD

Una vez corregido cierto examen, la calificación media fue 6,5 y la desviación típica 1,6. El profesor ha decidido que va a calificar con sobresaliente al 10% de la clase.

¿Cuál es la nota mínima necesaria para obtener el sobresaliente?

038 ACTIVIDAD

En un examen de Matemáticas la puntuación media fue 5,8 y la desviación típica 2,2. Suponiendo que las puntuaciones se distribuyen normalmente, calcula:

a) La puntuación máxima del 10% más bajo de la clase.

b) La puntuación mínima del 10% superior de la clase.

APARTADO 05

Aproximación normal a la binomial

12 actividades

039 ACTIVIDAD

Calcula las probabilidades de las siguientes distribuciones binomiales mediante aproximación a la normal correspondiente (en todas ellas, ten en cuenta el ajuste de media unidad que hay que hacer al pasar de una variable discreta a una continua):

a) x es B (100; 0,1). Calcula $P[x = 10]$, $P[x < 2]$ y $P[5 < x < 15]$.

b) x es B (1 000; 0,02). Calcula $P[x > 30]$ y $P[x < 80]$.

c) x es B (50; 0,9). Calcula $P[x > 45]$ y $P[x \leq 30]$.

040 ACTIVIDAD

La tabla adjunta corresponde a las estaturas de 1 400 chicas. Estudia si es aceptable considerar que provienen de una distribución normal.

x_i	141	146	151	156	161	166	171	176	181
f_i	2	25	146	327	428	314	124	29	5

041 ACTIVIDAD

Si lanzamos un dado mil veces, ¿cuál es la probabilidad de que el número de cincos obtenidos sea menor que 100?

042 ACTIVIDAD

Una moneda se lanza 400 veces. Calcula la probabilidad de que el número de caras:

a) Sea mayor que 200. b) Esté entre 180 y 220.

043 ACTIVIDAD

En un bombo de lotería tenemos 10 bolas idénticas numeradas del 0 al 9, y cada vez que hacemos la extracción de una bola la devolvemos al bombo.

a) Si sacamos tres bolas, calcula la probabilidad de que el 0 salga una sola vez.

b) Si hacemos 100 extracciones, calcula la probabilidad de que el 0 salga más de 12 veces.

044 ACTIVIDAD

La probabilidad de que una jugadora de golf haga hoyo en un lanzamiento a cierta distancia es 0,2. Si lanzara 1 000 veces y su capacidad de acierto se mantuviera, ¿qué probabilidad hay de que acierte más de 220 veces?

045 ACTIVIDAD

Una máquina produce tornillos. Sabemos por experiencia que el 4% de ellos son defectuosos. Se empaquetan automáticamente en cajas de 200 tornillos. Halla las siguientes probabilidades relativas al número de tornillos defectuosos en una caja tomada al azar:

a) $x < 10$ b) $x > 10$ c) $x = 8$

046 ACTIVIDAD

Un centro de enseñanza va a presentar, este curso, 240 alumnos al examen de selectividad y se sabe que, de ese centro, suele aprobar el 95% de los presentados. ¿Cuál es la probabilidad de que aprueben:

a) más de 200, b) más de 220,

c) más de 230, d) más de 235 alumnos?

047 ACTIVIDAD

Un examen tiene 38 preguntas del tipo Verdadero-Falso. El examen se aprueba si se contestan correctamente al menos 20 preguntas.

Si se responde al azar, halla:

a) La probabilidad de aprobar el examen.

b) La probabilidad de que el número de respuestas correctas esté entre 25 y 30.

048 ACTIVIDAD

En las últimas elecciones celebradas en cierto país, la abstención fue del 25% del censo electoral.

a) Si se seleccionan al azar tres individuos del censo, ¿cuál es la probabilidad de que ninguno haya votado?

b)Si se toman al azar 100 miembros del censo, ¿cuál es la probabilidad de que se hayan abstenido al menos 30?

049 ACTIVIDAD

Un examen tipo test tiene 50 preguntas y cada pregunta tres respuestas diferentes, solo una de las cuales es correcta.

Para aprobar, hace falta responder correctamente a 25 preguntas; para un notable, 35; y para un sobresaliente, 45 respuestas.

Un estudiante responde al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe? ¿Y la de que saque un notable? ¿Y un sobresaliente?

050 ACTIVIDAD

Se han lanzado dos dados 120 veces y se han anotado las sumas de los puntos obtenidos:

SUMA	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
VECES	3	8	9	11	20	19	16	13	11	6	4

¿Se puede rechazar que esta distribución proviene de una normal?

APARTADO 06

Repaso integrado

7 actividades

051 ACTIVIDAD

Comprueba que $y = \frac{x}{2} - 1,\ 2 \le x \le 4$ es una función de densidad. Represéntala y calcula:

a) $P[x = 3]$

b) $P[x < 3]$

c) $P[x > 3{,}5]$

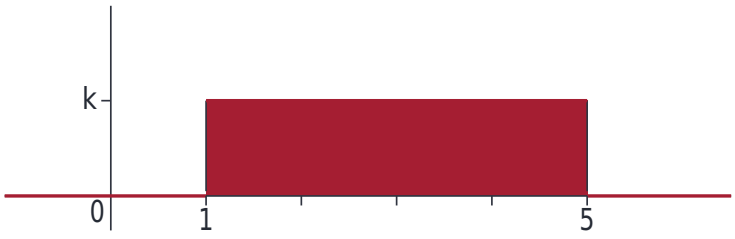
052 ACTIVIDAD

Calcula k para que la función

$$y = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ k, & 1 \le x \le 5 \\ 0, & x > 5 \end{cases}$$

sea función de densidad. Calcula estas probabilidades:

a) $P[x = 3]$ b) $P[x < 2]$ c) $P[2 \le x < 4]$



053 ACTIVIDAD

Si z es $N(0, 1)$, calcula:

a) $P[1{,}53 < z < 2{,}1]$

b) $P[-1{,}53 < z < 2{,}1]$

054 ACTIVIDAD

Sea z una distribución $N(0, 1)$, calcula h y k para que se cumpla que:

a) $P[z < h] = 0{,}4$

b) $P[-k < z < k] = 0{,}9$

055 ACTIVIDAD

Si x es $N(88, 6)$, calcula:

a) $P[x < 80]$ b) $P[x > 100]$ c) $P[80 < x \leq 100]$

056 ACTIVIDAD

El cociente intelectual (C.I.) de un colectivo de bomberos se distribuye normal, de media 108 y desviación típica 3,5. Llamamos x al C.I. de uno de ellos tomado al azar. Calcula:

a) $P[x < 100]$ b) $P[x > 115]$ c) $P[100 < x < 115]$

057 ACTIVIDAD

El 7% de las personas padecen un pequeño defecto anatómico de origen genético. En una empresa trabajan 80 personas. ¿Cuál es la probabilidad de que haya más de 10 con ese defecto?

COMPRUEBA TUS RESPUESTAS

Solucionario

Busca el código de cada actividad. En las preguntas abiertas se ofrece una respuesta orientativa.

01 · Funciones de densidad

001 SOLUCIÓN

a) $P[x \leq 2] = \frac{10}{100} = 0{,}10$

La probabilidad de tener que esperar menos de 2 minutos es 0,10 (del 10%).

b) $P[5 \leq x \leq 10] = \frac{25}{100} = 0{,}25$

La probabilidad de tener que esperar entre 5 y 10 minutos es del 25%.

c) $P[x \leq 10] = \frac{50}{100} = 0{,}50$

La probabilidad de tener que esperar menos de 10 minutos es del 50%.

d) $P[5 \leq x \leq 6] = \frac{5}{100} = 0{,}05$

La probabilidad de tener que esperar entre 5 y 6 minutos es del 5%.

002 SOLUCIÓN

En total hay 100 cuadraditos (el área total es 100). Así:

a) $P[x \leq 2] = \frac{(10 + 9)/2 \cdot 2}{100} = 0{,}19$

La probabilidad de que tengamos que esperar menos de 2 minutos es del 19%.

b) $P[5 \leq x \leq 10] = \frac{(7{,}5 + 5)/2 \cdot 5}{100} = 0{,}3125$

La probabilidad de que tengamos que esperar entre 5 y 10 minutos es del 31,25%.

c) $P[x \leq 10] = \frac{(10 + 5)/2 \cdot 10}{100} = 0{,}75$

La probabilidad de que tengamos que esperar menos de 10 minutos es del 75%.

d) $P[5 \leq x \leq 6] = \frac{(7{,}5 + 7)/2 \cdot 1}{100} = 0{,}0725$

La probabilidad de que tengamos que esperar entre 5 y 6 minutos es del 7,25%.

---

003 SOLUCIÓN

Contamos los cuadraditos que hay en el intervalo y dividimos por el número total de cuadraditos (que es 100). Así:

a) $P[x \leq 15] = \frac{26}{100} = 0{,}26$

La probabilidad de que un habitante, elegido al azar en esa población, tenga menos de 15 años es del 26%.

b) $P[45 \leq x \leq 65] = \frac{18}{100} = 0{,}18$

La probabilidad de que tenga entre 45 y 65 años es del 18%.

c) $P[x \leq 80] = \frac{96}{100} = 0{,}96$

La probabilidad de que tenga menos de 80 años es del 96%.

d) $P[25 \leq x \leq 70] = \frac{47}{100} = 0{,}47$

La probabilidad de que tenga entre 25 y 70 años es del 47%.

---

004 SOLUCIÓN

Como el área bajo la curva ha de ser igual a 1, tenemos que:

$P[-\infty < x < +\infty] = P[3 \le x \le 8] = 5k = 1 \rightarrow k = \frac{1}{5}$

a) $P[4 < x < 6] = (6 - 4) \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

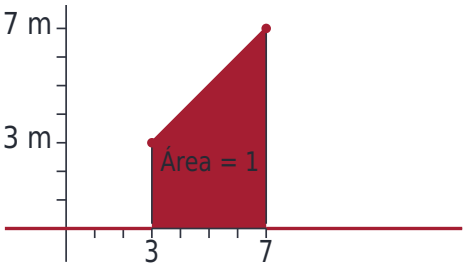
b) $P[2 < x \le 5] = P[3 \le x \le 5] = (5 - 3) \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

c) $P[x = 6] = 0$

d) $P[5 < x \le 10] = P[5 \le x \le 8] = (8 - 5) \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

005 SOLUCIÓN

El área bajo la curva (área del trapecio señalado) ha de ser igual a 1:



$P[-\infty < x < +\infty] = P[3 \le x \le 7] = \frac{(7m + 3m) \cdot 4}{5} =$

$= 20m = 1 \rightarrow m = \frac{1}{20}$

a) $P[3 < x < 5] = \frac{(5/20 + 3/20) \cdot 2}{2} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

b) $P[5 \le x < 7] = \frac{(7/20 + 5/20) \cdot 2}{2} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

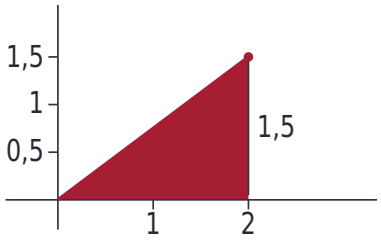
c) $P[4 \le x \le 6] = \frac{(6/20 + 4/20) \cdot 2}{2} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

d) $P[6 \le x < 11] = P[6 \le x \le 7] = \frac{(7/20 + 6/20) \cdot 1}{2} = \frac{13}{40}$

006 SOLUCIÓN

Veamos, en cada caso, si el área encerrada bajo la curva es 1:

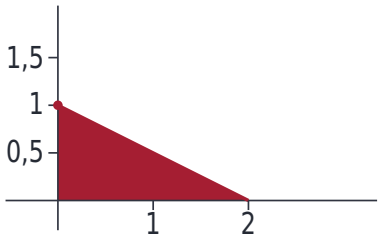
a)



$\text{Área} = \frac{1{,}5 \cdot 2}{2} = 1{,}5 \rightarrow$ No puede ser función de densidad.

b) $f(2) = -1{,}5 < 0 \rightarrow$ No puede ser función de densidad, pues tendría que ser $f(x) \geq 0$.

c)



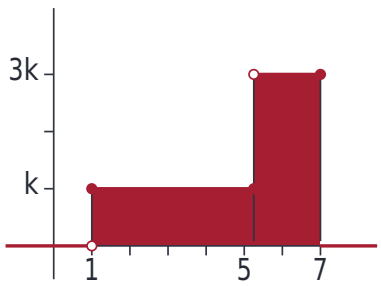
$\text{Área} = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1$

$f(x) \geq 0$

$\rightarrow$ Sí puede ser función de densidad.

007 SOLUCIÓN

a)



El área bajo la curva debe ser 1:

$\text{Área} = 4k + 2 \cdot 3k = 4k + 6k = 10k = 1 \rightarrow k = \frac{1}{10}$

b) $P[2 < x < 5] = (5 - 2) \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{10} = 0{,}3$

$P[4 < x < 6] = P[4 < x < 5] + P[5 < x < 6] = \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0{,}4$

02 · Normal estándar

008 SOLUCIÓN

Tipificando $Z = (X - \mu)/\sigma$:

a) 0,5.
b) $\Phi(2) - \Phi(0) \approx 0{,}4772$.
c) $\Phi(-1) \approx 0{,}1587$.
d) $\Phi(0{,}5) \approx 0{,}6915$.
e) $1 - \Phi(1{,}75) \approx 0{,}0401$.
f) $\Phi(1{,}75) - \Phi(0{,}5) \approx 0{,}2684$.

---

009 SOLUCIÓN

Mirando directamente la tabla, obtenemos:

a) 0,7996 b) 0,9332 c) 0,9772 d) 0,9693
e) 0,9906 f) 0,5000 g) 1 h) 0

---

010 SOLUCIÓN

a) $k = 0{,}53$ b) $k = 1{,}28$ c) $k = 0{,}01$ d) $k = 0{,}54$

---

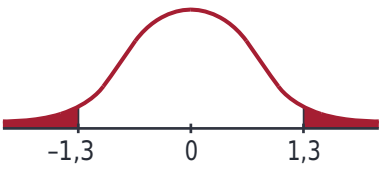
011 SOLUCIÓN

a) $k \approx 1{,}68$ b) $k \approx 0{,}305$

---

012 SOLUCIÓN

a) $P[z > 1{,}3] = 1 - P[z < 1{,}3] = 1 - 0{,}9032 = 0{,}0968$
b) $P[z < -1{,}3] = 0{,}0968$
c) $P[z > -1{,}3] = 1 - 0{,}0968 = 0{,}9032$
d) $P[1{,}3 < z < 1{,}96] = 0{,}9750 - 0{,}9032 = 0{,}0718$
e) $P[-1{,}96 < z < -1{,}3] = 0{,}0718$
f) $P[-1{,}3 < z < 1{,}96] = 0{,}9750 - (1 - 0{,}9032) = 0{,}8782$
g) $P[-1{,}96 < z < 1{,}96] = 0{,}95$



---

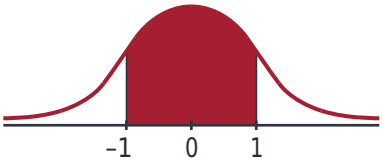
013 SOLUCIÓN

a) $P[-1 \leq z \leq 1] = 2\,(P[z \leq 1] - 0{,}5) = 0{,}6826$

b) $P[-2 \leq z \leq 2] = 2\,(P[z \leq 2] - 0{,}5) = 0{,}9544$

c) $P[-3 \leq z \leq 3] = 0{,}9974$

d) $P[-4 \leq z \leq 4] = 1$



014 SOLUCIÓN

a) $P[z = 2] = 0$

b) $P[z \leq 2] = 0{,}9772$

c) $P[z \geq 2] = 1 - 0{,}9792 = 0{,}0228$

d) $P[z \leq -2] = 0{,}0228$

e) $P[z \geq -2] = 1 - 0{,}0228 = 0{,}9772$

f) $P[-2 \leq z \leq 2] = 2\,(P[z \leq 2] - 0{,}5) = 0{,}9544$

015 SOLUCIÓN

a) $P[z \leq 1{,}83] = 0{,}9664$

b) $P[z \geq 0{,}27] = 0{,}3935$

c) $P[z \leq -0{,}78] = 0{,}2177$

d) $P[z \geq 2{,}5] = 0{,}0062$

016 SOLUCIÓN

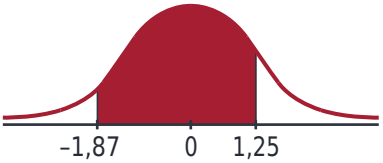
a) $P[z = 1{,}6] = 0$

b) $P[-2{,}71 \leq z \leq -1{,}83] = P[1{,}83 \leq z \leq 2{,}71] = P[z \leq 2{,}71] - P[z \leq 1{,}83] = 0{,}0302$

c) $P[1{,}5 \leq z \leq 2{,}5] = P[z \leq 2{,}5] - P[z \leq 1{,}5] = 0{,}0606$

d) $P[-1{,}87 \leq z \leq 1{,}25] = P[z \leq 1{,}25] - P[z \leq -1{,}87] = P[z \leq 1{,}25] - P[z \geq 1{,}87] =$

$= P[z \leq 1{,}25] - (1 - P[z < 1{,}87]) = 0{,}8637$



017 SOLUCIÓN

a) $k = 0{,}98$

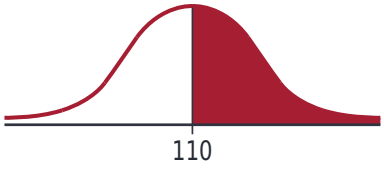
b) $k = -0{,}98$

c) $k = -0{,}88$

03 · Tipificación

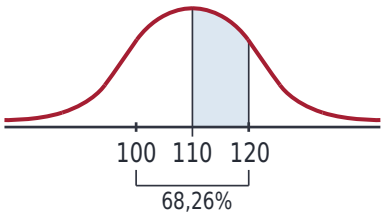
018 SOLUCIÓN

a)



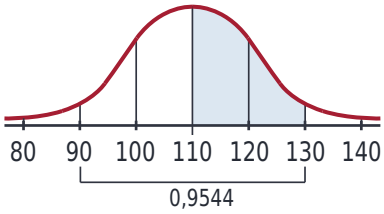
$P[x > 110] = 0,5$

b)



$P[110 < x < 120] = \frac{0,6826}{2} = 0,3413$

c)



$P[110 < x < 130] = \frac{0,9544}{2} = 0,4772$

d)



$0,9544 - 0,6826 = 0,2718$

$P[120 < x < 130] = \frac{0,2718}{2} = 0,1359$

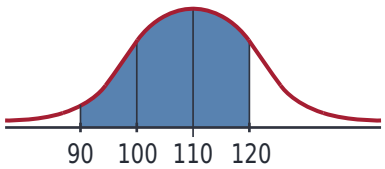
e)



Por simetría, igual que el anterior:

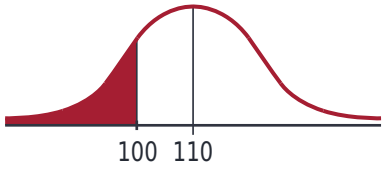
$P[90 < x < 100] = 0,1359$

f)



$P[90 < x < 120] = 0,6826 + 0,1359 = 0,8185$

g)



$P[x < 100] = \frac{1 - 0,6826}{2} = 0,1587$

019 SOLUCIÓN

a) $P[x \leq 173] = 0,5$

b) $P[x \geq 180,5] = P\left[z \geq \frac{180,5 - 173}{6}\right] = P[z \geq 1,25] = 1 - 0,8944 = 0,1056$

c) $P[174 \leq x \leq 180,5] = P[0,17 \leq z \leq 1,25] = 0,3269$

d) $P[161 \leq x \leq 180,5] = P[-2 \leq z \leq 1,25] = 0,8716$

e) $P[161 \leq x \leq 170] = P[-2 \leq z \leq -0,5] = 0,2857$

f) $P[x = 174] = P[z = 0,1667] = 0$

g) $P[x > 191] = P[z > 3] = 1 - \varphi(3) = 1 - 0,9987 = 0,0013$

h) $P[x < 155] = P[z < -3] = 1 - \varphi(3) = 0,0013$

020 SOLUCIÓN

$\mu = 28;\ \sigma = 10$

a) $\frac{38 - 28}{10} = 1$ b) $\frac{14 - 28}{10} = -1,4$

c) $\frac{45 - 28}{10} = 1,7$ d) $\frac{10 - 28}{10} = -1,8$

021 SOLUCIÓN

$0,8 \rightarrow 0,8 \cdot 10 + 28 = 36$

$-0,2 \rightarrow -0,2 \cdot 10 + 28 = 26$

022 SOLUCIÓN

$\frac{88 - \mu}{\sigma} = 0,8 \quad 88 - \mu = 0,88\sigma$

$\frac{64 - \mu}{\sigma} = -0,4 \quad 64 - \mu = -0,4\sigma$

$88 - 0,8\sigma = 64 + 0,4\sigma \rightarrow \sigma = 20;\ \mu = 72$

La media es 72, y la desviación típica, 20.

$\mu,\ \sigma)$

023 SOLUCIÓN

a) $P[x \geq 43] = 0,5$

b) $P[x \leq 30] = P\left[z \leq \frac{30 - 43}{10}\right] = P[z \leq -1,3] = 1 - 0,9032 = 0,0968$

c) $P[40 \leq x \leq 55] = P\left[\frac{40 - 43}{10} \leq z \leq \frac{55 - 43}{10}\right] = P[-0,3 \leq z \leq 1,2] = 0,5028$

d) $P[30 \leq x \leq 40] = P[-1,3 \leq z \leq -0,3] = P[0,3 \leq z \leq 1,3] = P[z \leq 1,3] - P[z \leq 0,3] =$
$= 0,9032 - 0,6179 = 0,2853$

024 SOLUCIÓN

a) $P[x \leq 136] = P\left[z \leq \frac{136 - 151}{15}\right] = P[z \leq -1] = P[z \leq 1] = 1 - P[z < 1] = 0,1587$

b) $P[120 \leq x \leq 155] = P[2,07 \leq z \leq 0,27] = 0,5873$

c) $P[x \geq 185] = P[z \geq 2,27] = 0,0116$

d) $P[140 \leq x \leq 160] = P[-0,73 \leq z \leq 0,6] = 0,5149$

025 SOLUCIÓN

a) $P[x \leq 27] = P[z \leq 1] = 0,8413$

b) $P[x \geq 27] = 0,1587$

c) $P[x \geq 12,5] = P[z \leq 1,9] = 0,9713$

d) $P[15 \leq x \leq 20] = P[-1,4 \leq z \leq -0,4] = 0,2638$

e) $P[17 \leq x \leq 30] = P[-1 \leq z \leq 1,6] = 0,7865$

04 · Problemas de distribución normal

026 SOLUCIÓN

x es $N(165, 10)$; $n = 200$ alumnos

$$P[x > 180] = P\left[z > \frac{180 - 165}{10}\right] = P[z > 1{,}5] = 1 - 0{,}9332 = 0{,}0668$$

$200 \cdot 0{,}0668 = 13{,}36 \approx 13$ alumnos

---

027 SOLUCIÓN

x es $N(65, 8)$

a) $$P[x > 61] = P\left[z > \frac{61 - 65}{8}\right] = P[z > -0{,}5] = P[z < 0{,}5] = 0{,}6915$$

b) $P[63 < x < 69] = P[-0{,}25 < z < 0{,}5] = 0{,}2902$

c) $P[x < 70] = P[z < 0{,}625] = 0{,}7357$

d) $P[x > 75] = P[z > 1{,}25] = 1 - P[z \leq 1{,}25] = 0{,}1056$

---

028 SOLUCIÓN

x es $N(55, 10)$

a) $$P[x \geq 50] = P\left[z \geq \frac{50 - 55}{10}\right] = P[z \geq -0{,}5] = P[z \leq 0{,}5] = 0{,}6915$$

b) $400 \cdot 0{,}6915 = 276{,}6 \approx 277$ alumnos

---

029 SOLUCIÓN

x es $N(26, 4)$

$P[22 < x < 28] = P[-1 < z < 0{,}5] = 0{,}5328$

$0{,}5328 \cdot 31 = 16{,}52 \approx 17$ días

→ Normal

---

030 SOLUCIÓN

x es $N(17, 3)$

$P[13 < x < 21] = P[-1{,}33 < z < 1{,}33] = 0{,}8164$

031 SOLUCIÓN

x es $N(1\,500, 200)$

a) $P[x \geq 1\,000] = P[z \geq -2{,}5] = P[z \leq 2{,}5] = 0{,}9938$

b) $1\,500 \cdot 0{,}9938 = 1\,490{,}7 \approx 1\,491$ focos

032 SOLUCIÓN

$x \sim N(2\,000, 250) \rightarrow z \sim N(0, 1)$

a) $P[x \leq 2\,100] = P[z \leq 0{,}4] = 0{,}6554$

b) $P[x \geq 1\,500] = P[z \geq -2] = P[z \leq 2] = 0{,}9772$

c) $P[x \geq 2\,210] = P[z \geq 0{,}84] = 0{,}2004$

$30 \cdot 0{,}2004 = 6{,}012 \rightarrow 6$ días

033 SOLUCIÓN

x es $N(50, 5)$

$P[40 < x < 55] = P[-2 < z < 1] = 0{,}8185$

034 SOLUCIÓN

Si tienen la misma media, están centradas en el mismo valor de x; la que tenga de ellas la menor desviación típica es más "alargada".

Si tuvieran diferente media pero igual desviación típica, tendrían la misma forma, salvo que estarían centradas en distinto punto.

035 SOLUCIÓN

a) Si la proporción de personas que tienen nota superior a 7 es igual a la de las que tienen nota inferior a 5, la media es 6.

b) 50% – 15,87% = 34,13%

036 SOLUCIÓN

a) $P\,[20{,}5 \leq x \leq 24] = P\,[-5 \leq z \leq 2] = 0{,}9772 \rightarrow 97{,}72\%$

b) $P\,[10{,}5 \leq x \leq 12{,}7] = P\,[-2{,}5 \leq z \leq 3] = 0{,}9925 \rightarrow 99{,}25\%$

c) $0{,}9772 \cdot 0{,}9925 = 0{,}9699 \rightarrow 96{,}99\%$

037 SOLUCIÓN

$N\,(5{,}6;\ 1{,}6)$

$P\,[z \geq k] = 0{,}1 \rightarrow P\,[z \leq k] = 0{,}9 \rightarrow k = 1{,}28$

$1{,}28 \cdot 1{,}6 + 6{,}5 = 8{,}548$. A partir de 8,5, aproximadamente.

038 SOLUCIÓN

$P\,[x \leq -k] = 0{,}1 \rightarrow P\,[x \leq k] = 0{,}9 \rightarrow k = 1{,}28$

a) $-1{,}28 \cdot 2{,}2 + 5{,}8 = 2{,}984 \approx 3$

b) $1{,}28 \cdot 2{,}2 + 5{,}8 = 8{,}616 \approx 8{,}6$

05 · Aproximación normal a la binomial

039 SOLUCIÓN

a) x es B (100; 0,1) ≈ x' es N (10; 3)

$P[x = 10] = P[9,5 < x' < 10,5] = P[-0,17 < z < 0,17] = 0,135$

$P[x < 2] = P[x' \leq 1,5] = P[z \leq -2,83] = 0,0023$

$P[5 < x < 15] = P[5,5 \leq x' \leq 14,5] = P[-1,5 \leq z \leq 1,5] = 0,8664$

b) x es B (1 000; 0,02) ≈ x' es N (20; 4,427)

$P[x > 30] = P[x' \geq 30,5] = P[z \geq 2,37] = 0,0089$

$P[x < 80] = P[x' \leq 79,5] = P[z \leq 13,44] = 1$

c) x es B (50; 0,9) = x' es N (45; 2,12)

$P[x > 45] = P[x' \geq 45,5] = P[z \geq 0,24] = 0,4052$

$P[x \leq 30] = P[x' \leq 30,5] = P[z \leq -6,83] = 0$

040 SOLUCIÓN

Los parámetros de la distribución estadística son $\bar{x} = 160{,}9$; $\sigma = 6{,}43$.

Formamos la siguiente tabla:

EXTREMOS INTERVALOS x_k	EXTREMOS TIPIFICADOS z_k	$P[z \leq z_k]$	$p_k = P[z_k \leq z \leq z_{k+1}]$	$1400 \cdot p_k$	NÚMEROS TEÓRICOS	NÚMEROS OBTENIDOS	$\lvert$ DIFER. $\rvert$
138,5	–3,48	0,0003	0,0031	4,34	4	2	2
143,5	–2,71	0,0034	0,0234	32,76	33	25	8
148,5	–1,93	0,0268	0,0983	137,62	138	146	8
153,5	–1,15	0,1251	0,2306	322,84	323	327	4
158,5	–0,37	0,3557	0,3034	424,76	425	428	3
163,5	0,41	0,6591	0,2219	310,66	311	314	3
168,5	1,18	0,8810	0,0940	131,60	132	124	8
173,5	1,96	0,9750	0,0219	30,66	31	29	2
178,5	2,74	0,9969	0,0029	4,06	4	5	1
183,5	3,51	0,9998					

La mayor de las diferencias, 8, en comparación con el total, 1 400, es suficientemente pequeña como para aceptar que la muestra procede de una distribución normal y que las diferencias son atribuibles al azar.

041 SOLUCIÓN

x es $B(1\,000; 0{,}1667) \rightarrow x'$ es $N(166{,}67; 11{,}79)$

$P[x < 100] = P[x' \leq 99{,}5] = P[z \leq -5{,}70] = 0$

042 SOLUCIÓN

x es $B(400; 0{,}5) \rightarrow x'$ es $N(200, 10)$

a) $P[x > 200] = P[x' \geq 200{,}5] = P[z \geq 0{,}05] = 0{,}4801$

b) $P[180 < x < 220] = P[180{,}5 \leq x' \leq 219{,}5] = P[-1{,}95 \leq z \leq 1{,}95] = 0{,}9488$

043 SOLUCIÓN

a) x es $B(3; 0,1)$

$P[x = 1] = 3 \cdot 0,1 \cdot 0,9^2 = 0,243$

b) x es $B(100; 0,1) \rightarrow x'$ es $N(10, 3)$

$P[x > 12] = P[x' \geq 12,5] = P[z \geq 0,83] = 0,2033$

044 SOLUCIÓN

Se trata de una $B(1000; 0,2)$. La probabilidad la calculamos por aproximación normal:

$\mu = 1\,000 \cdot 0,2 = 200; \quad \sigma = \sqrt{1\,000 \cdot 0,2 \cdot 0,8} = 12,65$

x es $B(1\,000; 0,2) \rightarrow x'$ es $N(200; 12,65)$

$P[x > 220] = P[x' \geq 220,5] = P[z \geq 1,62] = 1 - 0,9474 = 0,0526$

045 SOLUCIÓN

Se trata de una distribución binomial $B(n, p)$ donde $n = 200$ y $p = 0,002$.

Como $np > 3$ y $n(1 - p) > 3$, podemos aproximarla a una distancia normal.

$B(200; 0,02) \rightarrow N(4; 1,98)$

a) $P[x < 10] = P[x' < 9,5] = P\left[z < \frac{9,5 - 4}{1,98}\right] = P[z < 2,78] = 0,9973$

b) $P[x > 10] = P[x' > 10,5] = P\left[z > \frac{10,5 - 4}{1,98}\right] = P[z > 3,28] =$

$= 1 - P[z < 3,28] = 1 - 0,9995 = 0,0005$

c) $P[x = 8] = P[7,5 < x' < 8,5] = P\left[\frac{7,5 - 4}{1,98} < z < \frac{8,5 - 4}{1,98}\right] =$

$= P[1,77 < z < 2,27] = P[z < 2,27] - P[z > 1,77] =$

$= P[z < 2,27] - (1 - P[z < 1,77]) =$

$= 0,9884 - 1 + 0,9616 = 0,95$

046 SOLUCIÓN

x es B (240; 0,95) → x' es N (228; 3,38) → z es N (0, 1)

a) $P[x > 200] = P[x' \geq 200{,}5] = P[z \geq -8{,}13] = 1$

b) $P[x > 220] = P[x' \geq 220{,}5] = P[z \geq -2{,}22] = 0{,}9868$

c) $P[x > 230] = P[x' \geq 230{,}5] = P[z \geq 0{,}74] = 0{,}2296$

d) $P[x > 235] = P[x' \geq 235{,}5] = P[z \geq 2{,}22] = 0{,}0132$

047 SOLUCIÓN

x es B (38; 0,5) → x' es N (19; 3,08)

a) $P[x \geq 20] = P[x' \geq 19{,}5] = P[z \geq 0{,}16] = 0{,}4364$

b) $P[25 < x < 30] = P[25{,}5 \leq x' \leq 29{,}5] = P[2{,}11 \leq x' \leq 3{,}41] = 0{,}0171$

048 SOLUCIÓN

a) x es B (3; 0,25)

$P[x = 3] = 0{,}25^3 = 0{,}0156$

b) x es B (100; 0,25) → x' es N (25; 4,33)

$P[x \geq 30] = P[x' \geq 29{,}5] = P[z \geq 1{,}04] = 0{,}1492$

049 SOLUCIÓN

x es B (50; 0,333) → x' es N (16,66; 3,33)

$P[x \geq 25] = P[x' \geq 24{,}5] = P[z \geq 2{,}35] = 0{,}0094$ → probabilidad de aprobar

$P[x \geq 35] = P[x' \geq 34{,}5] = P[z \geq 5{,}36] = 0$

La probabilidad de sacar notable o sobresaliente es 0.

050 SOLUCIÓN

Los resultados que se obtienen al lanzar dos dados y sumar sus puntuaciones son una distribución de variable discreta que, por supuesto, no es normal. Lo que se propone en este ejercicio es someter estos datos a la prueba de normalidad como si no supiéramos de dónde procede.

Sus parámetros son: media = 7,025; desviación típica = 2,43

EXTREMOS INTERVALOS x_k	EXTREMOS TIPIFICADOS z_k	$P[z \leq z_k]$	$p_k = P[z_k \leq z \leq z_{k+1}]$	$120 \cdot p_k$	NÚMEROS TEÓRICOS	NÚMEROS OBTENIDOS	$\lvert$DIFER.$\rvert$
1,5	–2,27	0,0116	0,0198	2,376	2	3	1
2,5	–1,86	0,0314	0,0421	5,052	5	8	3
3,5	–1,45	0,0735	0,0757	9,084	9	9	0
4,5	–1,04	0,1492	0,1151	13,812	14	11	3
5,5	–0,63	0,2643	0,1486	17,832	18	20	2
6,5	–0,22	0,4129	0,1664	19,968	20	19	1
7,5	0,20	0,5793	0,1498	17,976	18	16	2
8,5	0,61	0,7291	0,1170	14,040	14	13	1
9,5	1,02	0,8461	0,0775	9,300	9	11	2
10,5	1,43	0,9236	0,0435	5,220	5	6	1
11,5	1,84	0,9671	0,0207	2,484	2	4	2
12,5	2,25	0,9878					

No se puede rechazar que esta muestra haya sido extraída de una distribución normal.

06 · Repaso integrado

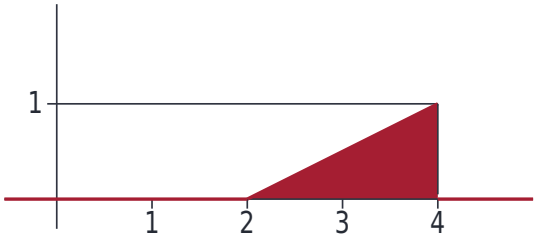
051 SOLUCIÓN

$f(x) = \frac{x}{2} - 1$, $2 \le x \le 4$, es una función de densidad (de una distribución estadística de variable continua) porque:

— Es no negativa (es decir, $\frac{x}{2} - 1 \ge 0$ en el intervalo [2, 4]), pues para $x = 2$, $f(2) = \frac{2}{2} \cdot 1 = 0$. Y como es creciente (se trata de una recta de pendiente $\frac{1}{2}$), $f(x) > 0$ para $2 < x \le 4$.

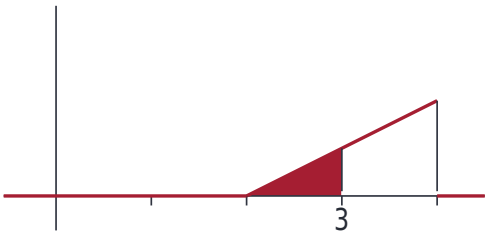
Suponemos que $f(x) = 0$ fuera del intervalo [2, 4].

— El área bajo la curva es la de un triángulo de base 2 y altura 1. Por tanto, área = 1.



a) $P[x < 3] = 0$, pues en las distribuciones de variable continua las probabilidades puntuales son 0.

b) $P[x < 3] = \frac{1}{4}$, pues es el área de un triángulo de base 1 y altura $\frac{1}{2}$.



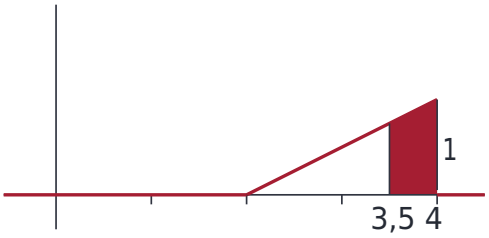
c) $P[x > 3{,}5]$

$f(3{,}5) = \frac{3{,}5}{2} - 1 = 0{,}75$

$f(4) = 1$

Área del trapecio $= \frac{1 + 0{,}75}{2} \cdot (4 - 3{,}5) = 0{,}4375$

$P[x > 3{,}5] = 0{,}4375$



052 SOLUCIÓN

Para que el área sombreada sea 1, la altura del rectángulo ha de ser $\frac{1}{4}$. Por tanto,

$f(x) = 0{,}25$ si $1 \le x \le 5$, $f(x) = 0$ en el resto.

a) $P[x = 3] = 0$ (es una probabilidad puntual).

b) $P[x < 2] = 0{,}25 \cdot 1 = 0{,}25$

c) $P[2 \le x < 4] = 0{,}25 \cdot 2 = 0{,}5$

---

053 SOLUCIÓN

a) $P[1{,}53 < z < 2{,}1] = P[z < 2{,}1] - P[z < 1{,}53] = \varphi(2{,}1) - \varphi(1{,}53) =$

$= 0{,}9821 - 0{,}9370 = 0{,}0451$

b) $P[-1{,}53 < z < 2{,}1] = P[z < 2{,}1] - P[z < -1{,}53] = \varphi(2{,}1) - [1 - \varphi(1{,}53)] =$

$= \varphi(2{,}1) + \varphi(1{,}53) - 1 = 0{,}9191$

---

054 SOLUCIÓN

a) $P[z < h] = 0{,}4 \rightarrow$ h es negativo. $P[z < -h] = 0{,}6 \rightarrow$ –h es positivo.

Buscamos en la tabla: $\varphi(0{,}25) = 0{,}5987$, $\varphi(0{,}26) = 0{,}6026$

Según esto, asignamos a –h el valor 0,25 y, por tanto, $h = -0{,}25$.

b) $P[-k < z < k] = 2P[0 < z < k] = 2[\varphi(k) - 0{,}5] = 2\varphi(k) - 1$

$2\varphi(k) - 1 = 0{,}9 \rightarrow \varphi(k) = 1{,}9 : 2 = 0{,}95 \rightarrow k = 1{,}65$

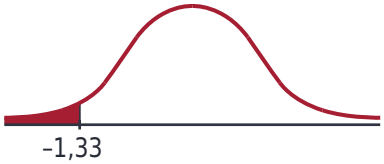
---

055 SOLUCIÓN

x es $N(88, 6) \rightarrow z$ es $N(0, 1)$

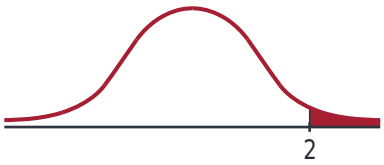
a) $P[x < 80] = P\left[z < \frac{80 - 88}{6}\right] = P[z < -1{,}33] =$

$= 1 - \varphi(1{,}33) = 1 - 0{,}9082 = 0{,}0918$



b) $P[x > 100] = P\left[z > \frac{100 - 88}{6}\right] = P[z > 2] =$

$= 1 - \varphi(2) = 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228$



c) $P[80 < x \leq 100] = P[-1{,}33 < z < 2] =$

$= \varphi(2) - [1 - \varphi(1{,}33)] =$

$= \varphi(2) + \varphi(1{,}33) - 1 = 0{,}8854$



056 SOLUCIÓN

x es $N(108; 3{,}5) \rightarrow z = \frac{x - 108}{3{,}5}$ es $N(0, 1)$

a) $P[x < 100] = P\left[z < \frac{100 - 108}{3{,}5}\right] = P[z < -2{,}29] = 1 - \varphi(2{,}29) = 1 - 0{,}9890 = 0{,}011$

b) $P[x > 115] = P\left[z > \frac{115 - 108}{3{,}5}\right] = P[z > 2] = 1 - \varphi(2) = 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228$

c) $P[100 < x < 115] = P[-2{,}29 < z < 2] = \varphi(2) - [1 - \varphi(2{,}29)] =$

$= \varphi(2) + \varphi(2{,}29) - 1 = 0{,}9662$

057 SOLUCIÓN

x es $B(80; 0{,}07) \rightarrow \mu = 80 \cdot 0{,}07 = 5{,}6;\ \sigma = \sqrt{80 \cdot 0{,}07 \cdot 0{,}93} = \sqrt{5{,}208} = 2{,}28$

x' es $N(5{,}6; 2{,}28)$; $P[x > 10] = P[x \geq 11] = P[x' \geq 10{,}5] = P\left[z \geq \frac{10{,}5 - 5{,}6}{2{,}28}\right] =$

$= P[z \geq 2{,}15] = 1 - \varphi(2{,}15) = 1 - 0{,}9842 = 0{,}0158$