

CUADERNILLO DE

VERANO

MATEMÁTICAS

2º ESO

Nombre:

Apellidos:

Curso:

Fecha:

$$\frac{5}{6}$$

$$+ 7$$

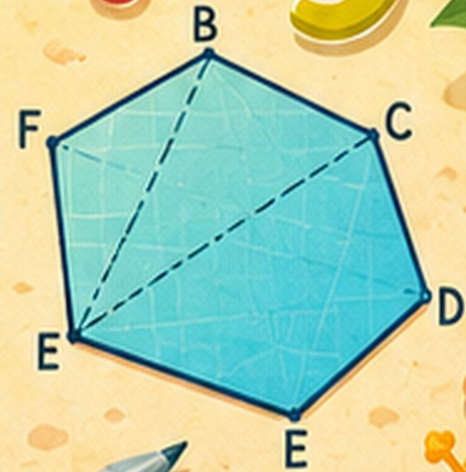


$$\times 4$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$

$$2x + 3 = 11$$
$$x = 4$$

2



RECURSOS
ESO





Índice del cuadernillo

Matemáticas · 2.º ESO



1		Divisibilidad y números enteros Factorización, MCD/mcm, combinadas	pág. 3
2		Potencias y raíces Base negativa, operaciones con potencias	pág. 5
3		Decimales y sistema sexagesimal División decimal, tiempo y ángulos	pág. 7
4		Fracciones y potencias de fracciones Operaciones, fracción de fracción, exponente 0	pág. 9
5		Proporcionalidad directa e inversa Razones, reglas de tres directas e inversas	pág. 11
6		Porcentajes Parte, total y tanto; aumentos y descuentos	pág. 13
7		Álgebra: monomios y polinomios Valor numérico, operaciones, factor común	pág. 15
8		Ecuaciones de primer grado Con paréntesis y denominadores; problemas	pág. 16
9		Sistemas de ecuaciones Método de sustitución; problemas	pág. 18
10		Teorema de Pitágoras Hipotenusa, catetos y aplicaciones	pág. 20
11		Semejanza Figuras semejantes, escalas, Tales	pág. 22
12		Cuerpos geométricos y volumen Superficies y volúmenes	pág. 24
13		Funciones Crecimiento, $y=mx$, $y=mx+n$	pág. 26
14		Estadística y probabilidad Media, desviación, caja y bigotes, Laplace	pág. 28
15		Juegos matemáticos Escape room, sudoku, kakuro, laberinto, pasapalabra	pág. 30

CONSEJO: El cuadernillo de 2.º sube el nivel: sistemas de ecuaciones, teorema de Pitágoras, semejanza, volúmenes, funciones y probabilidad. Los juegos también son más difíciles (¡y siguen teniendo solución única comprobada!).



¿Cómo uso este cuadernillo?

Lee esto antes de empezar



Este cuadernillo repasa los contenidos de **Matemáticas de 2.º de ESO**. Encontrarás ejercicios de cálculo, problemas de la vida real de varias etapas, retos de razonamiento (encuentra el error, elige la estrategia, inventa el problema) y juegos matemáticos. Es más exigente que el de 1.º: aparecen los sistemas de ecuaciones, el teorema de Pitágoras, la semejanza, los volúmenes, las funciones y la probabilidad.



Domina la técnica

Potencias, fracciones, ecuaciones y sistemas: la base de todo lo que viene.



Aplica y demuestra

Pitágoras y la semejanza sirven para medir el mundo real.



Juega y comprueba

Sudoku, kakuro y escape room: repaso divertido con solucionario al final.

Los colores de cada sección:

Color	¿Qué encontrarás?
Rojo	Números: enteros, potencias, decimales, fracciones
Amarillo	Proporcionalidad y porcentajes
Morado	Álgebra: polinomios, ecuaciones y sistemas
Rojo teja claro	Geometría: Pitágoras, semejanza, volumen
Verde azulado	Funciones, estadística y probabilidad
Coral	Juegos matemáticos

RECUERDA: Cuando resuelvas un problema, pregúntate siempre: ¿es razonable mi resultado? Esa comprobación final es la marca de un buen matemático.

1

Divisibilidad y números enteros

La base del cálculo



RECUERDA: Para hallar el **MCD** se toman los factores **comunes** con el menor exponente; para el **mcm**, comunes y no comunes con el mayor. Con **enteros**: primero paréntesis, luego \times y $:$; después $+$ y $-$; recuerda la regla de los signos ($- \cdot - = +$).

1 Descompón en factores primos y calcula.

a) $72 =$ _____ b) $90 =$ _____

$MCD(72, 90) =$ _____ $mcm(72, 90) =$ _____

2 Verdadero o falso. Corrige las falsas.

	Afirmación	V / F	Corrección si es falsa
a	Si un número es múltiplo de 6, también lo es de 2 y de 3		
b	El MCD de dos números siempre es menor o igual que ambos		
c	El mcm de 4 y 8 es 32		
d	1 es un número primo		

3 Calcula estas operaciones combinadas con enteros.

a) $8 - 3 \cdot (6 - 10) =$ _____

b) $(-2) \cdot (-5) + 12 : (-4) =$ _____

c) $15 - [4 - (7 - 10)] =$ _____

4 Encuentra el error. Vera ha resuelto: « $-6 + 4 \cdot 2 = -2 \cdot 2 = -4$ ». Explica el fallo y da el resultado correcto.

5 Problema de varias etapas. Resuelve.

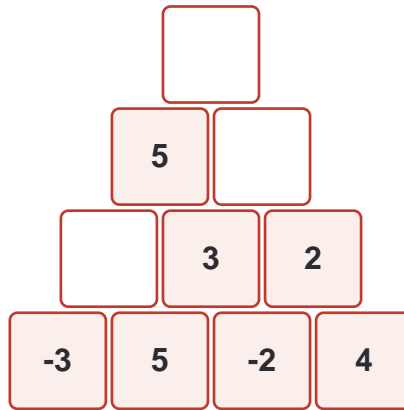
Problema

Dos faros se encienden a la vez a medianoche. Uno emite un destello cada 24 segundos y el otro cada 36. a) ¿Cada cuánto tiempo coinciden sus destellos? b) ¿Cuántas veces coinciden en los primeros 10 minutos (sin contar el inicio)?

6 Elige la operación adecuada. Marca la expresión que resuelve el problema: «Un buzo está a -18 m y sube en 3 tramos iguales hasta la superficie. ¿Cuántos metros sube en cada tramo?»

A) $-18 \cdot 3$ B) $18 : 3$ C) $-18 - 3$ D) $18 \cdot 3$

7 Pirámide de enteros. Completa: cada casilla es la **SUMA** de las dos inferiores. ¡Cuidado con los negativos!



8 Más combinadas. Calcula paso a paso.

a) $-4 \cdot (5 - 8) + 6 =$ _____

b) $20 : (-4) - 3 \cdot (-2) =$ _____

c) $(-3)^2 - (-2)^3 =$ _____

d) $10 - 2 \cdot [3 - (4 - 6)] =$ _____

9 Problema de baldosas (MCD). Resuelve.

Problema

Queremos cubrir un suelo rectangular de 240 cm x 180 cm con baldosas cuadradas, todas iguales y lo más grandes posible, sin cortar ninguna. a) ¿Cuánto medirá el lado de cada baldosa? b) ¿Cuántas baldosas se necesitan?

.....

.....

.....



RECUERDA: Con la **misma base**: producto \rightarrow se suman exponentes ($a^3 \cdot a^2 = a^5$ \rightarrow escribimos $a^3 \cdot a^2 = a^5$); cociente \rightarrow se restan; potencia de potencia \rightarrow se multiplican. **Base negativa**: exponente par \rightarrow resultado positivo; impar \rightarrow negativo. Todo número elevado a 0 vale 1 ($a^0 = 1$).

1 Calcula potencias de base negativa.

a) $(-2)^3 =$ _____ b) $(-3)^2 =$ _____ c) $(-1)^{15} =$ _____ d) $(-5)^0 =$ _____

2 Aplica las propiedades y expresa como una sola potencia.

a) $5^2 \cdot 5^3 =$ _____ b) $7^8 : 7^5 =$ _____ c) $(3^2)^3 =$ _____

d) $2^3 \cdot 2 \cdot 2^2 =$ _____ e) $(10^3)^2 : 10^4 =$ _____

3 Une con flechas cada expresión con su valor.

Expresión	Valor
1. $2^4 : 2^4$	A. 64
2. $(2^3)^2$	B. 1
3. $(-4)^2$	C. -64
4. $(-4)^3$	D. 16

Soluciones: 1 ___ 2 ___ 3 ___ 4 ___

4 Encuentra el error. Adrián ha escrito: « $3^2 \cdot 3^3 = 9$ ». Hay DOS fallos posibles en su razonamiento. Explícalo y corrige.

5 Raíces cuadradas. Calcula la raíz exacta o la entera con su resto.

a) $\sqrt{169} =$ _____ b) $\sqrt{225} =$ _____ c) $\sqrt{90} \rightarrow$ entera: _____ resto: _____

6 Problema con potencias. Resuelve y explica tu estrategia.

Problema

Un rumor se difunde así: una persona se lo cuenta a 3 personas, cada una de esas se lo cuenta a otras 3, y así sucesivamente. a) ¿Cuántas personas NUEVAS se enteran en el 4.º paso? b) Expresa el resultado como potencia.

7 Continúa la serie y explica el patrón.

1, 2, 4, 8, 16, _____, _____, _____

8 Batería de potencias. Calcula o expresa como una sola potencia.

a) $4^3 =$ _____ b) $(-1)^8 =$ _____ c) $2^6 : 2^3 =$ _____

d) $(5^2)^2 =$ _____ e) $10^5 \cdot 10^2 =$ _____

9 Verdadero o falso. Corrige las falsas con un contraejemplo.

	Afirmación	V / F	Corrección si es falsa
a	$a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$		
b	$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$		
c	$2^3 + 2^2 = 2^5$		
d	La raíz de una suma es la suma de las raíces		

RECUERDA: Para dividir con **divisor decimal**, desplaza la coma en ambos números ($24,6 : 0,3 = 246 : 3$). El sistema **sexagesimal** (tiempo y ángulos) va de 60 en 60: $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3.600 \text{ s}$; $1^\circ = 60' = 3.600''$. En sumas y restas complejas, agrupa unidades y recuerda que 60 minutos «suben» como 1 hora (o grado).

1 Calcula estas divisiones.

a) $14,4 : 6 = \underline{\hspace{2cm}}$ b) $7,2 : 0,9 = \underline{\hspace{2cm}}$ c) $5 : 0,25 = \underline{\hspace{2cm}}$

2 Clases de decimales. Clasifica cada número (exacto, periódico puro o periódico mixto).

Número	Clase
3,75	
$2,333\dots = 2,3\blacksquare$	
$5,1666\dots = 5,16\blacksquare$	
0,08	

3 Transforma expresiones de tiempo.

a) $2 \text{ h } 25 \text{ min} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ min}$ b) $195 \text{ min} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ h } \underline{\hspace{1cm}} \text{ min}$

c) $3.725 \text{ s} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ h } \underline{\hspace{1cm}} \text{ min } \underline{\hspace{1cm}} \text{ s}$

4 Opera en forma compleja.

a) $1 \text{ h } 40 \text{ min} + 2 \text{ h } 35 \text{ min} = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $90^\circ - 34^\circ 50' = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $(25 \text{ min } 20 \text{ s}) \times 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

5 Problema con tiempo. Resuelve.

Problema

Una película empieza a las 17 h 50 min y dura 2 h 25 min. Después hay 15 minutos de coloquio. ¿A qué hora termina todo?

6 Estima y comprueba. Sin calcular con exactitud, ¿cuál de estos resultados es razonable para $29,7 : 0,5$? Rodéalo y justifica.

A) 6 B) 15 C) 60 D) 600

7 Más divisiones decimales. Calcula.

a) $8,1 : 0,03 = \underline{\hspace{2cm}}$ b) $0,6 : 1,2 = \underline{\hspace{2cm}}$ c) $45 : 0,09 = \underline{\hspace{2cm}}$

8 Ángulos de un triángulo. Dos ángulos de un triángulo miden $47^\circ 25'$ y $68^\circ 40'$. Calcula cuánto mide el tercero (recuerda: los tres suman 180°).

.....

.....

4

Fracciones y potencias de fracciones

Operar con partes



RECUERDA: Suma y resta: reduce a **común denominador** (usa el mcm). Producto: en línea. Cociente: en cruz. **Potencia de una fracción:** se eleva numerador y denominador $(2/3)^2 = 4/9$. La **fracción de otra fracción** es multiplicar: $1/2$ de $3/4 = 3/8$. Para pasar de fracción a decimal, divide; un decimal exacto pasa a fracción con denominador 10, 100...

1 Calcula y simplifica.

a) $3/4 + 5/6 =$ _____ b) $7/3 - 3/2 =$ _____ c) $2/5 \cdot 10/8 =$ _____

d) $3/4 : 9/2 =$ _____ e) $1/2 + 1/3 \cdot 3/5 =$ _____

2 Potencias de fracciones. Calcula.

a) $(2/3)^3 =$ _____ b) $(1/2)^4 =$ _____ c) $(5/6)^0 =$ _____ d) $(3/5)^2 \cdot (3/5) =$ _____

3 Fracción \leftrightarrow decimal. Completa la tabla.

Fracción	Número decimal
$3/4$	
$7/2$	
_____	0,6
_____	1,25

4 Ordena de menor a mayor (pásalo todo a decimal o a común denominador).

$2/3$ $0,7$ $3/5$ $0,65$ $7/10$

5 Problema de fracción de fracción. Resuelve paso a paso.

Problema

De una tarta, Marcos se come $1/4$. De lo que queda, su hermana se come $2/3$. a) ¿Qué fracción de la tarta se come la hermana? b) ¿Qué fracción queda al final?

6 Corrige el problema mal resuelto. «De 60 €, gasto $2/5$ y luego $1/3$ de lo que me queda. Gasto total: $2/5 + 1/3 = 11/15$ de 60 = 44 €.» Encuentra el fallo y resuelve bien.7 Inventa un problema que se resuelva con la operación « $3/4$ de $2/5$ » y resuélvelo.

8 Batería de fracciones. Calcula y simplifica.

a) $\frac{5}{8} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} =$ _____ b) $\left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{9}{4}\right) =$ _____

c) $\left(\frac{7}{5}\right) : \left(\frac{14}{15}\right) =$ _____ d) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{5}{6}\right) =$ _____

9 Problema del depósito. Resuelve razonando.

 Problema

Un depósito de agua está lleno hasta sus $\frac{3}{8}$ partes y contiene 120 litros. a) ¿Cuál es la capacidad total del depósito?
b) ¿Cuántos litros faltan para llenarlo?



RECUERDA: **Directa:** al multiplicar una magnitud, la otra se multiplica igual (constante = cociente). **Inversa:** al multiplicar una, la otra se divide (constante = producto). En la regla de tres inversa, ¡se multiplica en línea en lugar de en cruz!

1 Clasifica: ¿directa (D), inversa (I) o ninguna (N)?

Situación	D / I / N
Número de grifos iguales y tiempo en llenar la piscina	
Kilómetros recorridos y gasolina consumida	
Velocidad y tiempo para recorrer una distancia fija	
Estatura de una persona y su número de teléfono	

2 Completa las tablas e indica la constante de proporcionalidad.

Directa:

Bolígrafos	2	4	5	10
Precio (€)	1,60			

Inversa:

Obreros	1	2	4	8
Días de trabajo	24			

3 Regla de tres directa. Resuelve.

Problema

Una impresora imprime 45 páginas en 3 minutos. ¿Cuántas páginas imprimirá en 8 minutos?

4 Regla de tres inversa. Resuelve con cuidado.

Problema

Con la comida almacenada, un refugio alimenta a 12 perros durante 30 días. Si llegan 6 perros más, ¿cuántos días durará la comida?

5 Encuentra el error. «Si 3 pintores tardan 12 días, 6 pintores tardarán 24 días.» ¿Qué falla en este razonamiento? Da la respuesta correcta.

6 Calcula el término desconocido de cada proporción.

a) $\frac{3}{5} = \frac{x}{20} \rightarrow x = \underline{\hspace{2cm}}$ b) $\frac{7}{x} = \frac{21}{12} \rightarrow x = \underline{\hspace{2cm}}$

7 Regla de tres directa. Resuelve.

 Problema

Cinco kilos de naranjas cuestan 6,50 €. ¿Cuánto costarán 8 kilos?

8 Regla de tres inversa. Resuelve.

 Problema

Un coche a 90 km/h tarda 4 horas en hacer un trayecto. ¿Cuánto tardará a 120 km/h?

9 Reparto proporcional. Dos hermanos han trabajado 7 y 5 horas y van a repartirse 120 € de forma proporcional al tiempo. ¿Cuánto recibe cada uno?



RECUERDA: Parte = total \times porcentaje (en decimal). De ahí salen los tres problemas: **parte** = total \cdot %, **total** = parte : %, % = parte : total \times 100. Aumentos: \times (1 + %); disminuciones: \times (1 - %). Un 25% de descuento equivale a multiplicar por 0,75.

1 Cálculo rápido. Completa la tabla mentalmente.

	10% de 340	25% de 88	50% de 62	75% de 40	5% de 180
Resultado					

2 Los tres problemas del porcentaje. Resuelve.

a) El 30% de los 240 alumnos del centro va en bici. ¿Cuántos son? (calcular la parte)

.....

.....

b) 18 alumnos suspendieron, que son el 15% del grupo. ¿Cuántos alumnos hay en total?

.....

.....

c) De 50 tiros a canasta, Alba encestró 32. ¿Qué porcentaje de acierto tuvo?

.....

.....

3 Aumentos y disminuciones. Calcula el precio final.

Artículo	Precio inicial	Variación	Precio final
Abrigo	80 €	-25%	
Entrada concierto	45 €	+20%	
Móvil	320 €	-15%	

4 Problema de varias etapas. Resuelve y justifica.

Problema

Unos auriculares costaban 60 €. En rebajas bajaron un 20% y, al acabar las rebajas, el nuevo precio subió un 20%. ¿Vuelven a costar 60 €? Calcula el precio final y explica el resultado.

.....

.....

.....

5 Elige la mejor oferta. El mismo patinete en tres tiendas: A) 199 € con 10% de descuento; B) 210 € con 15% de descuento; C) 180 € sin descuento. ¿Dónde comprarías? Justifica con cálculos.

.....

.....

.....

6 Inventa un problema cuya solución sea «el 40% de 150 = 60» y escríbelo con contexto real.

.....
.....
.....
7 Bateria de porcentajes. Calcula.

a) 12% de 250 = _____ b) 8% de 75 = _____

c) 150% de 60 = _____ d) 2% de 4.500 = _____

8 El IVA. Un ordenador portátil cuesta 480 € sin IVA. Si el IVA es del 21%, ¿cuál es el precio final?
¿Cuántos euros son de impuesto?

.....
.....



RECUERDA: Un **polinomio** es una suma de monomios. Su **valor numérico** se obtiene sustituyendo la letra por un número. Solo se suman **monomios semejantes** (misma parte literal). Producto de monomios: se multiplican coeficientes y se suman exponentes. **Factor común:** $6x^2 + 9x = 3x(2x + 3)$.

1 Traduce al lenguaje algebraico.

En palabras	Expresión
El cuadrado de un número menos su doble	
La suma de tres números consecutivos	
El 80% de un precio x	
El perímetro de un rectángulo de lados x y $x+3$	

2 Valor numérico. Calcula el valor de $P(x) = 2x^2 - 3x + 1$.

a) $P(2) =$ _____ b) $P(0) =$ _____ c) $P(-1) =$ _____

3 Opera con monomios y polinomios.

a) $5x^2 + 2x - 3x^2 + x =$ _____

b) $(4x^2 - 2x + 5) + (x^2 + 3x - 7) =$ _____

c) $(3x^2) \cdot (-2x^3) =$ _____ d) $12x^4 : 4x^2 =$ _____

4 Extrae factor común.

a) $6x + 9 =$ _____ b) $4x^2 - 10x =$ _____ c) $5x^3 + 15x^2 =$ _____

5 Encuentra el error. Julia ha escrito: « $3x + 2x^2 = 5x^3$ ». Explica por qué es incorrecto.

.....

.....

6 Series con álgebra. Observa la serie de figuras: la figura 1 usa 4 palillos, la 2 usa 7, la 3 usa 10... a) ¿Cuántos usa la figura 10? b) Escribe la expresión general para la figura n .

.....

.....

.....

7 Más operaciones con polinomios. Calcula.

a) $(2x^2 - x + 3) - (x^2 + 4x - 1) =$ _____

b) $3x \cdot (2x^2 - x) =$ _____ c) $(-2x)^3 =$ _____

d) Valor numérico de $x^2 - 5x + 6$ para $x = 3$: _____

8 Más factor común. Extrae el factor común.

a) $8x^3 - 12x^2 =$ _____ b) $x^2 + x =$ _____

c) $10x^2 + 5x - 15 =$ _____

RECUERDA: Procedimiento general: 1) quita paréntesis, 2) quita denominadores (multiplica por el mcm), 3) agrupa las x a un lado y los números al otro, 4) despeja. ¡Comprueba siempre la solución sustituyendo en la ecuación original!

1 Resuelve estas ecuaciones.

a) $5x - 7 = 2x + 8$

b) $3(x - 2) = x + 10$

c) $x/2 + x/3 = 5$

d) $(x+1)/4 = (x-2)/3$

2 Ordena los pasos de la resolución de $2(x+3) = x + 10$ (numéralos del 1 al 4).

Paso	Orden
$x = 4$	
$2x + 6 = x + 10$	
Compruebo: $2 \cdot (4+3) = 14 = 4+10$ ✓	
$2x - x = 10 - 6$	

3 Problema clásico. Plantea la ecuación y resuelve.

Problema

La suma de tres números consecutivos es 84. ¿Cuáles son esos números?

4 Problema de edades. Plantea y resuelve.

Problema

La edad de un padre es el triple que la de su hija. Dentro de 12 años solo será el doble. ¿Qué edad tiene cada uno ahora?

5 Encuentra el error. Para resolver $4x = 20$, Mario escribe: « $x = 20 - 4 = 16$ ». ¿Qué regla ha aplicado mal? Corrige.

6 Inventa el enunciado. Escribe un problema realista que se resuelva con la ecuación $2x + 5 = 29$ y resuélvelo.

7 Batería de ecuaciones. Resuelve.

a) $7x - 3 = 4x + 12$

b) $2(3x - 1) = 5x + 4$

c) $x/4 - 2 = 1$

d) $(2x - 1)/3 = 5$

e) $4(x + 2) - 3(x - 1) = 15$

8 Problema geométrico. El largo de un rectángulo mide 5 cm más que el ancho, y su perímetro es 38 cm. Plantea una ecuación y halla los lados.



RECUERDA: Un **sistema** son dos ecuaciones con dos incógnitas que deben cumplirse a la vez. **Método de sustitución:** despeja una incógnita en una ecuación y sustitúyela en la otra. La solución (x, y) es el punto donde se cruzan las dos rectas.

1 Comprueba si el par $(x=3, y=2)$ es solución de cada sistema.

Sistema	¿Es solución $(3, 2)$?
$x + y = 5 ; x - y = 1$	
$2x + y = 8 ; x + 3y = 10$	

2 Resuelve por sustitución.

a) $y = x + 1 ; x + y = 9$

.....

.....

b) $x + y = 12 ; x - y = 4$

.....

.....

3 Problema con sistema. Plantea y resuelve.

Problema

En una cafetería, 2 cafés y 1 bollo cuestan 5,50 €; 1 café y 2 bollos cuestan 6,50 €. ¿Cuánto cuesta cada café y cada bollo?

.....

.....

4 Problema clásico de animales. Resuelve con un sistema.

Problema

En una granja hay gallinas y conejos. En total se cuentan 25 cabezas y 70 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay?

.....

.....

5 Relaciona cada problema con el sistema que lo resuelve.

Problema	Sistema
----------	---------

1. Dos números suman 20 y se diferencian en 4	A. $x=2y$; $x+y=18$
2. Un número es el doble de otro y suman 18	B. $x+y=20$; $x-y=4$

Soluciones: 1 ____ 2 ____

6 Más sistemas por sustitución. Resuelve.

a) $2x + y = 10$; $x - y = 2$

b) $3x + 2y = 16$; $y = x + 3$

7 Problema de entradas. Plantea un sistema y resuélvelo.

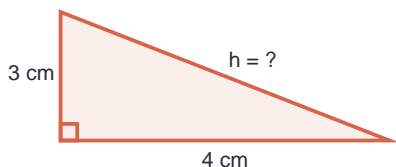
Problema

Tres entradas de adulto y dos de niño cuestan 31 €. Una de adulto y una de niño cuestan 12 €. ¿Cuánto cuesta cada tipo de entrada?

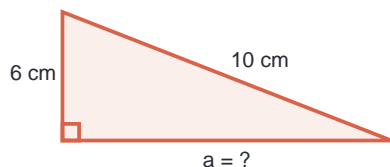


RECUERDA: En todo triángulo rectángulo: $\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto}^2 + \text{cateto}^2$ ($h^2 = a^2 + b^2$). Para hallar la hipotenusa: $h = \sqrt{a^2 + b^2}$. Para hallar un cateto: $a = \sqrt{h^2 - b^2}$. Sirve para calcular alturas, diagonales, apotemas y distancias.

1 Calcula el lado que falta en cada triángulo rectángulo.



Halla la hipotenusa



Halla el cateto

2 ¿Es rectángulo? Comprueba con Pitágoras si cada triángulo es rectángulo.

Lados del triángulo	¿Rectángulo? (comprueba)
5, 12, 13	
6, 7, 10	
9, 12, 15	

3 Problema de la escalera. Resuelve con Pitágoras.

Problema

Una escalera de 5 m está apoyada en una pared. Su base está a 1,4 m de la pared. ¿A qué altura llega la escalera? (Redondea a las centésimas.)

4 La diagonal. Calcula la diagonal de un rectángulo de 8 cm de base y 6 cm de altura. ¿Y la diagonal de un cuadrado de lado 5 cm? (Redondea.)

5 Detecta el dato innecesario. Resuelve tachando antes el dato que sobra.

Problema

Un poste de 12 m de alto y 30 cm de grosor se sujeta con un cable desde su punta hasta un punto del suelo situado a 9 m de la base. ¿Cuánto mide el cable?

6 Más triángulos: ¿rectángulo o no? Comprueba con Pitágoras.

Lados	¿Rectángulo? (comprueba)
8, 15, 17	
7, 8, 11	
20, 21, 29	

7 El lado del rombo. Las diagonales de un rombo miden 12 cm y 16 cm. Calcula el lado del rombo (pista: las diagonales se cortan en su punto medio formando cuatro triángulos rectángulos) y su perímetro.

.....

.....

.....



RECUERDA: Dos figuras son **semejantes** si tienen la misma forma: ángulos iguales y lados **proporcionales**. La **razón de semejanza** es el cociente entre lados correspondientes. En un plano a **escala** 1:200, cada cm del plano son 200 cm reales. Truco de la sombra (Tales): altura/sombra es igual en objetos cercanos al mismo tiempo.

- 1** Lados proporcionales. Dos triángulos son semejantes. El primero tiene lados 3, 4 y 5 cm. El lado menor del segundo mide 9 cm. Calcula la razón de semejanza y los otros dos lados.

- 2** Escalas. Completa la tabla con un plano a escala 1:500.

En el plano	En la realidad
3 cm	
7,4 cm	
_____	125 m

- 3** El truco de la sombra. Resuelve como Tales.

Problema

A la misma hora, un palo de 1,5 m proyecta una sombra de 2 m, y un edificio proyecta una sombra de 24 m. ¿Qué altura tiene el edificio?

- 4** Verdadero o falso. Corrige las falsas.

	Afirmación	V / F	Corrección si es falsa
a	Dos cuadrados cualesquiera son siempre semejantes		
b	Dos rectángulos cualesquiera son siempre semejantes		
c	Si la razón de semejanza es 2, el perímetro también se duplica		
d	Con escala 1:100, 1 cm del plano es 1 m real		

- 5** Problema combinado (semejanza + Pitágoras). Un triángulo rectángulo tiene catetos de 6 y 8 cm. Se amplía con razón de semejanza 2,5. a) Calcula la hipotenusa del triángulo original. b) Calcula los tres lados del ampliado.

- 6** El mapa. En un mapa a escala 1:50.000, la distancia entre dos pueblos es de 4 cm. ¿Cuál es la distancia real en kilómetros?

7

La fotografía ampliada. Una foto mide $10\text{ cm} \times 15\text{ cm}$. a) Se amplía de modo que el lado menor pase a medir 30 cm : ¿cuánto medirá el lado mayor? b) ¿Sería semejante a la original una copia de $30\text{ cm} \times 40\text{ cm}$? Justifica.



RECUERDA: Volúmenes: prisma y cilindro \rightarrow área de la base \times altura; pirámide y cono \rightarrow (área base \times altura) : 3; esfera \rightarrow $(4/3) \cdot \pi \cdot r^3$ (se escribe $(4/3) \cdot \pi \cdot r^3$). **Unidades:** $1 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ dm}^3 = 1.000$ litros; $1 \text{ dm}^3 = 1$ litro. La **superficie** de un cuerpo es la suma de las áreas de su desarrollo.

1 Une con flechas cada cuerpo con su fórmula de volumen.

Cuerpo	Fórmula
1. Prisma	A. (Área base \times altura) : 3
2. Cilindro	B. Área base \times altura
3. Pirámide	C. $(4/3) \cdot \pi \cdot r^3$
4. Esfera	D. $\pi \cdot r^2 \cdot$ altura

Soluciones: 1 ___ 2 ___ 3 ___ 4 ___

2 Calcula el volumen. (Usa $\pi \approx 3,14$ y redondea.)

a) Un ortoedro (caja) de $6 \times 4 \times 5$ cm.

b) Un cilindro de radio 3 cm y altura 10 cm.

c) Una pirámide de base cuadrada de lado 6 cm y altura 8 cm.

3 Capacidad y volumen. Completa las equivalencias.

a) $3 \text{ dm}^3 =$ _____ litros b) $2,5 \text{ m}^3 =$ _____ litros c) $750 \text{ cm}^3 =$ _____ litros

4 Problema de la piscina. Resuelve con todos los pasos.

Problema

Una piscina con forma de ortoedro mide 8 m de largo, 5 m de ancho y 1,5 m de profundidad. a) ¿Cuántos m^3 de agua caben? b) ¿Cuántos litros son? c) Si una manguera aporta 1.500 litros por hora, ¿cuántas horas tarda en llenarse?

5 Superficie del cilindro. Calcula la superficie total de un cilindro de radio 2 cm y altura 7 cm (dos círculos + rectángulo lateral; $\pi \approx 3,14$).

6 Razonamiento. Dos vasos: uno cilíndrico de radio 4 cm y altura 10 cm, y otro de radio 5 cm y altura 6 cm. ¿Cuál tiene más capacidad? Estima primero y comprueba después con cálculos.

7

El cono. Calcula el volumen de un cono de radio 3 cm y altura 4 cm ($\pi \approx 3,14$). ¿Cuánto mide su generatriz? (Usa Pitágoras.)

8

El tetrabrik. Un envase de zumo con forma de ortoedro tiene una base de 8 cm \times 5 cm y contiene exactamente 1 litro. ¿Qué altura tiene el envase?



RECUERDA: Una **función** asigna a cada valor de x un único valor de y . $y = mx$: proporcionalidad directa (recta por el origen; m es la pendiente). $y = mx + n$: función lineal/afín (n es donde corta al eje Y). $y = k$: función constante (recta horizontal). Una función **crece** si al aumentar x aumenta y .

1 Completa la tabla de la función $y = 2x + 1$ y responde.

x	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2x + 1$						

a) ¿Es creciente o decreciente? ¿Dónde corta al eje Y ?

2 Identifica el tipo de función. Clasifica cada fórmula: proporcionalidad ($y=mx$), lineal/afín ($y=mx+n$) o constante ($y=k$).

Fórmula	Tipo
$y = 3x$	
$y = -2x + 5$	
$y = 7$	
$y = x/2$	

3 Escribe la fórmula. Un técnico cobra 20 € por desplazamiento más 15 € por cada hora de trabajo. a) Escribe la función del coste y según las horas x . b) ¿Cuánto cobra por 3 horas? c) Si la factura fue de 95 €, ¿cuántas horas trabajó?

4 Interpreta la gráfica. La gráfica de un paseo muestra: de 0 a 10 min la distancia sube de 0 a 800 m; de 10 a 15 min se mantiene en 800 m; de 15 a 25 min baja hasta 0. Describe qué hizo la persona en cada tramo.

5 Verdadero o falso. Corrige las falsas.

	Afirmación	V / F	Corrección si es falsa
a	La gráfica de $y = mx$ pasa siempre por el origen (0,0)		
b	Si m es negativa, la función $y = mx + n$ es creciente		
c	La función $y = 4$ es una recta horizontal		

6 Otra tabla de valores. Completa para $y = -x + 4$ y responde.

x	-1	0	1	2	3
$y = -x + 4$					

a) ¿Creciente o decreciente? ¿En qué punto corta al eje Y?

7

¿Qué gimnasio elijo? El gimnasio A cobra 30 € al mes sin matrícula ($y = 30x$). El B cobra 15 € al mes más 60 € de matrícula ($y = 15x + 60$). a) ¿Cuánto cuesta cada uno tras 3 meses? b) ¿En qué mes igualan sus costes? c) ¿Cuál conviene para todo un año?



RECUERDA: **Media:** suma de datos : número de datos. **Mediana:** valor central. **Moda:** el más repetido. **Recorrido:** máximo – mínimo. **Regla de Laplace** (sucesos equiprobables): $P = \text{casos favorables} : \text{casos posibles}$. La probabilidad va de 0 (imposible) a 1 (seguro).

- 1 **Completa la tabla de frecuencias. Número de mensajes enviados ayer por 12 personas: 3, 5, 3, 7, 5, 3, 8, 5, 5, 7, 3, 5.**

Valor	3	5	7	8	Total
Frecuencia absoluta					
Frecuencia relativa					

- 2 **Parámetros. Con los datos anteriores, calcula media, mediana, moda y recorrido. Explica cómo hallas la mediana.**

.....

.....

.....

- 3 **Regla de Laplace. Se lanza un dado de 6 caras. Calcula.**

Suceso	Probabilidad
Sacar un 4	
Sacar un número par	
Sacar más de 4	
Sacar un número menor que 7	

- 4 **Probabilidad con bolas. En una bolsa hay 5 bolas rojas, 3 azules y 2 verdes. Se saca una al azar. a) P(roja). b) P(azul o verde). c) ¿Qué color es más probable? d) ¿Cuánto suman las tres probabilidades?**

.....

.....

- 5 **Fenómenos deterministas y aleatorios. Clasifica.**

DETERMINISTA	ALEATORIO

Clasifica: el resultado de lanzar una moneda · la hora a la que amanecerá mañana · el número premiado de la lotería · la temperatura a la que hierve el agua a nivel del mar

- 6 **Interpreta y razona. Marcos dice: «He tirado la moneda 4 veces y han salido 4 caras; la próxima seguro que sale cruz». ¿Tiene razón? Justifica con lo que sabes de probabilidad.**

.....

.....

7

Más parámetros. Las notas de Julia este curso: 4, 6, 6, 7, 9, 10. Calcula la media, la mediana, la moda y el recorrido.

.....

.....

.....

8

La ruleta. Una ruleta tiene 8 sectores iguales numerados del 1 al 8. Calcula.

Suceso	Probabilidad
Salir el 8	
Salir un número par	
Salir un múltiplo de 3	
Salir un número mayor que 8	



¡A JUGAR!: Los juegos de 2.º aprietan más: escape room con potencias y ecuaciones, sudoku con más huecos, kakuro de sumas y pirámide con enteros. Todos con solución única comprobada.

Escape room: el laboratorio de Pitágoras

La puerta del laboratorio se abre con un código de **cuatro cifras**. Resuelve las pruebas en orden.

PRUEBA 1

Primera cifra: la solución de $3x - 6 = 9$.

PRUEBA 2

Segunda cifra: la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 3 y 4, menos 3.

PRUEBA 3

Tercera cifra: el valor de $(-2)^3 + 9$.

PRUEBA 4

Cuarta cifra: el 25% de 24.

CÓDIGO DE LA PUERTA: _____



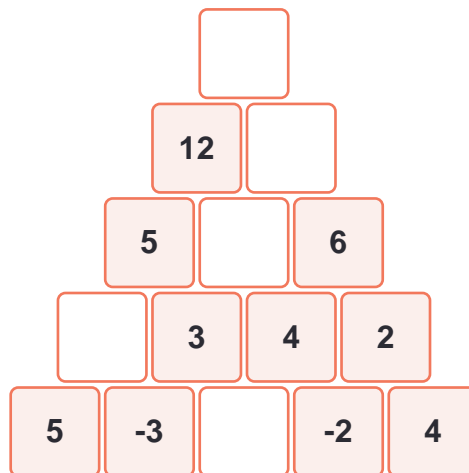
- 1 Sudoku 6×6 (nivel 2.º). Completa: números del 1 al 6 sin repetirse en filas, columnas ni bloques de 2×3. Tiene más huecos que el de 1.º.

	2			1	3
5		3			6
2		4		3	
1	3			6	4
	4		3		
		1			

- 2 Kakuro de sumas. Completa con cifras del 1 al 9 (sin repetir en cada suma): cada fila y columna debe sumar el número indicado.

	Columna A	Columna B	Suma fila
Fila 1			16
Fila 2			7
Suma columna	14	9	

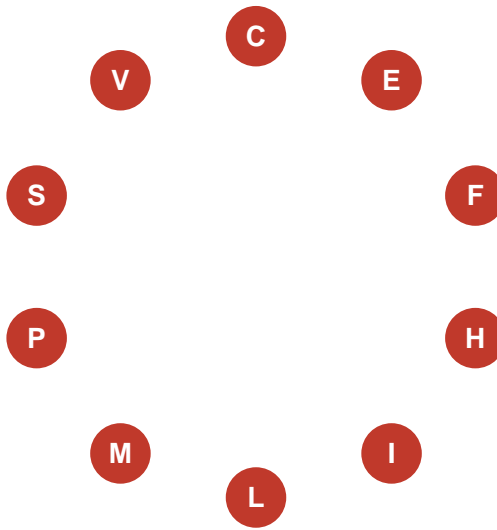
- 3 Pirámide con enteros. Completa: cada casilla es la suma de las dos inferiores. ¡Hay negativos!



- 4 Reto contrarreloj. Cálculo mental en 3 minutos.

Operación	Resultado	Operación	Resultado
$(-5)^2$		30% de 90	
$2^3 \cdot 2^2$		$\sqrt{144}$	
$(1/2)^2$		$15 - (-7)$	

CÓMO SE JUEGA: Completa el rosco con términos de 2.º de ESO. ¡Algunas letras están dentro de la palabra!



Definiciones:

C	Empieza por C: Cada uno de los dos lados que forman el ángulo recto.	_____
E	Empieza por E: Igualdad algebraica que se cumple solo para algunos valores de x.	_____
F	Empieza por F: Relación que asigna a cada valor de x un único valor de y.	_____
H	Empieza por H: El lado más largo de un triángulo rectángulo.	_____
I	Empieza por I: Tipo de proporcionalidad: más obreros, menos días.	_____
L	Empieza por L: Regla de la probabilidad: favorables entre posibles.	_____
M	Empieza por M: Valor central de unos datos ordenados.	_____
P	Empieza por P: Suma de monomios, como $3x^2 + 2x - 5$.	_____
S	Empieza por S: Dos figuras con la misma forma y lados proporcionales lo son.	_____
V	Empieza por V: Espacio que ocupa un cuerpo, medido en m^3 o litros.	_____



- 1 Laberinto matemático. Colorea el camino desde la ENTRADA hasta la SALIDA pasando SOLO por casillas cuyo resultado sea 36. Movimientos en horizontal y vertical.

Se entra por la IZQUIERDA de la fila 2 y se sale por la DERECHA de la fila 2.

$2+33$	$48-14$	$54-14$	$54-11$	$36+3$	$27+1$
2×18	$49-13$	$14+19$	2×18	2×18	2×18
$8+29$	$42-6$	$39-3$	2×18	$36-7$	$28+1$
2×21	$26+5$	2×20	$28+9$	2×19	2×14

- 2 Cuadrado mágico avanzado. Completa las casillas vacías para que filas, columnas y diagonales sumen la constante mágica 27.

	11	10
13		5
8	7	

- 3 Colorea según el resultado. Calcula cada operación y colorea la casilla según la clave: resultado 10 → ROJO · 25 → AMARILLO · 100 → AZUL.

$4 + 6$	5^2	10^2
$50 : 5$	$75 + 25$	$100 : 4$



Solucionario

Matemáticas · 2.º ESO

Aquí tienes las soluciones de todos los ejercicios. Para los ejercicios de escritura libre se incluye una orientación de lo que se valora. ¡Recuerda usarlas solo después de intentar las actividades!

1 Divisibilidad y números enteros

1. $72=2^3 \cdot 3^2$; $90=2 \cdot 3^2 \cdot 5$. $MCD=2 \cdot 3^2=18$; $mcm=2^3 \cdot 3^2 \cdot 5=360$.
2. a) V. b) V. c) F: $mcm(4,8)=8$ (8 ya es múltiplo de 4). d) F: el 1 no es primo (solo tiene un divisor).
3. a) $8-3-(-4)=8+12=20$. b) $10+(-3)=7$. c) $15-[4-(-3)]=15-7=8$.
4. Ha sumado antes de multiplicar. Primero $4 \cdot 2=8$ y luego $-6+8=2$. La multiplicación tiene prioridad sobre la suma.
5. a) $mcm(24,36)=72$ s: coinciden cada 72 segundos. b) $10 \text{ min} = 600 \text{ s}$; $600:72 = 8,33\dots \rightarrow$ coinciden 8 veces (a los 72, 144, 216, 288, 360, 432, 504 y 576 s).
6. B) $18:3 = 6$ m por tramo (la distancia total a subir es $|-18| = 18$ m).
7. Base: -3, 5, -2, 4. Fila 2: 2, 3, 2. Fila 3: 5, 5. Cima: 10.
8. a) $-4-(-3)+6=12+6=18$. b) $-5+6=1$. c) $9-(-8)=17$. d) $10-2 \cdot [3+2]=10-10=0$.
9. a) $MCD(240,180)=60$ cm de lado. b) $(240:60) \times (180:60) = 4 \times 3 = 12$ baldosas.

2 Potencias y raíces

1. a) -8. b) +9. c) -1 (exponente impar). d) 1.
2. a) 5^5 (se escribe 5^5). b) 7^3 . c) 3^6 . d) 2^4 . e) 10^2 .
3. 1-B ($a^0=1$), 2-A ($2^6=64$), 3-D (+16), 4-C (-64).
4. Al multiplicar potencias de la misma base se MANTIENE la base y se suman los exponentes: $3^2 \cdot 3^3 = 3^5 = 243$ (no se multiplican las bases entre sí ni cambia la base a 9).
5. a) 13. b) 15. c) entera 9 ($9^2=81$), resto $90-81=9$.
6. a) En el 4.º paso se enteran $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ personas nuevas. b) $3^4 = 81$. Estrategia: cada paso multiplica por 3.
7. 32, 64, 128. Son las potencias de 2: $2^0, 2^1, 2^2\dots$ (cada término es el doble del anterior).
8. a) 64. b) 1. c) $2^3=8$. d) $5^4=625$. e) 10^7 .
9. a) V. b) V. c) F: $8+4=12$ y $2^4=16$ (las potencias no se suman así). d) F: $\sqrt{(9+16)}=\sqrt{25}=5$, pero $\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$.

3 Decimales y sistema sexagesimal

1. a) 2,4. b) $72:9=8$. c) $500:25=20$.
2. 3,75: exacto. 2,333...: periódico puro. 5,1666...: periódico mixto. 0,08: exacto.
3. a) 145 min. b) 3 h 15 min. c) 1 h 2 min 5 s ($3 \cdot 725=3 \cdot 600+120+5$).
4. a) 3 h 75 min = 4 h 15 min. b) $89^\circ 60' - 34^\circ 50' = 55^\circ 10'$. c) 75 min 60 s = 76 min = 1 h 16 min.
5. $17:50 + 2:25 = 20:15$; más 15 min de coloquio \rightarrow termina a las 20 h 30 min.
6. C) 60. Dividir entre 0,5 es multiplicar por 2, y $29,7 \approx 30 \rightarrow 30 \times 2=60$.
7. a) $810:3=270$. b) $6:12=0,5$. c) $4 \cdot 500:9=500$.
8. $47^\circ 25' + 68^\circ 40' = 115^\circ 65' = 116^\circ 5'$. Tercero: $180^\circ - 116^\circ 5' = 179^\circ 60' - 116^\circ 5' = 63^\circ 55'$.

4 Fracciones y potencias de fracciones

1. a) $9/12+10/12=19/12$. b) $14/6-9/6=5/6$. c) $20/40=1/2$. d) $6/36=1/6$. e) $1/2+3/15=1/2+1/5=7/10$ (primero el producto).

2. a) $8/27$. b) $1/16$. c) 1. d) $(3/5)^3 = 27/125$.

3. $3/4=0,75$; $7/2=3,5$; $0,6=6/10=3/5$; $1,25=125/100=5/4$.

4. $3/5=0,6 < 0,65 < 2/3=0,667 < 0,7 = 7/10$. Orden: $3/5 < 0,65 < 2/3 < 0,7 = 7/10$ (0,7 y 7/10 son iguales).

5. Queda $3/4$ tras Marcos. a) La hermana: $2/3$ de $3/4 = 6/12 = 1/2$ de la tarta. b) Queda $1 - 1/4 - 1/2 = 1/4$.

6. El fallo: el $1/3$ es DE LO QUE QUEDA, no del total, así que no se pueden sumar las fracciones directamente. Correcto: gasto $2/5$ de $60 = 24$ €; quedan 36 €; gasto $1/3$ de $36 = 12$ €. Total gastado: 36 € (no 44 €).

7. Respuesta libre. Ejemplo: 'Los $2/5$ de la clase son chicas y $3/4$ de ellas llevan gafas: ¿qué fracción de la clase son chicas con gafas?' $\rightarrow 3/4 \cdot 2/5 = 6/20 = 3/10$.

8. a) $5/8+2/8-4/8 = 3/8$. b) $18/12 = 3/2$. c) $105/70 = 3/2$. d) $(5/6):(5/6) = 1$.

9. a) Si $3/8$ son 120 l, $1/8$ son 40 l \rightarrow capacidad $8 \times 40 = 320$ l. b) Faltan $5/8$: 200 l.

5 Proporcionalidad directa e inversa

1. 1. I (más grifos, menos tiempo). 2. D. 3. I. 4. N.

2. Directa (constante $0,80$ €/bolígrafo): $2 \rightarrow 1,60$; $4 \rightarrow 3,20$; $5 \rightarrow 4$; $10 \rightarrow 8$. Inversa (constante 24): $1 \rightarrow 24$; $2 \rightarrow 12$; $4 \rightarrow 6$; $8 \rightarrow 3$ días.

3. $45:3 = 15$ páginas/min; $15 \times 8 = 120$ páginas.

4. Es inversa: $12 \times 30 = 360$ raciones-día; con 18 perros: $360:18 = 20$ días.

5. Ha aplicado proporcionalidad directa, pero es INVERSA: el doble de pintores tarda la mitad. Correcto: 6 pintores tardan 6 días.

6. a) $x = 3 \cdot 20 : 5 = 12$. b) $x = 7 \cdot 12 : 21 = 4$.

7. $6,50:5 = 1,30$ €/kg; $8 \times 1,30 = 10,40$ €.

8. Inversa: $90 \times 4 = 360$ km de trayecto; $360:120 = 3$ horas.

9. 12 partes en total $\rightarrow 120:12 = 10$ €/hora. Reciben 70 € y 50 €.

6 Porcentajes

1. 34 ; 22 ; 31 ; 30 ; 9 .

2. a) $240 \times 0,30 = 72$ alumnos. b) $18:0,15 = 120$ alumnos. c) $32:50 = 0,64 \rightarrow 64\%$.

3. Abrigo: $80 \times 0,75 = 60$ €. Entrada: $45 \times 1,20 = 54$ €. Móvil: $320 \times 0,85 = 272$ €.

4. Rebaja: $60 \times 0,80 = 48$ €. Subida: $48 \times 1,20 = 57,60$ €. NO vuelven a 60 €: el 20% de subida se aplica sobre 48 € (una cantidad menor), no sobre 60 €.

5. A: $199 \times 0,90 = 179,10$ €. B: $210 \times 0,85 = 178,50$ €. C: 180 €. La mejor es B ($178,50$ €), por muy poco sobre A.

6. Respuesta libre. Ejemplo: 'En un garaje hay 150 vehículos y el 40% son motos. ¿Cuántas motos hay?' $\rightarrow 60$ motos.

7. a) 30 . b) 6 . c) 90 (¡más que el total!). d) 90 .

8. IVA: $480 \times 0,21 = 100,80$ €. Precio final: $480 \times 1,21 = 580,80$ €.

7 Álgebra: monomios y polinomios

1. x^2-2x ; $x+(x+1)+(x+2) = 3x+3$; $0,8x$; $2x+2(x+3) = 4x+6$.

2. a) $8-6+1 = 3$. b) 1 . c) $2+3+1 = 6$.

3. a) $2x^2+3x$. b) $5x^2+x-2$. c) $-6x^5$ (se escribe $-6x^5$). d) $3x^3$.

4. a) $3(2x+3)$. b) $2x(2x-5)$. c) $5x^2(x+3)$.

5. $3x$ y $2x^2$ NO son semejantes (distinta parte literal), así que no se pueden sumar; la expresión se queda como $3x+2x^2$. Además, aunque fueran semejantes, nunca se suman los exponentes al sumar.

6. Cada figura añade 3 palillos. a) Figura 10: $4+3\cdot 9 = 31$. b) Expresión: $3n+1$.

7. a) x^2-5x+4 . b) $6x^3-3x^2$. c) $-8x^3$. d) $9-15+6 = 0$.

8. a) $4x^2(2x-3)$. b) $x(x+1)$. c) $5(2x^2+x-3)$.

8 Ecuaciones de primer grado

1. a) $3x=15 \rightarrow x=5$. b) $3x-6=x+10 \rightarrow 2x=16 \rightarrow x=8$. c) mcm 6: $3x+2x=30 \rightarrow x=6$. d) $3(x+1)=4(x-2) \rightarrow 3x+3=4x-8 \rightarrow x=11$.

2. Orden: $2x+6=x+10$ (1), $2x-x=10-6$ (2), $x=4$ (3), comprobación (4).

3. $x+(x+1)+(x+2)=84 \rightarrow 3x+3=84 \rightarrow x=27$. Los números son 27, 28 y 29.

4. Hija: x ; padre: $3x$. Dentro de 12: $3x+12 = 2(x+12) \rightarrow 3x+12=2x+24 \rightarrow x=12$. La hija tiene 12 años y el padre 36.

5. El 4 está MULTIPLICANDO, así que pasa DIVIDIENDO (no restando): $x = 20:4 = 5$.

6. Respuesta libre. Ejemplo: 'Compro 2 entradas iguales y palomitas por 5 €; pago 29 €. ¿Cuánto cuesta cada entrada?' $\rightarrow x=12$ €.

7. a) $3x=15 \rightarrow x=5$. b) $6x-2=5x+4 \rightarrow x=6$. c) $x/4=3 \rightarrow x=12$. d) $2x-1=15 \rightarrow x=8$. e) $4x+8-3x+3=15 \rightarrow x=4$.

8. $2(x+x+5) = 38 \rightarrow 4x+10=38 \rightarrow x=7$. Lados: 7 cm y 12 cm.

9 Sistemas de ecuaciones

1. 1.º: $3+2=5$ ✓ y $3-2=1$ ✓ \rightarrow Sí es solución. 2.º: $2\cdot 3+2=8$ ✓ pero $3+3\cdot 2=9\neq 10 \rightarrow$ NO.

2. a) $x+(x+1)=9 \rightarrow 2x=8 \rightarrow x=4, y=5$. b) $x=y+4; (y+4)+y=12 \rightarrow 2y=8 \rightarrow y=4, x=8$.

3. $2c+b=5,5; c+2b=6,5$. Despejo $b=5,5-2c \rightarrow c+2(5,5-2c)=6,5 \rightarrow c+11-4c=6,5 \rightarrow -3c=-4,5 \rightarrow c=1,50$ € y $b=2,50$ €.

4. $g+c=25; 2g+4c=70$. $g=25-c \rightarrow 2(25-c)+4c=70 \rightarrow 50+2c=70 \rightarrow c=10$ conejos, $g=15$ gallinas.

5. 1-B (soluciones 12 y 8), 2-A (soluciones 12 y 6).

6. a) $y=10-2x \rightarrow x-(10-2x)=2 \rightarrow 3x=12 \rightarrow x=4, y=2$. b) $3x+2(x+3)=16 \rightarrow 5x=10 \rightarrow x=2, y=5$.

7. $3a+2n=31; a+n=12 \rightarrow a=12-n \rightarrow 3(12-n)+2n=31 \rightarrow 36-n=31 \rightarrow n=5$ € y $a=7$ €.

10 Teorema de Pitágoras

1. 1) $h=\sqrt{(3^2+4^2)}=\sqrt{25}=5$ cm. 2) $a=\sqrt{(10^2-6^2)}=\sqrt{64}=8$ cm.

2. 5-12-13: $25+144=169=13^2 \rightarrow$ Sí. 6-7-10: $36+49=85\neq 100 \rightarrow$ NO. 9-12-15: $81+144=225=15^2 \rightarrow$ Sí.

3. $h=\sqrt{(5^2-1,4^2)}=\sqrt{(25-1,96)}=\sqrt{23,04}=4,8$ m exactos.

4. Rectángulo: $d=\sqrt{(64+36)}=\sqrt{100}=10$ cm. Cuadrado: $d=\sqrt{(25+25)}=\sqrt{50}=7,07$ cm.

5. Cable: $\sqrt{(12^2+9^2)}=\sqrt{225}=15$ m. Dato innecesario: el grosor del poste (30 cm).

6. 8-15-17: $64+225=289=17^2 \rightarrow$ Sí. 7-8-11: $49+64=113\neq 121 \rightarrow$ NO. 20-21-29: $400+441=841=29^2 \rightarrow$ Sí.

7. Medios: 6 y 8 cm \rightarrow lado = $\sqrt{(36+64)} = 10$ cm. Perímetro: 40 cm.

11 Semejanza

1. Razón: $9:3 = 3$. Los otros lados: $4\times 3 = 12$ cm y $5\times 3 = 15$ cm.

2. 3 cm \rightarrow 1.500 cm = 15 m. 7,4 cm \rightarrow 3.700 cm = 37 m. 125 m = 12.500 cm \rightarrow 25 cm en el plano.

- altura/sombra constante: $1,5/2 = x/24 \rightarrow x = 1,5 \times 24 : 2 = 18$ m.
- a) V (mismos ángulos y lados proporcionales). b) F: sus lados pueden no ser proporcionales (uno alargado, otro casi cuadrado). c) V. d) V (100 cm = 1 m).
- a) $h = \sqrt{(36+64)} = 10$ cm. b) Ampliado: 15, 20 y 25 cm (cada lado $\times 2,5$).
- $4 \times 50.000 = 200.000$ cm = 2.000 m = 2 km.
- a) Razón 30:10 = 3 \rightarrow lado mayor 45 cm. b) NO: 30/10=3 pero 40/15 \approx 2,67; los lados no son proporcionales.

12 Cuerpos geométricos y volumen

- 1-B, 2-D, 3-A, 4-C.
- a) $6 \times 4 \times 5 = 120$ cm³. b) $3,14 \times 9 \times 10 = 282,6$ cm³. c) $(36 \times 8) : 3 = 96$ cm³.
- a) 3 l. b) 2.500 l. c) 0,75 l.
- a) $8 \times 5 \times 1,5 = 60$ m³. b) 60.000 litros. c) $60.000 : 1.500 = 40$ horas.
- Bases: $2 \times 3,14 \times 4 = 25,12$ cm². Lateral: $2 \times 3,14 \times 2 \times 7 = 87,92$ cm². Total: 113,04 cm².
- $V_1 = \pi \times 16 \times 10 = 160\pi \approx 502,4$ cm³. $V_2 = \pi \times 25 \times 6 = 150\pi \approx 471$ cm³. Tiene más capacidad el primero (aunque sea más estrecho, la altura compensa).
- $V = (3,14 \times 9 \times 4) : 3 = 37,68$ cm³. Generatriz: $g = \sqrt{(3^2 + 4^2)} = 5$ cm.
- 1 litro = 1.000 cm³. Altura = $1.000 : (8 \times 5) = 1.000 : 40 = 25$ cm.

13 Funciones

- y: -3, -1, 1, 3, 5, 7. a) Creciente ($m=2>0$); corta al eje Y en (0, 1).
- $y=3x$: proporcionalidad. $y=-2x+5$: afín (decreciente). $y=7$: constante. $y=x/2$: proporcionalidad ($m=1/2$).
- a) $y = 15x + 20$. b) $y(3) = 65$ €. c) $15x+20=95 \rightarrow x=5$ horas.
- Tramo 1: camina alejándose de casa (función creciente). Tramo 2: se detiene (constante, quizá descansa). Tramo 3: regresa a casa (decreciente).
- a) V. b) F: con m negativa es DEcreciente. c) V.
- y: 5, 4, 3, 2, 1. a) Decreciente ($m=-1$); corta al eje Y en (0, 4).
- a) A: 90 €; B: 105 €. b) $30x=15x+60 \rightarrow x=4$ meses (ambos 120 €). c) Para 12 meses: A=360 €, B=240 € \rightarrow conviene B.

14 Estadística y probabilidad

- f. absoluta: 3 \rightarrow 4, 5 \rightarrow 5, 7 \rightarrow 2, 8 \rightarrow 1 (total 12). f. relativa: $4/12=0,33$; $5/12\approx 0,42$; $2/12\approx 0,17$; $1/12\approx 0,08$.
- Media: $(3+4+5+5+7+2+8 \cdot 1) : 12 = (12+25+14+8) : 12 = 59 : 12 \approx 4,92$. Ordenados, los valores centrales (6.^o y 7.^o) son 5 y 5 \rightarrow mediana 5. Moda: 5. Recorrido: $8-3 = 5$.
- $P(4)=1/6$. $P(\text{par})=3/6=1/2$. $P(>4)=2/6=1/3$. $P(<7)=6/6=1$ (suceso seguro).
- a) $5/10=1/2$. b) $5/10=1/2$. c) El rojo. d) $5/10+3/10+2/10 = 1$ (siempre suman 1).
- Deterministas: la hora del amanecer, la temperatura de ebullición (100 °C). Aleatorios: la moneda, la lotería.
- No: la moneda no tiene memoria. Cada lanzamiento es independiente y $P(\text{cruz})$ sigue siendo 1/2, salgan las caras que salgan antes.
- Media: $42:6 = 7$. Mediana: $(6+7):2 = 6,5$. Moda: 6. Recorrido: $10-4 = 6$.
- $P(8)=1/8$. $P(\text{par})=4/8=1/2$. $P(\text{múltiplo de 3})=2/8=1/4$ (el 3 y el 6). $P(>8)=0$ (suceso imposible).

15 Juegos matemáticos

1. 1.^a: $x=5$. 2.^a: $5-3=2$. 3.^a: $-8+9=1$. 4.^a: 6. El código es 5216.
2. Solución del sudoku (filas de arriba abajo): 426513 / 513426 / 264135 / 135264 / 642351 / 351642.
3. Fila 1: $9+7=16$; Fila 2: $5+2=7$. Columnas: $9+5=14$ ✓ y $7+2=9$ ✓. (Solución: A1=9, B1=7, A2=5, B2=2.)
4. Base: 5, -3, 6, -2, 4. Fila 2: 2, 3, 4, 2. Fila 3: 5, 7, 6. Fila 4: 12, 13. Cima: 25. (La casilla oculta de la base es 6.)
5. 25; 27; $2^5=32$; 12; $1/4$; 22.
6. C: cateto. E: ecuación. F: función. H: hipotenusa. I: inversa. L: Laplace. M: mediana. P: polinomio. S: semejantes. V: volumen.
7. El camino de casillas con resultado 36: fila 2 col 1 → fila 2 col 2 → fila 3 col 2 → fila 3 col 3 → fila 3 col 4 → fila 2 col 4 → fila 2 col 5 → fila 2 col 6.
8. Constante 27: filas 6-11-10 / 13-9-5 / 8-7-12. Las casillas ocultas (diagonal) son 6, 9 y 12.
9. Fila 1: 10→rojo, 25→amarillo, 100→azul. Fila 2: 10→rojo, 100→azul, 25→amarillo.