



Colegios
"El Valle"

Actividades de verano

Nombre y apellidos:

Curso:

Grupo:

4º ESO

Matemáticas

TRABAJO DE MATEMÁTICAS 4º DE ESO

NOMBRE: CURSO:

EL NÚMERO REAL

1.- Expresa en forma de intervalo y representa:

- a) $3 \leq x < 11$ b) $-4 < x$ c) $-2 < x < 1$
 d) $x \geq 5$ e) $-8 \leq x \leq -4$ f) $x < -1$

2.- Expresa en forma de desigualdad y representa los siguientes intervalos:

- a) $(-2, 0)$ b) $[3, 11)$ c) $(-\infty, 4]$ d) $[-6, 3]$ e) $(2, +\infty)$

3.- Expresa en forma exponencial y simplifica cuando sea posible:

- a) $\sqrt{7}$ b) $\sqrt{5^3}$ c) $\sqrt[4]{25}$ d) $\sqrt[3]{2^2}$ e) $\sqrt{4^3}$ f) $\sqrt[5]{3^4}$

4.- Saca del radical los factores que sea posible:

- a) $\sqrt{2^3 \cdot 3 \cdot 5^2}$ b) $\sqrt{120}$ c) $\sqrt[3]{144}$ d) $\sqrt[4]{64a^3 \cdot b^4}$ e) $\sqrt{72a^5 \cdot b^3 \cdot c}$ f) $\sqrt{45x \cdot y^6}$

5.- Calcula y simplifica:

- a) $\sqrt[3]{(a^2 \cdot b^3)^2}$ b) $\sqrt[3]{4}$ c) $(\sqrt{12})^3$ d) $(\sqrt[3]{4100})^2$ e) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}}$

6.- Racionaliza:

- a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{2}{\sqrt{6}}$ d) $\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$
 e) $\frac{1}{1-\sqrt{2}}$ f) $\frac{3}{\sqrt{6}+2}$ g) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}$ h) $\frac{4}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

7.- Calcula:

- a) $6\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - \frac{3}{4}\sqrt{2} =$ b) $\sqrt{6} + \sqrt{60} - \sqrt{54} + \sqrt{96} =$
 c) $9\sqrt{48} - \sqrt{12} - 2\sqrt{27} + 3\sqrt{75} =$ d) $9\sqrt{27} + 2\sqrt{3} - 8\sqrt{300} - 4\sqrt{3} =$
 e) $\frac{3\sqrt{45}}{2} - \frac{\sqrt{20}}{3} + 4\sqrt{125} - \sqrt{5} =$ f) $8\sqrt{8} - 5\sqrt{2} + 4\sqrt{20} - 12\sqrt{5} + 3\sqrt{18} =$
 g) $6\sqrt[5]{8} - 3\sqrt[5]{8} + 14\sqrt[5]{8} - \sqrt[5]{8} =$ h) $5\sqrt[4]{21} + 4\sqrt[4]{21} - 3\sqrt[4]{21} + 14\sqrt[4]{21} - 11\sqrt[4]{21} =$
 i) $7\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} =$ j) $11\sqrt{2} + 3\sqrt[3]{2} + 8\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2} + 4\sqrt{2} - \sqrt{2} =$
 k) $3\sqrt{7} - \sqrt{11} + 3\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 5\sqrt{11} + \sqrt{2} =$ l) $\sqrt{3} + \sqrt[3]{7} - \frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{7}{2}\sqrt{3} - \frac{11}{2}\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{3} =$

8.- Calcula:

- a) $\frac{2}{3}\sqrt{7} - \frac{2}{5}\sqrt{5} + \frac{3}{8}\sqrt{5} - \frac{2}{7}\sqrt{7} =$ b) $\frac{5}{2}\sqrt{45} - \frac{\sqrt{20}}{4} + 3\sqrt{125} - \frac{1}{2}\sqrt{5} =$
 c) $\frac{7}{2}\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{3} + 14\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{3} =$ d) $5\sqrt{125} + 6\sqrt{45} - 7\sqrt{20} + \frac{3}{2}\sqrt{80} =$
 e) $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{12} - \sqrt[3]{54} - \frac{21}{5}\sqrt[3]{250} =$ f) $\sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45} - \sqrt{24} =$
 g) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - 1) =$ h) $(\sqrt{6} + \sqrt{5})2\sqrt{2} =$
 i) $(\sqrt{5} - \sqrt{6})(\sqrt{5} + \sqrt{6}) =$ j) $3\sqrt{48} - \sqrt{12} - 4\sqrt{27} + 5\sqrt{75} =$

POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

1.- Opera y simplifica:

- a) $2(x^2 - x - 1) - (x - 2)(4x - 6)$
 b) $6x^3 - 3x(4 - 2x - x^2) + 5x(x - 3)$
 c) $(2x - 3)^2 + (1 - x)(x + 1) - (3x^2 + 2x - 5)$
 d) $\frac{3x(x - 2)}{2} - x(4x - 1) + \frac{4(2 - x)}{3}$
 e) $(x + 1)^2 - \frac{3(2x + 3)}{4} + \frac{(x - 2)(x + 2)}{2}$

2.- Halla el cociente y el resto en las siguientes divisiones:

- a) $(2x^3 - 7x^2 - 13x) : (2x + 3)$
 b) $(2x^4 - 3x^3 + 6x - 8) : (x^2 - 2)$
 c) $(5x^4 - 2x^3 + 3x - 1) : (x^2 - 2x + 3)$
 d) $(2x^4 + 6x^3 - 5x^2 - 10x + 2) : (2x^2 - 4)$

3.- Aplica la regla de Ruffini para hallar el cociente y el resto en las siguientes divisiones:

- a) $(5x^3 + 4x^2 - 3x - 1) : (x - 2)$
 b) $(2x^3 - 3x^2 - 11x + 2) : (x - 3)$
 c) $(x^4 - 5x^2 + x - 2) : (x + 2)$
 d) $(3x^4 + x^3 - 4x - 7) : (x + 3)$
 e) $(3x^5 - 15x^4 - x^2 - x + 30) : (x - 5)$

4.- a) Utiliza la regla de Ruffini para calcular P(2), P(5), P(-3) en el polinomio $P(x) = 2x^3 - 4x^2 + 3x - 5$.

- b) El polinomio $P(x) = 4x^4 - 3x^2 + 12x + 8$ ¿es divisible por $x + 2$?
 c) Comprueba si $x = 2$, $x = -1$, $x = -4$ son raíces del polinomio $P(x) = x^3 + 4x^2 - 2x - 8$.

5.- Saca factor común cuando sea posible y utiliza las identidades notables para factorizar estos polinomios:

- a) $9x^5 - 6x^4 + x^3$
 b) $5x^3 - 5x$
 c) $4x^4 - 12x^2 + 9$

- d) $3x^2 + 30x + 75$
 e) $9x^3 + 24x^2 + 16x$

6.- Descompón factorialmente los siguientes polinomios:

- a) $2x^2 + 4x - 6$
 b) $2x^2 + 7x - 4$
 c) $x^3 + 2x^2 - x - 2$
 d) $2x^4 - 6x^3 - 6x^2$
 e) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$
 f) $2x^4 - 5x^3 - x^2 + 6x$
 g) $x^4 - 3x^3 - 19x^2 + 27x + 90$
 h) $x^5 - x^4 - x^3 - x^2 - 2x$

7.- Opera y simplifica el resultado cuando sea posible:

- a) $\frac{1}{x} - \frac{2x}{x-1} + 1$
 b) $\frac{x+2}{x} - \frac{3x-4}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}$
 c) $\frac{x}{x-2} - 1 + \frac{1}{x+1}$
 d) $\frac{2x+1}{x^2-9} + \frac{3}{x+3}$
 e) $\frac{x^2+2x}{x^3} \cdot \frac{x^2}{x^2-4}$
 f) $\frac{4x-2}{x+1} \cdot \frac{x-1}{2}$

ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS

1.- Resuelve:

- a) $\frac{71}{2} - 3x = \frac{5x+2}{9} - \frac{2x+1}{6}$
 b) $\frac{3(x-2)}{4} - \frac{2x-5}{3} = 2 - \frac{2(1-x)}{3}$
 c) $2x(x-1) - 3(x-5) = x(x+5) - 9$
 d) $(2x+1)^2 = 1 + (x+1)(x-1)$
 e) $2x+3(x-4)^2 = 37 + (x+3)(x-3)$
 f) $x^3 - 12x^2 + 41x - 30 = 0$

2.- Resuelve ordenadamente. Recuerda comprobar las soluciones.

- a) $\sqrt{x^2+7} = 2x+2$ b) $2 - \sqrt{x-3} = x-7$ c) $2 - \sqrt{4x-5} = 2x$ d) $\sqrt{x^2-7} = \frac{x}{2} - 1$

- e) $\frac{1}{x+2} - \frac{2+x}{x} = -\frac{7}{4}$ f) $\frac{3x-1}{x+2} - 1 = \frac{x}{2x+4}$ g) $\frac{(x-1)^2}{x+1} + 1 = \frac{x+3}{2x+2}$ h) $\frac{2x+3}{2x-1} - 4 = \frac{1}{x}$

3.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales utilizando el método que prefieras para cada apartado, aunque deberás utilizar al menos una vez cada método.

- a) $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x-3y=-2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ -4x+3y=-7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5(x+2y)=1+3y \\ 3(x-y-4)=5+y \end{cases}$ d) $\begin{cases} x-\frac{3}{4}y=-1 \\ 2x=5y-9 \end{cases}$

4.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales.

- a) $\begin{cases} x-y=1 \\ xy-4y+2=0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2+2y=5 \\ xy=1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x(x-3)=-2 \\ x^2-y=3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x^2-3y^2=5 \\ xy=12 \end{cases}$

5.- Resuelve las siguientes inecuaciones y sistemas, y representa su solución:

- a) $2(x-3) + 4x \leq 3 - (2-5x)$
 b) $x^2 + 5x - 2 > 4x + x(x-1) + 10$
 c) $5 - \frac{x}{6} \leq \frac{x}{3} + \frac{x}{2}$
 d) $2x - \frac{3x+1}{3} > 2(3x-2)$
 e) $\frac{71}{2} - 3x < \frac{5x+2}{9} - \frac{2x+1}{6}$
 f) $\begin{cases} 2x-1 < 0 \\ x+3 \geq 1 \end{cases}$
 g) $\begin{cases} \frac{x}{2} + 1 > 4 \\ 3(x-1) \geq 5x \end{cases}$

6.- El lado desigual de un triángulo isósceles mide 8 cm y la altura sobre este lado mide 1 cm menos que otro de los lados del triángulo. Calcula la longitud de dicho lado.

6.- Halla un número sabiendo que su triple aumentado en dos es igual a su doble disminuido en tres.

7.- Si sumamos el mismo número al numerador y al denominador de la fracción 10/12 se obtiene otra equivalente a 4/5. ¿Cuál es el número sumado?

8.- Al dividir 1998 entre otro número se obtiene 26 de cociente y 48 de resto. ¿De qué número se trata?

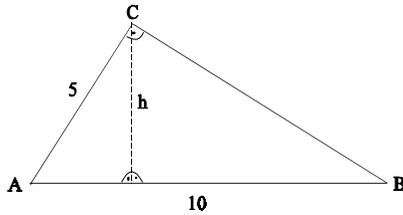
9.- Un padre tiene 27 años más que su hijo. Dentro de 6 años la edad del padre será el doble que la del hijo. Calcula la edad del padre y la del hijo.

10.- Un bombero tiene una edad el triple que la de su hijo. Se sabe que dentro de 12 años la edad del bombero será sólo el doble que la del hijo. ¿Cuáles son las edades del bombero y del hijo?

11.- Andrés es el mayor de cinco hermanos. Cuando Andrés tenía dos años, nacieron dos hermanos gemelos y tres años más tarde nacieron otros dos gemelos. Actualmente, la suma de las edades de los cinco hermanos es 201 años. ¿Que edad tiene cada uno de los hermanos?

TRIGONOMETRÍA

1.- Calcula "h" en el triángulo:

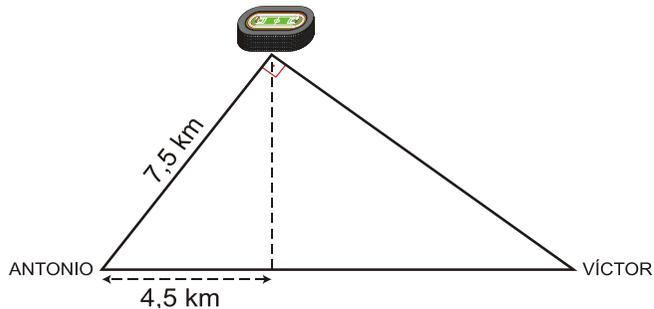


2.- Un barco se halla entre dos muelles separados (en línea recta) 6,1 km. Entre ambos se encuentra una playa situada a 3,6 km de uno de los muelles. Calcula la distancia entre el barco y los muelles sabiendo que si el barco se dirigiera hacia la playa, lo haría perpendicularmente a ella. ¿Qué distancia hay entre el barco y la playa?

(NOTA: El ángulo que forma el barco con los dos muelles es de 90°).

3.- Calcula el perímetro y el área de un triángulo rectángulo sabiendo que la altura y la proyección de un cateto sobre la hipotenusa son de 2 cm y 2,5 cm, respectivamente.

4.- Antonio y Víctor tienen sus casas en la misma acera de una calle recta. Todos los días van a un polideportivo que forma triángulo rectángulo con sus casas. Observa la figura y responde:



- ¿A qué distancia está la casa de Víctor del polideportivo?
- ¿Qué distancia separa ambas casas?

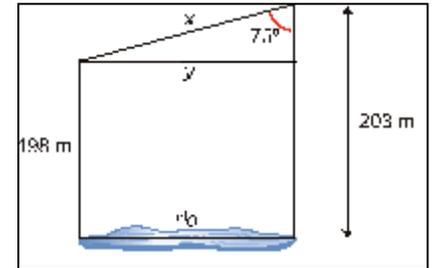
5.- Antonio está descansando en la orilla de un río mientras observa un árbol que está en la orilla opuesta. Mide el ángulo que forma su visual con el punto más alto del árbol y obtiene 35° ; retrocede 5 m y mide el nuevo ángulo, obteniendo en este caso un ángulo de 25° . Calcula la altura del árbol y la anchura de río.

6.- Hugo, desde su casa, ve la fuente que ésta en el centro de la plaza Mayor, y el castillo; ha preparado un teodolito casero para calcular el ángulo formado por dichas visuales y ha dado 40° . La distancia de su casa a la fuente es de 42m y la distancia de su casa al castillo es 32m. Si hubiera un camino directo desde la fuente al castillo, ¿cuánto mediría? Calcula además los demás elementos de tu triángulo.

- Sabiendo que $\text{sen } x = 0,64$, calcula las demás razones trigonométricas.
- Calcula (sin utilizar las teclas trigonométricas de la calculadora) y utilizando el apartado anterior cuando sea necesario:

- $\cos(180 - x)$
- $\text{tg}(-x)$
- $\cos 230^\circ$
- $\text{sen} 1830^\circ$
- $\text{tg } 225^\circ$
- $\text{sen } -300^\circ$

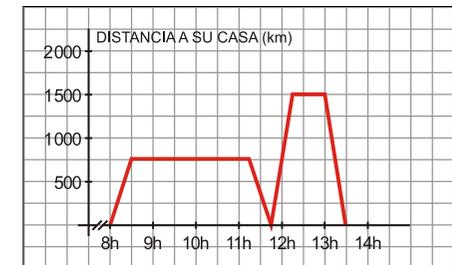
8.- Dos torres de 198 m y 203 m de altura están unidas en sus puntos más altos por un puente bajo el cual hay un río. Calcula la longitud del puente y la anchura del río sabiendo que el ángulo que hay entre el puente y la torre más alta es de 75° .



FUNCIONES ELEMENTALES I

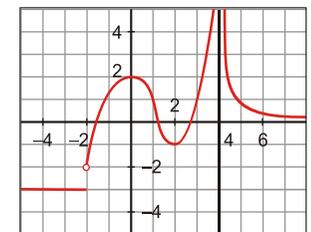
1.- Pablo salió de su casa a las 8 de la mañana para ir al instituto. En el recreo, tuvo que volver a su casa para ir con su padre al médico. La siguiente gráfica refleja la situación:

- ¿A qué hora comienzan las clases y a qué hora empieza el recreo?
- ¿A qué distancia de su casa está el instituto? ¿Qué velocidad lleva cuando va a clase?
- ¿A qué distancia de su casa está el consultorio médico? ¿Qué velocidad llevan cuando se dirigen allí?
- ¿Cuánto tiempo ha estado en clase? ¿Y en el consultorio médico?



2.- Dada la función a través de la siguiente gráfica:

- Indica cuál es su dominio de definición.
- ¿Es continua? Si no lo es, indica los puntos de discontinuidad.
- ¿Cuáles son los intervalos de crecimiento y cuáles los de decrecimiento de la función? ¿Qué ocurre en el intervalo $(-\infty, -2]$?



3.- Representa gráficamente una función, f , que cumpla las siguientes condiciones:

- $\text{Dom}(f) = [-5, 6]$
- Crece en los intervalos $(-5, -3)$ y $(0, 6)$; decrece en el intervalo $(-3, 0)$.
- Es continua en su dominio.
- Corta al eje X en los puntos $(-5, 0)$, $(-1, 0)$ y $(4, 0)$.
- Tiene un mínimo en $(0, -2)$ y máximos en $(-3, 3)$ y $(6, 3)$.

4.- Construye una gráfica que represente la audiencia de una determinada cadena de televisión durante un día, sabiendo que:

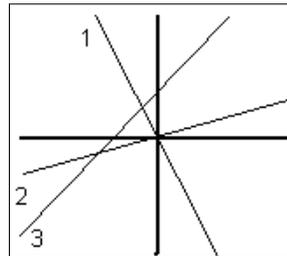
A las 0 horas había, aproximadamente, 0,5 millones de espectadores. Este número se mantuvo prácticamente igual hasta las 6 de la mañana. A las 7 de la mañana alcanzó la cifra de 1,5 millones de espectadores. La audiencia descendió de nuevo hasta que, a las 13 horas, había 1 millón de espectadores. Fue aumentando hasta las 21 horas, momento en el que alcanzó el máximo: 6,5 millones de espectadores. A partir de ese momento, la audiencia fue descendiendo hasta las 0 horas, que vuelve a haber, aproximadamente, 0,5 millones de espectadores.

5.- Representa las siguientes funciones lineales. Indica cuál es la pendiente y la ordenada en el origen de cada una de ellas:

a) $y = 2x - 3$ b) $y = -x + 5$ c) $y = -\frac{1}{4}x - 2$ d) $4x - 2y = 0$

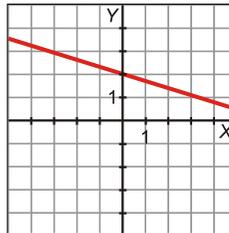
6.- Asocia cada una de las rectas del margen con su expresión analítica. Razona tu respuesta.

a) $y = 0,5x$ b) $y = -3x$ c) $y = x + 3$



7.-

- a) Halla la ecuación de la recta que tiene pendiente -3 y que pasa por el punto P(-1,5).
- b) Halla la ecuación de la recta que tiene ordenada en el origen 2 y que pasa por el punto P(-2,3).
- c) Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos P(3,6) y Q(-1,2).
- d) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto P(4,1) y es paralela a la recta $y = -2x - 3$.
- e) Halla la ecuación de la recta de la gráfica:



8.- Tres kilos de peras nos han costado 4,5 €; y, por siete kilos, habríamos pagado 10,5 €. Encuentra la ecuación de la recta que nos da el precio total, y , en función de los kilos que compremos, x . Representala gráficamente.

FUNCIONES ELEMENTALES II

1.- Describe las siguientes funciones cuadráticas y haz un boceto de su gráfica. Realiza un estudio completo de dichas funciones.

a) $y = 4x^2 + 8x - 5$ b) $y = x^2 + 3x - 4$ c) $y = 8 - 2x - x^2$

2.- Representa las siguientes funciones, además calcula los puntos de corte con los ejes de estas funciones.

a) $y = 3/x$ b) $y = 4/x - 5$ c) $y = \sqrt{x+4}$ d) $y = \sqrt{x-2}$ e) $y = 3^x$

f) $y = 4^x$ g) $y = 0,2^x$ h) $y = \log x$ i) $y = \begin{cases} x+3 & \text{si } x < -1 \\ 2 & \text{si } -1 \leq x < 4 \\ x^2 - 10 & \text{si } 4 \leq x \end{cases}$

3.- Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{5x-3}{4x-1}$ b) $y = \sqrt{3x+6}$ c) $y = 2x^4 - 3x^2 + 1$
d) $y = 2 - \frac{3}{x^2 - 3x}$ e) $y = \sqrt[3]{x^2 + 2x}$ f) $y = \frac{4x^2 - 3x}{1 + 5x - 6x^2}$

4.- a) Interpreta el coeficiente k en la función $y = k/x$
b) Interpreta el coeficiente k en $y = k^x$.

5.- a) Halla el valor de a y de c para que la parábola $y = ax^2 - 2x + c$ tenga vértice V(-1,3).
b) Halla el valor de a y de k para que la función $y = ak^x$ pase por los puntos (0,2) y (1,6).