DOSSIER DE EJERCICIOS

1.º BACHILLERATO

Correlación y regresión

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I

01 Relación entre variables

02 Nubes de puntos y correlación

03 Parámetros bidimensionales

04 Rectas de regresión y estimación

05 Problemas y tablas de doble entrada

06 Repaso integrado

35 actividades · 6 apartados

Índice · Ejercicios · Solucionario final

CONTENIDOS

Índice

Actividades organizadas por conceptos para practicar, repasar y comprobar las respuestas. Cada ejercicio tiene un código que lo identifica también en el solucionario.

01	Relación entre variables	**3**
02	Nubes de puntos y correlación	**5**
03	Parámetros bidimensionales	**9**
04	Rectas de regresión y estimación	**11**
05	Problemas y tablas de doble entrada	**14**
06	Repaso integrado	**19**
S	Solucionario	**21**

Cómo trabajar. Resuelve los ejercicios en el espacio disponible o en tu cuaderno. Comprueba los procedimientos y resultados al terminar cada bloque.

APARTADO 01

Relación entre variables

3 actividades

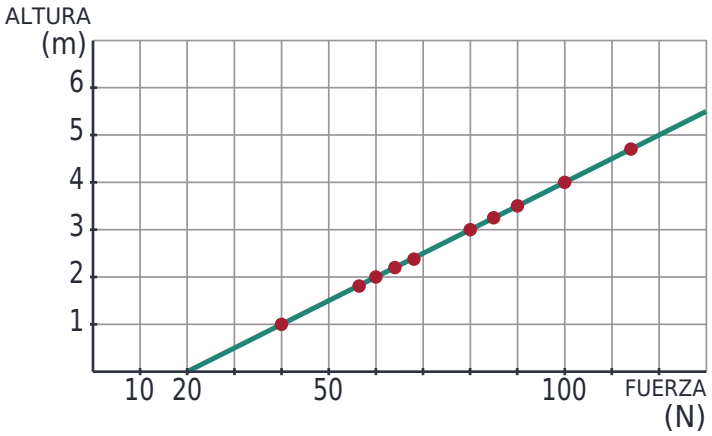
001 ACTIVIDAD

En cada uno de los siguientes casos debes decir si, entre las dos variables que se citan, hay relación funcional o relación estadística (correlación) y, en este último caso, indicar si es positiva o negativa:

- En un conjunto de familias: estatura media de los padres – estatura media de los hijos.
- Entre los países del mundo respecto a España: volumen de exportación – volumen de importación.
- Entre los países del mundo: índice de mortalidad infantil – número de médicos por cada 1 000 habitantes.
- En las viviendas de una ciudad: kWh consumidos durante enero – coste del recibo de la luz.
- Equipos de fútbol: lugar que ocupan al finalizar la liga – número de partidos perdidos.
- Equipos de fútbol: lugar que ocupan al finalizar la liga – número de partidos ganados.

002 ACTIVIDAD

Distintas personas lanzan hacia arriba una misma piedra de 2 kg de masa, que alcanza más o menos altura según la fuerza con que ha sido impulsada. (La fuerza actúa en un tramo de 1 m).



a) ¿Qué altura, por encima de la mano, alcanzará la piedra si se impulsa con una fuerza de 110 newton?

b) ¿Podríamos escribir una fórmula que dé directamente la altura que alcanza la piedra, desde el momento en que se la suelta, en función de la fuerza con que es impulsada hacia arriba?

003 ACTIVIDAD

Para cada uno de los siguientes casos indica:

- Cuáles son las variables que se relacionan.
- Si se trata de una relación funcional o de una relación estadística y, en estos casos, el signo de la correlación.

a) Renta mensual de una familia-gasto en electricidad.

b) Radio de una esfera-volumen de esta.

c) Litros de lluvia recogidos en una ciudad-tiempo dedicado a ver la televisión por sus habitantes.

d) Longitud del trayecto recorrido en una línea de cercanías-precio del billete.

e) Peso de los alumnos de 1-º de Bachillerato-número de calzado que usan.

f) Toneladas de tomate recogidas en una cosecha-precio del kilo de tomate en el mercado.

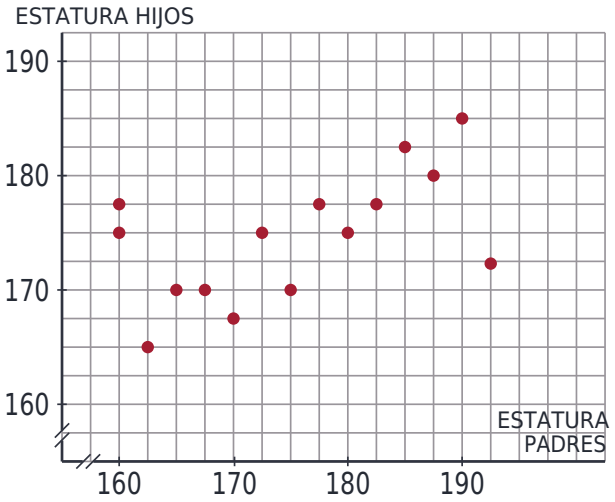
APARTADO 02

Nubes de puntos y correlación

7 actividades

004 ACTIVIDAD

En la siguiente gráfica, cada punto corresponde a un chico. La abscisa es la estatura de su padre, y la ordenada, su propia altura.



a) Identifica a Guille y Gabriel, hermanos de buena estatura, cuyo padre es bajito.

b) Identifica a Sergio, de estatura normalita, cuyo padre es un gigantón.

c) ¿Podemos decir que hay una cierta relación entre las estaturas de estos 15 chicos y las de sus padres?

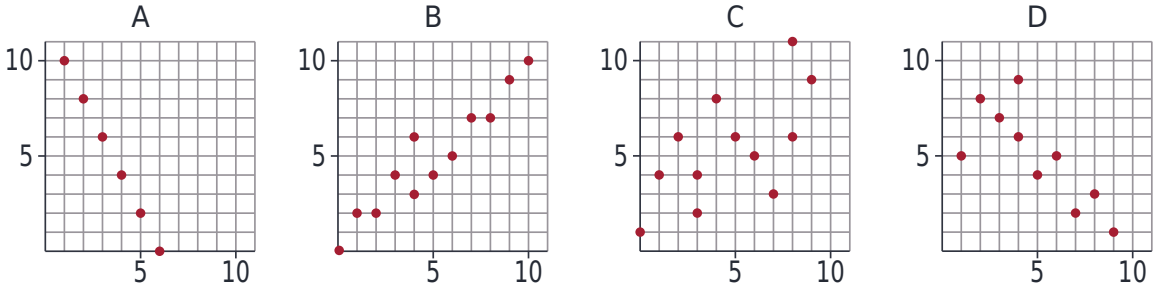
005 ACTIVIDAD

Diez países se ordenan según su renta per cápita (RPC) y su índice de natalidad (IN). Representa los datos, traza la recta de regresión y describe la correlación.

País	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
RPC	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IN	10	6	9	5	7	4	1	3	8	2

006 ACTIVIDAD

a) Traza, a ojo, la recta de regresión en cada una de estas distribuciones bidimensionales:



b) ¿Cuáles de ellas tienen correlación positiva y cuáles tienen correlación negativa?

c) Una de ellas presenta relación funcional. ¿Cuál es? ¿Cuál es la expresión analítica de la función que relaciona las dos variables?

d) Ordena de menor a mayor las correlaciones.

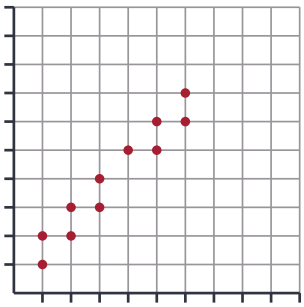
007 ACTIVIDAD

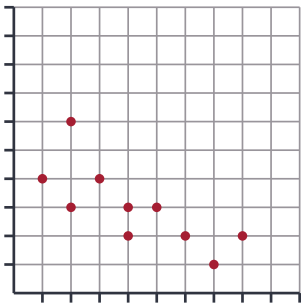
Los coeficientes de correlación de las distribuciones bidimensionales que aparecen a continuación son, en valor absoluto, los siguientes:

0,55 0,75 0,87 0,96

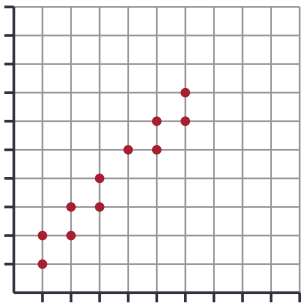
Asigna a cada uno el suyo, cambiando el signo cuando proceda:

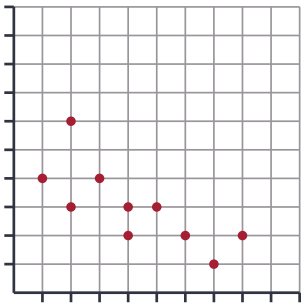
a) b)





a) b)





008 ACTIVIDAD

Representa la nube de puntos correspondiente a esta distribución y di cuánto vale el coeficiente de correlación.

x	1	2	3	4	5	6
y	10	8	6	4	2	0

009 ACTIVIDAD

Representa la nube de puntos de esta distribución y estima cuál de estos tres puede ser el coeficiente de correlación:

a) $r = 0{,}98$

b) $r = -0{,}87$

c) $r = 0{,}5$

x	0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	9
y	1	4	6	2	4	8	6	5	3	6	9

010 ACTIVIDAD

Las estaturas de 10 chicas y las de sus respectivas madres son:

x_i	158	162	164	165	168	169	172	172	174	178
y_i	163	155	160	161	164	158	175	169	166	172

Representa los valores, sobre papel cuadriculado, mediante una nube de puntos.

Traza a ojo la recta de regresión y di si la correlación es positiva o negativa y si es más o menos fuerte de lo que esperabas.

APARTADO 03

Parámetros bidimensionales

4 actividades

011 ACTIVIDAD

Calcula manualmente el coeficiente de correlación de estas dos distribuciones. Comprueba después el resultado con una calculadora en modo estadístico de dos variables.

Matemáticas	2	3	4	4	5	6	6	7	7	8	10	10
Filosofía	2	5	2	7	5	4	6	6	7	5	5	9

Distancia	1	2	3	4	5	6	7	8
Encestes	9	10	6	4	2	0	1	0

012 ACTIVIDAD

Dada la siguiente distribución bidimensional, calcula las medias, desviaciones típicas y covarianza. Obtén e interpreta el coeficiente de correlación y halla las dos rectas de regresión.

x	0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10
y	0	2	2	4	3	6	4	5	7	7	9	10

013 ACTIVIDAD

Para esta distribución: a) Organiza los pares de datos; b) calcula el coeficiente de correlación; c) representa la nube de puntos y la recta de regresión de Y sobre X.

x	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9
y	5	8	7	6	9	4	5	2	3	1

014 ACTIVIDAD

a) Representa la siguiente distribución bidimensional:

x	0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	9
y	1	4	6	2	4	8	6	5	3	6	9

b)Comprueba con la calculadora que sus parámetros son:

$\bar{x} = 4{,}4$ $\bar{y} = 4{,}9 \sigma_{xy} = 3{,}67$

$\sigma_x = 2{,}77$ $\sigma_y = 2{,}31$ $r = 0{,}57$

c) Halla las ecuaciones de las dos rectas de regresión, X sobre Y e Y sobre X, y represéntalas junto con la nube de puntos.

APARTADO 04

Rectas de regresión y estimación

8 actividades

015 ACTIVIDAD

Una distribución bidimensional en la que los valores de x son 12, 15, 17, 21, 22 y 25, tiene una correlación $r = 0{,}99$ y su recta de regresión es $y = 10{,}5 + 3{,}2x$.

Calcula $\hat{y}(13)$, $\hat{y}(20)$, $\hat{y}(30)$, $\hat{y}(100)$.

¿Cuáles de las estimaciones anteriores son fiables, cuál poco fiable y cuál no se debe hacer?

Expresa los resultados en términos adecuados. (Por ejemplo: $\hat{y}(13) = 52{,}1$. Para $x = 13$ es muy probable que el valor correspondiente de y sea próximo a 52).

016 ACTIVIDAD

El coeficiente de correlación de una distribución bidimensional es 0,87.

Si los valores de las variables se multiplican por 10, ¿cuál será el coeficiente de correlación de esta nueva distribución?

017 ACTIVIDAD

Hemos calculado la covarianza de una cierta distribución y ha resultado negativa.

Justifica por qué podemos afirmar que tanto el coeficiente de correlación como las pendientes de las dos rectas de regresión son números negativos.

018 ACTIVIDAD

¿Qué punto tienen en común las dos rectas de regresión?

019 ACTIVIDAD

¿Qué condición debe cumplir r para que las estimaciones hechas con la recta de regresión sean fiables?

020 ACTIVIDAD

Prueba que el producto de los coeficientes de regresión m_{yx} y m_{xy} es igual al cuadrado del coeficiente de correlación.

021 ACTIVIDAD

De una distribución bidimensional (x, y) conocemos los siguientes resultados:

• Recta de regresión de Y sobre X:

$$y = 8{,}7 - 0{,}76x$$

• Recta de regresión de X sobre Y:

$$y = 11{,}36 - 1{,}3x$$

a) Calcula el centro de gravedad de la distribución.

b) Halla el coeficiente de correlación.

022 ACTIVIDAD

La estatura media de 100 escolares de cierto curso de ESO es de 155 cm con una desviación típica de 15,5 cm.

La recta de regresión de la estatura respecto al peso es:

$$y = 80 + 1{,}5x \quad (x\text{: peso; } y\text{: estatura})$$

a) ¿Cuál es el peso medio de esos escolares?

b) ¿Cuál es el signo del coeficiente de correlación entre peso y estatura?

APARTADO 05

Problemas y tablas de doble entrada

9 actividades

023 ACTIVIDAD

La siguiente tabla muestra el número de gérmenes patógenos por centímetro cúbico de un determinado cultivo según el tiempo transcurrido:

N.° DE HORAS	0	1	2	3	4	5
N.° DE GÉRMENES	20	26	33	41	47	53

a) Calcula la recta de regresión para predecir el número de gérmenes por centímetro cúbico en función del tiempo.

b) ¿Qué cantidad de gérmenes por centímetro cúbico cabe esperar que haya a las 6 horas? ¿Es buena esta estimación?

024 ACTIVIDAD

La media de los pesos de los individuos de una población es de 65 kg, y la de sus estaturas, 170 cm. Sus desviaciones típicas son 5 kg y 10 cm. La covarianza es 40 kg · cm. Halla:

a) Coeficiente de correlación.

b)La recta de regresión de los pesos respecto de las estaturas.

c) Estima el peso de un individuo de 180 cm de estatura perteneciente a ese colectivo.

025 ACTIVIDAD

Se estudia la relación entre el número de habitaciones h de una vivienda y el número de personas p que viven en ella. Representa estos datos mediante una nube de puntos y calcula e interpreta el coeficiente de correlación.

h	2	2	3	3	4	4	4	5	5	5
p	1	2	2	3	3	4	5	4	5	6

026 ACTIVIDAD

La tabla adjunta relaciona el número atómico de varios metales con su densidad:

Elemento	K	Ca	Ti	V	Mn	Fe	Co	Ni
N-º atómico	19	20	22	23	25	26	27	28
Densidad	0,86	1,54	4,50	5,60	7,11	7,88	8,70	8,80

a) Representa los puntos y halla el coeficiente de correlación.

b)Mediante una recta de regresión, estima la densidad del cromo si su número atómico es 24: Cr (24).

c) Estima la densidad del escandio: Sc (21).

027 ACTIVIDAD

En una cofradía de pescadores, las capturas registradas de cierta variedad de pescados, en kilogramos, y el precio de subasta en lonja, en euros/kg, fueron los siguientes:

x (kg)	2 000	2 400	2 500	3 000	2 900	2 800	3 160
y (euros/kg)	1,80	1,68	1,65	1,32	1,44	1,50	1,20

a) ¿Cuál es el precio medio registrado?

b) Halla el coeficiente de correlación lineal e interprétalo.

c) Estima el precio que alcanzaría en lonja el kilo de esa especie si se pescasen 2 600 kg.

028 ACTIVIDAD

Durante 10 días, hemos realizado mediciones sobre el consumo de un coche (litros consumidos y kilómetros recorridos). Los datos obtenidos han sido los siguientes:

x (km)	100	80	50	100	10	100	70	120	150	220
y (l)	6,5	6	3	6	1	7	5,5	7,5	10	15

a) Halla el coeficiente de correlación y la recta de regresión de Y sobre X.

b) Si queremos hacer un viaje de 190 km, ¿qué cantidad de combustible debemos poner?

029 ACTIVIDAD

La evolución del IPC y de la tasa de inflación entre enero y junio de 1987 fue la siguiente. a) Representa la nube de puntos; b) calcula el coeficiente de correlación; c) ¿es fiable estimar la inflación a partir del IPC con estos datos?

Mes	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
IPC	0.7	1.1	1.7	2.0	1.9	1.9
Inflación	6.0	6.0	6.3	6.2	5.8	4.9

030 ACTIVIDAD

En una muestra de 64 familias se han estudiado el número de miembros en edad laboral, x, y el número de ellos que están en activo, y. Los resultados son los de la tabla. Calcula el coeficiente de correlación lineal entre ambas variables e interprétalo.

031 ACTIVIDAD

Una compañía discográfica ha recopilado la siguiente información sobre el número de conciertos dados, durante el verano, por 15 grupos musicales y las ventas de discos de estos grupos (expresados en miles de CD):

CD (x) \ CONCIERTOS (y)	10 - 30	30 - 40	40 - 80
1 - 5	3	0	0
5 - 10	1	4	1
10 - 20	0	1	5

a) Calcula el número medio de CD vendidos.

b) ¿Cuál es el coeficiente de correlación?

c) Obtén la recta de regresión de Y sobre X.

d) Si un grupo musical vende 18 000 CD, ¿qué número de conciertos se prevé que dé?

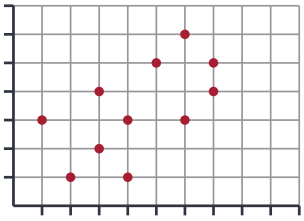
APARTADO 06

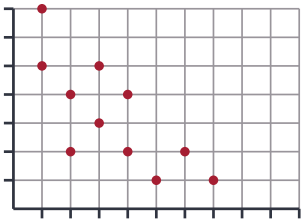
Repaso integrado

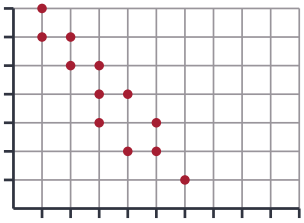
4 actividades

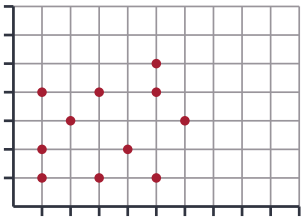
032 ACTIVIDAD

Observa estas distribuciones bidimensionales:

a) 

b) 

c) 

d) 

Asigna razonadamente uno de los siguientes coeficientes de correlación a cada gráfica:

0,2 –0,9 –0,7 0,6

033 ACTIVIDAD

Representa esta distribución bidimensional:

x	1	2	2	3	4	6	7	8	8	9
y	2	4	3	4	6	5	8	9	10	9

a) Calcula los parámetros $\bar{x}$, $\bar{y}$, σ_x, σ_y, σ_{xy}.

b) Halla el coeficiente de correlación.

c) Halla la recta de regresión de Y sobre X.

d) Estima el valor de y para $x = 5$ y para $x = 10$. ¿Son "buenas" estas estimaciones?

034 ACTIVIDAD

La recta de regresión de Y sobre X de una cierta distribución bidimensional es $y = 1{,}6x - 3$. Sabemos que $\bar{x} = 10$ y $r = 0{,}8$.

a) Calcula $\bar{y}$.

b) Estima el valor de y para $x = 12$ y para $x = 50$. ¿Qué estimación te parece más fiable?

035 ACTIVIDAD

El consumo de energía per cápita y en miles de kWh y la renta per cápita x en miles de euros de seis países son:

	A	B	C	D	E	F
x	11,1	8,5	11,3	4,5	9,9	6,5
y	5,7	5,0	5,1	2,7	4,6	3,1

a) Calcula la recta de regresión de Y sobre X.

b) Halla el coeficiente de correlación entre el consumo y la renta.

c) ¿Qué predicción podemos hacer sobre el consumo de energía per cápita de un país cuya renta per cápita es de 4,4 miles de euros?

Resolución

COMPRUEBA TUS RESPUESTAS

Solucionario

Busca el código de cada actividad. En las preguntas abiertas se ofrece una respuesta orientativa.

01 · Relación entre variables

001 SOLUCIÓN

Correlación positiva.

- Temperatura a la que calentamos una barra de hierro – longitud alcanzada.

  Funcional.

  Correlación negativa.

  Correlación negativa.

  Funcional.

- Número de personas que viven en cada casa – coste del recibo de la luz.

  Correlación positiva.

  Correlación positiva.

  Correlación negativa.

002 SOLUCIÓN

a) 4,5 m

b) Altura = $\frac{F}{20} - 1$ para $F \geq 20$

Obtención física de la fórmula:

La fórmula en la que se basa todo el desarrollo posterior es:

$$v = \sqrt{2ad}$$

donde v: Aumento de la velocidad en el tramo d.

a: Aceleración constante con la que se mueve el móvil.

d : Espacio que recorre con la aceleración a.

Así, la velocidad con que sale de la mano es:

$$v_s = \sqrt{2a\ 1} = \sqrt{2a}$$

Además:

$$F = m\,(a + g) \rightarrow a = \frac{F}{m} - g = \frac{F}{2} - 10$$

Luego:

$$v_s = \sqrt{2\left(\frac{F}{2} - 10\right)} = \sqrt{F - 20}$$

Por otra parte, si se deja caer una piedra desde una altura h, adquiere una velocidad:

$$v_s = \sqrt{2gh}$$

O bien, si se empuja una piedra hacia arriba de modo que salga con una velocidad v_s, alcanza una altura h.

En este caso:

$$v_s = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot h} = \sqrt{20h}$$

Igualando:

$$\sqrt{F - 20} = \sqrt{20h} \rightarrow h = \frac{F}{20} - 1$$

Para que $h \geq 0$, debe ser $F \geq 20$.

003 SOLUCIÓN

a) Renta (€), gasto (€).

Correlación positiva.

b) Relación funcional.

c) Relación estadística. Seguramente muy débil. Positiva (¿cabe pensar que cuanto más llueva más tiempo pasarán en casa y, por tanto, más verán la televisión?).

d) Aunque lo parezca a priori, seguramente la relación no es funcional. Es una correlación positiva fuerte.

e) Correlación positiva.

f) Correlación negativa (cuanto mayor sea la cosecha, más baratos están los tomates).

02 · Nubes de puntos y correlación

004 SOLUCIÓN

a) Guille y Gabriel están representados por los puntos (160, 175) y (160; 177,5)

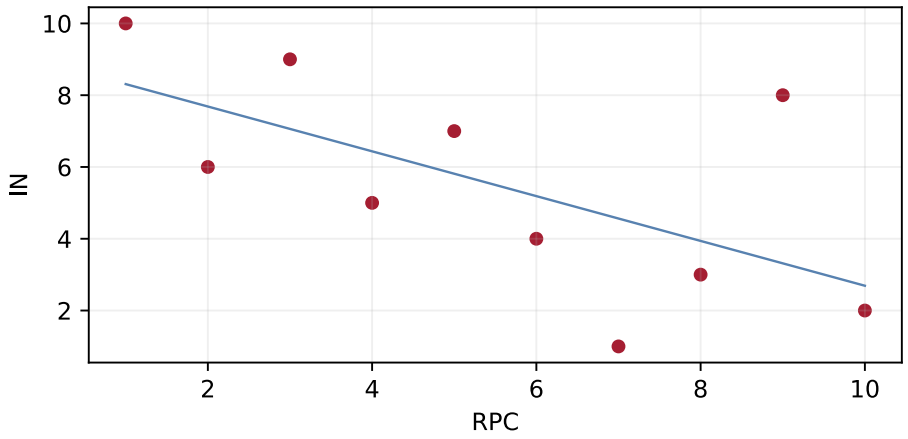
b) Sergio está representado por el punto (192,5; 172,5).

c) En general, sí.

---

005 SOLUCIÓN

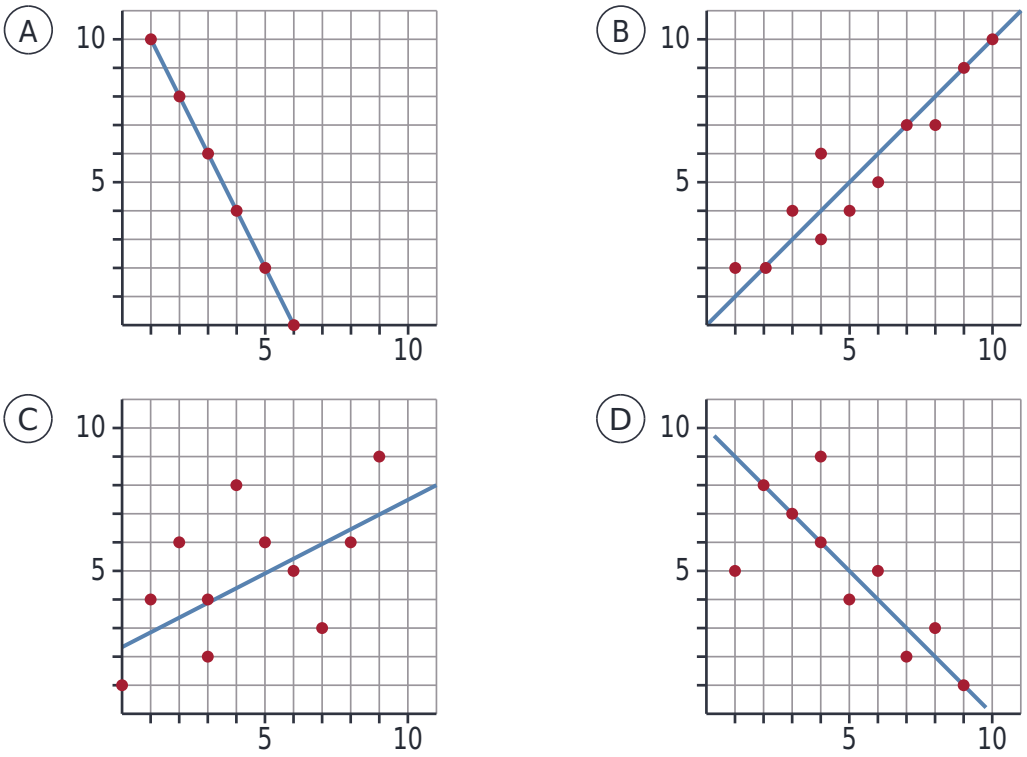
r ≈ -0,6242; la relación es negativa y de intensidad moderada, Recta de regresión: IN ≈ 8,9333 -0,6242·RPC,



---

006 SOLUCIÓN

a)



b) B y C tienen correlación positiva; A y D, negativa.

c) La A es relación funcional: $y = 12 - 2x$.

d) C, D, B, A (prescindiendo del signo).

---

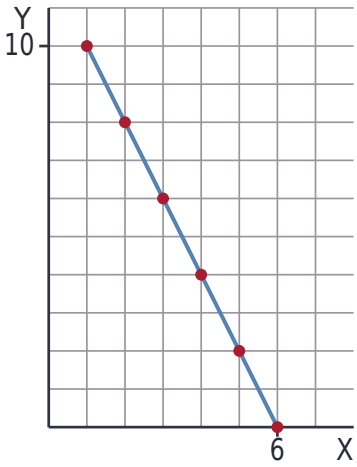
007 SOLUCIÓN

a) $r = 0{,}96$ b) $r = -0{,}75$ c) $r = 0{,}55$ d) $r = -0{,}87$

---

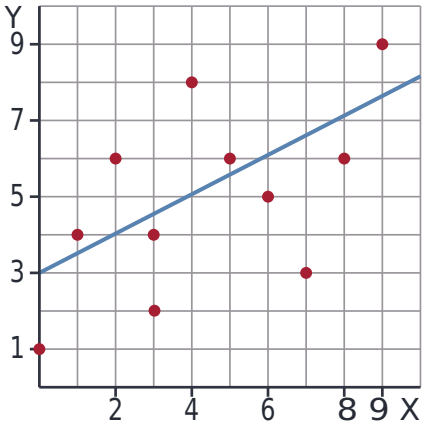
008 SOLUCIÓN

El coeficiente de correlación vale –1.



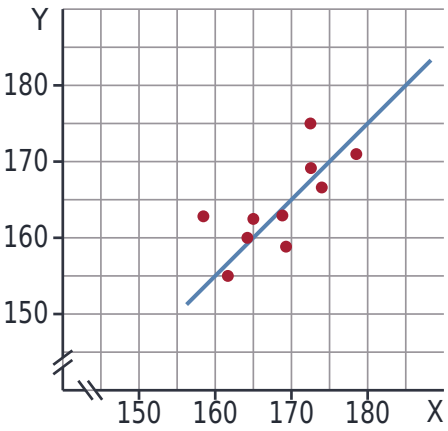
009 SOLUCIÓN

c) r = 0,5



010 SOLUCIÓN

La correlación es positiva y fuerte.



03 · Parámetros bidimensionales

011 SOLUCIÓN

Matemáticas–Filosofía: $\bar{x} = 6{,}0000$; $\bar{y} = 5{,}2500$; $\sigma_x = 2{,}4495$; $\sigma_Y = 1{,}9203$; $\sigma_{xY} = 2{,}7500$; $r = 0{,}5846$.

Distancia–Encestes: $\bar{x} = 4{,}5000$; $\bar{y} = 4{,}0000$; $\sigma_x = 2{,}2913$; $\sigma_Y = 3{,}7081$; $\sigma_{xY} = -8{,}0000$; $r = -0{,}9416$.

Se utiliza $r = \sigma_{xY}/(\sigma_x\sigma_Y)$. La primera relación es positiva; la segunda es negativa y más intensa.

---

012 SOLUCIÓN

$n = 12, \quad \Sigma x = 59 \quad \Sigma y = 59$

$\Sigma x^2 = 401 \quad \Sigma y^2 = 389 \quad \Sigma xy = 390$

a) $\bar{x} = 4{,}92 \quad \bar{y} = 4{,}92$

$\sigma_x = 3{,}04 \quad \sigma_y = 2{,}87 \quad \sigma_{xy} = 8{,}33$

b) $r = \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y} = 0{,}95$. Se trata de una correlación fuerte y positiva.

c) Recta de regresión de Y sobre X:

$$\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = 0{,}90 \rightarrow y = 4{,}92 + 0{,}9(x - 4{,}92)$$

Recta de regresión de X sobre Y:

$$\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2} = 1{,}01 \rightarrow y = 4{,}92 + \frac{1}{1{,}01}(x - 4{,}92) \rightarrow y = 4{,}92 + 0{,}99(x - 4{,}92)$$

---

013 SOLUCIÓN

$\bar{x} = 4{,}9000$; $\bar{y} = 5{,}0000$; $\sigma_x = 2{,}4678$; $\sigma_Y = 2{,}4495$; $\sigma_{xY} = -4{,}6000$; $r = -0{,}7610$.

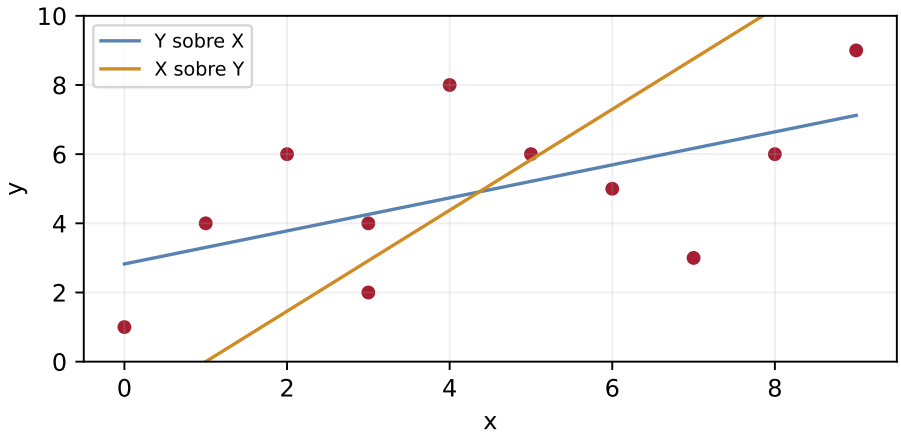
La pendiente es $-4{,}6/6{,}09 \approx -0{,}755337$. La ordenada en el origen es $5 - (-4{,}6/6{,}09)\cdot 4{,}9 \approx 8{,}701149$. Por tanto, $\hat{y} \approx \mathbf{8{,}7011 - 0{,}7553x}$. La correlación es negativa.

---

014 SOLUCIÓN

Con los datos sin redondear: $\bar{x} = 4{,}3636$; $\bar{y} = 4{,}9091$; $\sigma_x = 2{,}7724$; $\sigma_Y = 2{,}3142$; $\sigma_{xY} = 3{,}6694$; $r = 0{,}5719$.

Regresión de Y sobre X: $\hat{y} = 4{,}9091 + 0{,}4774(x - 4{,}3636)$,
Regresión de X sobre Y: $\hat{x} = 4{,}3636 + 0{,}6852(y - 4{,}9091)$,



04 · Rectas de regresión y estimación

015 SOLUCIÓN

$$\hat{y}(13) = 52{,}1; \quad \hat{y}(20) = 74{,}5; \quad \hat{y}(30) = 106{,}5; \quad \hat{y}(100) = 330{,}5$$

Son fiables $\hat{y}(13)$ e $\hat{y}(20)$, porque 13 y 20 están en el intervalo de valores utilizados para obtener la recta de regresión.

$\hat{y}(30)$ es menos fiable, pues 30 está fuera del intervalo, aunque cerca de él.

$\hat{y}(100)$ es una estimación nada fiable, pues 100 está muy lejos del intervalo [12, 25].

016 SOLUCIÓN

El mismo, puesto que r no depende de las unidades; es adimensional.

017 SOLUCIÓN

Hay que tener en cuenta que $r = \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\,\sigma_y}$; $m_{yx} = \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}$; $m_{xy} = \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2}$ y que $\sigma_x \geq 0$, $\sigma_y \geq 0$ siempre.

Luego r, m_{yx}, m_{xy} tienen el mismo signo que σ_{xy}. (Además, suponemos $\sigma_x \neq 0$ y $\sigma_y \neq 0$.)

018 SOLUCIÓN

El centro de gravedad de la distribución, $(\bar{x}, \bar{y})$.

019 SOLUCIÓN

$|r|$ debe estar próximo a 1.

020 SOLUCIÓN

$$m_{yx} \cdot m_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} \cdot \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2} = \left(\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\,\sigma_y}\right)^2 = r^2$$

021 SOLUCIÓN

a) El centro de gravedad es la intersección de las dos rectas: $8{,}7 - 0{,}76x = 11{,}36 - 1{,}3x$. Así, $\bar{x} = 2{,}66/0{,}54 \approx 4{,}9259$ y $\bar{y} \approx 4{,}9563$.

b) Las pendientes de regresión son $m_{yx} = -0{,}76$ y $m_{xy} = -1/1{,}3$. Por tanto, $r^2 = 0{,}76/1{,}3$ y, como la relación es decreciente, **$r \approx -0{,}7646$**.

022 SOLUCIÓN

a) La recta de regresión es:

$$y = \bar{y} + m\,(x - \bar{x}) = 155 + 1{,}5(x - \bar{x}) = 155 + 1{,}5x - 1{,}5\bar{x} = (155 - 1{,}5\bar{x}) + 1{,}5x =$$

$$= 80 + 1{,}5x \;\longrightarrow\; 155 - 1{,}5\bar{x} = 80 \;\rightarrow\; \bar{x} = 50 \text{ kg}$$

b) Positivo (igual que el signo de la pendiente de la recta de regresión).

05 · Problemas y tablas de doble entrada

023 SOLUCIÓN

a) $y = 19{,}81 + 6{,}74x$, donde: $x \to$ número horas, $y \to$ número de gérmenes

b) $\hat{y}(6) = 60{,}25 \approx 60$ gérmenes.

Es una buena predicción, puesto que $r = 0{,}999$ (y 6 está cercano al intervalo de valores considerado).

---

024 SOLUCIÓN

a) $r = 0{,}8$

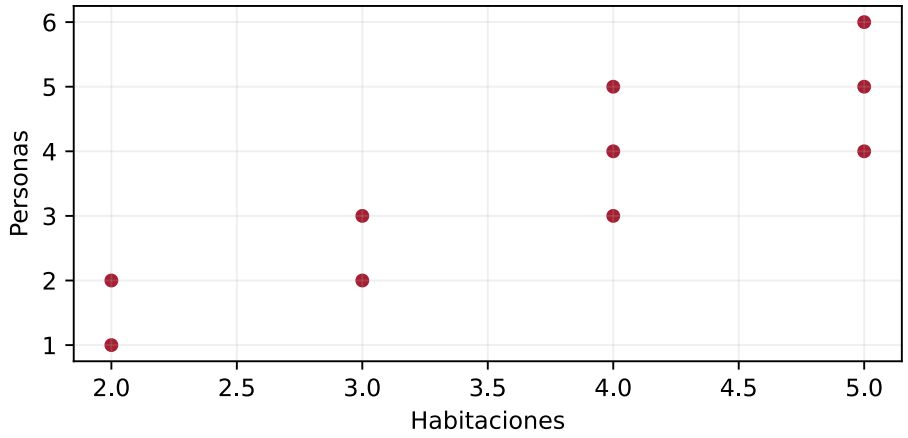
b) $y = 65 + 0{,}4\,(x - 170) = 0{,}4x - 3 \to \begin{cases} x: \text{ estaturas en cm} \\ y: \text{ pesos en kg} \end{cases}$

c) $\hat{y}(180) = 69$ kg

---

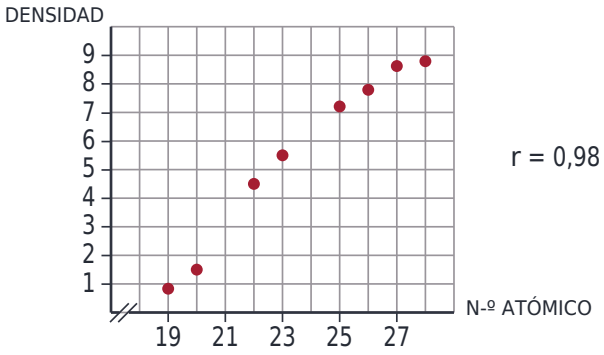
025 SOLUCIÓN

$\bar{x} = 3{,}7000$; $\bar{y} = 3{,}5000$; $\sigma_x = 1{,}1000$; $\sigma_y = 1{,}5000$; $\sigma_{xy} = 1{,}4500$; $r = 0{,}8788$. La correlación es positiva y fuerte: las viviendas con más habitaciones tienden a tener más habitantes.



026 SOLUCIÓN

a)



b) y c) $\hat{y} = -16{,}5 + 0{,}93x$ $\hat{y}(24) = 5{,}86$ $\hat{y}(21) = 3{,}06$

Las densidades del Cr y del Sc son, aproximadamente, 5,86 y 3,01. (Los valores reales de estas densidades son 7,1 y 2,9.)

---

027 SOLUCIÓN

a) $\bar{y} = 1{,}51$ euros

b) $r = -0{,}97$. La relación entre las variables es fuerte y negativa. A mayor cantidad de pescado, menor es el precio por kilo.

c) La recta de regresión es $y = 2{,}89 - 0{,}0005x$.

$\hat{y}(2\,600) = 1{,}59$ euros.

---

028 SOLUCIÓN

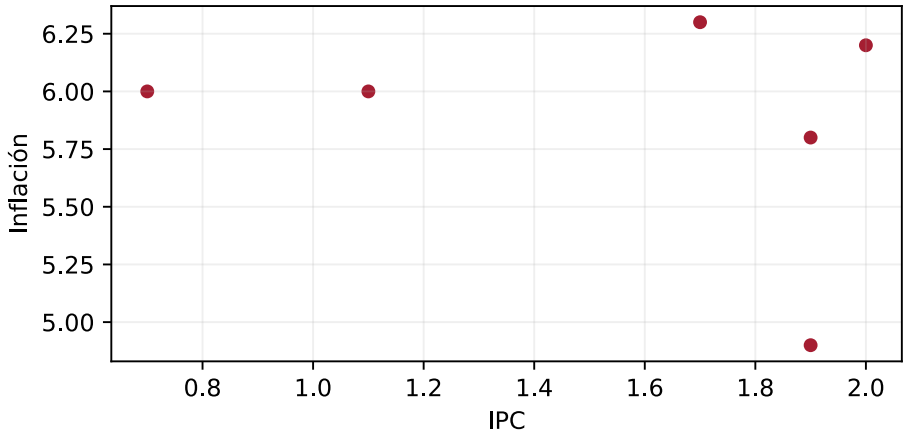
a) $r = 0{,}99$; $y = 0{,}157 + 0{,}066x$

b) $\hat{y}(190) = 12{,}697$ litros. Debemos poner, como mínimo, unos 13 litros.

---

029 SOLUCIÓN

r ≈ -0,2401, La asociación lineal es débil, por lo que no resulta fiable utilizar esta recta para estimar la inflación a partir del IPC,



030 SOLUCIÓN

r = 0,31. La relación entre las variables es débil.

x \ y	1	2	3
1	6	0	0
2	10	2	0
3	12	5	1
4	16	8	4

031 SOLUCIÓN

x ⟶ CD; y ⟶ Conciertos

a) $\bar{x} = 9,6 \approx 10$

b) r = 0,814

c) y = 13,51 + 2,86x

d) $\hat{y}(18) = 64,99 \approx 65$ conciertos

06 · Repaso integrado

032 SOLUCIÓN

La correlación de a) es positiva, y las de b) y c), negativas. En d) no se aprecia correlación. La correlación de c) es más fuerte que la de b). Por tanto:

a) → 0,6

b) → –0,7

c) → –0,9

d) → 0,2

033 SOLUCIÓN

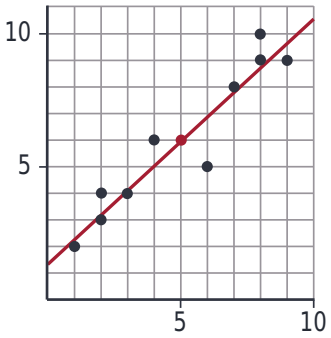
a) $\bar{x} = 5$, $\bar{y} = 6$

$\sigma_x = 2{,}8$; $\sigma_y = 2{,}7$; $\sigma_{xy} = 7{,}1$

b) $r = 0{,}95$

c) $y = 0{,}91x + 1{,}45$

d) $\hat{y}(5) = 6$, $\hat{y}(10) = 10{,}55$



Las estimaciones son muy fiables porque $r = 0{,}95$ es un valor muy alto. Si se tratase de "notas" (de 0 a 10), la segunda estimación habría que "hacerla real" y darle el valor 10.

034 SOLUCIÓN

a) Puesto que la recta pasa por $(\bar{x}, \bar{y})$:

$\bar{y} = 1{,}6\bar{x} - 3 = 1{,}6 \cdot 10 - 3 = 13$

b) $\hat{y}(12) = 1{,}6 \cdot 12 - 3 = 16{,}2$

$\hat{y}(50) = 1{,}6 \cdot 50 - 3 = 77$

La primera estimación es aceptable por ser 12 próximo a $\bar{x} = 10$ (carecemos de información sobre los valores que toma x). La segunda estimación es muy poco significativa, pues 50 se separa demasiado de $\bar{x}$.

---

035 SOLUCIÓN

$\bar{x} = 8{,}63,\ \bar{y} = 4{,}37$

$\sigma_x = 2{,}46,\ \sigma_y = 1{,}09,\ \sigma_{xy} = 2{,}51$

a) Recta de regresión de Y sobre X:

$$y = 4{,}37 + \frac{2{,}51}{2{,}46^2}(x - 8{,}63) \rightarrow y = 0{,}79 + 0{,}41x$$

b) Coeficiente de correlación:

$$r = \frac{2{,}51}{1{,}09 \cdot 2{,}46} = 0{,}93$$

c) Para $x = 4{,}4$, estimamos el valor de y:

$\hat{y}(4{,}4) = 0{,}79 + 0{,}41 \cdot 4{,}4 = 2{,}59$

Se le estima un consumo de energía de 2,59 miles de Kw/h por habitante.
