1 Fracciones algebraicas. Simplificación de fracciones

Una **fracción algebraica** es el cociente de dos polinomios $\frac{P(x)}{Q(x)}$ con $Q(x) \neq 0$.

PASO A PASO

El **valor numérico** de una fracción algebraica se obtiene sustituyendo las letras por sus valores y realizando las operaciones.

1 ***Calcula el valor numérico de la fracción algebraica*** $\frac{x+1}{x^2-1}$ ***para*** $x = 3$ ***y*** $x = 1$.

Sustituimos los valores de $x = 3$ y $x = 1$ en la fracción algebraica:

$\frac{3-1}{3^2+1} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \Rightarrow$ $\boxed{\text{Valor numérico para } x = 3\text{: } \frac{1}{5}}$ $\frac{1+1}{1^2-1} = \frac{2}{0} \Rightarrow$ $\boxed{\text{No existe valor numérico para } x = 1}$

2 Calcula el valor numérico de las fracciones algebraicas siguientes para los valores que se indican en cada caso.

a) $\frac{x^2+3x-4}{x^2-3x}$, para $x = -4$

b) $\frac{2x^2+5x-3}{x^2-x-12}$, para $x = 3$

c) $\frac{x^2-4x-5}{x^2-3x-10}$, para $x = -2$

d) $\frac{2x^2y-3xy^2}{x^2-y^2}$, para $x = 3$ e $y = 2$

3 ***Simplifica la fracción algebraica*** $\dfrac{x^4 - x^3 - x^2 + x}{x^4 + x^3 - x^2 + x}$.

1.º Factorizamos el numerador y el denominador (aplicando la regla de Ruffini, las identidades notables o sacando factor común):

$$x^4 - x^3 - x^2 + x = x(x - 1)^2(x + 1)$$
$$x^4 + x^3 - x^2 - = x(x - 1)(x + 1)^2$$

2.º Dividimos numerador y denominador una vez factorizados y suprimimos los factores comunes:

$$\frac{x^4 - x^3 - x^2 + x}{x^4 + x^3 - x^2 - x} = \frac{x(x - 1)^2(x + 1)}{x(x - 1)(x + 1)^2} =$$
$$= \frac{x(x - 1)(x - 1)(x + 1)}{x(x - 1)(x + 1)(x + 1)} = \boxed{\frac{x - 1}{x + 1}}$$

4 Simplifica hasta obtener una fracción irreducible las siguientes fracciones cuyos términos se dan factorizados.

a) $\dfrac{3(x^2 + 2)(x - 1)}{6x(x^2 + 2)}$

b) $\dfrac{x^2(x + 1)(x - 4)}{x(x^2 + 1)(x - 4)}$

5 Simplifica las siguientes fracciones factorizando previamente sus términos.

a) $\dfrac{x^2 + 4x}{x^3 + 4x^2}$

b) $\dfrac{x^2 - 9}{2x^2 + 6x}$

c) $\dfrac{3x^3 - 6x^2}{x^2 - 4x + 4}$

d) $\dfrac{4x^2 - 1}{4x^2 + 4x + 1}$

e) $\dfrac{ax - ay}{x^2 - y^2}$

f) $\dfrac{x^2 - 2xy + y^2}{ax^2 - ay^2}$

UN PASO MÁS

Fracciones equivalentes:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{R(x)}{S(x)} \Rightarrow$$

$$P(x) \cdot S(x) = Q(x) \cdot R(x)$$

6 ***Reduce a común denominador las fracciones algebraicas*** $\frac{x-1}{x}$, $\frac{x}{4x^2-1}$ *y* $\frac{1}{2x^2+x}$.

1.º Factorizamos los denominadores:

$$x = x$$
$$4x^2 - 1 = (2x+1)(2x-1)$$
$$2x^2 + x = x(2x+1)$$

2.º Calculamos el mínimo común múltiplo:

$$\text{m.c.m.}\ [x, (2x+1)(2x-1), x(2x+1)] = $$
$$= x(2x+1)(2x-1) = 4x^3 - x$$

3.º Hallamos las fracciones equivalentes con denominador el m.c.m.:

$$\frac{x-1}{x} = \frac{(x-1)(2x+1)(2x-1)}{x(2x+1)(2x-1)} = \boxed{\frac{4x^3-4x^2-x+1}{4x^3-x}}$$

$$\frac{x}{4x^2-1} = \frac{x}{(2x+1)(2x-1)} = \frac{xx}{x(2x+1)(2x-1)} = \boxed{\frac{x^2}{4x^3-x}}$$

$$\frac{1}{2x^2+x} = \frac{1}{x(2x+1)} = \frac{2x-1}{x(2x+1)(2x-1)} = \boxed{\frac{2x-1}{4x^3-x}}$$

7 Reduce a común denominador las fracciones algebraicas siguientes.

a) $\frac{7}{x}$; $\frac{x+3}{x^2}$

b) $\frac{x}{x^2-3}$; $\frac{x}{3-x}$

c) $\frac{x}{2y}$; $\frac{x-1}{3y}$; $\frac{x-y}{6y}$

d) $\frac{2-x}{2x}$; $\frac{2x}{x-1}$; $\frac{x+1}{x}$

8 Reduce a común denominador las fracciones algebraicas siguientes.

a) $\frac{x^2+1}{x}; \frac{2}{x^2-x}$

b) $\frac{x-1}{x}; \frac{x}{x^2+1}; \frac{2}{x^3+x}$

c) $\frac{x-1}{x^2+3x}; \frac{x+1}{x^2-9}$

d) $\frac{x+2}{x^2-4x+4}; \frac{x+1}{x^3-4x}$

e) $\frac{1}{2x}; \frac{x-1}{x^2-2x}; \frac{3}{x^2-4}$

f) $\frac{5x+4}{2x^2-12x-14}; \frac{2x-1}{x^3+11x^2-x-11}$