

Ejercicios de Logaritmos

1.- Calcula los logaritmos que se indican:

- | | | | |
|-----------------|----------------|----------------|-----------------|
| a) $\log_2 32$ | d) $\log_3 81$ | g) $\ln e^x$ | i) $\log_3 729$ |
| b) $\log_5 625$ | e) $\ln e^3$ | h) $\log_2 64$ | j) $\log_2 128$ |
| c) $\log 1000$ | f) $\log 10^5$ | | |

2.- Halla los logaritmos siguientes:

- | | | |
|--------------------|--------------------|----------------------|
| a) $\log_2 (1/8)$ | f) $\log_3 (1/81)$ | k) $3 \log_{32} 2$ |
| b) $\log_2 (1/2)$ | g) $\log_5 (1/5)$ | l) $5 \log_3 7$ |
| c) $\log_2 (1/32)$ | h) $\log_5 125$ | m) $3 \log_{1/81} 9$ |
| d) $\log_3 (1/3)$ | i) $\log_5 25$ | n) $25 \log_{25} 5$ |
| e) $\log_3 (1/9)$ | j) $8 \log_7 7$ | o) $9 \log_9 81$ |

3.- Empleando la calculadora, halla:

- | | | |
|---------------|------------------|---------------|
| a) $\log 8$ | d) $\log 5'74$ | g) $\ln 4'15$ |
| b) $\log 3$ | e) $\log 3'15$ | h) $\ln 3'18$ |
| c) $\log 121$ | f) $\log 102'31$ | i) $\ln 103$ |

4.- Calcula x en las siguientes expresiones:

- | | | | |
|--------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| a) $\log_x 32 = 5$ | d) $\log_x 49 = 2$ | g) $\log_x 5 = -1/2$ | j) $\log_x 4 = -1/2$ |
| b) $\log_x 36 = 2$ | e) $\log_x 5 = 1/2$ | h) $\log_x 32 = 5/2$ | k) $\log_x 216 = 3$ |
| c) $\log_x 81 = 2$ | f) $\log_x 1/16 = -4$ | i) $\log_x 0'01 = -2$ | l) $\log_x 64 = 3$ |

5.- Resuelve:

- | | | | |
|---------------------|--------------------|----------------------|-----------------------------|
| a) $\log_2 16 = x$ | c) $\log_3 27 = x$ | e) $\log_9 x = 2$ | g) $\log_9 \sqrt[3]{3} = x$ |
| b) $\log 10000 = x$ | d) $\log_a x = 0$ | f) $\log_{16} 4 = x$ | |

6.- Resuelve:

- | | | |
|-------------------------|--------------------------------|------------------------------|
| a) $\log_x 0'0001 = -4$ | d) $\log_3 (3^2 \sqrt{3}) = x$ | g) $\log_2 (\log_2 2^8) = x$ |
| b) $\log_2 1/32 = x$ | e) $\log 1 = x$ | h) $\log_5 \sqrt{5} = x$ |
| c) $\log_x 10 = 1/3$ | f) $\log_3 \sqrt{81} = x$ | i) $\log_5 625 = x$ |

7.- Calcula x:

- | | | |
|--|---|--|
| a) $\log_3 x = -2$ | d) $\log_{125} \frac{1}{\sqrt{5}} = x$ | f) $x = \log_8 \sqrt[4]{2}$ |
| b) $\log_{0'25} x = 2$ | | g) $x = \log_2 8 + \log_3 \frac{1}{3} - \log_{49} 7$ |
| c) $x = \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} \sqrt[5]{9}$ | e) $\log_x \frac{6}{\sqrt[3]{6}} = \frac{2}{3}$ | h) $x = \log_{81} 3 + \log_{16} 2$ |

8.- Sabiendo que $\log 5 = 0'6989$, calcula el valor de $\log 2$.

9.- Expresa los siguientes logaritmos en función de $\log 2$:

- | | | |
|----------------|----------------|----------------------------------|
| a) $\log 64$ | c) $\log 5$ | e) $\log \sqrt[3]{\frac{32}{5}}$ |
| b) $\log 1/16$ | d) $\log 0'32$ | |

10.- Sabiendo que $\log 2 = 0'3010$ y que $\log 3 = 0'4771$, calcula:

- | | | | |
|--------------|------------------------|--|--------------------------------------|
| a) $\log 4$ | j) $\log 250$ | r) $\log \frac{18}{5}$ | w) $\log \sqrt[4]{\frac{9}{32}}$ |
| b) $\log 5$ | k) $\log 40$ | s) $\log 0'072$ | x) $\log \sqrt{\frac{9}{5}}$ |
| c) $\log 6$ | l) $\log 20$ | t) $\log \frac{30}{4'8}$ | y) $\log \left(\frac{8}{3}\right)^2$ |
| d) $\log 9$ | m) $\log 32$ | u) $\log 1'8^3$ | z) $\log \left(\frac{5}{4}\right)^3$ |
| e) $\log 18$ | n) $\log 0'3$ | v) $\log \sqrt[5]{\frac{1}{\sqrt[3]{0'09}}}$ | |
| f) $\log 30$ | o) $\log 0'48$ | | |
| g) $\log 48$ | p) $\log \sqrt[3]{40}$ | | |
| h) $\log 72$ | q) $\log \frac{48}{9}$ | | |
| i) $\log 16$ | | | |

11.- Halla:

- | | |
|--|--|
| a) $\log_2 \left(\frac{\sqrt[3]{64} \cdot 2^3}{2^4 \cdot \sqrt{128}} \right)$ | c) $\log \left(\frac{0'01 \cdot \sqrt[3]{100}}{10^{-1} \cdot 0'1} \right)$ |
| b) $\log_3 \left(\frac{\sqrt{3^3 \cdot 9} \cdot 3^{-1}}{81^2 \cdot 3^{-2}} \right)$ | d) $\log_5 \left(\frac{5^{-2} \cdot \sqrt{625}}{25 \cdot \sqrt{125}} \right)$ |

12.- Transforma los siguientes logaritmos en logaritmos neperianos:

- | | | |
|---------------|---------------|----------------|
| a) $\log 3$ | c) $\log_3 5$ | e) $\log_5 25$ |
| b) $\log_2 e$ | d) $\log 5$ | |

13.- Determina los intervalos en los que puede variar x para que se verifique:

- | | | |
|-----------------------------|------------------------------|-------------------------|
| a) $0 \leq \log_3 x \leq 1$ | d) $-1 \leq \log_2 x \leq 0$ | g) $1 \leq \ln x^2 < 2$ |
| b) $1 \leq \log_2 x \leq 4$ | e) $-2 \leq \ln x \leq 1$ | h) $0 < \log 2x \leq 3$ |
| c) $2 \leq \ln x \leq 3$ | f) $0 < \log x < 2$ | |

14.- ¿Qué números tienen logaritmo negativo si la base es 5?

15.- Prueba que $\ln 10 \cdot \log e = 1$

16.- Si la base de un sistema de logaritmos es $1/3$, ¿cómo son los logaritmos de los números mayores que 1?

17.- Si se multiplica un número por 8, ¿qué variación experimenta su logaritmo en base 2?

18.- Resuelve:

- | | | |
|---|---|-------------------------------|
| a) $\log_3 9 = x$ | e) $\log_x 5 = -2$ | i) $\log_3 x^4 = 8$ |
| b) $\log_x \left(\frac{1}{8} \right) = -3$ | f) $\ln \left(\frac{1}{e^2} \right) = x$ | j) $\log x + \log 2 = \log 5$ |
| c) $\log_2 x = 5$ | g) $\log_9 \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right) = x$ | k) $\log_{1/2} 2^5 = x$ |
| d) $\log_3 \left(\frac{\sqrt{3}}{9} \right) = x$ | h) $\log_{1/2} 8 = x$ | l) $\log x - 1 = 2$ |

19.- Determina los intervalos en los que puede variar x:

- a) $0 < \log_3 x \leq 2$ c) $0 \leq \log x < 1/2$ e) $-1 < \log_3 x < 2$
 b) $0 < \log_2 x < 3$ d) $1/2 \leq \log_4 x \leq 1$ f) $-2 \leq \log_2 x \leq 3/2$

20.- Calcula el valor de los siguientes logaritmos:

- a) $\log_2 \left(\frac{\sqrt{64} \cdot 2^3}{32 \cdot \sqrt{8}} \right)$ c) $\ln \left(\frac{e^3 \cdot \sqrt{e^3}}{e^2 \cdot e^{-4}} \right)$ e) $\log_5 \left(\frac{\sqrt{625} \cdot 125}{5^2 \cdot 25^2} \right)$
 b) $\log_3 \sqrt[3]{\frac{1000 \cdot 10^{-2}}{10^5 \cdot 10^{-1}}}$ d) $\log_3 \left(\frac{27 \cdot 3}{\sqrt{81} \cdot 3^2} \right)$ f) $\log_4 \left(\frac{16 \cdot 2}{\sqrt{8} \cdot 2^2} \right)$

21.- Resuelve:

- a) $\log_{27} 3 = x$ e) $\log_x 32 = \frac{5}{2}$ i) $\log_x \sqrt{81} = 2$
 b) $\log_2 \sqrt[3]{32} = x$ f) $\log_{\sqrt{1000}} x = 0$ j) $\log_3 \frac{\sqrt{x}}{9} = -1$
 c) $\log_x 7 = \frac{1}{2}$ g) $\log_{49} \sqrt{7} = x$ k) $\log_5 \frac{100}{x} = 2$
 d) $\log_3 \frac{81}{x} = 3$ h) $\log_2 \frac{x}{4} = -2$ l) $\log_{\sqrt{x}} 9 = 2$

22.- Halla el valor de:

- a) $\log 1000 - \log 0'001 + \log \frac{1}{1000}$ b) $\log 7 + \log \frac{1}{7}$

23.- Sabiendo que $\log_5 N = h$, determina en función de h el logaritmo en base 5 de $N/125$.

24.- ¿Qué relación hay entre los números A y B si se verifica que $\log A + \log B = 0$? Razona la respuesta.

25.- ¿Qué relación hay entre los números A y B si se verifica que $\log B = \log A + \log 5$? Razona la respuesta.

26.- Siendo a y b dos números enteros positivos, calcula el valor de $\log_a \frac{1}{a} + \log_{\frac{1}{b}} b$.

27.- Si $\log_a N = 2$ y $\log_a (32 \cdot N) = 5$, ¿cuánto vale a? ¿Qué propiedad usas? Razónalo.

28.- Halla, sin usar la calculadora, el valor de los siguientes logaritmos:

- a) $\log_2 32$ c) $\log_5 \frac{1}{625}$ e) $\log_{0'8} 1$ g) $\log_{0'01} 10^{-3}$
 b) $\log_{\frac{1}{3}} 81$ d) $\log_{\frac{1}{2}} 16$ f) $\log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{25} \right)^{\frac{1}{5}}$ h) $\log_{\frac{1}{49}} 7$

29.- Averigua el valor de x en los siguientes casos:

- a) $\log_x 5 = 2$ c) $x = \log_{10} 0'1$ e) $\log_2 4^{2x} = x + 1$ g) $\log_{0'008} 625 = 2x$
 b) $\log_2 x = 10$ d) $\log_x 1 = 0$ f) $\log_{\frac{1}{3}} x^{\frac{1}{2}} = 2$ h) $\log_x 0'001 = -4$

30.- Demuestra que se cumplen las siguientes identidades:

a) $\log 0'001 = -3 \cdot \log_5 5$

c) $\log(m+n) + \log(m-n) = \log(m^2 - n^2)$

b) $\log \sqrt{x \cdot y} = \frac{\log x + \log y}{2}$

d) $\log(a^2 - b^2) = \log ab + \log\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$

e) $\log\left(\frac{a}{b} + 1\right) + \log(a-b) = \log(a+b) + \log\left(\frac{a}{b} - 1\right)$

31.- Calcula x sabiendo que $\log 2 = 0'3010$ y $\log 3 = 0'4771$:

a) $2^{x^2} = 5$

c) $\frac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}} = \frac{1}{3}$

b) $10^{x+1} = 9$

d) $3^x + 2 = 50$

32.- Halla:

a) $\log_3 7$ en las bases 2, $\frac{1}{2}$, 10 y e.

b) $\log_2 5$ en las bases 3, 10, e y 5.

33.- Calcula $\log_2 0'0625$.

34.- Calcula el valor de $\log_a N$, sabiendo que $\log_3 N = 7$ y $\log_3 a = 2$.

35.- Simplifica: $\log_3 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 3$

36.- Calcula x:

a) $\log_3 a \cdot \log_a 2a \cdot \log_{2a} x = 2 \log_a a$

c) $\log_2(2x+3) - \log_2(x-1) = 3$

b) $\log_2 x \cdot \log_3 2 = 2$

d) $\log_2 x + \log_4 x = -\frac{1}{3}$

37.- Calcula el valor de la expresión: $\log_b \frac{1}{b} + \log_b b^2 - \log_2 \sqrt{2}$

38.- El logaritmo de un cierto número en base 3 es $\frac{1}{2}$. Halla dicho número.

39.- El logaritmo de una cierta base del número 81 es -4. Calcula la base.

40.- Si se multiplica el número n por 36, su logaritmo en cierta base aumenta en dos unidades. ¿Cuál es la base? ¿Y si el logaritmo disminuyese en dos unidades?

41.- Encuentra la base del sistema de logaritmos en la que el logaritmo de 48 excede al logaritmo de 6 en 3 unidades.

42.- Sabiendo que $\log 2 = 0'3010$ y que $\log 3 = 0'4771$, averigua, sin calculadora:

a) $\log 8$

e) $\log 0'18$

i) $\log 0'3$

b) $\log 15$

f) $\log 0'002$

j) $\log \frac{0'0027^3 \cdot \sqrt[4]{540}}{96 \cdot \sqrt[5]{5184}}$

c) $\log 12$

g) $\log 0'0625$

h) $\log 40'5$

d) $\log \sqrt[3]{162}$

- 43.- Expresa en función de $\log 2$ la expresión numérica: $\log \frac{\sqrt{0'32} \cdot 0'16^3}{20 \cdot \sqrt[3]{125}}$
- 44.- Expresa en función de $\log 3$ la expresión numérica: $\log \frac{0'081^2 \cdot 30}{\sqrt{243}}$
- 45.- Sabiendo que $\log 16 = 1'2041$, calcula $\log 250$.
- 46.- Sabiendo que $\log 8 = 0'9030$, calcula $\log 500$.
- 47.- Realiza las siguientes operaciones:
- a) $\log(4 - \sqrt{6}) + \log(4 + \sqrt{6})$ c) $\log(7 - \sqrt{22}) + \log(7 + \sqrt{22}) - 3 \cdot \log 3$
- b) $\frac{1}{2} \cdot \log(12 - 2\sqrt{11}) + \frac{1}{2} \cdot \log(12 + 2\sqrt{11})$
- 48.- Transforma las siguientes expresiones algebraicas en logarítmicas:
- a) $x = \frac{m}{n} \sqrt{p} \sqrt[3]{q}$ b) $x = \sqrt[5]{\frac{a^2 b^5 c^3}{m^2 p}}$ c) $x = \frac{a}{b} \sqrt[3]{c^2} \sqrt{\frac{d}{e}}$
- 49.- Transforma las siguientes expresiones logarítmicas en algebraicas:
- a) $\log A = 2 \log x - 3 \log x$ d) $\log D = \frac{\log 5x}{3} - 3 \log x$
- b) $\log B = -2 \log m + 4 \log n - 2$
- c) $\log C = 2(\log a + 3 \log b) - \frac{1}{2}(2 \log c + \log d)$ e) $\log E = \frac{\log 2x}{3} + 2$

Problemas de Logaritmos

- 50.- Al variar la altura respecto al nivel del mar la presión atmosférica varía de tal modo que en cada punto es, aproximadamente, 0'9 veces la presión que existe un kilómetro más abajo. Si la presión al nivel del mar es 1 atmósfera:
- a) ¿Qué presión habrá a 10 km de altura?
- b) ¿Cuántos kilómetros habrá que subir para que la presión en ese punto sea 0'1215 atm?
- 51.- Los números 2, 4, 8, 16, 32, 64, ..., 524.288 siguen una ley. A partir de estos datos, ¿cuántos términos tendríamos que escribir hasta llegar al último?
- 52.- Los números 4, 8, 16, 32, 64, ..., 131.072 siguen una ley. A partir de estos datos, ¿cuántos términos tendríamos que escribir hasta llegar al último?
- 53.- Los números 6, 18, 54, 162, ..., 9.565.938 siguen una ley. A partir de estos datos, ¿cuántos términos tendríamos que escribir hasta llegar al último?
- 54.- Los números 2, 6, 18, 54, 162, ..., 9.565.938 siguen una ley. A partir de estos datos, ¿cuántos términos tendríamos que escribir hasta llegar al último?

- 55.- Los números 18, 54, 162, ..., 9.565.938 siguen una ley. A partir de estos datos, ¿cuántos términos tendríamos que escribir hasta llegar al último?
- 56.- Un tipo de bacteria puede reproducirse partiéndose por la mitad en una hora. ¿Cuánto tiempo ha pasado si tenemos una colonia de 16.777.216 bacterias?
- 57.- Otro tipo de bacteria puede reproducirse partiéndose por la mitad en tan solo 37 minutos. ¿Cuánto tiempo ha pasado si tenemos una colonia de 2.097.152 bacterias?
- 58.- Calcula el capital final que obtengo si invierto 20.000 € durante 7 años al 5% de interés compuesto. ¿Cuál ha sido mi beneficio?
- 59.- Calcula el dinero que invertí hace 6 años al 4% de interés acumulado si ahora saco del banco 126.531'90 €.
- 60.- Calcula el tiempo que tengo que tener invertido 2.500 € al 6% de interés compuesto si quiero obtener 1.977'12 € de beneficio.
- 61.- Calcula el interés acumulado al que tengo que tener invertidos 240.000 durante 7 años para obtener capital final de 349.123 €.
- 62.- Una *matrioska* es un souvenir típico de Rusia, y consiste en una muñeca que contiene en su interior otra de igual forma pero algo más pequeña, y así sucesivamente. El volumen de cada muñeca es $\frac{2}{3}$ el de la anterior. Si la muñeca mayor ocupa 360 cm^3 , ¿cuántas muñecas hay si la más pequeña ocupa $31'6 \text{ cm}^3$?
- 63.- ¿Cuántos años hace que se invirtió 1.000.000 de euros al 4'5% de interés acumulado, si actualmente se han convertido en 1.302.260 euros?
- 64.- Calcula el tanto por ciento de interés anual al que se han invertido 500.000 euros si transcurridos 10 años se han convertido en 1.079.462'50 euros.
- 65.- Una piscina pierda la mitad de su volumen de agua cada semana. Si en un momento dado almacenaba 80.000 litros ¿Cuánto tiempo debe pasar para que quede reducido a sólo 312'5 litros?
- 66.- La población de cierta aldea se triplica cada año. Si hoy tiene 6.561.000 habitantes ¿Cuántos años hace que sólo vivían 1000 personas?
- 67.- El inventor del ajedrez pidió como pago que se llenase cada escaque (cuadrado del tablero) con el doble de trigo que el escaque anterior. Si se comienza con 1 grano de trigo ¿Cuántos granos habrá que poner en el último escaque? ¿En qué escaque habrá que colocar 4.194.304 granos de trigo?
- 68.- Cierta banco da un interés del 10% del dinero que dejas durante todo un año. Cada año, se acumulan los intereses del año anterior al dinero que había. Si puse 1.000 euros, dentro de cuántos años habrá 4.177'25 euros?
- 69.- Cierta país reduce a la mitad el número de coches contaminantes cada 15 años. Si ahora hay 7.000.000 de esos coches ¿dentro de cuántos años habrá sólo 6.836 coches contaminantes?
- 70.- La extensión de zona desértica se triplica en cierta comarca cada 5 años. Si hoy existen 40 hectáreas desérticas ¿dentro de cuantos años ocupara toda la comarca que tiene 29.160 hectáreas de superficie?