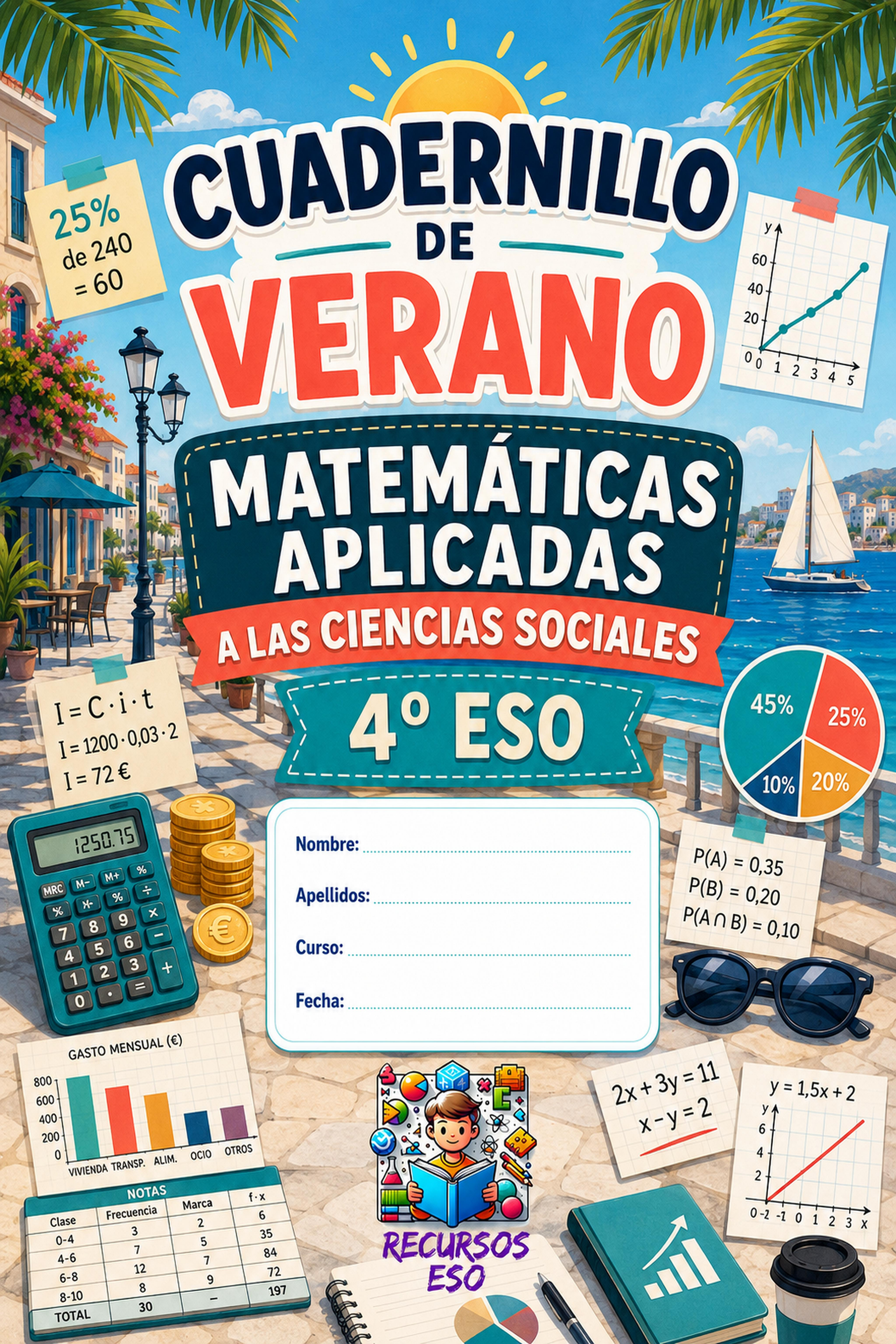

CUADERNILLO
DE
VERANO
MATEMÁTICAS
APLICADAS
A LAS CIENCIAS SOCIALES
4º ESO
Nombre:
Apellidos:
Curso:
Fecha:
RECURSOS
ESO
25%
de 240
= 60
I = C · i · t
I = 1200 · 0,03 · 2
I = 72 €
1250.75
P(A) = 0,35
P(B) = 0,20
P(A ∩ B) = 0,10
45%
25%
10%
20%
GASTO MENSUAL (€)
VIVIENDA
TRANSP.
ALIM.
OCIO
OTROS
2x + 3y = 11
x − y = 2
y = 1,5x + 2
NOTAS
Clase
Frecuencia
Marca
f · x
0-4
4-6
6-8
8-10
TOTAL

Índice del cuadernillo

Matemáticas aplicadas (CCSS) · 4.º ESO

CONSEJO

Este cuadernillo repasa las Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales de 4.º de ESO, muy centradas en lo práctico: proporcionalidad, porcentajes, interés bancario, geometría de la vida real, funciones, estadística y probabilidad. Los juegos siguen validados con solución única.

¿Cómo uso este cuadernillo?

Lee esto antes de empezar

Este cuadernillo repasa **Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas de 4.º de ESO**. Es un curso muy práctico: encontrarás muchos problemas de la vida real (compras, presupuestos, préstamos, descuentos, planos, encuestas) además de la técnica de cálculo. Cada sección trae teoría esencial, ejercicios variados, retos de razonamiento y juegos. El solucionario completo está al final.

Matemática financiera
Porcentajes, interés simple y compuesto: las mates del dinero.

Geometría útil
Escalas, Tales, Pitágoras y volúmenes para medir el mundo real.

Datos y azar
Estadística, correlación y probabilidad para interpretar la realidad.

Los colores de cada sección:

Color	¿Qué encontrarás?
Rojo	Números reales, potencias y notación científica
Amarillo	Proporcionalidad, porcentajes e interés bancario
Morado	Álgebra: polinomios, ecuaciones y sistemas
Rojo teja claro	Geometría: semejanza, Pitágoras, cuerpos y volúmenes
Verde azulado	Funciones, estadística y probabilidad
Coral	Juegos matemáticos

RECUERDA

En los problemas de la vida real, el paso más importante es el último: pregúntate siempre si el resultado es razonable. Un préstamo no puede salir negativo ni un descuento mayor que el precio.

1 Números reales e intervalos

El mapa completo de los números

RECUERDA

Los **reales (R)** incluyen racionales (fracciones: decimales exactos o periódicos) e **irracionales** (decimales infinitos NO periódicos: √2, π). Un **intervalo** es un tramo de la recta: (a, b) abierto, [a, b] cerrado. Para aproximar, usa el **redondeo**; el **error absoluto** es |valor real – aproximado| y el **relativo** es el absoluto dividido entre el valor real.

1 **Clasifica** cada número (racional o irracional) y marca a qué conjuntos pertenece (N, Z, Q, R).

Número	N	Z	Q	R	¿Racional/irracional?
5					
–3/4					
√2					
0,25					
π					
√16					

2 **Fracción a decimal y viceversa.** Completa.

a) 3/8 = ______ b) 7/20 = ______ c) 0,4 = ______ (fracción) d) 0,777… = ______

3 **Intervalos.** Escribe cada conjunto como intervalo.

Descripción	Intervalo
Números entre 1 y 6, ambos incluidos	
Números mayores que –2 (sin incluirlo)	
Números x con –3 ≤ x < 5	
Temperaturas de 0 a 40 grados, ambas incluidas	

4 **Verdadero o falso.** Corrige las falsas.

	Afirmación	V	F
a	Todo número decimal periódico es racional	■	■
b	√2 se puede escribir como una fracción exacta	■	■
c	El 0 es un número entero	■	■
d	Entre 1 y 2 no hay ningún número real	■	■

5 **Aproximación y error.** Redondeamos π ≈ 3,14 (valor real 3,14159…). Calcula.

a) El error absoluto (a 5 decimales).

b) El error relativo (en porcentaje).

6 **Ordena de menor a mayor** situándolos en la recta real.

√2 1,5 3/2 1,42 √3

7 **Problema de aproximación real.** Resuelve.

Problema

El presupuesto de una obra es de 48.750 €. a) Redondéalo a los millares para dar una cifra aproximada en una noticia. b) ¿Qué error absoluto se comete con ese redondeo?

8 **Clasifica y sitúa.** Di si cada número es racional o irracional y entre qué enteros consecutivos está.

Número	¿Racional/irracional?	Entre los enteros…
$\sqrt{7}$		
$\sqrt{10}$		
13/4		
$\sqrt{(9/4)}$		

9 **Unión e intersección de intervalos.** Con A = [1, 5] y B = (3, 8), calcula.

a) A ∩ B = _______________ **b) A ∪ B =** _______________

10 **Aproximación en la compra.** En el súper, la cuenta es de 37,68 €. a) Redondea a los euros. b) Redondea a las decenas de euro. c) ¿Qué redondeo es más preciso? Justifica con el error absoluto.

2 Potencias, raíces y notación científica

Números gigantes y diminutos

RECUERDA

Exponente negativo: $a^{-n} = 1/a^n$. Propiedades: producto → suma de exponentes; cociente → resta; potencia de potencia → producto. **Notación científica**: $N = a \cdot 10^n$ con $1 \leq a < 10$. Para multiplicar, multiplica las partes y suma exponentes; para dividir, resta.

1 **Calcula** las potencias.

a) 2^{-3} = ______ b) $(1/2)^{-2}$ = ______ c) 5^0 = ______ d) 10^{-4} = ______

2 **Expresa como una sola potencia.**

a) $3^5 \cdot 3^{-2}$ = ______ b) $7^8 : 7^6$ = ______ c) $(2^3)^2$ = ______

3 **Escribe en notación científica.**

Cantidad	Notación científica
Deuda pública: 1.500.000.000.000 €	
Grosor de un cabello: 0,00007 m	
Población mundial: 8.100.000.000	
Masa de un virus: 0,0000000001 g	

4 **Opera en notación científica.**

a) $(3 \cdot 10^5) \cdot (2 \cdot 10^{-2})$ = _______________

b) $(8 \cdot 10^6) : (4 \cdot 10^2)$ = _______________

5 **Raíces.** Calcula la raíz exacta o entera con resto.

a) $\sqrt{144}$ = ______ b) $\sqrt{196}$ = ______ c) $\sqrt{50}$ → entera ______ resto ______ d) raíz cúbica de 27 = ______

6 **Problema con notación científica.** Resuelve.

Problema

Una empresa tecnológica tiene un valor de $2{,}4 \cdot 10^{11}$ € y cuenta con $8 \cdot 10^4$ empleados. ¿Cuál es el valor de la empresa por empleado? Expresa el resultado en notación científica y en euros.

7 **Encuentra el error.** Nadia escribe: «$45 \cdot 10^3$ está en notación científica». ¿Es correcto? Justifica y corrige.

8 **Propiedades de las potencias.** Reduce a una sola potencia.

a) $(2^4 \cdot 2^3) : 2^5$ = ______ b) $(5^2)^3 : 5^4$ = ______

9 **Distancias astronómicas.** La luz recorre $3 \cdot 10^5$ km en un segundo. a) ¿Cuánto recorre en un minuto (60 s)? b) La distancia Tierra-Sol es de unos $1{,}5 \cdot 10^8$ km: ¿cuántos segundos tarda la luz en llegar? (Redondea.)

10 **Raíces y potencias mezcladas.** Calcula.

a) $\sqrt{(2^4)}$ = ______ b) $\sqrt{25} + \sqrt{9}$ = ______ c) $\sqrt{(100 \cdot 4)}$ = ______ d) $3^2 \cdot \sqrt{4}$ = ______

3 Proporcionalidad y repartos

Cuando las magnitudes se relacionan

RECUERDA

Directa: al multiplicar una magnitud, la otra se multiplica igual (regla de tres en cruz). **Inversa**: al multiplicar una, la otra se divide (más obreros, menos días; se multiplica en línea). **Reparto directamente proporcional**: divide el total entre la suma de las partes y multiplica.

1 **Clasifica**: ¿directa (D), inversa (I) o ninguna (N)?

Situación	D / I / N
Kilos de fruta y precio a pagar	
Número de pintores y tiempo para pintar una valla	
Velocidad de un coche y tiempo para un trayecto fijo	
Edad de una persona y su altura	

2 **Regla de tres directa.** Resuelve.

Problema

Con 15 litros de gasolina un coche recorre 210 km. ¿Cuántos kilómetros recorrerá con 25 litros? ¿Y cuántos litros necesita para 350 km?

3 **Regla de tres inversa.** Resuelve.

Problema

Tres máquinas embotellan un pedido en 8 horas. ¿Cuánto tardarían 4 máquinas iguales trabajando a la vez?

4 **Reparto proporcional.** Resuelve.

Problema

Tres amigos compran un boleto de lotería poniendo 4 €, 6 € y 10 €. Ganan un premio de 3.000 € y lo reparten proporcionalmente a lo aportado. ¿Cuánto recibe cada uno?

5 **Encuentra el error.** «Si 2 grifos llenan una piscina en 6 horas, 4 grifos la llenan en 12 horas.» ¿Qué falla? Da la respuesta correcta.

6 **Proporcionalidad compuesta.** Resuelve paso a paso.

Problema

5 operarios fabrican 300 piezas en 4 días. ¿Cuántas piezas fabricarán 8 operarios en 6 días (al mismo ritmo)?

7 **La receta.** Una receta para 4 personas lleva 300 g de harina, 6 huevos y 200 ml de leche. Calcula las cantidades para 6 personas.

8 **Reparto inversamente proporcional.** Un premio de 1.300 € se reparte entre tres corredores de forma inversamente proporcional a su tiempo (menos tiempo, más premio). Los tiempos son 2, 3 y 6 horas. (Pista: reparte proporcionalmente a 1/2, 1/3, 1/6.)

4 Porcentajes e interés bancario

Las matemáticas del dinero

Abc

RECUERDA

Parte = total × (%/100). **Aumento**: ×(1 + %); **descuento**: ×(1 – %). **Interés simple**: I = C·r·t/100 (C capital, r rédito anual, t años). **Interés compuesto**: el capital final es $C_f = C\cdot(1 + r/100)^t$, porque cada año los intereses se suman al capital y generan nuevos intereses.

1 **Cálculo rápido.** Completa mentalmente.

	10% de 350	25% de 80	50% de 46	15% de 200	5% de 300
Resultado					

2 **Los tres problemas del porcentaje.** Resuelve.

a) En una tienda, el 35% de 240 artículos está rebajado. ¿Cuántos son? (la parte)

b) 72 socios votaron a favor, que son el 40% del total. ¿Cuántos socios hay?

c) De 250 encuestados, 90 usan transporte público. ¿Qué porcentaje es?

3 **Aumentos y descuentos encadenados.** Resuelve y razona.

Problema

Un ordenador cuesta 800 €. Primero le aplican un descuento del 15% y, sobre el precio rebajado, hay que añadir el 21% de IVA. ¿Cuál es el precio final?

4 **Interés simple.** Calcula.

a) Interés que producen 5.000 € al 3% anual durante 4 años.

b) Capital final tras esos 4 años.

5 **Interés compuesto.** Resuelve con la fórmula.

Problema

Depositas 2.000 € en un banco al 5% anual con interés compuesto. a) ¿Cuánto tendrás al cabo de 3 años? ($1{,}05^3 = 1{,}157625$) b) ¿Cuánto habrías tenido con interés simple? c) ¿Cuál es la diferencia?

6 **Encuentra el error.** «Una prenda sube un 20% y luego baja un 20%, así que vuelve a costar lo mismo.» Comprueba con un precio de 100 € y explica.

7 **Compara ofertas.** El mismo móvil en tres tiendas: A) 300 € con 10% de descuento; B) 320 € con 15% de descuento; C) 280 € sin descuento. ¿Dónde sale más barato? Justifica con cálculos.

8 **El préstamo.** Pides un préstamo de 3.000 € al 4% de interés simple anual, a devolver en 2 años. a) ¿Cuánto pagarás de intereses? b) ¿Cuánto devolverás en total? c) ¿Cuál sería la cuota mensual si repartes el total en 24 meses?

9 **Interés compuesto a más años.** Inviertes 1.000 € al 10% anual compuesto. Completa la tabla del capital acumulado.

Año	Capital al final del año
1	
2	
3	

5 Polinomios y factorización

El lenguaje del álgebra

RECUERDA

Identidades notables: $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$; $(a–b)^2 = a^2–2ab+b^2$; $(a+b)(a–b) = a^2–b^2$. La **regla de Ruffini** divide entre (x–a) con los coeficientes; el **resto** de dividir P(x) entre (x–a) es P(a). Para **factorizar**: 1.º factor común, 2.º identidades notables, 3.º Ruffini.

1 **Opera.** Calcula y reduce.

a) $(2x^2 – 3x + 1) + (x^2 + 5x – 4)$ = _______________

b) $(3x^2 – x) – (x^2 + 2x – 5)$ = _______________

c) $3x \cdot (x^2 – 2x + 4)$ = _______________

d) $(x + 3)(x – 2)$ = _______________

2 **Identidades notables.** Desarrolla.

a) $(x + 4)^2$ = _______________ **b) $(2x – 3)^2$ =** _______________

c) $(x + 6)(x – 6)$ = _______________ **d) $(3x + 1)^2$ =** _______________

3 **Factoriza.** Usa factor común o identidades notables.

a) $x^2 – 25$ = _______________ **b) $x^2 + 8x + 16$ =** _______________

c) $2x^2 – 6x$ = _______________ **d) $x^2 – 10x + 25$ =** _______________

4 **Regla de Ruffini.** Divide $(x^3 – 2x^2 – x + 2) : (x – 1)$ e indica cociente y resto.

5 **Teorema del resto.** SIN dividir, calcula el resto.

a) $(x^3 + 2x – 5) : (x – 2)$

b) (x■ – 3x + 1) : (x + 1)

6 **Encuentra el error.** Marcos escribe «$(x+5)^2 = x^2 + 25$». ¿Qué término ha olvidado? Corrige.

7 **Valor numérico.** Para $P(x) = 2x^2 – 3x + 1$, calcula.

a) P(0) = _______ **b) P(2) =** _______ **c) P(–1) =** _______

8 **Factoriza con Ruffini.** Factoriza $x^3 – 6x^2 + 11x – 6$ sabiendo que x = 1 es raíz.

6 Ecuaciones de primer y segundo grado

Encontrar la incógnita

RECUERDA

Ecuación de **2.º grado**: $ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = [-b \pm \sqrt{(b^2-4ac)}] : 2a$. El **discriminante** $\Delta = b^2-4ac$: si $\Delta>0$ dos soluciones, $\Delta=0$ una, $\Delta<0$ ninguna. **Incompletas**: si c=0, factor común; si b=0, despeja x^2. ¡Comprueba siempre sustituyendo!

1 **De primer grado.** Resuelve.

a) $3(x - 2) = x + 8$

b) $x/2 + x/3 = 10$

2 **Incompletas de segundo grado.** Resuelve sin la fórmula.

a) $3x^2 - 27 = 0$ **b)** $x^2 + 5x = 0$ **c)** $2x^2 = 0$ **d)** $x^2 - 100 = 0$

3 **Con la fórmula general.** Resuelve.

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$

b) $x^2 + 2x - 8 = 0$

4 **El discriminante.** SIN resolver, di cuántas soluciones tiene cada ecuación.

Ecuación	$\Delta = b^2 - 4ac$	N.º de soluciones
$x^2 - 6x + 9 = 0$		
$x^2 - 6x + 5 = 0$		
$x^2 - 6x + 10 = 0$		

5 **Problema con ecuación de 2.º grado.** Plantea y resuelve.

Problema

El producto de dos números naturales consecutivos es 56. ¿Qué números son? (Descarta la solución negativa.)

6 **Problema geométrico.** Un rectángulo tiene 40 cm^2 de área y su largo mide 3 cm más que su ancho. Halla sus dimensiones.

7 **Encuentra el error.** Para resolver $x^2 = 4x$, Lía divide entre x y responde «$x = 4$». ¿Qué solución ha perdido?

8 **Problema de edades.** La edad de un padre es el triple que la de su hijo. Dentro de 10 años será el doble. ¿Qué edad tienen ahora? (Plantea con una incógnita.)

9 **Ecuación con paréntesis y fracciones.** Resuelve.

$$(x - 1)/2 + (x + 3)/3 = 4$$

7 Sistemas de ecuaciones

Dos incógnitas, dos pistas

RECUERDA

Sustitución: despeja en una y sustituye en la otra. **Igualación**: despeja la misma incógnita en ambas e iguala. **Reducción**: suma o resta las ecuaciones para eliminar una incógnita. Un sistema puede ser **compatible determinado** (una solución), **indeterminado** (infinitas) o **incompatible** (ninguna).

1 **Por sustitución.** Resuelve.

$y = 2x + 1$; $3x + y = 16$

2 **Por reducción.** Resuelve.

a) $2x + 3y = 13$; $4x - 3y = 5$

b) $3x + 2y = 12$; $x - 2y = 4$

3 **Problema de la cafetería.** Plantea y resuelve.

Problema

En una cafetería, 3 cafés y 2 tés cuestan 8,50 €; 1 café y 4 tés cuestan 8 €. ¿Cuánto cuesta cada café y cada té?

4 **Problema de la granja.** Resuelve con un sistema.

Problema

En una granja hay gallinas y ovejas. En total se cuentan 30 cabezas y 84 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántas ovejas hay?

5 **Tipos de solución.** Relaciona cada sistema con su tipo.

Sistema	Tipo
$x + y = 5$; $x - y = 1$	

$x + y = 4$; $2x + 2y = 8$	
$x + y = 3$; $x + y = 7$	

6 **Problema de las entradas.** Plantea y resuelve.

Problema

En un teatro, 2 entradas de adulto y 3 de niño cuestan 43 €; 4 de adulto y 1 de niño cuestan 51 €. ¿Cuánto cuesta cada tipo?

7 **Problema de la mezcla.** Plantea y resuelve.

Problema

Un comerciante mezcla café de 8 €/kg con café de 12 €/kg para obtener 20 kg de mezcla a 9 €/kg. ¿Cuántos kilos de cada tipo usa?

8 **Interpreta gráficamente.** El sistema $x + y = 6$; $x - y = 2$ corresponde a dos rectas. a) Resuélvelo. b) ¿Qué representa la solución en la gráfica de ambas rectas?

8 Semejanza y teorema de Tales

Medir sin llegar

RECUERDA

Dos figuras son **semejantes** si tienen la misma forma: ángulos iguales y lados **proporcionales** (razón de semejanza). En un plano a **escala** 1:200, cada cm son 200 cm reales. **Teorema de Tales**: rectas paralelas cortadas por secantes dan segmentos proporcionales; sirve para medir alturas por sombras.

1 **Lados proporcionales.** Dos triángulos son semejantes. El primero tiene lados 6, 8 y 10 cm. El lado menor del segundo mide 9 cm. Calcula la razón de semejanza y los otros dos lados.

2 **Escalas.** Completa la tabla con un plano a escala 1:500.

En el plano	En la realidad
4 cm	
6,5 cm	
______	100 m

3 **El mapa.** En un mapa a escala 1:50.000, dos pueblos distan 6 cm. ¿Cuál es la distancia real en kilómetros?

4 **Altura por la sombra.** Resuelve con Tales.

Problema

A la misma hora, un poste de 2 m proyecta una sombra de 3 m y un edificio proyecta una sombra de 24 m. ¿Qué altura tiene el edificio?

5 **Áreas de figuras semejantes.** Un mapa está a escala 1:1.000. a) ¿Cuántos metros reales son 5 cm del mapa? b) Una parcela cuadrada mide 3 cm de lado en el mapa: ¿cuál es su área REAL en m²? (La razón de áreas es el cuadrado de la razón de longitudes.)

6 **Verdadero o falso.** Corrige las falsas.

	Afirmación	V	F
a	Dos cuadrados cualesquiera son siempre semejantes	■	■
b	Si la razón de semejanza es 3, el perímetro se triplica	■	■
c	Si la razón de semejanza es 3, el área también se triplica	■	■

7 **El árbol y la vara.** Resuelve con Tales.

Problema

Una vara de 1,5 m clavada en el suelo proyecta una sombra de 2 m. A la misma hora, un árbol proyecta una sombra de 10 m. ¿Qué altura tiene el árbol?

8 **Escala de un plano.** El plano de una casa está a escala 1:100. En el plano, el salón mide 5 cm × 4 cm. a) ¿Cuáles son sus dimensiones reales? b) ¿Cuál es su superficie real en m²?

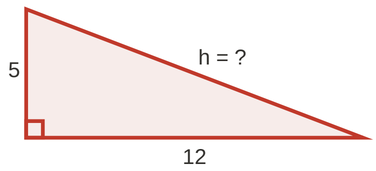
9 Teorema de Pitágoras y áreas

El triángulo rectángulo manda

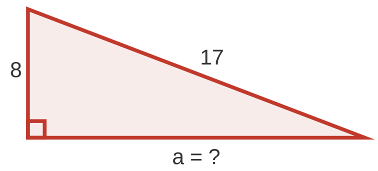
RECUERDA

En todo triángulo rectángulo: **hipotenusa² = cateto² + cateto²**. Sirve para hallar lados, diagonales y apotemas. Para saber el **tipo de triángulo**: si $a^2+b^2 = c^2$ es rectángulo; si $a^2+b^2 > c^2$ es acutángulo; si $a^2+b^2 < c^2$ es obtusángulo. Áreas complejas: descompón en figuras conocidas.

1 **Calcula el lado que falta** en cada triángulo rectángulo.



Halla la hipotenusa



Halla el cateto

2 **¿Qué tipo de triángulo es?** Clasifica comparando a^2+b^2 con c^2 (c es el lado mayor).

Lados	Comparación	Tipo
6, 8, 10		
5, 6, 8		
4, 5, 6		

3 **Problema de la escalera.** Resuelve.

Problema

Una escalera de 5 m se apoya en una pared. Su base está a 3 m de la pared. ¿A qué altura llega la escalera?

4 **Área por descomposición.** Calcula el área de un trapecio de bases 10 cm y 6 cm y altura 4 cm (fórmula: (B+b)·h:2). Luego el área de un triángulo de base 8 cm y altura 5 cm.

5 **La diagonal del rectángulo.** Calcula la diagonal de una pantalla rectangular de 80 cm de ancho y 60 cm de alto.

6 **La apotema.** Un hexágono regular tiene 10 cm de lado (y radio 10 cm). a) Calcula la apotema con Pitágoras. b) Calcula su área (perímetro×apotema:2).

7 **El cable tensor.** Resuelve.

Problema

Un poste de 12 m se sujeta con un cable que va desde su parte más alta hasta un punto del suelo situado a 5 m de la base. ¿Qué longitud tiene el cable?

8 **Área de una figura compuesta.** Una figura está formada por un rectángulo de 8 × 5 cm con un triángulo encima de base 8 cm y altura 3 cm (como una casa). Calcula el área total.

10 Cuerpos geométricos: áreas y volúmenes

Del plano al espacio

RECUERDA

Volúmenes: prisma y cilindro → área base × altura; pirámide y cono → (área base × altura):3; esfera → $(4/3)\cdot\pi\cdot r^3$. **Unidades**: 1 m^3 = 1.000 litros; 1 dm^3 = 1 litro. En figuras espaciales, usa **Pitágoras** para hallar generatrices y diagonales.

1 **Une con flechas** cada cuerpo con su fórmula de volumen.

Cuerpo	Fórmula del volumen
1. Prisma / cilindro	A. $(4/3)\cdot\pi\cdot r^3$
2. Pirámide / cono	B. Área base × altura
3. Esfera	C. (Área base × altura) : 3

Soluciones: 1 ___ 2 ___ 3 ___

2 **Calcula el volumen.** ($\pi \approx 3{,}14$; redondea.)

a) Un ortoedro (caja) de 5 × 4 × 10 cm.

b) Un cilindro de radio 4 cm y altura 10 cm.

c) Una esfera de radio 3 cm.

3 **Capacidad y volumen.** Completa.

a) 5 dm^3 = ______ litros b) 3 m^3 = ______ litros c) 250 cm^3 = ______ litros

4 **Problema del depósito.** Resuelve.

Problema

Un depósito cilíndrico tiene 2 m de radio y 5 m de altura. a) ¿Cuántos m^3 de agua caben ($\pi \approx 3{,}14$)? b) ¿Cuántos litros son? c) Si se llena a 500 litros por minuto, ¿cuánto tarda (redondea a minutos)?

5 **Pitágoras en el espacio.** Calcula la diagonal de un ortoedro de dimensiones 3 × 4 × 12 cm.

6 **El cono.** Un cono tiene 3 cm de radio y 4 cm de altura. a) Calcula su volumen ($\pi \approx 3{,}14$). b) Calcula su generatriz con Pitágoras.

7 **La piscina.** Una piscina rectangular mide 10 m de largo, 5 m de ancho y 2 m de profundidad. a) ¿Cuántos m^3 de agua caben? b) ¿Cuántos litros? c) Si cuesta 2 € llenar cada 1.000 litros, ¿cuánto cuesta llenarla?

8 **Compara volúmenes.** ¿Qué tiene más capacidad: un cubo de 10 cm de arista o una esfera de 6 cm de radio? ($\pi \approx 3{,}14$.) Calcula ambos y compara.

11 Funciones y sus características

Leer una gráfica a fondo

RECUERDA

Rasgos de una función: **dominio** (valores posibles de x), **crecimiento/decrecimiento**, **máximos y mínimos**, **continuidad** (si se dibuja sin levantar el lápiz) y **cortes con los ejes**. La **TVM** (tasa de variación media) entre a y b es [f(b)–f(a)] : (b–a).

1 **Interpreta la gráfica de un depósito.** La gráfica del nivel de agua muestra: de 0 a 3 min sube de 0 a 30 litros; de 3 a 5 min se mantiene en 30; de 5 a 9 min baja hasta 0. Responde.

a) ¿En qué tramos la función crece, es constante y decrece? ¿Qué ocurre en cada uno?

b) ¿Cuál es el valor máximo y cuándo se alcanza?

2 **Dominio.** Indica el dominio de cada función.

Función	Dominio
$y = 2x + 3$	
$y = 1/x$	
$y = \sqrt{x}$	
El coste de una llamada según los minutos (contexto real)	

3 **Tasa de variación media.** Para $f(x) = x^2$, calcula la TVM en [1, 3] y en [0, 2]. ¿Qué significa que salgan distintas?

4 **Continuidad.** Indica si cada situación es continua o discontinua (a saltos) y por qué.

Situación	¿Continua o a saltos?
La temperatura a lo largo del día	
El precio del aparcamiento por horas o fracción	
La altura de una persona con la edad	

5 **Del contexto al dominio.** El coste de un taxi es $f(x) = 3 + 1{,}2x$ (x = kilómetros). ¿Cuál es el dominio con sentido real? ¿Qué significa $f(0)$?

6 **Dibuja tú.** Esboza una función que cumpla: dominio [0, 10], creciente hasta x=4, máximo en (4, 6), decreciente después, y que corte al eje X en x=9.

7 **TVM con significado.** Un coche está en el km 30 a la 1 h de viaje y en el km 150 a las 3 h. a) Calcula la TVM de la función espacio-tiempo en [1, 3]. b) ¿Qué representa físicamente ese número?

8 **Lee la gráfica de la temperatura.** Una gráfica de la temperatura de un día muestra: mínimo de 8°C a las 6 h, máximo de 22°C a las 15 h. a) ¿En qué franja crece la temperatura? b) ¿Cuál es la variación total entre esos dos momentos?

12 Funciones elementales

Recta, parábola, hipérbola y exponencial

RECUERDA

Recta $y = mx + n$: m es la pendiente, n la ordenada en el origen. **Parábola** $y = ax^2+bx+c$: vértice en $x = –b:(2a)$. **Proporcionalidad inversa** $y = k/x$: hipérbola. **Exponencial** $y = a^x$: pasa por (0, 1) y crece muy deprisa ($a>1$) o decrece ($0<a<1$).

1 **La recta.** Una recta pasa por (0, 2) con pendiente 3.

a) Escribe su ecuación $y = mx + n$.

b) ¿Pasa por el punto (2, 8)? Compruébalo.

2 **Identifica la recta.** Clasifica cada una y da m y n.

Recta	m	n	Tipo
$y = –2x + 5$			
$y = x/2$			
$y = 3$			

3 **La parábola.** Para $y = x^2 – 4x + 3$, calcula.

a) El vértice ($x = –b/2a$). ¿Máximo o mínimo?

b) Los cortes con el eje X.

c) El corte con el eje Y.

4 **Proporcionalidad inversa.** Para $y = 6/x$, completa la tabla e indica el dominio.

x	–3	–1	1	2	3	6
y						

5 **Exponencial en la vida real.** Un cultivo de 200 bacterias se duplica cada hora: $N = 200·2^t$. a) ¿Cuántas hay tras 3 horas? b) ¿Y tras 5 horas? c) ¿Por qué punto pasa la gráfica cuando $t = 0$?

6 **Une con flechas** cada situación con su modelo funcional.

Situación	Modelo
1. Coste proporcional a los kilos comprados	A. Exponencial
2. Altura de una pelota lanzada hacia arriba	B. Prop. inversa (hipérbola)
3. Reparto de una herencia fija entre x herederos	C. Lineal (recta)
4. Un capital que crece al interés compuesto	D. Cuadrática (parábola)

Soluciones: 1 ___ 2 ___ 3 ___ 4 ___

7 **Tabla y gráfica de una recta.** Para $y = 2x - 1$, completa la tabla y di dónde corta a los ejes.

x	–1	0	1	2	3
y					

8 **Interés compuesto como función.** Un capital sigue $C = 500 \cdot 1{,}04^t$. a) ¿Cuánto vale al inicio ($t = 0$)? b) ¿Y tras 2 años ($1{,}04^2 = 1{,}0816$)? c) ¿Es una función lineal o exponencial?

13 Estadística

Resumir e interpretar datos

RECUERDA

Con **tabla de frecuencias**: media = $\Sigma(x_i \cdot f_i):N$. **Desviación típica** σ mide la dispersión. **Cuartiles** (Q_1, mediana, Q_3) dividen los datos ordenados en cuatro partes. En dos variables, la **correlación** puede ser positiva (suben juntas), negativa (una sube y otra baja) o nula.

1 **Con tabla de frecuencias.** Número de hermanos de 20 estudiantes: valores 0, 1, 2, 3 con frecuencias 6, 8, 4, 2. Calcula la media, la moda y la mediana.

2 **Media y desviación típica.** Con los datos 4, 6, 8, 10, 12 calcula la media y la desviación típica (paso a paso).

3 **Cuartiles.** Con los datos ordenados 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 14, calcula la mediana, Q_1, Q_3 y el rango intercuartílico.

4 **Correlación.** Indica qué tipo de correlación cabe esperar entre cada par de variables.

Par de variables	Correlación esperada
Horas de estudio y nota obtenida	
Temperatura y ventas de abrigos	
Número de calzado y nota en matemáticas	
Kilómetros recorridos y gasolina gastada	

5 **Análisis crítico.** Un titular dice: «El sueldo medio de la empresa es 3.000 €», pero 9 empleados cobran 1.800 € y el jefe 13.800 €. Comprueba la media, calcula la mediana y explica cuál representa mejor la realidad.

6 **Interpreta una nube de puntos.** En un estudio, al aumentar las horas de televisión disminuye el rendimiento escolar. a) ¿Qué tipo de correlación es? b) ¿Significa eso que ver la tele CAUSA malas notas? Razona la diferencia entre correlación y causa.

7 **Datos agrupados.** Las edades de 20 socios de un club por intervalos: [10,20) → 4 personas; [20,30) → 10; [30,40) → 6. Calcula la edad media usando las marcas de clase (15, 25, 35).

8 **Comparar la dispersión.** Dos grupos tienen la misma media de nota (6): el grupo A con desviación típica 1 y el grupo B con desviación típica 3. ¿Cuál es más homogéneo? Razona.

14 Probabilidad

Medir el azar

Abc

RECUERDA

Regla de Laplace: P = casos favorables : casos posibles (de 0 a 1). **Suceso contrario**: P(no A) = 1 – P(A). **Unión**: $P(A \cup B) = P(A)+P(B)-P(A \cap B)$. En experimentos compuestos, multiplica por ramas (árbol); **sin reemplazamiento** los casos cambian en cada extracción.

1 **Regla de Laplace.** Se lanza un dado de 6 caras. Calcula.

Suceso	Probabilidad
Sacar un 5	
Sacar un número par	
Sacar más de 4	
Sacar múltiplo de 3	

2 **El suceso contrario.** La probabilidad de que llueva mañana es 0,35. a) ¿Probabilidad de que NO llueva? b) En una rifa de 500 números tienes 20: ¿probabilidad de no ganar?

3 **Unión de sucesos.** En un dado, sea A = «par» y B = «mayor que 3». Calcula P(A), P(B), $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$.

4 **Diagrama de árbol.** Se lanza una moneda dos veces. Calcula.

a) P(dos caras).

b) P(una cara y una cruz, en cualquier orden).

5 **Sin reemplazamiento.** Una urna tiene 4 bolas rojas y 2 azules. Se sacan dos SIN devolver la primera. Calcula.

a) P(las dos rojas).

b) P(la primera roja y la segunda azul).

6 **Tabla de contingencia.** En un grupo de 50 personas: 20 son hombres y de ellos 12 llevan gafas; de las 30 mujeres, 15 llevan gafas. Completa la tabla y calcula P(llevar gafas) y P(mujer sabiendo que lleva gafas).

	Gafas SÍ	Gafas NO	Total
Hombres	12		20
Mujeres	15		30
Total			50

7 **Al menos uno.** Se lanzan dos dados. Calcula P(al menos un 6) usando el suceso contrario (P = 1 – P(ningún 6)).

8 **Probabilidad experimental.** En 200 lanzamientos de una chincheta cayó «hacia arriba» 130 veces. a) Estima la probabilidad de que caiga hacia arriba. b) ¿Cuántas veces cabe esperar en 1.000 lanzamientos?

15 Juegos matemáticos

El gran final

¡A JUGAR!

Juegos de nivel 4.º: escape room con porcentajes y ecuaciones, sudoku, kakuro con pista, pirámide con enteros y laberinto. Todos con solución única comprobada por ordenador.

Escape room: la caja fuerte del banco

La caja fuerte se abre con un código de **cuatro cifras**. Resuelve las pruebas en orden.

1. Primera cifra: el 25% de 20.

2. Segunda cifra: la solución positiva de $x^2 - 4 = 0$.

3. Tercera cifra: la hipotenusa de un triángulo de catetos 3 y 4.

4. Cuarta cifra: el interés simple de 1.000 € al 6% en 1 año, dividido entre 10 (es decir, 60:10).

CÓDIGO DE LA CAJA: ____ ____ ____ ____

15 Juegos matemáticos

Sudoku, kakuro y pirámide

1 **Sudoku 6×6.** Completa: números del 1 al 6 sin repetirse en filas, columnas ni bloques de 2×3.

5		6			4
	2	1			
			4		
		3			6
2			1	5	3
	1			4	

2 **Kakuro 3×2.** Completa con cifras del 1 al 9 (sin repetir en cada fila ni columna): cada fila y columna debe sumar lo indicado. Una celda viene dada como pista.

	Columna A	Columna B	Columna C	Suma fila
Fila 1		6		20
Fila 2				10
Suma columna	14	9	7	

3 **Pirámide con enteros.** Completa: cada casilla es la suma de las dos inferiores. ¡Hay negativos!

20				
	12	10		
3	5		3	
8		10	-3	6

4 **Reto contrarreloj.** Cálculo mental en 3 minutos.

Operación	Resultado	Operación	Resultado
10% de 250		√81	
$(-3)^2$		20% de 45	
3! (= 3·2·1)		√(16·100)	

15 Juegos matemáticos

Laberinto y Pasapalabra

Abc

1 **Laberinto matemático.** Colorea el camino desde la ENTRADA hasta la SALIDA pasando SOLO por casillas cuyo resultado sea **50**. Movimientos en horizontal y vertical.

ENTRADA → 67×1	20+29	58+6	43–10	21+37	70–4
5×10	5×10	21+42	10×5	55–5	57–7
5×11	10×5	20+30	5+45	13+17	8+47
9×5	65–14	31+9	34–2	74–5	28+32 → SALIDA

PASAPALABRA · CÓMO SE JUEGA

Completa el rosco con términos de 4.º aplicadas. ¡Algunas letras están dentro de la palabra!

C *Empieza por* — Relación entre dos variables que puede ser positiva o negativa. ____________

D *Empieza por* — $b^2 - 4ac$: decide cuántas soluciones tiene la ecuación de 2.º grado. ____________

E *Empieza por* — Representación de una parte por cien de un total (símbolo %). ____________

H *Empieza por* — El lado más largo de un triángulo rectángulo. ____________

I *Empieza por* — Beneficio que produce un capital en el banco. ____________

M *Empieza por* — Valor central de unos datos ordenados. ____________

P *Empieza por* — Gráfica de la función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$. ____________

R *Empieza por* — Método para resolver sistemas sumando o restando ecuaciones. ____________

S *Empieza por* — Dos figuras con la misma forma y lados proporcionales lo son. ____________

V *Empi eza por*	Espacio que ocupa un cuerpo, medido en m³ o litros.	___________

16 Repaso final acumulativo

Un poco de todo antes de terminar

ANTES DE EMPEZAR

Estos problemas mezclan contenidos de varias secciones, como en un examen final. Tómate tu tiempo, escribe todos los pasos y comprueba cada resultado.

1 **Números y notación científica.** Una fortuna es de $3{,}2 \cdot 10^9$ € y se reparte a partes iguales entre $8 \cdot 10^2$ personas. ¿Cuánto recibe cada una? Exprésalo en notación científica y en euros.

2 **Porcentajes.** Un abrigo de 120 € tiene un 30% de descuento. Sobre el precio rebajado se aplica el 21% de IVA. ¿Cuál es el precio final?

3 **Ecuación de segundo grado.** El área de un rectángulo es 77 cm^2 y su base mide 4 cm más que su altura. Plantea la ecuación y halla las dimensiones.

4 **Sistema de ecuaciones.** En un aparcamiento hay coches y motos: 40 vehículos en total y 130 ruedas. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay?

5 **Semejanza y escalas.** En un mapa a escala 1:25.000, una ruta mide 8 cm. ¿Cuántos kilómetros son en la realidad?

6 **Pitágoras.** Una rampa cubre una distancia horizontal de 24 m salvando una altura de 7 m. ¿Qué longitud tiene la superficie de la rampa (la hipotenusa)?

7 **Volumen.** Un depósito cúbico de 3 m de arista. a) ¿Cuántos m^3 de agua caben? b) ¿Cuántos litros?

8 **Funciones.** Para la parábola $y = x^2 - 2x - 3$, halla el vértice y los cortes con el eje X.

9 **Estadística.** Las notas de 5 exámenes son 4, 6, 7, 8, 10. Calcula la media, la mediana y el rango.

10 **Probabilidad + interés (reto final).** a) En una bolsa hay 3 bolas verdes y 2 rojas; sacas una: ¿P(verde)? b) Inviertes 1.000 € al 5% compuesto: ¿cuánto tendrás en 2 años? ($1{,}05^2 = 1{,}1025$.)

ÚLTIMO EMPUJÓN

Los problemas de esta página son como los que aparecen en la vida cotidiana: compras, viajes, ahorro y medidas. ¡Demuestra todo lo que has aprendido!

11 **La factura del móvil.** Una tarifa cobra 12 € fijos más 0,05 € por minuto. a) Escribe la función del gasto según los minutos x. b) ¿Cuánto pagas con 200 minutos? c) Si un mes pagaste 22 €, ¿cuántos minutos hablaste?

12 **El viaje.** Un tren recorre 240 km a velocidad constante. a) Si tarda 3 horas, ¿cuál es su velocidad media? b) ¿Cuánto tardaría a 100 km/h? c) La relación entre velocidad y tiempo, ¿es proporcionalidad directa o inversa?

13 **El descuento del socio.** Un gimnasio cuesta 40 € al mes. Los socios tienen un 25% de descuento. a) ¿Cuánto paga un socio al mes? b) ¿Cuánto ahorra en un año?

14 **La habitación.** Quieres poner rodapié alrededor de una habitación rectangular de 5 m × 4 m, dejando 1 m para la puerta. a) ¿Cuántos metros de rodapié necesitas? b) Si cada metro cuesta 6 €, ¿cuánto gastas?

15 **Reto final de la ESO.** Ahorras 50 € cada mes en una hucha (sin intereses). a) ¿Cuánto tendrás en 2 años? b) Si en vez de la hucha lo metes en un depósito que da 50 € más al final por los intereses, ¿cuánto tendrás? c) ¿Qué porcentaje supone esa ganancia sobre lo ahorrado?

1. Números reales e intervalos

1. 5: N,Z,Q,R, racional. –3/4: Q,R, racional. √2: solo R, irracional. 0,25: Q,R, racional. π: solo R, irracional. √16=4: N,Z,Q,R, racional.

2. a) 0,375. b) 0,35. c) 4/10 = 2/5. d) 7/9 (periódico puro).

3. [1, 6]; (–2, +∞); [–3, 5); [0, 40].

4. a) V (tiene fracción generatriz). b) F: √2 es irracional. c) V. d) F: hay infinitos (1,5; 1,7; √2…).

5. a) |3,14159 – 3,14| = 0,00159. b) 0,00159 : 3,14159 ≈ 0,0005 → 0,05%.

6. √2 ≈ 1,414; 3/2 = 1,5; √3 ≈ 1,732. Orden: √2 ≈ 1,414 < 1,42 < 3/2 = 1,5 < √3 ≈ 1,732.

7. a) 49.000 €. b) Error absoluto = |48.750 – 49.000| = 250 €.

8. √7 irracional, entre 2 y 3. √10 irracional, entre 3 y 4. 13/4 = 3,25 racional, entre 3 y 4. √(9/4) = 3/2 racional, entre 1 y 2.

9. a) A∩B = (3, 5]. b) A∪B = [1, 8).

10. a) 38 € (error 0,32 €). b) 40 € (error 2,32 €). c) A los euros: menor error absoluto.

2. Potencias, raíces y notación científica

1. a) 1/8. b) 4. c) 1. d) 0,0001.

2. a) 3^3. b) 7^2. c) 2^6.

3. $1{,}5 \cdot 10^{12}$ €; $7 \cdot 10^{-5}$ m; $8{,}1 \cdot 10^{9}$; $1 \cdot 10^{-10}$ g.

4. a) $6 \cdot 10^3$. b) $2 \cdot 10^4$.

5. a) 12. b) 14. c) entera 7 (7^2=49), resto 1. d) 3.

6. $2{,}4 \cdot 10^{11} : 8 \cdot 10^4 = 0{,}3 \cdot 10^7 = 3 \cdot 10^6$ € = 3.000.000 € por empleado.

7. No: la parte decimal debe cumplir 1 ≤ a < 10, y 45 no lo cumple. Correcto: $4{,}5 \cdot 10^4$.

8. a) $2^{4+3-5} = 2^2 = 4$. b) $5^{6-4} = 5^2 = 25$.

9. a) $3 \cdot 10^5 \cdot 60 = 1{,}8 \cdot 10^7$ km. b) $1{,}5 \cdot 10^8 : 3 \cdot 10^5 = 0{,}5 \cdot 10^3 = 500$ segundos (unos 8 min y 20 s).

10. a) √16 = 4. b) 5+3 = 8. c) √400 = 20. d) 9·2 = 18.

3. Proporcionalidad y repartos

1. 1. D. 2. I. 3. I. 4. N (no es proporcional).

2. 210:15 = 14 km/litro. Con 25 l: 25×14 = 350 km. Para 350 km: 350:14 = 25 litros.

3. Inversa: 3×8 = 24 horas-máquina; 24:4 = 6 horas.

4. Total aportado 20 €. 3.000:20 = 150 € por euro aportado → 600 €, 900 € y 1.500 €.

5. Ha aplicado proporcionalidad directa, pero es INVERSA: más grifos, menos tiempo. Correcto: 2×6 = 12; 12:4 = 3 horas.

6. Ambas directas con la producción: 300 × (8/5) × (6/4) = 300×8×6:(5·4) = 720 piezas.

7. Razón 6/4 = 1,5. Harina: 450 g. Huevos: 9. Leche: 300 ml.

8. Inversos: 1/2, 1/3, 1/6 → común denom. 6: 3, 2, 1 (suma 6). 1.300:6? No entero; usa 1.320 si se prefiere. Con 1.300: por parte 1.300:6 ≈ 216,67 € → 650 €, 433,33 € y 216,67 €. (El de menos tiempo recibe más.)

4. Porcentajes e interés bancario

1. 35; 20; 23; 30; 15.

2. a) 240×0,35 = 84. b) 72:0,40 = 180 socios. c) 90:250 = 0,36 → 36%.

3. Descuento: 800×0,85 = 680 €. IVA: 680×1,21 = 822,80 €.

4. a) I = 5.000·3·4:100 = 600 €. b) Capital final = 5.000 + 600 = 5.600 €.

5. a) 2.000·1,157625 = 2.315,25 €. b) Simple: 2.000 + 2.000·5·3:100 = 2.300 €. c) Diferencia: 15,25 € más con el compuesto (los intereses generan intereses).

6. 100×1,20 = 120 €; 120×0,80 = 96 €. NO vuelve a 100 €: el descuento del 20% se aplica sobre 120 € (más), así que se pierde dinero. Queda en 96 €.

7. A: 300×0,90 = 270 €. B: 320×0,85 = 272 €. C: 280 €. El más barato es A (270 €).

8. a) I = 3.000·4·2:100 = 240 €. b) Total 3.240 €. c) 3.240:24 = 135 € al mes.

9. Año 1: 1.000·1,1 = 1.100 €. Año 2: 1.100·1,1 = 1.210 €. Año 3: 1.210·1,1 = 1.331 €. (Cada año se aplica el 10% sobre el total anterior.)

5. Polinomios y factorización

1. a) $3x^2+2x-3$. b) $2x^2-3x+5$. c) $3x^3-6x^2+12x$. d) x^2+x-6.

2. a) $x^2+8x+16$. b) $4x^2-12x+9$. c) x^2-36. d) $9x^2+6x+1$.

3. a) $(x+5)(x-5)$. b) $(x+4)^2$. c) $2x(x-3)$. d) $(x-5)^2$.

4. Coeficientes 1, –2, –1, 2 con a=1: bajan 1, –1, –2, resto 0. Cociente: x^2-x-2; resto 0.

5. a) P(2) = 8+4–5 = 7. b) P(–1) = 1+3+1 = 5.

6. Ha olvidado el doble producto: $(x+5)^2 = x^2 + 2 \cdot 5 \cdot x + 25 = x^2+10x+25$.

7. a) 1. b) 8–6+1 = 3. c) 2+3+1 = 6.

8. Ruffini con 1: cociente $x^2-5x+6 = (x-2)(x-3)$. Factorización: $(x-1)(x-2)(x-3)$.

6. Ecuaciones de 1.er y 2.º grado

1. a) $3x-6=x+8 \to 2x=14 \to x=7$. b) mcm 6: $3x+2x=60 \to 5x=60 \to x=12$.

2. a) $x^2=9 \to x=\pm3$. b) $x(x+5)=0 \to x=0$ y $x=-5$. c) $x=0$ (doble). d) $x=\pm10$.

3. a) $\Delta=49-40=9 \to x=(7\pm3):2 \to x=5$ y $x=2$. b) $\Delta=4+32=36 \to x=(-2\pm6):2 \to x=2$ y $x=-4$.

4. $\Delta=36-36=0 \to$ una (doble). $\Delta=36-20=16 \to$ dos. $\Delta=36-40=-4 \to$ ninguna.

5. $x(x+1)=56 \to x^2+x-56=0 \to \Delta=1+224=225 \to x=(-1\pm15):2 \to x=7$ (o -8, se descarta). Los números son 7 y 8.

6. $x(x+3)=40 \to x^2+3x-40=0 \to \Delta=9+160=169 \to x=(-3\pm13):2 \to x=5$. Dimensiones: 5 × 8 cm.

7. Al dividir entre x se pierde $x=0$. Correcto: $x^2-4x=0 \to x(x-4)=0 \to x=0$ y $x=4$. Nunca dividas entre la incógnita.

8. Hijo x, padre 3x. Dentro de 10: $3x+10 = 2(x+10) \to 3x+10=2x+20 \to x=10$. El hijo tiene 10 años y el padre 30.

9. mcm 6: $3(x-1)+2(x+3) = 24 \to 3x-3+2x+6 = 24 \to 5x+3 = 24 \to x = 21/5 = 4{,}2$.

7. Sistemas de ecuaciones

1. $3x+2x+1=16 \to 5x=15 \to x=3, y=7$.

2. a) Sumando: $6x=18 \to x=3$; $2\cdot3+3y=13 \to y=7/3$. b) Sumando: $4x=16 \to x=4$; $4-2y=4 \to y=0$.

3. $3c+2t=8{,}5$; $c+4t=8 \to c=8-4t \to 3(8-4t)+2t=8{,}5 \to 24-10t=8{,}5 \to 10t=15{,}5 \to t=1{,}55$ €; $c=8-6{,}2=1{,}80$ €.

4. $g+o=30$; $2g+4o=84$. $g=30-o \to 2(30-o)+4o=84 \to 60+2o=84 \to o=12$ ovejas, $g=18$ gallinas.

5. 1. Determinado ($x=3, y=2$). 2. Indeterminado (misma recta, infinitas soluciones). 3. Incompatible (rectas paralelas, ninguna solución).

6. $2a+3n=43$; $4a+n=51 \to n=51-4a \to 2a+3(51-4a)=43 \to 2a+153-12a=43 \to -10a=-110 \to a=11$ €; $n=51-44=7$ €.

7. $x+y=20$; $8x+12y=180$. $x=20-y \to 8(20-y)+12y=180 \to 160+4y=180 \to y=5$ kg (de 12€), $x=15$ kg (de 8€).

8. a) Sumando: $2x=8 \to x=4, y=2$. b) El punto (4, 2) es donde se cortan las dos rectas.

8. Semejanza y teorema de Tales

1. Razón: $9:6 = 1{,}5$. Los otros lados: $8\times1{,}5 = 12$ cm y $10\times1{,}5 = 15$ cm.

2. 4 cm $\to$ 2.000 cm = 20 m. 6,5 cm $\to$ 3.250 cm = 32,5 m. 100 m = 10.000 cm $\to$ 20 cm.

3. $6\times50.000 = 300.000$ cm = 3.000 m = 3 km.

4. altura/sombra constante: $2/3 = h/24 \to h = 2\times24:3 = 16$ m.

5. a) $5\times1.000 = 5.000$ cm = 50 m. b) Lado real: $3\times1.000 = 3.000$ cm = 30 m $\to$ área $30\times30 = 900$ m².

6. a) V. b) V (las longitudes se multiplican por la razón). c) F: el área se multiplica por $3^2 = 9$.

7. $1{,}5/2 = h/10 \to h = 1{,}5\times10:2 = 7{,}5$ m.

8. a) 5 m × 4 m (cada cm son 100 cm = 1 m). b) $5\times4 = 20$ m².

9. Teorema de Pitágoras y áreas

1. 1) $h=\sqrt{(5^2+12^2)}=\sqrt{169}=13$. 2) $a=\sqrt{(17^2-8^2)}=\sqrt{225}=15$.

2. 6-8-10: $36+64=100=10^2 \to$ rectángulo. 5-6-8: $25+36=61 < 64 \to$ obtusángulo. 4-5-6: $16+25=41 > 36 \to$ acutángulo.

3. $h = \sqrt{(5^2-3^2)} = \sqrt{16} = 4$ m.

4. Trapecio: $(10+6)\cdot4:2 = 32$ cm². Triángulo: $8\cdot5:2 = 20$ cm².

5. $d = \sqrt{(80^2+60^2)} = \sqrt{(6.400+3.600)} = \sqrt{10.000} = 100$ cm.

6. a) apotema $= \sqrt{(10^2-5^2)} = \sqrt{75} \approx 8{,}66$ cm. b) Área $= 60\times8{,}66:2 \approx 259{,}8$ cm².

7. cable $= \sqrt{(12^2+5^2)} = \sqrt{(144+25)} = \sqrt{169} = 13$ m.

8. Rectángulo: $8\times5 = 40$ cm². Triángulo: $8\times3:2 = 12$ cm². Total: 52 cm².

10. Cuerpos geométricos: áreas y volúmenes

1. 1-B, 2-C, 3-A.

2. a) $5\times4\times10 = 200$ cm³. b) $3{,}14\times16\times10 = 502{,}4$ cm³. c) $(4/3)\cdot3{,}14\cdot27 = 113{,}04$ cm³.

3. a) 5 l. b) 3.000 l. c) 0,25 l.

4. a) $3{,}14\times4\times5 = 62{,}8$ m³. b) 62.800 litros. c) $62.800:500 \approx 126$ minutos (unas 2 horas y 6 min).

5. Diagonal de la base: $\sqrt{(9+16)}=5$. Diagonal del ortoedro: $\sqrt{(5^2+12^2)}=\sqrt{169}=13$ cm.

6. a) $V = (3{,}14\times9\times4):3 = 37{,}68$ cm³. b) generatriz $= \sqrt{(3^2+4^2)} = 5$ cm.

7. a) $10\times5\times2 = 100$ m³. b) 100.000 litros. c) $100.000:1.000 = 100 \to 100\times2 = 200$ €.

8. Cubo: $10^3 = 1.000$ cm³. Esfera: $(4/3)\cdot3{,}14\cdot6^3 = (4/3)\cdot3{,}14\cdot216 \approx 904{,}3$ cm³. El cubo tiene más capacidad.

11. Funciones y sus características

1. a) Crece 0-3 min (se llena); constante 3-5 min (grifo cerrado); decrece 5-9 min (se vacía). b) Máximo 30 litros, a los 3 min (se mantiene hasta los 5).

2. 1. Todos los reales. 2. Todos menos x=0. 3. $x \geq 0$. 4. $x \geq 0$ (no hay minutos negativos): el contexto limita el dominio.

3. [1,3]: (9–1):2 = 4. [0,2]: (4–0):2 = 2. La función no crece a ritmo constante: no es una recta.

4. 1. Continua. 2. Discontinua (escalonada: sube con cada hora empezada). 3. Continua.

5. Dominio real: $x \geq 0$. f(0) = 3 €: la bajada de bandera (lo que pagas antes de recorrer nada).

6. Respuesta gráfica libre que cumpla las condiciones: sube hasta (4,6), baja después y pasa por (9,0).

7. a) TVM = (150–30):(3–1) = 60. b) Es la velocidad media del coche: 60 km/h.

8. a) Crece de 6 h a 15 h. b) 22 – 8 = 14°C de variación.

12. Funciones elementales

1. a) y = 3x + 2. b) 3·2+2 = 8 ✓ sí pasa.

2. y=–2x+5: m=–2, n=5, decreciente. y=x/2: m=1/2, n=0, creciente. y=3: m=0, n=3, constante.

3. a) x = 4:2 = 2; y(2) = 4–8+3 = –1 → vértice (2, –1), mínimo (a>0). b) x^2–4x+3=0 → x=1 y x=3. c) (0, 3).

4. y: –2, –6, 6, 3, 2, 1. Dominio R – {0}. Es una hipérbola.

5. a) 200·8 = 1.600. b) 200·32 = 6.400. c) Por (0, 200): 2■=1, así que N=200 al inicio.

6. 1-C, 2-D, 3-B, 4-A.

7. y: –3, –1, 1, 3, 5. Corta al eje Y en (0, –1) y al eje X en (0,5, 0).

8. a) 500·1 = 500 €. b) 500·1,0816 = 540,80 €. c) Exponencial (la variable está en el exponente).

13. Estadística

1. Media = (0·6+1·8+2·4+3·2):20 = 22:20 = 1,1 hermanos. Moda: 1 (frecuencia 8). Mediana: los datos 10.º y 11.º son 1 y 1 → mediana 1.

2. Media = 40:5 = 8. Desviaciones: –4,–2,0,2,4; cuadrados 16,4,0,4,16; varianza = 40:5 = 8 → $\sigma = \sqrt{8} \approx 2{,}83$.

3. Mediana = (7+8):2 = 7,5. Q1 = (4+6):2 = 5. Q3 = (9+11):2 = 10. RIC = 10–5 = 5.

4. 1. Positiva. 2. Negativa (más calor, menos abrigos). 3. Nula (no relacionadas). 4. Positiva.

5. Media = (9·1.800+13.800):10 = 30.000:10 = 3.000 € ✓ pero engañosa. Mediana = 1.800 €. La mediana representa mejor: la media está distorsionada por un valor extremo.

6. a) Correlación negativa. b) No necesariamente: correlación no implica causalidad; puede haber otros factores. Que dos cosas varíen juntas no prueba que una cause la otra.

7. Media = (15·4 + 25·10 + 35·6):20 = (60+250+210):20 = 520:20 = 26 años.

8. El grupo A: menor desviación típica significa que las notas están más juntas alrededor de la media (más homogéneo). En B las notas están más dispersas.

14. Probabilidad

1. P(5)=1/6. P(par)=3/6=1/2. P(>4)=2/6=1/3. P(múltiplo de 3)=2/6=1/3.

2. a) 1–0,35 = 0,65. b) P(ganar)=20/500=0,04 → P(no ganar)=0,96.

3. P(A)=1/2. P(B)=1/2. $A \cap B$={4,6} → 2/6=1/3. $P(A \cup B)$=1/2+1/2–1/3=2/3.

4. a) 1/2·1/2 = 1/4. b) P(CX)+P(XC) = 1/4+1/4 = 1/2.

5. a) 4/6 · 3/5 = 12/30 = 2/5. b) 4/6 · 2/5 = 8/30 = 4/15.

6. Tabla: hombres no 8, mujeres no 15; gafas sí 27, no 23. P(gafas)=27/50. P(mujer | gafas) = 15/27 = 5/9.

7. P(ningún 6) = 5/6·5/6 = 25/36. P(al menos un 6) = 1 – 25/36 = 11/36.

8. a) P ≈ 130/200 = 0,65. b) 1.000·0,65 = 650 veces.

15. Juegos matemáticos

1. 1.ª: 25% de 20 = 5. 2.ª: x=2. 3.ª: $\sqrt{(9+16)}$=5. 4.ª: 60:10 = 6. El código es 5256.

2. Solución del sudoku (filas de arriba abajo): 536214 / 421365 / 652431 / 143526 / 264153 / 315642.

3. Fila 1: 9+6+5=20. Fila 2: 5+3+2=10. Columnas: 9+5=14, 6+3=9, 5+2=7. (A1=9, B1=6 dada, C1=5, A2=5, B2=3, C2=2. La solución es única.)

4. Base: 8, –5, 10, –3, 6. Fila 2: 3, 5, 7, 3. Fila 3: 8, 12, 10. Fila 4: 20, 22. Cima: 42. (La casilla oculta de la base se deduce: 8 + x = 3 → x = –5.)

5. 25; 9; 9; 9; 6; 40.

6. El camino de casillas con resultado 50: fila 2 col 1 → fila 2 col 2 → fila 3 col 2 → fila 3 col 3 → fila 3 col 4 → fila 2 col 4 → fila 2 col 5 → fila 2 col 6.

7. C: correlación. D: discriminante. E: porcentaje. H: hipotenusa. I: interés. M: mediana. P: parábola. R: reducción. S: semejantes. V: volumen.

16. Repaso final acumulativo

1. $3{,}2\cdot10^9 : 8\cdot10^2 = 0{,}4\cdot10^7 = 4\cdot10^6$ € = 4.000.000 € por persona.

2. Descuento: $120\times0{,}70 = 84$ €. IVA: $84\times1{,}21 = 101{,}64$ €.

3. $x(x+4)=77 \rightarrow x^2+4x-77=0 \rightarrow \Delta=16+308=324 \rightarrow x=(-4\pm18):2 \rightarrow x=7$. Altura 7 cm, base 11 cm.

4. $c+m=40$; $4c+2m=130$. $m=40-c \rightarrow 4c+2(40-c)=130 \rightarrow 2c+80=130 \rightarrow c=25$ coches, $m=15$ motos.

5. $8\times25.000 = 200.000$ cm = 2.000 m = 2 km.

6. $\sqrt{(24^2+7^2)} = \sqrt{(576+49)} = \sqrt{625} = 25$ m.

7. a) $3^3 = 27$ m^3. b) 27.000 litros.

8. Vértice: $x=1$, $y=1-2-3=-4 \rightarrow (1, -4)$, mínimo. Cortes: $x^2-2x-3=0 \rightarrow x=3$ y $x=-1$.

9. Media = 35:5 = 7. Mediana = 7 (valor central). Rango = 10–4 = 6.

10. a) P(verde) = 3/5. b) $1.000\cdot1{,}1025 = 1.102{,}50$ €.

11. a) $f(x) = 12 + 0{,}05x$. b) $12 + 0{,}05\cdot200 = 22$ €. c) $22 = 12 + 0{,}05x \rightarrow 0{,}05x = 10 \rightarrow x = 200$ minutos.

12. a) 240:3 = 80 km/h. b) 240:100 = 2,4 h (2 h 24 min). c) Inversa: a más velocidad, menos tiempo.

13. a) $40\times0{,}75 = 30$ € al mes. b) Ahorra 10 €/mes $\rightarrow$ 120 € al año.

14. a) Perímetro = $2\cdot(5+4) = 18$ m; menos 1 m de puerta = 17 m. b) $17\times6 = 102$ €.

15. a) $50\times24 = 1.200$ €. b) 1.200 + 50 = 1.250 €. c) $50:1.200 \approx 0{,}0417 \rightarrow 4{,}17\%$.