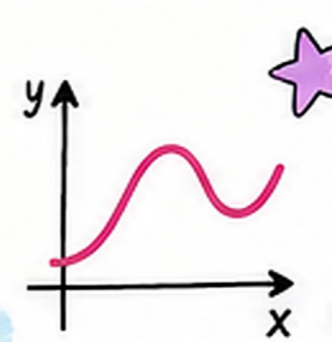




DERIVADAS

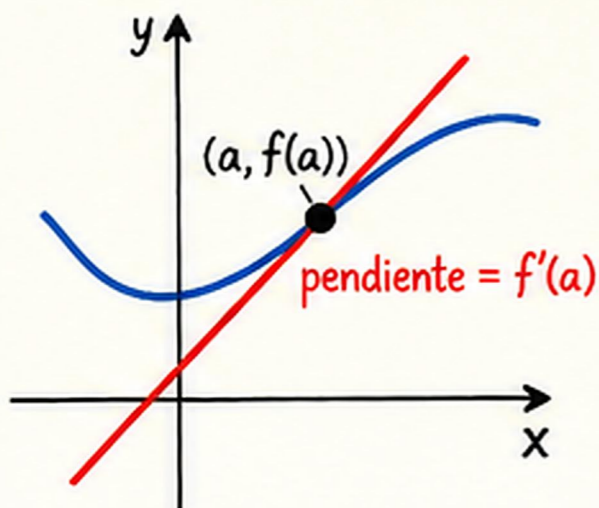


Aprende cómo cambia una función y cuál es la pendiente de la recta tangente.

1 ¿QUÉ ES UNA DERIVADA?

La derivada mide cómo cambia una función en un punto.

También indica la pendiente de la recta tangente.



Si la pendiente es positiva, la función crece; si es negativa, decrece.

2 NOTACIÓN

$$f'(x)$$

$$y'$$

$$\frac{dy}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} [f(x)]$$

Todas expresan la derivada.

3 REGLAS BÁSICAS

Si $f(x) = k$, entonces $f'(x) = 0$

Si $f(x) = x$, entonces $f'(x) = 1$

Si $f(x) = x^n$, entonces $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

Si $f(x) = k \cdot g(x)$, entonces $f'(x) = k \cdot g'(x)$

$$(f + g)' = f' + g'$$

$$(f - g)' = f' - g'$$

7 ¿PARA QUÉ SIRVEN?

- ✓ Para estudiar el crecimiento y decrecimiento de una función.
- ✓ Para encontrar máximos y mínimos.
- ✓ Para calcular pendientes y velocidades de cambio.
- ✓ Para resolver problemas de física, economía y ciencias.

4 DERIVADAS FRECUENTES

$$(x^2)' = 2x$$

$$(x^3)' = 3x^2$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(e^x)' = e^x$$

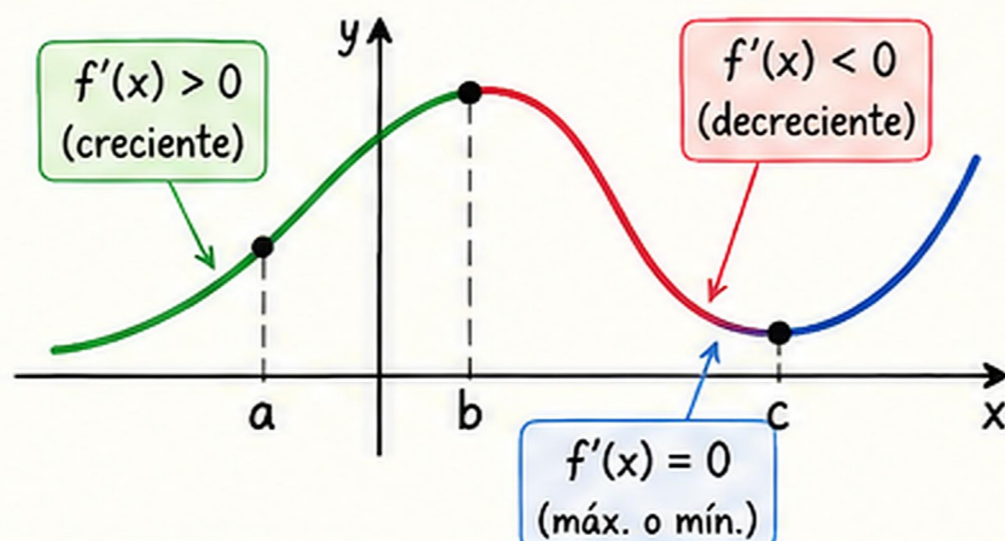
$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

¡Úsalas mucho!



5 INTERPRETACIÓN GRÁFICA



La derivada nos ayuda a estudiar el comportamiento de la función.

6 EJEMPLO RESUELTO

Sea $f(x) = x^3 + 2x$

1. Derivamos:

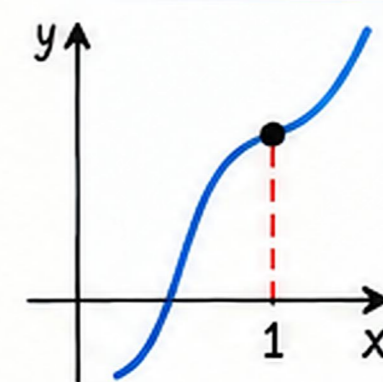
$$f'(x) = 3x^2 + 2$$

2. Evaluamos en $x = 1$:

$$f'(1) = 3 \cdot 1^2 + 2 = 5$$



La pendiente de la tangente en $x = 1$ es 5.



8 EN RESUMEN

1 Observamos la función



2 Derivamos



3 Simplificamos



4 Interpretamos el resultado



5 Sacamos conclusiones



La derivada es una herramienta fundamental para entender cómo cambian las funciones.



INTEGRALES

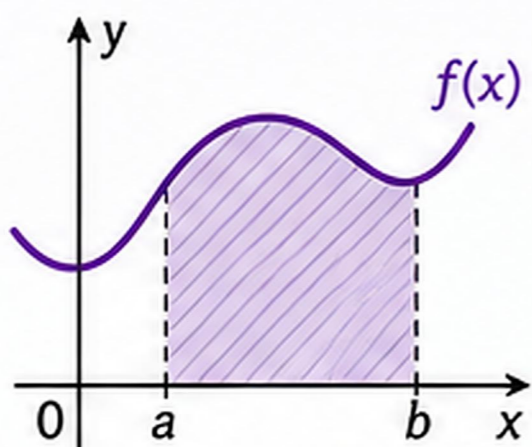


Aprende a calcular áreas y a recuperar funciones a partir de sus derivadas.

1 ¿QUÉ ES UNA INTEGRAL?

Una integral es una herramienta matemática que nos permite calcular áreas y acumular cantidades.

También sirve para obtener una función original a partir de su derivada.



2 NOTACIÓN

$$\int f(x) dx$$

$$F(x) + C$$

$$\int_a^b f(x) dx$$

La constante C aparece en las integrales indefinidas.

3 TIPOS DE INTEGRALES

Integral indefinida

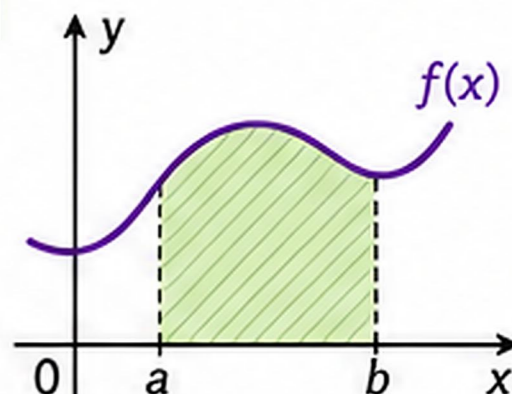
Devuelve una familia de funciones.

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

Integral definida

Calcula un valor numérico, normalmente un área.

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$



4 REGLAS BÁSICAS

★ $\int k dx = kx + C$

★ $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$

★ $\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$

★ $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

INTEGRALES FRECUENTES

$$\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$$

$$\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$$

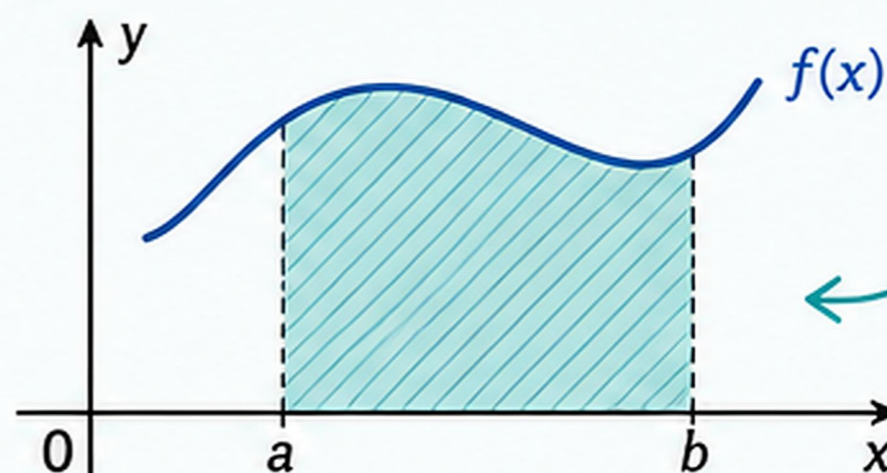
$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \text{sen}(x) dx = -\text{cos}(x) + C$$

$$\int \text{cos}(x) dx = \text{sen}(x) + C$$

6 INTERPRETACIÓN GRÁFICA



La integral definida representa el área acumulada bajo la curva.

7 EJEMPLO RESUELTO

Calcular $\int 2x dx$

RESULTADO FINAL

$$= x^2 + C$$

1 Aplicamos la regla de la potencia

2 $\int 2x dx = 2 \cdot \int x dx$

3 $= 2 \cdot (x^2 \frac{2}{2}) + C$

8 ¿PARA QUÉ SIRVEN?

- ✓ Para calcular áreas.
- ✓ Para estudiar acumulaciones.
- ✓ Para resolver problemas de física.
- ✓ Para modelizar fenómenos de cambio continuo.
- ✓ Para relacionar derivadas e integrales.

9 EN RESUMEN



La integral nos ayuda a medir, acumular y comprender mejor muchos fenómenos matemáticos y reales.

