

Ecuaciones con valor absoluto

(1) Resolver las siguientes ecuaciones

- (a) $|x + 3| = 3$ Rta.: $x = 0, x = -6$
 (b) $|1 - x| = 5$ Rta.: $x = -4, x = 6$
 (c) $\left| \frac{x + 1}{x - 1} \right| = 2$ Rta.: $x = 1/3, x = 3$
 (d) $|x^2 - 3| = 1$ Rta.: $x = \pm\sqrt{2}$
 (e) $|x^2 - x - 1| = 1$ Rta.: $x = \pm 1, x = 0, x = 2$
 (f) $|x + 1| = |2x - 1|$ Rta.: $x = 0, x = 2$
 (g) $||x + 4| - 3| = 1$ Rta.: $x = 0, x = -2, x = -6, x = -8$
 (h) $\left| \frac{1}{x + 1} - \frac{1}{x - 1} \right| = \frac{1}{x - 2}$ Rta.: no tiene soluciones

(2) A continuación se muestran varias ecuaciones con raíces, cuadrados y valores absolutos. Antes de resolver la ecuación por los métodos vistos en clase, analice si la ecuación tienen sentido o no basado en los signos que toman el lado izquierdo y derecho de la igualdad.

Ejemplo: $(x - 1)^2 = -2$

Rta.: no tiene sentido. Al lado izquierdo hay un cuadrado, de modo que esa expresión siempre es positiva. Por otro lado, el lado derecho es negativo (-2). Esta ecuación estaría diciendo que un positivo es igual a un negativo.

Ejemplo: $|2x - 3| + 1 = -\sqrt{x}$

Rta.: no tiene sentido. Al lado izquierdo hay un valor absoluto el cual siempre es positivo, a esta expresión se le está sumando uno, de modo que el lado izquierdo es a lo menos uno. En el otro lado de la igualdad tenemos que \sqrt{x} es siempre positivo, pero como precede un menos, entonces $-\sqrt{x}$ es siempre negativo.

Ejemplo: $|2x - 1| - 2 = -1$

Rta.: tiene sentido. A pesar que al lado izquierdo hay un valor absoluto y en el izquierdo un negativo, el dos que está restando pasaría a sumar, lo cual nos dice que la ecuación es equivalente a $|2x - 1| = 1$ la cual no presenta ninguna inconsistencia en cuánto a signos.

- (a) $(x + 1)^2 = -2$ Rta.: no tiene sentido
 (b) $(x^2 + 2x + 1) = -2$ Rta.: no tiene sentido
 (c) $|x + 1| = |x|$ Rta.: tiene sentido
 (d) $\sqrt{x} + 1 = -\sqrt{x + 1}$ Rta.: no tiene sentido
 (e) $\sqrt{2x + 9} = \sqrt[4]{9x}$ Rta.: tiene sentido, pero no soluciones reales
 (f) $(x + 4)^2 = -1 - (x + 1)^2$ Rta.: no tiene sentido
 (g) $\sqrt{x + 8} = \sqrt{1 - |x|}$ Rta.: tiene sentido, pero no tiene soluciones
 (h) $|3x - 4| = -\sqrt[4]{x} - 3$ Rta.: no tiene sentido