CUADERNILLO DE VERANO

MATEMÁTICAS

3º ESO

Nombre: ....

Apellidos: ....

Curso: ....

Fecha: ....

RECURSOS ESO

Índice del cuadernillo

Matemáticas · 3.º ESO

CONSEJO: El cuadernillo de 3.º es el más completo hasta ahora: ecuaciones de segundo grado, progresiones, identidades notables, parábolas, desviación típica y probabilidad compuesta. Cada sección trae muchos ejercicios: hazlos en varias sesiones. Los juegos siguen validados con solución única.

¿Cómo uso este cuadernillo?

Lee esto antes de empezar

Este cuadernillo repasa a fondo los contenidos de **Matemáticas de 3.º de ESO**. Cada sección incluye un recordatorio teórico y una batería amplia de ejercicios: técnica de cálculo, problemas contextualizados de varias etapas, retos de razonamiento (encuentra el error, justifica, inventa) y juegos. Al final tienes el solucionario completo.

Álgebra a fondo

Identidades notables, ecuaciones de 2.º grado y sistemas por tres métodos.

Funciones

De la recta a la parábola: pendientes, vértices y gráficas.

Razona y juega

Problemas con trampa, retos de ingenio y juegos comprobados.

Los colores de cada sección:

Color	¿Qué encontrarás?
Rojo	Números: fracciones, potencias, notación científica, progresiones
Morado	Álgebra: polinomios, ecuaciones y sistemas
Amarillo	Proporcionalidad, repartos e interés
Rojo teja claro	Geometría: Tales, Pitágoras, movimientos, espacio
Verde azulado	Funciones, estadística y probabilidad
Coral	Juegos matemáticos

RECUERDA: En 3.º, la clave es el álgebra: dedica tiempo extra a las identidades notables y a la ecuación de segundo grado. Todo lo demás se apoya en ellas.

1 Fracciones y decimales

Del periódico a la generatriz

RECUERDA: Toda fracción da un decimal **exacto** o **periódico**. La **fracción generatriz** recupera la fracción: exacto → cifras sin coma partido de 10, 100…; periódico puro → periodo partido de tantos 9 como cifras (0,7777… = 7/9); periódico mixto → (todo – anteperiodo) partido de 9…0 (0,1666… = (16–1)/90 = 15/90 = 1/6). En operaciones combinadas, respeta la jerarquía.

1 **Clasifica el decimal que genera cada fracción (exacto, periódico puro o mixto) SIN hacer la división completa: mira los factores del denominador.**

Fracción	Denominador factorizado	Tipo de decimal
7/20		
5/9		
7/12		
3/8		

2 **Halla la fracción generatriz y simplifica.**

a) 0,6 = _______ b) 0,777… = _______ c) 2,3333… = _______

d) 0,1666… = _______ e) 1,2525… = _______

3 **Operaciones combinadas. Calcula y simplifica.**

a) 2/3 + 1/2 · 4/5 = ________________

b) (2/3 – 1/2)² : 5/6 = ________________

c) (1 – 1/4) · (1 + 1/3) = ________________

d) 3/2 – (1/2 + 1/3) : 5/3 = ________________

4 **Verdadero o falso. Corrige las falsas.**

	Afirmación	V / F	Corrección si es falsa
a	0,999… (periodo 9) es igual a 1		
b	Toda fracción produce un decimal exacto o periódico		
c	1/3 + 1/3 + 1/3 = 0,999…, luego no llega a 1		
d	Un decimal con infinitas cifras sin periodo (como π) tiene fracción generatriz		

5 **Encuentra el error. Nora calcula la generatriz de 0,2555… así: «0,2555… = 255/999». Explica los dos fallos y hazlo bien.**

6 **Problema de repaso. Resuelve con fracciones, paso a paso.**

Problema

Un ciclista recorre el lunes 2/5 de una ruta; el martes, 3/4 de lo que le queda, y aún le faltan 27 km. ¿Cuántos kilómetros tiene la ruta completa?

7 **Ordena de menor a mayor pasando todo a decimal.**

7/9 0,78 0,7■ (=0,777…) 11/14 0,7857…

8 **Cálculo mental contrarreloj. Dos minutos.**

Operación	Resultado	Operación	Resultado
1/2 + 1/4		0,25 · 8	
3/4 de 200		1 – 2/5	
(1/3)·(3/7)		0,5 : 0,1	

2 Potencias y notación científica

Números gigantes y diminutos

RECUERDA: Exponente negativo: $a^{-n} = 1/a^n$ ($2^{-3} = 1/8$). Las propiedades valen para todo exponente entero. **Notación científica**: $N = a \cdot 10^n$ con $1 \leq a < 10$. Para multiplicar: multiplica las partes y suma exponentes; para dividir, resta. Para sumar, iguala antes los exponentes.

1 **Calcula potencias de exponente negativo.**

a) 2^{-3} = ______ **b)** 5^{-1} = ______ **c)** $(1/2)^{-2}$ = ______ **d)** 10^{-4} = ______

2 **Expresa como una sola potencia.**

a) $3^5 \cdot 3^{-2}$ = ______ **b)** $7^{-4} : 7^{-6}$ = ______ **c)** $(2^{-3})^2$ = ______

d) $5^3 \cdot 5^{-3}$ = ______ **e)** $(10^2)^{-3} \cdot 10^8$ = ______

3 **Escribe en notación científica.**

Cantidad	Notación científica
Distancia Tierra-Sol: 150.000.000 km	
Diámetro de un virus: 0,00000012 m	
Habitantes de la Tierra: 8.100.000.000	
Masa de un grano de arena: 0,0000035 kg	

4 **Opera en notación científica.**

a) $(2 \cdot 10^5) \cdot (3 \cdot 10^{-2})$ = ______________

b) $(8 \cdot 10^6) : (4 \cdot 10^2)$ = ______________

c) $4{,}2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2$ = ______________

5 **Problema estelar. Resuelve con notación científica.**

Problema

La luz recorre $3 \cdot 10^5$ km cada segundo. La distancia de la Tierra al Sol es $1{,}5 \cdot 10^8$ km. ¿Cuántos segundos tarda la luz del Sol en llegarnos? ¿Y en minutos?

6 **Encuentra el error. Iris escribe: «$34{,}5 \cdot 10^6$ está en notación científica». ¿Es correcto? Justifica y corrígelo si hace falta.**

7 **Ordena de menor a mayor estas cantidades en notación científica.**

$2{,}7 \cdot 10^5$ $9{,}9 \cdot 10^4$ $3 \cdot 10^5$ $1{,}1 \cdot 10^6$

8 **Une con flechas cada número con su notación científica.**

Número	Notación científica
1. 0,00043	A. $4{,}3 \cdot 10^5$
2. 430.000	B. $4{,}3 \cdot 10^{-4}$
3. 0,043	C. $4{,}3 \cdot 10^{-2}$
4. 43.000.000	D. $4{,}3 \cdot 10^7$

Soluciones: 1 ___ 2 ___ 3 ___ 4 ___

3 Progresiones

Sucesiones con patrón

RECUERDA: Progresión aritmética: cada término suma una diferencia d constante; término general $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$; suma de n términos $S_n = (a_1 + a_n) \cdot n : 2$. **Progresión geométrica**: cada término multiplica por una razón r; $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$; $S_n = a_1 \cdot (r^n - 1) : (r - 1)$.

1 Clasifica cada sucesión: ¿aritmética (indica d), geométrica (indica r) o ninguna?

Sucesión	Tipo y constante
4, 7, 10, 13, 16, …	
3, 6, 12, 24, 48, …	
1, 4, 9, 16, 25, …	
20, 15, 10, 5, 0, …	
1, 1/2, 1/4, 1/8, …	

2 Término general. Escribe a_n y calcula el término pedido.

a) Aritmética 5, 8, 11, 14… → a_n = __________ ; a_{20} = ______

b) Geométrica 3, 6, 12, 24… → a_n = __________ ; a_8 = ______

3 Sumas. Calcula.

a) La suma de los 20 primeros términos de 5, 8, 11, 14…

b) La suma de los 6 primeros términos de 3, 6, 12, 24…

4 El teatro. Resuelve con progresiones.

Problema

En un teatro, la primera fila tiene 12 butacas y cada fila siguiente tiene 2 más que la anterior. a) ¿Cuántas butacas tiene la fila 15? b) ¿Cuántas butacas hay en total en las 15 filas?

5 La leyenda del tablero. Resuelve.

Problema

Cuenta la leyenda que el inventor del ajedrez pidió 1 grano de trigo por la primera casilla, 2 por la segunda, 4 por la tercera, y así doblando. ¿Cuántos granos corresponden a la casilla 10? ¿Y a la casilla 20? (Exprésalo como potencia y calcula.)

6 **Encuentra el término que falta para que la sucesión sea del tipo indicado.**

a) Aritmética: 7, _____, 19 b) Geométrica: 5, _____, 45

7 **Inventa. Escribe una situación real que siga una progresión geométrica de razón 2 y otra que siga una aritmética de diferencia 50. Indica sus tres primeros términos.**

4 Polinomios e identidades notables

Las herramientas del álgebra

RECUERDA: Identidades notables: $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$; $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$; $(a+b)\cdot(a-b) = a^2-b^2$. Para **factorizar**: 1.º saca factor común; 2.º busca notables; 3.º si es de 2.º grado, usa sus raíces. Multiplicar polinomios: cada término por cada término.

1 **Opera. Calcula y reduce.**

a) $(3x^2 - 2x + 5) + (x^2 + 4x - 7) =$ _______________

b) $(2x^3 - x + 1) - (x^3 - 3x^2 + 4) =$ _______________

c) $2x \cdot (x^2 - 3x + 2) =$ _______________

d) $(x + 2) \cdot (x + 5) =$ _______________

2 **Desarrolla con las identidades notables.**

a) $(x + 3)^2 =$ _______________ b) $(2x - 1)^2 =$ _______________

c) $(x + 5)\cdot(x - 5) =$ _______________ d) $(3x + 2)^2 =$ _______________

3 **Camino inverso: factoriza usando las notables.**

a) $x^2 - 16 =$ _______________ b) $x^2 + 10x + 25 =$ _______________

c) $4x^2 - 12x + 9 =$ _______________ d) $x^2 - 49 =$ _______________

4 **Factoriza en dos pasos: primero factor común y después una identidad notable.**

a) $2x^3 - 8x =$ _______________

b) $3x^2 + 6x + 3 =$ _______________

5 **Encuentra el error. Leo ha escrito: «$(x+4)^2 = x^2 + 16$». ¿Qué término ha olvidado? Escribe la regla completa y corrige.**

6 **Valor numérico. Para $P(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$, calcula.**

a) $P(2) =$ _______ b) $P(0) =$ _______ c) $P(-1) =$ _______

d) Según el apartado a), ¿es $x = 2$ una raíz de $P(x)$? ¿Por qué?

7 **División de polinomios. Divide $(x^2 + 5x + 6) : (x + 2)$ y comprueba multiplicando.**

8 **Truco de cálculo mental con notables. Calcula sin calculadora usando identidades: 101^2 y $99\cdot101$. Explica qué identidad usas en cada caso.**

5 Ecuaciones de primer y segundo grado

La fórmula que lo resuelve todo

Aa

RECUERDA: Ecuación de **2.º grado**: $ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = [-b \pm \sqrt{b^2-4ac}] : 2a$. El **discriminante** $\Delta = b^2-4ac$ dice cuántas soluciones hay: $\Delta>0$ dos, $\Delta=0$ una (doble), $\Delta<0$ ninguna. **Incompletas**: si c=0, saca factor común; si b=0, despeja x^2.

1 **Repaso de primer grado. Resuelve.**

a) $4(x - 3) + 2 = 2x + 6$

b) $(x + 2)/3 - (x - 1)/4 = 2$

2 **Incompletas. Resuelve sin usar la fórmula general.**

a) $2x^2 - 8 = 0$ b) $x^2 + 3x = 0$ c) $5x^2 = 0$ d) $x^2 - 49 = 0$

3 **Con la fórmula general. Resuelve.**

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $2x^2 + x - 3 = 0$

c) $x^2 - 6x + 9 = 0$

4 **El discriminante. SIN resolver, indica cuántas soluciones tiene cada ecuación.**

Ecuación	$\Delta = b^2 - 4ac$	N.º de soluciones
$x^2 - 4x + 5 = 0$		
$x^2 - 4x + 4 = 0$		
$x^2 - 4x + 3 = 0$		

5 **Problema con ecuación de 2.º grado. Plantea y resuelve.**

Problema

El producto de dos números naturales consecutivos es 72. ¿Qué números son? (Descarta la solución negativa y explica por qué.)

6 **Problema geométrico. Un rectángulo tiene 60 cm^2 de área y su largo mide 4 cm más que su ancho. Halla sus dimensiones.**

7 **Encuentra el error. Para resolver $x^2 = 9x$, Hugo divide entre x y obtiene «$x = 9$, única solución». ¿Qué solución ha perdido y por qué?**

8 **Inventa. Escribe una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean $x=2$ y $x=5$ (pista: parte de $(x-2)(x-5)=0$ y desarrolla).**

6 Sistemas de ecuaciones

Tres métodos, una solución

RECUERDA: Sustitución: despeja en una y sustituye en la otra. **Igualación**: despeja la misma incógnita en ambas e iguala. **Reducción**: multiplica las ecuaciones para que al sumarlas se elimine una incógnita. Elige el método según cómo venga el sistema.

1 **Por sustitución. Resuelve.**

$y = 2x - 1$; $3x + y = 14$

2 **Por igualación. Resuelve.**

$y = x + 4$; $y = 3x - 2$

3 **Por reducción. Resuelve.**

a) $2x + 3y = 12$; $4x - 3y = 6$

b) $3x + 2y = 8$; $2x + 5y = 9$

4 **Elige la mejor estrategia. Para cada sistema, indica qué método usarías y por qué (no hace falta resolver).**

Sistema	Método más cómodo y por qué
$y = 5x$; $2x + y = 21$	
$3x + 2y = 7$; $3x - 2y = 1$	
$y = x + 2$; $y = 2x - 3$	

5 **Problema de mezclas. Plantea un sistema y resuelve.**

Problema

Un tostadero mezcla café de 6 €/kg con café de 9 €/kg para obtener 30 kg de mezcla a 7 €/kg. ¿Cuántos kilos de cada tipo necesita?

6 **Problema de edades. Plantea y resuelve.**

Problema

Una madre tiene el triple de edad que su hijo. Dentro de 12 años solo tendrá el doble. ¿Qué edad tiene cada uno?

7 **Verdadero o falso. Sobre el sistema $x+y=6$; $2x+2y=12$. Razona tu respuesta.**

	Afirmación	V / F	Corrección si es falsa
a	El par (2, 4) es solución		
b	El par (5, 1) es solución		
c	El sistema tiene una única solución		

8 **Inventa un problema que se resuelva con el sistema $x + y = 10$; $x - y = 2$, y resuélvelo.**

7

Proporcionalidad y porcentajes

Repartos, mezclas e intereses

RECUERDA: Reparto directamente proporcional: divide el total entre la suma de las partes y multiplica. **Proporcionalidad compuesta**: encadena las proporciones magnitud a magnitud. **Interés simple**: I = C·r·t : 100 (C capital, r rédito anual, t años).

1 **Reparto proporcional. Tres socios montaron un negocio aportando 5.000 €, 7.000 € y 8.000 €. Este año deben repartirse 6.000 € de beneficio de forma proporcional. ¿Cuánto recibe cada uno?**

2 **Proporcionalidad compuesta. Resuelve paso a paso.**

Problema

4 máquinas producen 600 piezas en 6 horas. ¿Cuántas piezas producirán 5 máquinas en 8 horas?

3 **Interés simple. Calcula.**

a) Interés que producen 2.000 € al 3% anual durante 4 años.

b) Capital final si depositas 1.500 € al 2% anual durante 3 años.

4 **Porcentajes encadenados. Una prenda de 80 € sube un 10% y, después, se rebaja un 30%. a) ¿Precio final? b) ¿Qué porcentaje total de variación ha tenido respecto al inicio?**

5 **Encuentra el dato que falta. Este problema no puede resolverse. Di qué falta, inventa un valor razonable y resuélvelo.**

Problema incompleto

Un ciclista avanza a velocidad constante. ¿Cuánto tardará en recorrer 90 km?

6 **Comparar con porcentajes. En el grupo A aprobaron 24 de 30 estudiantes; en el B, 28 de 40. ¿Qué grupo tuvo mejor porcentaje de aprobados? Justifica con cálculos.**

8 Geometría del plano: Tales y Pitágoras

Dos teoremas imprescindibles

RECUERDA: Teorema de Tales: rectas paralelas cortadas por secantes producen segmentos proporcionales. Sirve para medir alturas por sombras. **Pitágoras** ($h^2 = a^2 + b^2$) resuelve alturas de triángulos, apotemas de polígonos regulares y diagonales, ¡incluso en tres dimensiones!

1 **Tales con segmentos. Dos rectas secantes cortan a tres paralelas. En la primera secante los segmentos miden 3 cm y 4 cm; en la segunda, el primer segmento mide 6 cm. ¿Cuánto mide el segundo? Escribe la proporción.**

2 **La altura de la torre. Resuelve con Tales (sombras).**

Problema

A la misma hora, una persona de 1,6 m proyecta una sombra de 2,4 m y una torre proyecta una sombra de 18 m. ¿Qué altura tiene la torre?

3 **La altura del triángulo equilátero. Calcula la altura de un triángulo equilátero de lado 10 cm (divide el triángulo en dos rectángulos) y su área.**

4 **La apotema del hexágono. En un hexágono regular de lado 12 cm (el radio también mide 12 cm), calcula la apotema y el área.**

5 **Pitágoras en 3D. Calcula la diagonal de un ortoedro de dimensiones 3 × 4 × 12 cm (pista: primero la diagonal de la base, luego otro triángulo rectángulo con la altura).**

6 **Verdadero o falso. Corrige las falsas.**

	Afirmación	V / F	Corrección si es falsa
a	Tales solo funciona si las rectas cortadas son paralelas		
b	En un triángulo de lados 6, 8 y 10, el ángulo mayor es recto		
c	La diagonal de un cuadrado de lado L mide $L\cdot\sqrt{2}$		

9 Movimientos en el plano

Trasladar, girar, reflejar

RECUERDA: Una **traslación** mueve cada punto según un vector (a, b): el punto (x, y) va a (x+a, y+b). Un **giro** rota alrededor de un centro un ángulo dado. Una **simetría axial** refleja respecto a un eje: respecto al eje Y, (x, y) → (–x, y); respecto al eje X, (x, y) → (x, –y). Los movimientos conservan las distancias.

1 **Traslaciones. Aplica la traslación de vector (3, –2) a estos puntos.**

Punto	Trasladado
A(1, 4)	
B(–2, 0)	
C(0, –3)	
D(5, 2)	

2 **Simetrías con coordenadas. Halla el simétrico de P(3, 5).**

a) Respecto al eje Y: ______ b) Respecto al eje X: ______ c) Respecto al origen: ______

3 **Identifica el movimiento. ¿Traslación, giro o simetría?**

Situación	Movimiento
Las aspas de un molino al moverse	
Tu imagen en un espejo	
Un tren avanzando en línea recta	
Las manecillas del reloj	

4 **Giros. Al girar el punto (2, 0) un ángulo de 90° en sentido antihorario con centro en el origen, ¿a qué punto llega? ¿Y si el giro es de 180°? ¿Y de 360°?**

5 **Ejes y centro de simetría. Completa la tabla.**

Figura	N.º de ejes de simetría	¿Centro de simetría?
Rectángulo		
Triángulo equilátero		
Hexágono regular		
La letra S		

6 **Composición de movimientos. Aplica al punto A(1, 2) primero una traslación de vector (2, 3) y después una simetría respecto al eje X. ¿Dónde acaba? ¿El resultado sería el mismo si inviertes el orden?**

7 **Mosaicos. Explica qué movimiento (o movimientos) permite generar un mosaico a partir de una sola pieza que se repite, como en los azulejos de la Alhambra.**

Geometría del espacio y la esfera

Del aula al planeta

RECUERDA: Esfera: volumen = $(4/3)\cdot\pi\cdot r^3$ y área = $4\cdot\pi\cdot r^2$. La Tierra se organiza con **coordenadas geográficas**: latitud (paralelos, 0° en el ecuador) y longitud (meridianos, 0° en Greenwich). Cada **huso horario** abarca 15° de longitud: al viajar hacia el Este se suman horas; hacia el Oeste, se restan.

1 **La esfera. Calcula el volumen y el área de una esfera de radio 6 cm ($\pi \approx 3,14$).**

2 **Volúmenes combinados. Un depósito tiene forma de cilindro de radio 2 m y altura 5 m rematado por una semiesfera del mismo radio. Calcula su volumen total ($\pi \approx 3,14$).**

3 **Coordenadas geográficas. Responde.**

a) ¿Qué dos datos definen la posición de un punto sobre la Tierra?

b) ¿Qué latitud tienen todos los puntos del ecuador? ¿Y qué longitud tiene el meridiano de Greenwich?

c) Madrid está aproximadamente a 40° N, 4° O. Explica qué significa cada dato.

4 **Husos horarios. Resuelve.**

Problema

La ciudad A está en longitud 45° Este y la ciudad B en 30° Oeste. a) ¿Cuántos grados de longitud las separan? b) ¿Cuántas horas de diferencia hay entre ellas (1 huso = 15°)? c) Si en A son las 14:00, ¿qué hora es en B?

5 **Pitágoras en el espacio. Una caja ortoédrica mide 6 × 8 × 24 cm. ¿Cabe un lápiz de 25 cm en su interior colocado en diagonal? Justifica con cálculos.**

6 **Verdadero o falso. Corrige las falsas.**

	Afirmación	V / F	Corrección si es falsa
a	Todos los meridianos miden lo mismo		

b	Todos los paralelos miden lo mismo		
c	Al duplicar el radio de una esfera, su volumen se multiplica por 8		

11 Funciones y sus características

Leer una gráfica a fondo

RECUERDA: Rasgos de una función: **dominio** (valores posibles de x), **crecimiento/decrecimiento**, **máximos y mínimos**, **continuidad** (si se dibuja sin levantar el lápiz) y **cortes con los ejes**. La **TVM** (tasa de variación media) entre a y b es [f(b)–f(a)] : (b–a): mide cuánto cambia y por unidad de x.

1 **Interpreta la gráfica de una excursión. La gráfica distancia-tiempo de una ruta muestra: de 0 a 2 h sube de 0 a 8 km; de 2 a 3 h se mantiene en 8 km; de 3 a 4 h sube de 8 a 10 km; de 4 a 6 h baja de 10 a 0 km. Responde.**

a) ¿En qué tramos la función es creciente, constante y decreciente? ¿Qué significa cada uno en la ruta?

b) ¿Cuál es el máximo de la función y cuándo se alcanza?

c) ¿Cuántos kilómetros se caminaron en total (ida y vuelta)?

2 **Dominio. Indica el dominio de cada función.**

Función	Dominio
$y = 3x – 5$	
$y = 1/x$	
$y = \sqrt{x}$	
El precio del taxi según los km (contexto real)	

3 **Tasa de variación media. Para $f(x) = x^2$, calcula la TVM en los intervalos [1, 3] y [0, 2]. ¿Qué indica que salgan distintas?**

4 **Continuidad. Indica si cada situación se representa con una función continua o discontinua (a saltos), y por qué.**

Situación	¿Continua o a saltos?
La temperatura a lo largo del día	
El precio del aparcamiento por horas o fracción	
La altura de una planta al crecer	

5 **Verdadero o falso. Corrige las falsas.**

	Afirmación	V / F	Corrección si es falsa
a	Una función puede tener dos valores de y para la misma x		
b	Un máximo relativo es un punto donde la función pasa de crecer a decrecer		

c	Si una gráfica corta al eje X en x=2, entonces f(2)=0		

6 **Dibuja tú. Esboza (a mano, con ejes) la gráfica de una función que cumpla: dominio [0, 10], creciente hasta x=4, máximo en (4, 5), decreciente después y que corte al eje X en x=9.**

12 Funciones lineales y cuadráticas

De la recta a la parábola

RECUERDA: Recta: $y = mx + n$; la pendiente entre dos puntos es m = (y■–y■):(x■–x■); n es la ordenada en el origen. Rectas paralelas → misma m. **Parábola** $y = ax^2 + bx + c$: el vértice está en $x = –b:(2a)$; corta al eje X en las soluciones de $ax^2+bx+c = 0$; si $a>0$ abre hacia arriba (mínimo) y si $a<0$, hacia abajo (máximo).

1 **Pendiente y ecuación. Una recta pasa por (1, 2) y (3, 8).**

a) Calcula la pendiente m.

b) Escribe su ecuación $y = mx + n$ (halla n sustituyendo un punto).

c) ¿Pasa por el punto (10, 29)? Compruébalo.

2 **Identifica. Sin dibujar, clasifica cada recta: creciente, decreciente o constante, y da su pendiente y ordenada en el origen.**

Recta	m	n	Tipo
$y = –2x + 3$			
$y = x/2$			
$y = 4$			

3 **Rectas paralelas. Escribe la ecuación de la recta paralela a $y = 2x + 1$ que pasa por el punto (0, –3). ¿Y la paralela que pasa por (2, 7)?**

4 **La parábola. Para $y = x^2 – 4x + 3$, calcula.**

a) El vértice (usa $x = –b/2a$) y di si es máximo o mínimo.

b) Los cortes con el eje X (resuelve $x^2–4x+3 = 0$).

c) El corte con el eje Y (haz $x=0$) y el eje de simetría.

5 **Tabla de la parábola. Completa la tabla de $y = x^2 – 4x + 3$ y comprueba la simetría alrededor de $x = 2$.**

x	0	1	2	3	4
y					

6 **Problema del cohete de agua. La altura (en m) de un cohete de juguete sigue $h = –5t^2 + 20t$ (t en segundos). a) ¿Qué altura tiene en $t=1$? b) ¿Cuándo vuelve al suelo ($h=0$)? c) ¿En qué instante alcanza la altura máxima y cuánto vale?**

7 **Une con flechas cada función con su gráfica descrita.**

Función	Descripción de la gráfica
1. $y = 3x$	A. Parábola que abre hacia abajo
2. $y = -x^2 + 4$	B. Recta creciente por el origen
3. $y = -2x + 5$	C. Parábola que abre hacia arriba
4. $y = x^2 - 1$	D. Recta decreciente

Soluciones: 1 ___ 2 ___ 3 ___ 4 ___

13 Estadística

Centro y dispersión de los datos

RECUERDA: Parámetros de **centralización**: media, mediana y moda. Parámetros de **dispersión**: recorrido, **varianza** (media de los cuadrados de las desviaciones), **desviación típica** σ (raíz de la varianza) y **coeficiente de variación** CV = σ : media, que permite comparar la dispersión de series distintas.

1 **Paso a paso. Con los datos 2, 4, 6, 8, 10, calcula.**

a) La media.

b) Las desviaciones respecto a la media y la varianza (media de sus cuadrados).

c) La desviación típica σ (redondea a centésimas) y el coeficiente de variación.

2 **Tabla de frecuencias. Horas semanales de deporte de 20 personas: valores 0, 2, 4, 6 con frecuencias 3, 7, 8, 2. Calcula la media y la moda.**

3 **Comparar con el CV. Dos jugadoras de baloncesto: Ana anota de media 15 puntos con σ = 6; Bea anota de media 10 puntos con σ = 5. ¿Cuál es más regular? Usa el coeficiente de variación y explica por qué no basta con comparar las σ.**

4 **Interpreta. Las notas de dos grupos tienen la misma media (6) pero el grupo A tiene σ = 0,5 y el B tiene σ = 3. Describe cómo son las notas de cada grupo.**

5 **Encuentra el error. Marta dice: «La media de mis notas 4 y 8 es 6, así que estoy aprobada en las dos evaluaciones». ¿Qué matiz importante ignora la media? Razona.**

6 **Población y muestra. Queremos saber cuántas horas duermen los estudiantes de tu comunidad. Indica cuál es la población, propón una muestra razonable y explica por qué no se estudia toda la población.**

14 Probabilidad

Medir el azar

Aa

RECUERDA: Laplace: P = favorables : posibles. **Unión**: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Sucesos **compuestos**: multiplica las probabilidades de cada etapa (árbol). **Sin reemplazamiento**: tras cada extracción cambian los casos. El suceso contrario cumple P(no A) = 1 – P(A).

1 **Repaso de Laplace. Se lanza un dado de 6 caras. Calcula.**

Suceso	Probabilidad
A = «salir par»	
B = «salir más de 3»	
$A \cap B$ = «par y más de 3»	
$A \cup B$ = «par o más de 3»	

2 **El suceso contrario. La probabilidad de que mañana llueva es 0,3. a) ¿Cuál es la probabilidad de que NO llueva? b) En una rifa de 200 números tienes 8: ¿probabilidad de no ganar?**

3 **Diagrama de árbol. Se lanza una moneda dos veces. Dibuja el árbol y calcula la probabilidad de: a) dos caras; b) una cara y una cruz (en cualquier orden).**

4 **Sin reemplazamiento. Una urna tiene 3 bolas rojas y 2 azules. Sacamos dos bolas SIN devolver la primera. Calcula.**

a) P(las dos rojas).

b) P(la primera roja y la segunda azul).

c) ¿Cambiarían los resultados CON reemplazamiento? Calcula P(dos rojas) en ese caso.

5 **Experimento compuesto. Se lanza un dado y una moneda a la vez. a) ¿Cuántos resultados posibles hay? b) P(sacar un 6 y cara). c) P(número par y cruz).**

6 **Razona. En una familia con dos hijos, Juan dice: «Las opciones son 0, 1 o 2 niñas, así que P(2 niñas) = 1/3». Dibuja el árbol y explica por qué se equivoca.**

15 Juegos matemáticos

El gran final de 3.º

¡A JUGAR!: Los juegos de 3.º son los más exigentes de la colección: escape room con ecuaciones de 2.º grado y notación científica, sudoku con 22 huecos, kakuro con celda pista y pirámide con enteros. Todos con solución única comprobada por ordenador.

Escape room: el observatorio astronómico

La cúpula del observatorio se abre con un código de **cuatro cifras**. Resuelve las pruebas en orden.

PRUEBA 1

Primera cifra: la solución POSITIVA de $x^2 - 9 = 0$.

PRUEBA 2

Segunda cifra: la diferencia d de la progresión aritmética 4, 9, 14, 19…

PRUEBA 3

Tercera cifra: el exponente n si $72.000 = 7{,}2 \cdot 10^n$.

PRUEBA 4

Cuarta cifra: el valor de $2^{-1} \cdot 16$.

CÓDIGO DE LA CÚPULA: ____ ____ ____ ____

15 Juegos matemáticos

Sudoku, kakuro y pirámide

1 **Sudoku 6×6 (nivel 3.º). Completa: números del 1 al 6 sin repetirse en filas, columnas ni bloques de 2×3. ¡22 huecos!**

3	5		6	4	1
	4		3		
					6
			5	2	
	3				4
1			2		

2 **Kakuro 3×2. Completa con cifras del 1 al 9 (sin repetir en cada fila ni columna): cada fila y columna debe sumar lo indicado. Te damos una celda como pista.**

	Columna A	Columna B	Columna C	Suma fila
Fila 1		8		20
Fila 2				10
Suma columna	14	9	7	

3 **Pirámide con enteros. Completa: cada casilla es la suma de las dos inferiores. ¡Seis huecos, incluida la base!**

16				
	8			
3		3	2	
7		9	-6	8

4 **Reto contrarreloj. Cálculo mental en 3 minutos.**

Operación	Resultado	Operación	Resultado
$(-2)^{(-2)}$		d de 7, 12, 17…	
$\sqrt{4\cdot10^4}$		101^2 (¡notable!)	
0,333… como fracción		vértice de $y=x^2-2x$ (la x)	

15 Juegos matemáticos

Laberinto y Pasapalabra de 3.º

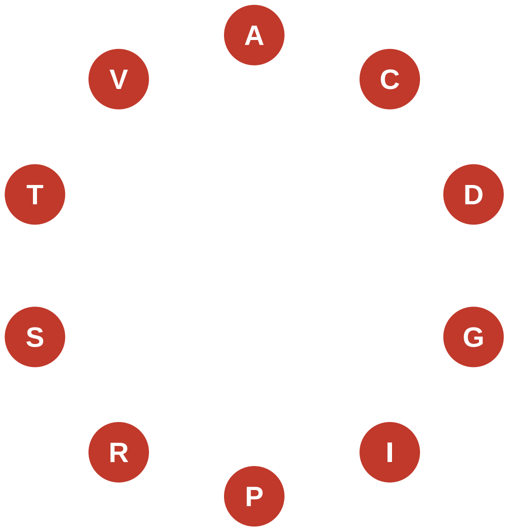
Aa

1 **Laberinto matemático. Colorea el camino desde la ENTRADA hasta la SALIDA pasando SOLO por casillas cuyo resultado sea 48. Movimientos en horizontal y vertical.**

Se entra por la IZQUIERDA de la fila 2 y se sale por la DERECHA de la fila 2.

1+45	2×25	10+42	45+1	52-12	2×26
27+21	2×24	22+31	2×24	33+15	2×24
68-12	59-11	56-8	31+17	2×21	10+40
2+39	36+17	57-8	3+40	5+49	44+1

PASAPALABRA · CÓMO SE JUEGA: Completa el rosco con términos de 3.º de ESO. ¡Algunas letras están dentro de la palabra!



Definiciones:

A	*Empieza por A:* Progresión en la que cada término se obtiene sumando una diferencia constante.	____________________
C	*Empieza por C:* Notación ______: forma de escribir números muy grandes o muy pequeños.	____________________
D	*Empieza por D:* $b^2 - 4ac$: decide cuántas soluciones tiene la ecuación de 2.º grado.	____________________
G	*Empieza por G:* Fracción ______: la que genera un decimal periódico.	____________________
I	*Empieza por I:* Igualdad notable como $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.	____________________
P	*Empieza por P:* Gráfica de la función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$.	____________________
R	*Empieza por R:* Método para resolver sistemas sumando las ecuaciones.	____________________
S	*Empieza por S:* Movimiento que refleja una figura respecto a un eje.	____________________
T	*Empieza por T:* Teorema de los segmentos proporcionales entre paralelas.	____________________
V	*Empieza por V:* Punto máximo o mínimo de la parábola.	____________________

Solucionario

Matemáticas · 3.º ESO

Aquí tienes las soluciones de todos los ejercicios. Para los ejercicios de escritura libre se incluye una orientación de lo que se valora. ***¡Recuerda usarlas solo después de intentar las actividades!***

1 Fracciones y decimales

1. 7/20: $20=2^2\cdot5$ (solo 2 y 5) → exacto (0,35). 5/9: $9=3^2$ → periódico puro (0,555…). 7/12: $12=2^2\cdot3$ (hay 2 y otros) → periódico mixto (0,58333…). 3/8: $8=2^3$ → exacto (0,375).

2. a) 6/10=3/5. b) 7/9. c) (23–2)/9=21/9=7/3. d) (16–1)/90=15/90=1/6. e) (125–1)/99=124/99.

3. a) 2/3+2/5 = 10/15+6/15 = 16/15. b) $(1/6)^2$:5/6 = (1/36)·(6/5) = 1/30. c) (3/4)·(4/3) = 1. d) 3/2 – (5/6)·(3/5) = 3/2 – 1/2 = 1.

4. a) V: 9/9=1. b) V. c) F: 1/3+1/3+1/3 = 3/3 = 1 exactamente (y 0,999…=1). d) F: los irracionales como π NO pueden expresarse como fracción.

5. Es periódico MIXTO (anteperiodo 2, periodo 5): la regla de los tres 9 es solo para puros. Correcto: (25–2)/90 = 23/90.

6. Tras el lunes queda 3/5. El martes recorre 3/4 de 3/5 = 9/20; queda 3/5 – 9/20 = 12/20 – 9/20 = 3/20 de la ruta = 27 km → 1/20 = 9 km → ruta = 180 km.

7. 7/9=0,777…; 11/14≈0,7857. Orden: 0,7■ = 7/9 (iguales, 0,777…) < 0,78 < 11/14 ≈ 0,7857… (las dos últimas prácticamente iguales: 11/14=0,785714…).

8. 3/4; 2; 150; 3/5; 1/7; 5.

2 Potencias y notación científica

1. a) 1/8. b) 1/5. c) $2^2=4$ (invertir y cambiar el signo del exponente). d) 0,0001.

2. a) 3^3. b) 7^2. c) 2^{-6}. d) $5^0 = 1$. e) $10^{-6}\cdot10^8 = 10^2$.

3. $1{,}5\cdot10^8$ km; $1{,}2\cdot10^{-7}$ m; $8{,}1\cdot10^9$; $3{,}5\cdot10^{-6}$ kg.

4. a) $6\cdot10^3$. b) 2·10■. c) $4{,}2\cdot10^3+0{,}3\cdot10^3 = 4{,}5\cdot10^3$.

5. $t = 1{,}5\cdot10^8 : 3\cdot10^5 = 0{,}5\cdot10^3 = 500$ s = 8 min 20 s.

6. No: la parte decimal debe cumplir $1 \le a < 10$, y 34,5 no lo cumple. Correcto: $3{,}45\cdot10^7$.

7. 9,9·10■ < 2,7·10■ < 3·10■ < 1,1·10■ (primero se compara el exponente; a igual exponente, la parte decimal).

8. 1-B, 2-A, 3-C, 4-D.

3 Progresiones

1. 1. Aritmética, d=3. 2. Geométrica, r=2. 3. Ninguna (son los cuadrados). 4. Aritmética, d=–5. 5. Geométrica, r=1/2.

2. a) $a_n = 5+3(n-1) = 3n+2$; $a_{20} = 62$. b) $a_n = 3\cdot2^{n-1}$; $a_8 = 3\cdot128 = 384$.

3. a) $S_{20} = (5+62)\cdot20:2 = 670$. b) $S_6 = 3\cdot(2^6-1):(2-1) = 3\cdot63 = 189$.

4. a) $a_{15} = 12+2\cdot14 = 40$ butacas. b) $S_{15} = (12+40)\cdot15:2 = 390$ butacas.

5. Casilla n: 2^{n-1} granos. Casilla 10: $2^9 = 512$. Casilla 20: $2^{19} = 524.288$.

6. a) 13 (d=6, el término central es la media: (7+19):2). b) 15 (r=3; el central es la media geométrica: $\sqrt{5\cdot45}=\sqrt{225}=15$).

7. Respuesta libre. Ejemplos: bacterias que se duplican cada hora (100, 200, 400…); una hucha que crece 50 € al mes (50, 100, 150…).

4 Polinomios e identidades notables

1. a) $4x^2+2x-2$. b) x^3+3x^2-x-3. c) $2x^3-6x^2+4x$. d) $x^2+7x+10$.

2. a) x^2+6x+9. b) $4x^2-4x+1$. c) x^2-25. d) $9x^2+12x+4$.

3. a) $(x+4)(x-4)$. b) $(x+5)^2$. c) $(2x-3)^2$. d) $(x+7)(x-7)$.

4. a) $2x(x^2-4) = 2x(x+2)(x-2)$. b) $3(x^2+2x+1) = 3(x+1)^2$.

5. Ha olvidado el doble producto: $(x+4)^2 = x^2 + 2\cdot4\cdot x + 16 = x^2+8x+16$. El cuadrado de una suma NUNCA es la suma de los cuadrados.

6. a) $8-8+2-2 = 0$. b) -2. c) $-1-2-1-2 = -6$. d) Sí: $P(2)=0$, y las raíces son los valores que anulan el polinomio.

7. Cociente: $x+3$, resto 0. Comprobación: $(x+2)(x+3) = x^2+5x+6$ ✓.

8. $101^2 = (100+1)^2 = 10.000+200+1 = 10.201$. $99\cdot101 = (100-1)(100+1) = 100^2-1 = 9.999$. Se usan $(a+b)^2$ y $(a+b)(a-b)$ = suma por diferencia.

5 Ecuaciones de primer y segundo grado

1. a) $4x-12+2=2x+6 \rightarrow 2x=16 \rightarrow x=8$. b) mcm 12: $4(x+2)-3(x-1)=24 \rightarrow 4x+8-3x+3=24 \rightarrow x=13$.

2. a) $x^2=4 \rightarrow x=\pm2$. b) $x(x+3)=0 \rightarrow x=0$ y $x=-3$. c) $x=0$ (doble). d) $x=\pm7$.

3. a) $\Delta=25-24=1 \rightarrow x=(5\pm1):2 \rightarrow x=3$ y $x=2$. b) $\Delta=1+24=25 \rightarrow x=(-1\pm5):4 \rightarrow x=1$ y $x=-3/2$. c) $\Delta=0 \rightarrow x=3$ (solución doble).

4. $\Delta = 16-20 = -4 \rightarrow$ ninguna. $\Delta = 16-16 = 0 \rightarrow$ una (doble). $\Delta = 16-12 = 4 \rightarrow$ dos.

5. $x(x+1)=72 \rightarrow x^2+x-72=0 \rightarrow \Delta=1+288=289 \rightarrow x=(-1\pm17):2 \rightarrow x=8$ (o $x=-9$, se descarta por pedir naturales). Los números son 8 y 9.

6. $x(x+4)=60 \rightarrow x^2+4x-60=0 \rightarrow \Delta=16+240=256 \rightarrow x=(-4\pm16):2 \rightarrow x=6$. Dimensiones: 6 × 10 cm.

7. Al dividir entre x se pierde la solución $x=0$. Correcto: $x^2-9x=0 \rightarrow x(x-9)=0 \rightarrow x=0$ y $x=9$. Nunca dividas entre la incógnita: factoriza.

8. $(x-2)(x-5)=0 \rightarrow x^2-7x+10 = 0$.

6 Sistemas de ecuaciones

1. $3x+2x-1=14 \rightarrow 5x=15 \rightarrow x=3, y=5$.

2. $x+4=3x-2 \rightarrow 6=2x \rightarrow x=3, y=7$.

3. a) Sumando: $6x=18 \rightarrow x=3, y=2$. b) 1.ª×2 y 2.ª×(–3): $6x+4y=16$; $-6x-15y=-27 \rightarrow -11y=-11 \rightarrow y=1, x=2$.

4. 1.º sustitución (y ya despejada). 2.º reducción (los coeficientes son opuestos: al sumar se van las y; al restar, las x). 3.º igualación (las dos y despejadas).

5. $x+y=30$; $6x+9y=210$. $x=30-y \rightarrow 180-6y+9y=210 \rightarrow 3y=30 \rightarrow y=10$ kg (de 9 €) y $x=20$ kg (de 6 €).

6. $m=3h$; $m+12=2(h+12) \rightarrow 3h+12=2h+24 \rightarrow h=12$ años y $m=36$ años.

7. a) V. b) V. c) F: la 2.ª ecuación es el doble de la 1.ª (misma recta) → tiene INFINITAS soluciones (sistema compatible indeterminado).

8. Respuesta libre. Ej.: 'Dos números suman 10 y su diferencia es 2.' Solución: $x=6, y=4$.

7 Proporcionalidad y porcentajes

1. Proporcional a 5:7:8 (suma 20). 6.000:20 = 300 € por parte → 1.500 €, 2.100 € y 2.400 €.

2. Ambas directas con la producción: 600 × (5/4) × (8/6) = 600×5×8:(4·6) = 1.000 piezas.

3. a) I = 2.000·3·4:100 = 240 €. b) I = 90 €; capital final 1.590 €.

4. a) 80×1,10×0,70 = 61,60 €. b) 61,60:80 = 0,77 → ha bajado un 23% en total (¡no un 20%!).

5. Falta la velocidad. Por ejemplo, a 30 km/h: t = 90:30 = 3 horas.

6. A: 24:30 = 80%. B: 28:40 = 70%. Mejor el grupo A (aunque el B tenga más aprobados en número absoluto).

8 Geometría del plano: Tales y Pitágoras

1. 3/4 = 6/x → x = 24:3 = 8 cm.
2. 1,6/2,4 = h/18 → h = 1,6·18:2,4 = 12 m.
3. h = $\sqrt{(10^2–5^2)}$ = $\sqrt{75}$ ≈ 8,66 cm. Área = 10×8,66:2 ≈ 43,3 cm².
4. a = $\sqrt{(12^2–6^2)}$ = $\sqrt{108}$ ≈ 10,39 cm. Área = perímetro×apotema:2 = 72×10,39:2 ≈ 374,1 cm².
5. Diagonal de la base: $\sqrt{(9+16)}$=5. Diagonal del ortoedro: $\sqrt{(5^2+12^2)}$=$\sqrt{169}$=13 cm.
6. a) V. b) V: 36+64=100 → es rectángulo, y el ángulo recto es el mayor. c) V: $\sqrt{(L^2+L^2)}$ = L$\sqrt{2}$.

9 Movimientos en el plano

1. A'(4, 2); B'(1, –2); C'(3, –5); D'(8, 0).
2. a) (–3, 5). b) (3, –5). c) (–3, –5) (equivale a un giro de 180°).
3. 1. Giro. 2. Simetría (axial). 3. Traslación. 4. Giro.
4. 90°: (0, 2). 180°: (–2, 0). 360°: vuelve a (2, 0) (giro completo).
5. Rectángulo: 2 ejes, sí tiene centro. Equilátero: 3 ejes, no tiene centro. Hexágono: 6 ejes, sí. Letra S: 0 ejes, pero SÍ tiene centro de simetría (giro de 180°).
6. Traslación: (3, 5); simetría eje X: (3, –5). Al revés: simetría (1, –2), traslación (3, 1). NO coincide: el orden de los movimientos importa.
7. Las traslaciones en dos direcciones (repetir la pieza en filas y columnas), combinadas a menudo con giros y simetrías de la pieza básica.

10 Geometría del espacio y la esfera

1. V = (4/3)·3,14·216 = 288·3,14 ≈ 904,32 cm³. Área = 4·3,14·36 ≈ 452,16 cm².
2. Cilindro: 3,14·4·5 = 62,8 m³. Semiesfera: (4/3)·3,14·8 : 2 ≈ 16,75 m³. Total ≈ 79,55 m³.
3. a) La latitud y la longitud. b) Latitud 0°; longitud 0°. c) Está 40° al norte del ecuador y 4° al oeste del meridiano de Greenwich.
4. a) 45+30 = 75°. b) 75:15 = 5 horas. c) B está al oeste → 5 horas menos: las 9:00.
5. Diagonal base: $\sqrt{(36+64)}$=10. Diagonal de la caja: $\sqrt{(10^2+24^2)}$=$\sqrt{676}$=26 cm. Sí cabe: 25 < 26.
6. a) V (todos son circunferencias máximas de polo a polo). b) F: el ecuador es el mayor y se reducen hacia los polos. c) V: el volumen depende de r^3 y 2^3=8.

11 Funciones y sus características

1. a) Creciente 0-2 h y 3-4 h (se alejan); constante 2-3 h (descanso); decreciente 4-6 h (regreso). b) Máximo: 10 km, a las 4 h. c) 10 de ida + 10 de vuelta = 20 km.
2. 1. Todos los reales. 2. Todos menos x=0. 3. x ≥ 0. 4. x ≥ 0 (no hay kilómetros negativos): el contexto también limita el dominio.
3. [1,3]: (9–1):(3–1) = 4. [0,2]: (4–0):2 = 2. Que la función no crece a ritmo constante: no es lineal.
4. 1. Continua (varía gradualmente). 2. Discontinua: sube a saltos con cada hora empezada (función escalonada). 3. Continua.
5. a) F: por definición, a cada x le corresponde UN único valor de y. b) V. c) V.
6. Respuesta gráfica libre que cumpla las condiciones: sube hasta (4,5), baja después y pasa por (9,0).

12 Funciones lineales y cuadráticas

1. a) $m = (8-2):(3-1) = 3$. b) $2 = 3\cdot1+n \rightarrow n = -1 \rightarrow y = 3x-1$. c) $3\cdot10-1 = 29$ ✓ sí pasa.

2. $y=-2x+3$: $m=-2$, $n=3$, decreciente. $y=x/2$: $m=1/2$, $n=0$, creciente (pasa por el origen). $y=4$: $m=0$, $n=4$, constante.

3. Paralelas $\rightarrow m=2$. Por $(0,-3)$: $y = 2x-3$. Por $(2,7)$: $7 = 4+n \rightarrow n=3 \rightarrow y = 2x+3$.

4. a) $x = 4:2 = 2$; $y(2) = 4-8+3 = -1 \rightarrow$ vértice $(2, -1)$, mínimo ($a=1>0$). b) $x=1$ y $x=3$. c) $(0, 3)$; eje de simetría $x=2$.

5. y: 3, 0, –1, 0, 3. Los valores se repiten simétricamente a ambos lados del vértice (2, –1).

6. a) $h(1) = -5+20 = 15$ m. b) $-5t^2+20t=0 \rightarrow t(-5t+20)=0 \rightarrow t=0$ y $t=4$ s: vuelve a los 4 s. c) Vértice: $t = -20:(-10) = 2$ s; $h(2) = -20+40 = 20$ m de altura máxima.

7. 1-B, 2-A, 3-D, 4-C.

13 Estadística

1. a) Media $30:5 = 6$. b) Desviaciones: –4, –2, 0, 2, 4; varianza $= (16+4+0+4+16):5 = 8$. c) $\sigma = \sqrt{8} \approx 2{,}83$; CV $= 2{,}83:6 \approx 0{,}47$ (47%).

2. Media $= (0\cdot3+2\cdot7+4\cdot8+6\cdot2):20 = (0+14+32+12):20 = 58:20 = 2{,}9$ horas. Moda: 4 (frecuencia 8).

3. CV Ana $= 6:15 = 0{,}40$; CV Bea $= 5:10 = 0{,}50$. Ana es más regular (menor CV). Las σ no bastan porque las medias son distintas: la dispersión hay que verla en proporción a la media.

4. En A, todas las notas están muy cerca de 6 (grupo homogéneo). En B hay notas muy altas y muy bajas (grupo heterogéneo), aunque la media coincida.

5. La media resume pero oculta la dispersión: sigue teniendo un 4 (suspenso) en una evaluación. Dos datos muy distintos pueden dar una media 'buena'.

6. Población: todos los estudiantes de la comunidad. Muestra: p. ej., 500 estudiantes elegidos al azar de varios centros. No se estudia toda por coste y tiempo; una muestra representativa basta.

14 Probabilidad

1. $P(A)=3/6=1/2$. $P(B)=3/6=1/2$. $A\cap B=\{4,6\} \rightarrow 2/6=1/3$. $P(A\cup B)=1/2+1/2-1/3=2/3$ (son $\{2,4,5,6\}$).

2. a) $1-0{,}3 = 0{,}7$. b) $P(\text{ganar})=8/200=0{,}04 \rightarrow P(\text{no ganar})=0{,}96$.

3. a) $P(CC) = 1/2\cdot1/2 = 1/4$. b) $P(CX) + P(XC) = 1/4+1/4 = 1/2$.

4. a) $3/5 \cdot 2/4 = 6/20 = 3/10$. b) $3/5 \cdot 2/4 = 3/10$ (2 azules entre las 4 restantes). c) Sí: con reemplazamiento $P(RR) = 3/5\cdot3/5 = 9/25$.

5. a) $6\times2 = 12$. b) $1/6\cdot1/2 = 1/12$. c) $1/2\cdot1/2 = 1/4$ (3 pares de 6 $\rightarrow 3/6=1/2$).

6. El árbol da 4 casos equiprobables: NN, NÑ, ÑN, ÑÑ → P(2 niñas)=1/4. Los sucesos '0, 1 o 2 niñas' NO son equiprobables (1 niña tiene probabilidad 1/2).

15 Juegos matemáticos

1. 1.ª: $x=3$. 2.ª: $d=5$. 3.ª: $n=4$. 4.ª: $16:2=8$. El código es 3548.

2. Solución del sudoku (filas de arriba abajo): 352641 / 641352 / 523416 / 416523 / 235164 / 164235.

3. Fila 1: $9+8+3=20$. Fila 2: $5+1+4=10$. Columnas: $9+5=14$ ✓, $8+1=9$ ✓, $3+4=7$ ✓. (A1=9, B1=8 dada, C1=3, A2=5, B2=1, C2=4; con la pista B1=8 la solución es única.)

4. Base: 7, –4, 9, –6, 8. Fila 2: 3, 5, 3, 2. Fila 3: 8, 8, 5. Fila 4: 16, 13. Cima: 29. (La casilla oculta de la base es –4: se deduce de $7+x=3$.)

5. $(-2)^{(-2)}=1/4$; $d=5$; $\sqrt{40.000}=200$; $101^2=10.201$; $0{,}333\ldots=1/3$; $x=1$.

6. El camino de casillas con resultado 48: fila 2 col 1 → fila 2 col 2 → fila 3 col 2 → fila 3 col 3 → fila 3 col 4 → fila 2 col 4 → fila 2 col 5 → fila 2 col 6.

7. A: aritmética. C: científica. D: discriminante. G: generatriz. I: identidad. P: parábola. R: reducción. S: simetría. T: Tales. V: vértice.