

Potencias y raíces

1. Saca del radicando la mayor cantidad posible de factores:

a. $\sqrt{405}$

b. $\sqrt{250}$

c. $\sqrt[3]{240}$

d. $\sqrt{800}$.

2. Expresa como radical:

a. $\left(3^{\frac{5}{6}}\right)^{\frac{1}{4}}$

b. $\left(3^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}$

c. $\left(7^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{4}{3}}$

d. $\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{2}{5}}$

3. Simplifica los siguientes radicales:

a. $\sqrt[9]{8^3}$

b. $\sqrt[3]{16}$

c. $\sqrt[3]{7^3}$

4. Pasa estos números de notación científica a forma ordinaria:

a. $2,43 \cdot 10^4 =$

b. $6,31 \cdot 10^{-6} =$

c. $63,1 \cdot 10^{-6} =$

d. $3,187 \cdot 10^9 =$

5. Introduce dentro del radicando el número que multiplica:

a. $3\sqrt{95}$

b. $4\sqrt[3]{3}$

c. $8\sqrt{11}$

d. $2\sqrt[5]{7}$

6. Escribe los siguientes números en notación científica e indica su orden de magnitud.

a) 91.700.000.000

c) 0,00000000134

b) 6.300.000.000.000

d) 0,071

7. Reduce los siguientes radicales a índice común y ordénalos de menor a mayor:

a. $\sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{3}$

b. $\sqrt[5]{12}, \sqrt[3]{10}$

c. $\sqrt{3}, \sqrt[5]{8}$

8. Escribe los siguientes números en notación científica e indica su orden de magnitud.

a. 100 millones de años.

c. 43 micras.

b. 5 diezmilésimas de gramo.

d. Un billón de euros.

9. Escribe las siguientes raíces como exponentes fraccionarios y simplifica cuanto se pueda:

a. $\sqrt[5]{3^{10}}$

b. $\sqrt[7]{2^{14}}$

c. $\sqrt{7^6}$

10. Efectúa los siguientes productos:

a. $\sqrt[7]{4} \cdot \sqrt[7]{32}$

c. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$

b. $\sqrt[5]{81} \cdot \sqrt[5]{3}$

d. $\sqrt[3]{11} \cdot \sqrt[3]{121}$

11. Reduce los siguientes radicales a índice común:

a. $\sqrt[5]{3}, \sqrt[7]{2}, \sqrt[15]{10}$

b. $\sqrt{5}, \sqrt[10]{7}, \sqrt[6]{13}$

12. Realiza las siguientes operaciones, sin calculadora, redondeando los números en notación científica a dos cifras decimales:

a. $(1,7 \cdot 10^{-9}) \cdot (2,1 \cdot 10^7)$

c. $(2,37 \cdot 10^{12}) \cdot (3,97 \cdot 10^3)$

b. $(6,0 \cdot 10^{-4}) : (1,5 \cdot 10^{-3})$

d. $(4,5 \cdot 10^9) : (2,5 \cdot 10^{-3})$

13. Expresa como radical:

a. $\left(10^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{7}{2}}$

b. $\left(5^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{2}{7}}$

c. $\left(13^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{6}{4}}$

d. $\left(2^{\frac{7}{3}}\right)^{\frac{3}{14}}$

14. Escribe en forma de exponente fraccionario y simplifica los radicales:

a. $\sqrt[12]{8^{16}}$

b. $\sqrt[5]{3^{15}}$

c. $\sqrt[11]{4^{33}}$

15. Factoriza los radicandos y calcula las raíces siguientes:

a. $\sqrt[7]{128}$

b. $\sqrt[3]{11^6}$

c. $\sqrt[5]{10^{20}}$

d. $\sqrt[4]{6561}$

16. Efectúa los siguientes productos:

a. $7^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{4}{5}}$

b. $2^{\frac{9}{7}} \cdot 2^{\frac{4}{5}}$

17. Introduce el factor que multiplica dentro de la raíz:

a. $7\sqrt{2}$

b. $3^5\sqrt{2}$

c. $11\sqrt{10}$

d. $2^6\sqrt{3}$

18. Saca del radicando la mayor cantidad posible de factores:

a. $\sqrt[3]{3240}$

b. $\sqrt{9000}$

c. $\sqrt[4]{2^6 \cdot 3^5}$

d. $\sqrt{2^3 \cdot 5^4 \cdot 3^2}$

19. Realiza las siguientes operaciones, sin calculadora, redondeando los números en notación científica a dos cifras decimales:

a. $(3,72 \cdot 10^{11}) \cdot (1,43 \cdot 10^{-7})$

c. $(4,1 \cdot 10^2) \cdot 10^3$

b. $(2,9 \cdot 10^{-5}) \cdot (3,1 \cdot 10^{-3})$

d. $(1,7 \cdot 10^{-9}) \cdot (2,1 \cdot 10^{-7})$

20. Efectúa los siguientes cocientes:

a. $6^{\frac{1}{9}} : 6^{\frac{3}{7}}$

b. $5^{\frac{4}{7}} : 5^{\frac{2}{3}}$

21. Realiza las siguientes operaciones, sin calculadora, redondeando los números en notación científica a dos cifras decimales:

a. $(4,5 \cdot 10^{-7}) : (1,5 \cdot 10^4)$

c. $(6,5 \cdot 10^{-4}) : (1,3 \cdot 10^{-6})$

b. $(3,6 \cdot 10^9) : (1,2 \cdot 10^{-7})$

d. $(6,0 \cdot 10^{-4}) : (1,5 \cdot 10^{-3})$

22. Efectúa los siguientes cocientes:

a. $\sqrt{15} : \sqrt{3}$

b. $\sqrt[3]{28} : \sqrt[3]{7}$

c. $\sqrt[5]{64} : \sqrt[5]{2}$

d. $\sqrt[7]{81} : \sqrt[7]{27}$

23. Expresa como radical:

a. $\sqrt[7]{\sqrt[3]{10}}$

b. $\sqrt[5]{\sqrt[4]{7}}$

c. $\sqrt[13]{\sqrt[4]{2^6}}$

d. $\sqrt[3]{\sqrt[5]{11}}$

24. Realiza las siguientes operaciones:

a. $3\sqrt[4]{162} - \frac{1}{5}\sqrt[4]{1250}$

b. $3\sqrt{343} - \frac{2}{5}\sqrt{175} - 5\sqrt{28}$

25. Realiza las siguientes operaciones, sin calculadora, redondeando los números en notación científica a dos cifras decimales:

a. $(1,46 \cdot 10^5) + (9,2 \cdot 10^4)$

c. $(9,2 \cdot 10^{11}) \cdot (5,4 \cdot 10^3)$

b. $(2,96 \cdot 10^4) - (7,43 \cdot 10^5)$

d. $(2,9 \cdot 10^{-7}) : (1,4 \cdot 10^{-5})$

26. Realiza las siguientes operaciones:

a. $\frac{4}{5}\sqrt{50} + 7\sqrt{2} - 3\sqrt{8}$

b. $11\sqrt[3]{81} - 12\sqrt[3]{24}$

27. Expresa como radical:

a. $\left(\left(\frac{5}{11}\right)^{\frac{2}{7}}\right)^{\frac{3}{4}}$

b. $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$

c. $\left(\left(\frac{4}{7}\right)^{\frac{5}{3}}\right)^{\frac{4}{15}}$

d. $\left(5^{\frac{1}{12}}\right)^{\frac{3}{7}}$

28. Efectúa las siguientes operaciones:

a. $\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[5]{16}$

b. $\sqrt{3} : \sqrt[7]{9}$

29. Extrae del radicando el mayor número de términos posible:

a. $\sqrt[7]{5^{13} \cdot 3^{23} \cdot 2^{15}}$

b. $\sqrt[3]{5400}$

c. $\sqrt[4]{11^5 \cdot 13^6 \cdot 17^7}$

d. $\sqrt[4]{6480}$

30. Calcula las siguientes raíces factorizando cuando sea necesario:

a. $\sqrt[5]{\frac{32}{243}}$

b. $\sqrt[7]{5^{28}}$

c. $\sqrt[3]{\frac{343}{1331}}$

d. $\sqrt[11]{\frac{10^5}{10^{16}}}$

31. Expresa como radical:

a. $\sqrt[5]{\sqrt[7]{\frac{2}{11}}}$

b. $\sqrt[3]{\sqrt[11]{7}}$

c. $\sqrt[13]{\sqrt{\frac{7}{29}}}$

d. $\sqrt{\sqrt[4]{\sqrt[8]{15}}}$

32. Racionaliza

a. $\frac{3}{\sqrt{7}}$

b. $\frac{4}{\sqrt[7]{5}}$

c. $\frac{6}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

33. Racionaliza:

a. $\frac{5}{\sqrt[3]{6^7}}$

b. $\frac{4}{\sqrt[5]{6^7}}$

c. $\frac{6}{\sqrt[4]{5}}$

34. Racionaliza:

a. $\frac{\sqrt{3+x}}{\sqrt{3-x}}$

b. $\frac{\sqrt{5+x}+1}{\sqrt{5-x}}$

c. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

35. Racionaliza:

a. $\frac{5+3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

b. $\frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$

c. $\frac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

36. Racionaliza:

a. $\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{3}}$

b. $\frac{9}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$

c. $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$

37. Racionaliza:

a. $\frac{2-5\sqrt{3}}{\sqrt[4]{6}}$

b. $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt[3]{16}}$

c. $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt[3]{6}}$

38. Racionaliza:

a. $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

b. $\frac{6\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}$

c. $\frac{3\sqrt{2}+5\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$

39. Expresa los siguientes radicales mediante potencias de exponentes fraccionarios:

a. $\sqrt[5]{a^2} = a^{\frac{2}{5}}$

b. $\sqrt{a^5}$

c. $\sqrt[3]{7^4}$

d. $\sqrt[3]{3^7}$

e. $\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}$

f. $\frac{1}{\sqrt[5]{a^2}}$

40. Pon en forma de raíz las siguientes potencias:

a. $x^{\frac{5}{4}}$

b. $y^{\frac{1}{2}}$

c. $3^{\frac{5}{3}}$

d. $4^{\frac{3}{4}}$

e. $x^{-\frac{2}{3}}$

f. $y^{-\frac{3}{2}}$

41. Simplifica al máximo los radicales siguientes:

a. $\sqrt[12]{64} = \sqrt[12]{2^6} = 2^{\frac{6}{12}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

b. $\sqrt[5]{32}$

c. $\sqrt[6]{125}$

d. $\sqrt[5]{0,00032}$

e. $\sqrt[6]{0,027}$

f. $\sqrt[8]{0,0016}$

g. $\sqrt[8]{16x^4}$

h. $\sqrt[8]{16x^4y^6}$

i. $\sqrt[8]{\frac{625(a+3)^{20}}{(x^2+2x+1)^2}}$

j. $\sqrt[4]{1+\frac{9}{16}}$

k. $\sqrt[4]{x^2+x+\frac{1}{4}}$

l. $\sqrt[4]{1-\frac{2xy-y^2}{x^2}}$

42. Reduce a índice común los siguientes radicales:

a. $\sqrt{a}; \sqrt[3]{b}; \sqrt[6]{c}$

b. $\sqrt[4]{6}; \sqrt[3]{6}; \sqrt[6]{40}$

c. $\sqrt[4]{6}; \sqrt[6]{4}$

d. $\sqrt[5]{140}; \sqrt[10]{12000}$

43. Compara estos grupos de radicales reduciéndolos a índice común:

a. $\sqrt[4]{5}; \sqrt[6]{11}; \sqrt[12]{135}$

b. $\sqrt[3]{6}; \sqrt[5]{19}$

c. $\sqrt[4]{143}; \sqrt[6]{1720}$

44. Introduce el factor dentro de la raíz y, si es posible, simplifica:

a. $5\sqrt{7} = \sqrt{5^2 \cdot 7} = \sqrt{175}$

b. $4\sqrt[3]{4}$

c. $2\sqrt{5}$

d. $4\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

e. $x\sqrt{\frac{2}{x}}$

f. $\frac{3}{5}\sqrt[3]{\frac{25}{9}}$

g. $\frac{2}{x}\sqrt{\frac{3x}{8}}$

h. $\frac{3x}{4}\sqrt{\frac{32a}{27x}}$

45. Saca de la raíz el factor que puedas:

a. $\sqrt{50} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$

b. $\sqrt{18}$

c. $\sqrt{12}$

d. $\sqrt{45}$

e. $\sqrt{75}$

f. $\sqrt[3]{16}$

g. $\sqrt[3]{40}$

h. $\sqrt[3]{48}$

i. $\sqrt[4]{64}$

j. $\sqrt{1000}$

k. $\sqrt{0,001}$

l. $\sqrt[3]{0,008}$

m. $\sqrt[3]{80x^4}$

n. $\sqrt[3]{80000}$

o. $\sqrt[5]{128a^5b^{11}}$

p. $\sqrt{a^4b^5}$

q. $\sqrt{12x^2y^5}$

r. $\sqrt{\frac{125a^2b}{16}}$

s. $\sqrt[3]{\frac{16a^4x^3}{27y^6}}$

46. Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a. $5\sqrt{2} - 11\sqrt{2} + 4\sqrt{5} - 13\sqrt{5} + 4\sqrt{2} + \sqrt{5}$

b. $5\sqrt{2} - \sqrt{18} + 3\sqrt{72} + 11\sqrt{8} - 3\sqrt{50}$

c. $3\sqrt{12} - 11\sqrt{2} + 8\sqrt{3} - 32 + 2\sqrt{75}$

d. $4\sqrt{20} - 3\sqrt{45} + 11\sqrt{125} - 20\sqrt{5}$

e. $5\sqrt{\frac{3}{4}} + \sqrt{27} - 4\sqrt{3} - \sqrt{300}$

f. $5^3\sqrt{16} + 3^3\sqrt{250} + 2^3\sqrt{54} - 4^3\sqrt{2}$

g. $5^4\sqrt{2} + 7\sqrt{2} - 6^4\sqrt{32} + 13^4\sqrt{64} - \sqrt[4]{1250}$

47. Realiza la operación y simplifica la expresión resultante:

a. $5\sqrt{27} \cdot 4\sqrt{6}$

b. $\sqrt{72} \cdot 3\sqrt{8}$

c. $5\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\frac{8}{27}}$

d. $\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[8]{x^7}$

e. $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2y^4}$

48. Realiza las siguientes operaciones y simplifica las expresiones resultantes:

a. $(\sqrt[3]{25})^4$

b. $(\sqrt{8})^3$

c. $(\sqrt[3]{x^5})^6$

d. $(\sqrt[3]{x^2})^9$

e. $(\sqrt[3]{27a^4})^2$

f. $\sqrt{\sqrt{3}}$

g. $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$

h. $\sqrt{\sqrt{\sqrt{8}}}$

i. $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$

j. $\left(\sqrt[3]{\sqrt[7]{\sqrt{8x^3}}}\right)^7$

RACIONALIZACIÓN DE DENOMINADORES

Racionalizar una fracción con raíces en el denominador es transformarla en otra *equivalente* sin raíces en el denominador.

× Con raíces cuadradas en el denominador.

Se multiplica al numerador y al denominador por las raíces que aparezcan en el denominador.

$$\text{Ejemplo: } \frac{4}{3\sqrt{5}} = \frac{4 \cdot (\sqrt{5})}{(3\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5})} = \frac{4\sqrt{5}}{3 \cdot (\sqrt{5})^2} = \frac{4\sqrt{5}}{3 \cdot 5} = \frac{4\sqrt{5}}{15}$$

× Con raíces de índice mayor que 2 en el denominador.

Se multiplica al numerador y al denominador por las raíces del mismo índice que la del denominador pero el exponente del radicando tiene que ser diferente de forma que al sumar los dos exponentes den lo mismo que el índice.

$$\text{Ejemplo: } \frac{3}{\sqrt[7]{5^3}} = \frac{3 \cdot \sqrt[7]{5^4}}{\sqrt[7]{5^3} \cdot \sqrt[7]{5^4}} = \frac{3\sqrt[7]{5^4}}{\sqrt[7]{5^{3+4}}} = \frac{3\sqrt[7]{5^4}}{\sqrt[7]{5^7}} = \frac{3\sqrt[7]{5^4}}{5}$$

× El denominador es un binomio con raíces cuadradas.

Se multiplica al numerador y al denominador por el conjugado del denominador (si hay una suma el conjugado es una resta y viceversa)

$$\text{Ejemplo 1: } \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{3 \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(\sqrt{5} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{2})} = \frac{3\sqrt{5} + 3\sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{3\sqrt{5} + 3\sqrt{2}}{5 - 2} = \frac{3\sqrt{5} + 3\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Ejemplo 2: } \frac{3}{4 + \sqrt{5}} = \frac{3 \cdot (4 - \sqrt{5})}{(4 + \sqrt{5}) \cdot (4 - \sqrt{5})} = \frac{12 - 3\sqrt{5}}{4^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{12 - 3\sqrt{5}}{16 - 5} = \frac{12 - 3\sqrt{5}}{11}$$

49. Racionaliza las siguientes fracciones y simplifica el resultado:

a. $\frac{5}{\sqrt{5}}$

e. $\frac{\sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$

i. $\frac{5}{2 - 3\sqrt{3}}$

m. $\frac{20}{\sqrt[4]{24}}$

b. $\frac{4}{5\sqrt{3}}$

f. $\frac{4}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}$

j. $\frac{\sqrt[5]{3}}{\sqrt[3]{5}}$

n. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$

c. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{5^2}}$

g. $\frac{2 + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$

k. $\frac{3}{\sqrt{6}}$

o. $\frac{6}{1 + \sqrt{2}}$

d. $\frac{12}{5\sqrt[6]{4}}$

h. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$

l. $\frac{3 - 5\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

p. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 2}$

$$q. \frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

$$t. \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

$$w. \frac{3\sqrt{5}-4}{\sqrt{5}-2}$$

$$r. \frac{2\sqrt{5}+4\sqrt{3}}{\sqrt{5}-3\sqrt{3}}$$

$$u. \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$x. \frac{1}{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}$$

$$s. \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$v. \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}$$

$$y. \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{8}-\sqrt{2}}$$

50. Opera y simplifica:

$$a. \frac{1-\frac{\sqrt{2}}{4}}{1+\frac{\sqrt{2}}{4}} + \frac{4\sqrt{2}}{7}$$

$$e. \frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{1-\frac{\sqrt{3}}{2}} + \sqrt{3} - 7 - 5\sqrt{3}$$

$$b. \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} \cdot \frac{1}{3+\sqrt{5}}$$

$$f. \frac{1}{3\sqrt{5}-3\sqrt{2}} \cdot \frac{9}{\sqrt{10}}$$

$$c. \frac{3-\sqrt{7}}{3+\sqrt{7}} : \frac{1}{8+3\sqrt{7}}$$

$$g. \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}} \cdot 2^{\frac{1}{16}}$$

$$d. \frac{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}{1-\frac{\sqrt{3}}{3}} \cdot \frac{1}{2+\sqrt{3}}$$

$$h. \frac{\frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{6}+4}{2}}{1+\sqrt{6}} - \frac{3\sqrt{6}-10}{5}$$

51. Racionaliza:

$$a. \frac{3}{\sqrt{7}}$$

$$b. \frac{4}{\sqrt[3]{5}}$$

$$c. \frac{6}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

52. Racionaliza:

$$a. \frac{5}{\sqrt[3]{6^7}}$$

$$b. \frac{4}{\sqrt[5]{6^7}}$$

$$c. \frac{6}{\sqrt[4]{5}}$$

53. Racionaliza:

$$a. \frac{\sqrt{3+x}}{\sqrt{3-x}}$$

$$b. \frac{\sqrt{5+x}+1}{\sqrt{5-x}}$$

$$c. \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

54. Racionaliza:

$$a. \frac{5+3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$b. \frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$$

$$c. \frac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

LOGARITMOS

Si a y N son dos números positivos, con $a \neq 1$, se llama **logaritmo en base a** de N al exponente x al que hay que elevar esa base para obtener el número N .

$$\text{Log}_a N = x \leftrightarrow N = a^x$$

$$\text{ej: } 4096 = 2^x \rightarrow x = \log_2 4096$$

Los dos logaritmos más utilizados son el **logaritmo en base 10** o **logaritmo decimal**, *log*, y el **logaritmo en base e** o **logaritmo neperiano**, *ln*.

Las **PROPIEDADES** de los logaritmos son:

↪ **Logaritmo de un producto:** $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

↪ **Logaritmo de un cociente:** $\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$

↪ **Logaritmo de una potencia:** $\log_a x^n = n \log_a x$

55. Resuelve aplicando la definición de logaritmo:

a. $3^{\frac{1}{x}} = 9$

b. $2^x = 16$

c. $\log_{101} 10201 = x$

56. Resuelve utilizando la definición de logaritmo:

a. $\log_a 4 = 2$

b. $\log_a 243 = 5$

c. $\log_a 1 = 0$

57. Si $\log x = \frac{1}{2} \log a + 3 \log b - \frac{1}{3} (\log c + 2 \log d)$, expresa x en función de a, b, c, d .

58. Calcula los siguientes logaritmos:

a. $\log_3 9$

b. $\log_2 1024$

c. $\log_2 1$

59. Obtén con calculadora el valor de:

a. $\log_2 10$

b. $\log_5 16$

c. $\log_3 0,8$

60. Calcula:

a. $\log_5 625 - \log_3 243 + \log_4 256$

b. $\log_3 1 + \log_2 64 + \log_3 9 + \log_7 49$

c. $\log_3 \frac{1}{9} - \log_5 0,2 + \log_6 \frac{1}{36} - \log_2 0,5$

61. Sabiendo que $\log 2 = 0,301$, halla:

a. $\log 1024$

b. $\log 0,25$

c. $\log \frac{1}{\sqrt[3]{16}}$

62. Si a y b son números enteros, calcula $\log_{\frac{1}{a}} a + \log_b \frac{1}{b}$.

63. Calcula:

a. $\log_3 \frac{1}{9}$

b. $\log_{\frac{1}{2}} 8$

c. $\log_{\sqrt{2}} 4$

64. Sabiendo que $\log 2 = 0,301$, halla:

a. $\log 5$

b. $\log \sqrt[4]{0,08}$

c. $\log \sqrt[3]{0,02}$

65. Calcula a utilizando la definición de logaritmo:

a. $\log_a 125 = \frac{3}{2}$

b. $\log_8 \sqrt[4]{2} = a$

c. $\log_{\frac{2}{3}} \frac{81}{16} = a$

66. Si $\log 2 = 0,301$, halla:

a. $\log_2 0,01$

b. $\log_4 10$

67. Sabiendo que $\log 2 = 0,301$ y $\log 3 = 0,477$, halla:

a. $\log 6$

b. $\log 30$

c. $\log \frac{1}{3}$

68. Calcula a utilizando la definición de logaritmo:

a. $\log_a 256 = 8$

b. $\log_a 0,125 = 3$

c. $\log_a 0,001 = -3$

69. Calcula:

a. $\log_4 \sqrt{2}$

b. $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$

c. $\log_9 3$

70. Racionaliza:

a. $\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{3}}$

b. $\frac{9}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$

c. $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$

71. Si $\log_3 a = x$, expresa como función de x :

a. $\log_3 27a$

c. $\log_9 \sqrt{a}$

b. $\log_3 \frac{a}{81}$

d. $\log_3 \frac{27}{a}$

72. Racionaliza:

a. $\frac{2-5\sqrt{3}}{\sqrt[4]{6}}$

b. $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt[3]{16}}$

c. $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt[3]{6}}$

73. Racionaliza:

a. $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

b. $\frac{6\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}$

c. $\frac{3\sqrt{2}+5\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$

74. Si $\log_x a = 2$ y $\log_x 16a = 4$, deduce el valor de x .

SOLUCIONES:

1. a) $9\sqrt{5}$ b) $5\sqrt{10}$ c) $2\sqrt{30}$ d) $20\sqrt{2}$
2. a) $\sqrt[24]{3^5}$ b) $\sqrt[12]{3}$ c) $\sqrt[3]{7^{10}}$ d) $\sqrt[15]{5^2}$
3. a) 2 b) $2\sqrt[3]{2}$ c) 7
4. a) 24300 b) 0,00000631 c) 0,0000631 d) 3187000000
5. a) $\sqrt{855}$ b) $\sqrt[3]{192}$ c) $\sqrt{107}$ d) $\sqrt[5]{224}$
6. a) $9,17 \cdot 10^{10}$; O.M. 10 b) $6,3 \cdot 10^{12}$; O.M. 12 c) $1,34 \cdot 10^{-9}$; O.M. -9
d) $7,1 \cdot 10^{-2}$; O.M. -2
7. a) $\sqrt[3]{4} > \sqrt[4]{3}$ b) $\sqrt[5]{12} < \sqrt[3]{10}$ c) $\sqrt{3} > \sqrt[5]{8}$
8. a) 10^8 ; O.M. 8 b) $5 \cdot 10^{-4}$; O.M. -4 c) $4,3 \cdot 10^{-5}$; O.M. -5 d) 10^{12} ; O.M. 12
9. a) 9 b) 4 c) 343
10. a) 2 b) 3 c) 9 d) 11
11. a) $\sqrt[5]{3} > \sqrt[15]{10} > \sqrt[7]{2}$ b) $\sqrt{5} > \sqrt[6]{13} > \sqrt[10]{7}$
12. a) $3,57 \cdot 10^{-2}$ b) $9 \cdot 10^{-1}$ c) $9,41 \cdot 10^{15}$ d) $1,8 \cdot 10^{12}$
13. a) $\sqrt[8]{10^{21}}$ b) $\sqrt[14]{5^3}$ c) $\sqrt[10]{13^3}$ d) $\sqrt{2}$
14. a) $8^{\frac{4}{3}}$ b) 3^3 c) 4^3
15. a) 2 b) 121 c) 10000 d) 9
16. a) $7^{\frac{4}{15}}$ b) $2^{\frac{36}{35}}$
17. a) $\sqrt{98}$ b) $\sqrt[5]{486}$ c) $\sqrt{1210}$ d) $\sqrt[6]{192}$
18. a) $6\sqrt[3]{15}$ b) $30\sqrt{10}$ c) $6\sqrt[4]{12}$ d) $150\sqrt{2}$
19. a) $5,32 \cdot 10^4$ b) $8,99 \cdot 10^{-8}$ c) $4,1 \cdot 10^5$ d) $3,57 \cdot 10^{-16}$
20. a) $6^{\frac{20}{63}}$ b) $5^{-\frac{2}{21}}$
21. a) $3 \cdot 10^{-11}$ b) $3 \cdot 10^{16}$ c) $5 \cdot 10^2$ d) $4 \cdot 10^{-1}$
22. a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt[3]{4}$ c) $\sqrt[5]{32} = 2$ d) $\sqrt[7]{3}$

23. a) $\sqrt[2]{10}$ b) $\sqrt[20]{7}$ c) $\sqrt[26]{2^3}$ d) $\sqrt[15]{11}$
24. a) $8\sqrt[4]{2}$ b) $9\sqrt{7}$
25. a) $2,38 \cdot 10^5$ b) $-7,13 \cdot 10^5$ c) $4,97 \cdot 10^{15}$ d) $2,07 \cdot 10^{-2}$
26. a) $5\sqrt{2}$ b) $9\sqrt{7}$
27. a) $\sqrt[12]{\left(\frac{5}{11}\right)^3}$ b) $\sqrt[6]{\frac{2}{3}}$ c) $\sqrt[9]{\left(\frac{4}{7}\right)^4}$ d) $\sqrt[28]{5}$
28. a) $\sqrt[20]{2^{31}}$ b) $\sqrt[14]{3^3}$
29. a) $5 \cdot 3^3 \cdot 2^2 \sqrt{5^6 \cdot 3^2 \cdot 2}$ b) $6\sqrt[3]{25}$ c) $11 \cdot 13 \cdot 17 \sqrt[4]{11 \cdot 13^2 \cdot 17^3}$
d) $6\sqrt[4]{5}$
30. a) $\frac{2}{3}$ b) 625 c) $\frac{7}{11}$ d) 0,1
31. a) $\sqrt[35]{\frac{2}{11}}$ b) $\sqrt[33]{7}$ c) $\sqrt[26]{\frac{7}{29}}$ d) $\sqrt[64]{15}$
32. a) $\frac{3\sqrt{7}}{7}$ b) $\frac{4\sqrt[7]{5^6}}{5}$ c) $6\sqrt{3} + 6\sqrt{2}$
33. a) $\frac{5\sqrt[3]{36}}{36}$ b) $\frac{\sqrt[5]{216}}{9}$ c) $\frac{6\sqrt[4]{125}}{5}$
34. a) $\frac{\sqrt{9-x^2}}{3-x}$ b) $\frac{\sqrt{25-x^2} + \sqrt{5-x}}{5-x}$ c) $\frac{3+\sqrt{6}}{3}$
35. a) $\frac{5\sqrt{3} + 3\sqrt{6}}{3}$ b) $\frac{\sqrt{14} - \sqrt{6} + 3\sqrt{7} - 3\sqrt{3}}{4}$ c) $\frac{a\sqrt{a} - a\sqrt{b}}{a-b}$
36. a) $-\frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}$ b) $-\frac{9\sqrt{5}-9\sqrt{7}}{2}$ c) $-\frac{\sqrt{10}+\sqrt{12}-\sqrt{30}-6}{4}$
37. a) $\frac{2\sqrt[4]{216} - 5\sqrt[4]{1944}}{6}$ b) $\sqrt[3]{4}$ c) $\frac{\sqrt[6]{162000} - \sqrt[6]{34992}}{6}$
38. a) $\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$ b) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ c) $\frac{3\sqrt{14} + 5\sqrt{21}}{14}$

39. a) $a^{\frac{2}{5}}$ b) $a^{\frac{5}{2}}$ c) $7^{\frac{4}{3}}$ d) $3^{\frac{7}{3}}$ e) $x^{\frac{3}{4}}$ f) $a^{\frac{2}{5}}$

40. a) $\sqrt[4]{x^5}$ b) $\sqrt{y}$ c) $\sqrt[3]{3^5}$ d) $\sqrt[4]{4^3}$ e) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ f) $\frac{1}{\sqrt{y^3}}$

41. a) $\sqrt{2}$ b) 2 c) $\sqrt{5}$ d) 0,2 e) $\sqrt{0,3}$ f) $\sqrt{0,2}$
 g) $\sqrt{2x}$ h) $\sqrt[4]{4x^2y^3}$ i) $\sqrt{\frac{5(a+3)^5}{x+1}}$ j) $\sqrt{\frac{5}{4}}$ k) $\sqrt{x+\frac{1}{2}}$ l) $\sqrt{\frac{x-y}{x}}$

42. a) $\sqrt[6]{a^3}$, $\sqrt[6]{b^2}$, $\sqrt[6]{c}$ b) $\sqrt[12]{216}$, $\sqrt[12]{1296}$, $\sqrt[12]{1600}$ c) $\sqrt[12]{216}$, $\sqrt[12]{16}$
 d) $\sqrt[19]{19600}$, $\sqrt[19]{12000}$

43. a) $\sqrt[12]{135} > \sqrt[4]{5} > \sqrt[6]{11}$ b) $\sqrt[3]{6} > \sqrt[5]{19}$ c) $\sqrt[6]{1720} > \sqrt[4]{143}$

44. a) $\sqrt{175}$ b) $\sqrt[3]{256}$ c) $\sqrt{20}$ d) $\sqrt[3]{16}$ e) $\sqrt{2x}$ f) $\sqrt[3]{\frac{3}{5}}$
 g) $\sqrt{\frac{3}{2x}}$ h) $\sqrt{\frac{2xa}{3}}$

45. a) $5\sqrt{2}$ b) $3\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{3}$ d) $3\sqrt{5}$ e) $5\sqrt{3}$ f) $2\sqrt[3]{2}$
 g) $2\sqrt[3]{5}$ h) $2\sqrt[3]{6}$ i) $2\sqrt[4]{4}$ j) $10\sqrt{10}$ k) $0,1\sqrt{0,1}$ l) 0,2
 m) $2x\sqrt[3]{10x}$ n) $20\sqrt{20}$ o) $2ab^2\sqrt[5]{4b}$ p) $a^2b^2\sqrt{b}$ q) $2xy^2\sqrt{3y}$ r) $\frac{5a}{4}\sqrt{5b}$
 s) $\frac{2ax}{3y^2}\sqrt[6]{2a}$

46. a) $-2\sqrt{2}-8\sqrt{5}$ b) $15\sqrt{2}$ c) $-5\sqrt{2}+18\sqrt{3}-32$ d) $34\sqrt{5}$
 e) $-\frac{17}{2}\sqrt{3}$ f) $27\sqrt[3]{2}$ g) $33\sqrt{2}-2\sqrt[4]{2}$

47. a) $180\sqrt{2}$ b) 72 c) $\frac{5}{3}\sqrt{2}$ d) $x^2\sqrt[8]{x}$ e) $x^6\sqrt[6]{xy^8}$

48. a) $25\sqrt[3]{25}$ b) $16\sqrt{2}$ c) x^{10} d) x^6 e) $9a^{23}\sqrt[3]{a^2}$ f) $\sqrt[4]{3}$
 g) $\sqrt[6]{5}$ h) $\sqrt[8]{8}$ i) $\sqrt[8]{128}$ j) $\sqrt[42]{8^7x^{21}}$

49. a) $\sqrt{5}$ b) $\frac{4\sqrt{3}}{15}$ c) $\frac{\sqrt[6]{200}}{5}$ d) $\frac{6\sqrt[3]{4}}{5}$ e) $\frac{3\sqrt{2}+2}{7}$ f) $-\frac{4\sqrt{2}+4\sqrt{5}}{3}$

g) $\frac{2\sqrt{7}+\sqrt{35}+5}{2}$ h) $7-4\sqrt{3}$ i) $-\frac{10+15\sqrt{3}}{23}$ j) $\frac{\sqrt[15]{3^3 \cdot 25^5}}{5}$ k) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

l) $\sqrt{3}-5$ m) $\frac{10\sqrt{54}}{3}$ n) $\sqrt[3]{4}$ o) $-6+\sqrt{2}$ p) $-3-2\sqrt{3}$

q) $\frac{3\sqrt{5}+\sqrt{10}+3\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}$ r) $-\frac{23+5\sqrt{15}}{11}$ s) $\sqrt{6}$ t) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$

u) $5+2\sqrt{6}$ v) $-\frac{\sqrt{3}-3+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$ w) $7+2\sqrt{5}$ x) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{9}$ y) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

50. a) $9-\frac{24\sqrt{2}}{7}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) 1 e) $-14-8\sqrt{3}$ f) $\frac{5\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{10}$ g) 2 h) $\frac{3-\sqrt{6}}{5}$

51. a. $\frac{3\sqrt{7}}{7}$ b. $\frac{4\sqrt[7]{5^6}}{5}$ c. $6(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

52. a. $\frac{5\sqrt[3]{36}}{216}$ b. $\frac{\sqrt[5]{6^3}}{9}$ c. $\frac{6\sqrt[4]{5^3}}{5}$

53. a. $\frac{\sqrt{9-x^2}}{3-x}$ b. $\frac{(\sqrt{5+x}+1)\sqrt{5-x}}{5-x}$ c. $\frac{3+\sqrt{6}}{3}$

54. a. $\frac{5\sqrt{3}+3\sqrt{6}}{3}$ b. $\frac{\sqrt{14}-\sqrt{6}+3\sqrt{7}-3\sqrt{3}}{4}$ c. $\frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$

55. a. $x = \frac{1}{2}$ b. $x = 4$ c. $x = 2$

56. a. $a = 2$ b. $a = 3$ c) a puede ser cualquier número real positivo.

57. $\log x = \log \sqrt{a} + \log b^3 - \frac{1}{3}(\log c \cdot d^2) = \log \sqrt{a} \cdot b^3 - \log \sqrt[3]{c \cdot d^2} = \log \frac{\sqrt{a} \cdot b^3}{\sqrt[3]{c \cdot d^2}} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{a} \cdot b^3}{\sqrt[3]{c \cdot d^2}}$

58. a. 2 b. 10 c. 0

59. a. 3,322 b. 1,722 c. -0,203

60. a. $4 - 5 + 4 = 3$ b. $0 + 6 + 2 + 2 = 10$ c. $-2 - (-1) + (-2) - (-1) = -2$

61. a. 3,01 b. -0,602 c. -0,401

62. $-1 + (-1) = -2$

63. a. -2 b) -3 c) 4

64. a. 0,699 b. -0,274 c. -0,566

65. a. $a=25$ b. $a = \frac{3}{4}$ c. $a = -4$

66. a. -6,645 b. 1,661

67. a. 0,778 b. 1,477 c. -0,477

68. a. $a = 2$ b) $a = \frac{1}{2}$ c) $a = 10$

69. a) $\frac{1}{4}$ b) 2 c) $\frac{1}{2}$

70. a. $-\frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ b) $-\frac{9(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{2}$ c) $-\frac{\sqrt{10}-\sqrt{30}+\sqrt{12}-6}{4}$

71. a. $\log_3 27 + \log_3 a = 3 + x$ b. $\log_3 a - \log_3 81 = x - 4$ c. $\frac{\log_3 \sqrt{a}}{\log_3 9} = \frac{\frac{x}{2}}{2} = \frac{x}{4}$

d. $\log_3 27 - \log_3 a = 3 - x$

72. a) $\frac{(2-5\sqrt{3})\sqrt[4]{6^3}}{6}$ b) $\sqrt{2}\sqrt[3]{4}$ c) $\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})\sqrt[3]{6^2}}{6}$

73. a) $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ b) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ c) $\frac{(3\sqrt{2}+5\sqrt{3})\sqrt{7}}{14}$

74. $x^2 = a, x^4 = 16a$. Dividiendo obtenemos $x^2 = \frac{16a}{a} = 16$, con lo que $x = 4$ (descartamos la solución negativa, pues la base debe ser positiva).