

Actividades de verano

Nombre y apellidos:

Curso:

Grupo:

3º ESO
Matemáticas

TRABAJO DE VERANO DE 3º DE ESO

NOMBRE: CURSO:

NÚMEROS REALES

1. Reduce a común denominador y ordena las fracciones siguientes:

$$\frac{-3}{5}, \frac{2}{7}, \frac{-1}{3}, \frac{4}{5}, \frac{-5}{6}, \frac{3}{8}$$

2. Aplica las reglas de jerarquía para calcular y simplificar las siguientes expresiones:

$$a) \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{4} \quad b) \frac{3}{8} \div \frac{10}{3} \quad c) \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{5}{3} \quad d) \frac{3}{7} - 1 + \frac{2}{5} \quad e) \frac{10}{12} - 3 \cdot \frac{1}{5}$$

$$f) \frac{4}{3} \div \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} \quad g) \left(\frac{4}{9} - \frac{1}{6} \right) \cdot 3$$

3. En el instituto, $\frac{5}{8}$ de los alumnos eligen taller de matemáticas, el 48,5% están en cultura clásica y 9 de cada 16 alumnos se adscriben a Sociedad, cultura y religión. ¿Cuál es la materia preferida por los alumnos?

4. Calcula el resultado de las operaciones:

$$a) \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{3} : \frac{4}{3} + \frac{1}{8} + \frac{3}{6} : \frac{2}{3} = \quad b) \frac{1}{3} + \frac{1}{4} : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) - \frac{3}{6} =$$

5. Realiza las operaciones siguientes:

$$a) \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) : \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \right) - \frac{2}{3}$$

$$b) \frac{4}{5} : \left[\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{3} \right) - \frac{3}{8} \right] - 3 \cdot \left[\frac{1}{6} : \left(1 - \frac{2}{5} \right) \right]$$

6. Alberto ha disfrutado de 30 días de vacaciones. En el viaje ha ocupado 4 días, 12 días ha disfrutado de la playa, 10 días ha realizado excursiones y el resto ha visitado a sus amigos. ¿Qué proporción del tiempo ha destinado a cada actividad?

7. Aproxima con dos cifras decimales el valor de $\sqrt{17}$ por exceso y por defecto.

8. Clasifica los siguientes números decimales en números racionales y números irracionales, explicando en cada caso la razón:

- a) 1,1213141516...; b) 1,213141414...;
c) 1,2020020002.....
d) 1,1357913579.....

9. Escribe en forma decimal periódica las siguientes fracciones e identifica los varios tipos de formas periódicas que aparecen: $\frac{7}{3}, \frac{3}{7}, \frac{7}{10}, \frac{3}{100}, \frac{8}{300}$ y $\frac{4}{111}$

10. Indica cuáles de los siguientes números son racionales y cuáles irracionales, y ordénalos de mayor a menor:

- 0,414141..... 0,272829..... 0,414114111..... 0,272272272....

11. El equipo de baloncesto del instituto juega la final del campeonato. Luis hizo $\frac{1}{8}$ de los puntos, Sonia los $\frac{2}{8}$ y Laura los $\frac{3}{8}$. Los restantes jugadores hicieron 16 puntos. Calcula el número de puntos conseguidos por Luis, Sonia y Laura.

12. Realiza estos cálculos teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones:

$$a) \frac{1}{4} - \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} + 2 \quad b) \frac{1}{4} - \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} + 2 \right) \quad c) \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5} \right) \cdot \frac{1}{3} + 2$$

$$d) \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5} \right) \cdot \left(\frac{1}{3} + 2 \right)$$

13. Escribe en forma fraccionaria los números.

- a) 3,5 b) 0,66 c) -3,55..... d) 2,15 e) 5,2555..... f) 0,7575... g) 1,11... h) 6,2525...

POTENCIAS Y RAÍCES DE NÚMEROS REALES

1. Simplifica todo lo que puedas la expresión $\frac{10^{-2} \cdot 5^4}{15^2 \cdot 6^{-2}}$

2. Opera y expresa el resultado como una potencia.

$$a) \left(\frac{3}{5}\right)^4 \div \left(\frac{5}{3}\right)^3$$

$$b) \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 3^3$$

3. Calcula: a) $\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{1}{12}}$ b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2}$ c) $(1 + \sqrt{3}) - (1 - \sqrt{3})^2$ d) $\sqrt{2^3} \cdot \sqrt{3^3}$

4. Realiza la siguiente operación combinada con potencias. $2 \cdot 3^2 - 5^2(4 - 2) : 5$

5. Resuelve:

$$a) 2^2 + 3^2 - 2^4 \quad b) 2 \cdot 3^2 + 48 : 2^3 \quad c) 5 \cdot (3^2 - 7) \cdot 2^2 \quad d) 2^4 \cdot 3^2 : 2 - (2 - 4^2)$$

6. Aplicando las propiedades de las potencias, simplifica estas expresiones:

$$a) \frac{5^2 \cdot (5^{-2})^3 \cdot 5^4}{5^0 \cdot 5^{-5} \cdot (5^2)^2} \quad b) \frac{2^{-1} \cdot (2^5)^{-3} \cdot 2}{2^{-7}} \quad c) \frac{3^{\frac{3}{2}} \cdot (3^2)^{\frac{3}{2}}}{3^3} \quad d) \frac{7^{-3} \cdot 7^{-1} \cdot 7^4}{(7^5 \cdot 7)^2}$$

7. Calcula el valor de la siguiente expresión, simplificando primero todo lo que puedas:

$$\frac{6^2 \cdot 5^3}{3^3 \cdot 10^2}$$

8. Realiza estas operaciones y expresa el resultado en forma de raíz.

$$a) \left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{3}{5}} \div \left(\frac{7}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$b) \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{3}{4}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}$$

$$9. \text{ Simplifica todo lo que puedas: } \frac{7^{-\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{5}} \cdot 3^{\frac{5}{2}}}{2^{-\frac{3}{5}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{-\frac{4}{3}}}$$

10. Calcula:

$$a) 2^5\sqrt{5} + 8^5\sqrt{5} - 3^5\sqrt{5}$$

$$b) \sqrt{18} + 2\sqrt{50} - 5\sqrt{8}$$

$$c) \sqrt[4]{32} + 3\sqrt[4]{162} - 3\sqrt[4]{1250}$$

11. Calcula: a) $(3 - 2\sqrt{2})^2$ b) $\sqrt{2\sqrt{2}}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{2}}$ d) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3}$

12. Introduce dentro de la raíz los números que aparecen fuera de ella.

$$a) 5\sqrt{3} \quad c) 2 \cdot \sqrt[4]{5}$$

$$b) 3 \cdot \sqrt[3]{2} \quad d) 4 \cdot \sqrt{7}$$

13. Simplifica las expresiones.

$$a) 3\sqrt{5} + 3\sqrt{20}$$

$$c) \sqrt{45} + 2\sqrt{20} - \sqrt{80}$$

$$b) \sqrt{27} - 3\sqrt{12}$$

$$d) \sqrt{8} + 4\sqrt{18} - \sqrt{50}$$

14. Efectúa estas operaciones.

$$a) (2\sqrt{3}) \cdot (3\sqrt{2})$$

$$c) (3\sqrt{6}) \cdot \sqrt{6}$$

$$b) \sqrt{125} : (3\sqrt{5})$$

$$d) (5\sqrt{18}) : \sqrt{50}$$

15. Expresa los siguientes radicales con el mismo índice.

$$a) \sqrt{2}y^4\sqrt{3}$$

$$b) \sqrt{5}y^4\sqrt{3^3}$$

$$c) \sqrt[3]{2^2}y\sqrt{7}$$

$$d) \sqrt[3]{5}y^4\sqrt{6}$$

PROGRESIONES

PROGRESIÓN ARITMÉTICA

- Formar la progresión aritmética, dados:
 - $a_1 = 7$; $d = 5$; $n = 9$
 - $a_1 = 74$; $d = -12$; $n = 8$
- En una progresión aritmética, el séptimo término es 35 y el noveno 83. Calcular el octavo término y d.
- Calcular en las progresiones siguientes el término que se indica:
 - 9, 14, 19 ...; calcular el 16º término.
 - 15, 24, 33, ... calcular el 12º término.
- Dados:
 - $a_1 = 12$; $d = 7$; $n = 15$; calcular a_n
 - $a_n = 153$; $d = 11$; $n = 14$; calcular a_1
 - $a_1 = 23$; $a_n = 131$; $n = 13$; calcular d.
 - $a_1 = 15$; $a_n = 145$; $d = 10$; calcular n.
- Calcular la suma de los términos de una P.A. dados:
 - $a_1 = 20$; $a_n = 185$; $n = 12$.
 - $a_1 = 15$; $n = 14$; $d = 9$
- Interpolar 4 términos entre 24 y 84 de modo que resulte una P.A.

PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

- Dados $a_1 = 8$; $r = 5$; $S = 31248$. Calcular a_n y n.
- El segundo término de una progresión geométrica es 6 y el quinto es 48. escribir la progresión.
- Juan ha comprado 20 libros, por el 1º ha pagado 1 euro, por el segundo 2 euros, por el tercero 4 euros y por el cuarto 8 euros y así sucesivamente ¿Cuánto ha pagado por los libros?
- Interpolar 3 medios geométricos entre 3 y 48
- El primer término de una progresión geométrica es 3 y el octavo 384. Hallar la razón, la suma y el producto de los 8 primeros términos

POLINOMIOS

- Dadas las siguientes operaciones algebraicas, halla el valor numérico para

$$a = 4, b = 3 \text{ y } c = -1;$$

$$a) \frac{a^2 - (b - c)^2}{(a + b + c)} \qquad \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Realiza las siguientes operaciones:

$$a) (2x^3 + 3x - 2) - (3x^3 + 2x^2 - 3) + (x^2 - 2x) \quad b) (3x^2 - 2x + 2)(2x^2 - 3) - (2x - 5)^2$$

$$c) (2x - 3)^3 + (2x + 3)^3$$

- Sacar factor común en las expresiones: a) $8x^5 - 16x^3 - 4x^2$ b) $2a^2 - 4ab + 6ca - 12abc$

- Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores que se indican:

$$a) 4x^2 + y^2 - 4xy \text{ para } x = 3, y = 4 \quad b) (2x - y)^2 \text{ para } x = 3, y = 4 \quad c) \frac{3}{4}\pi r^3 \text{ para } r = 2, r = \frac{1}{2}$$

- Dados los polinomios $P(x) = 3x^3 - 2x + 3$, $Q(x) = 2x^2 + 3x - 2$, $R(x) = x^3$, calcula:

$$a) P(x) + Q(x) + R(x) \quad b) P(x) - Q(x) - R(x) \quad c) P(x) \cdot Q(x) \quad d) P(x) \cdot Q(x) \cdot R(x)$$

- Realiza las siguientes operaciones:

$$a) (2x^2 + 3y^2)^2 - (2x^2 - 3y^2)^2 \quad b) (2x + 1)^2 + (2x + 2)^2 + (2x + 3)^2 \quad c) (2x + 3y)^3 - (2x - 3y)^3$$

- Saca factor común en las siguientes operaciones algebraicas:

$$a) 4y^3 - 8y^5 \quad b) 12x^2y^3 - 8x^3y^2 \quad c) 3a^2 + 6ab - 9ac$$

- Calcula el valor de la expresión algebraica $\sqrt{b^2 - 4ac}$ para los siguientes valores:

$$a) a = 1, b = -5, c = 6 \quad b) a = 1, b = -1, c = -12 \quad c) a = 2, b = -20, c = 50$$

9. Realiza las siguientes operaciones:

- a) $-5x(x^2 + x + 1) + 4(2x^3 + 7x^2 - 2)$
 b) $(3x - 2)^2 \cdot (-2x + 1) - 3(6x^3 - 4x^2 + 3x - 2)$
 c) $(-x + 2) \cdot (5x + 3) \cdot (2x - 4) - 3x(x + 1)$
 d) $4(-5x^2 + 6x - 1) - (2x^3 - 6) + 7x^2 - 8x$
 e) $(-7x + 2) \cdot (4x - 5) - 2x(-3x^2 + 9)$
 f) $-x^2 \cdot (x^3 - x^2 - 1) - x(x^2 - 1)$
 g) $(x + 1)^3 - x^3 - 1 - 3(x^2 + 1)$

10. Con los polinomios:

$$P(x) = -5x^4 + 7x^2 - 5x + 1; Q(x) = -6x^3 + 9x^2 - x + 1;$$

$$T(x) = x^4 + 2x^3 + 8x - 2 \text{ realiza las operaciones indicadas:}$$

a) $P(x) - T(x) + 2M(x)$,

b) $[(M(x) - P(x)) \cdot (T(x) - M(x))]$ c) $3P(x) - 4T(x) - M(x)$

11. Efectúa estos productos:

a) $-3x^2 \cdot [4x^3 - 5x + 2]$

b) $5x^2 yz^4 \cdot [4x^3 5x + 2]$

c) $(6y^2 - 5y + 1) \cdot (4y^2 - 3)$

12. Realiza las operaciones indicadas con los siguientes polinomios:

$$P(x) = 5x^2 - 4x + 1; Q(x) = -6x + 2; L(x) = x^2 - 5; M(x) = x^3 - 5x + 4$$

a) $P(x) + Q(x)$ b) $Q(x) - M(x)$ c) $L(x) \times M(x)$ d) $(M(x))^2$

DIVISIÓN DE POLINOMIOS. RAÍCES

1. Divide los polinomios: $(6x^5 - 5x^4 + 9x^2 + 3x - 21) : (3x^2 + 2x^2 - 3x - 4)$

2. Calcula el valor de m para que al dividir el polinomio

$P(x) = 3x^4 + 11x^3 + mx^2 - 13x + 3$ entre el binomio $x + 3$ se obtenga de resto 12.

3. Sin hacer la división, decide si el polinomio $4x^5 + 12x^4 - 2x^3 - 6x^2 + 3x + 9$ es divisible o no por el binomio $x + 3$.

4. Halla las raíces enteras y factoriza el polinomio: $x^4 + x^3 - 10x^2 + 8x$
Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(6x^4 + 16x^3 + 11x^2 + 6x + 4) : (3x^2 + 5x - 1)$

b) $(4x^5 - 24x^4 + 37x^3 - 16x^2 + 16x + 4) : (x^3 - 4x^2 + 2x - 3)$

c)
$$\frac{6x^6 - 10x^5 + 23x^4 - 11x^3 + 9x^2 + 7x - 4}{-2x^3 + 2x^2 - 3x + 1}$$

5. Utiliza la regla de Ruffini para realizar las siguientes divisiones:

a) $(x^4 - x^3 - 10x^2 + 3x + 3) : (x + 3)$

a) $(6x^5 + 4x^4 - 21x^3 - 16x^2 - 8x - 8) : (x - 2)$

b) $(-3x^4 + 17x^3 - 15x^2 + 21x + 2) : (x - 5)$

6. Utilizando el valor numérico, halla el resto de las siguientes divisiones:

a) $(3x^6 + 12x^5 - 2x^4 - 8x^3 + x^2 + 6x - 5) : (x + 4)$

b) $(-5x^5 + 62x^4 - 27x^3 + 36x^2 + 7x - 74) : (x - 12)$

c) $(2x^5 + 7x^4 - 16x^3 + 7x^2 + 41x - 96) : (x + 5)$

7. Calcula el valor de m en los siguientes casos:

a) El polinomio $(3x^5 + 6x^4 + 2x^3 + x^2 - 3mx - 2m)$ es divisible por $(x + 2)$

b) El polinomio $(2x^5 - 9x^4 + 9x^3 + 2x^2 - mx - m)$ tiene el número 3 como raíz entera.

c) El polinomio $(5x^6 + 10x^5 - 2x^4 - 4x^3 + mx^2 - x - 5m)$ es divisible por $(x + 2)$.

8. Calcula las raíces enteras de los siguientes polinomios:

- a) $2x^3 - 4x^2 - 22x + 24$
- b) $3x^3 + 54x^2 + 321x + 630$
- c) $-2x^4 + 20x^2 - 18$

9. Factoriza los siguientes polinomios:

- a) $2x^3 - 4x^2 - 22x + 24$
- b) $3x^3 + 9x^2 - 219x - 945$
- c) $-2x^4 + 20x^2 - 18$

10. Factoriza al máximo los siguientes polinomios:

a) $P(x) = x^4 - 5x^2 + 4;$

b) $Q(x) = x^3 + 4x^2 - 7x - 10$

11. Efectúa cada división indicando el polinomio cociente y el resto:

a) $(x^5 - 3x^4 + x^3 + x^2 + x) : (x^2 + x + 1)$

b) $(2x^4 + 2x^2 + 3) : (x^2 - x - 1)$

c) $(x^6 - x^3 + x - 1) : (x^3 - x + 2)$

12. Aplicando el teorema del resto, halla en cada caso el valor que debe tomar la K:

a) $P(x) = x^4 + 4x^3 + kx^2 + 10x + 3$ es divisible por $x+3$

b) $Q(x) = x^3 + 2x^2 + kx + 3$ que tiene por factor a $x-1$

c) $R(x) = 2x^2 + kx - 15$ es divisible por $x+5$

FRACCIONES ALGEBRAICAS Y RADICALES

1. Simplifica:

a) $\frac{2x^2 - x - 3}{4x^2 - 9}$ b) $\frac{x^2y - x^3}{ax^2y - a^2x^2}$

2. Calcula y simplifica:

a) $\frac{2}{1+x} + \frac{3}{1-x} - \frac{5-x}{1-x^2}$

3. Realiza las operaciones:

a) $\frac{3x}{x-5} + \frac{2x-1}{x+2}$ b) $\frac{2x-1}{3x} \cdot \frac{x+2}{x^2-3x+1}$

c) $\frac{2x-1}{x^2-4} - \frac{3x-1}{x-2}$ d) $\frac{x^2-x+1}{x^3} : \frac{4x-7}{x+1}$

5. Simplifica las siguientes fracciones:

a) $\frac{10a^2b^5c^6}{12a^2b^3c^5}$ b) $\frac{xy - xz}{x^2y - x^2z}$

6. Factoriza sacando previamente factor común:

a) $\frac{ax + a + 2x + 2}{2ax + a + 4x + 2}$ b) $\frac{x^2 + x - 2}{2x^2 - 2}$

7. Opera y simplifica las siguientes sumas y restas:

a) $\sqrt{a^2b} + \sqrt{4b} - \sqrt{9b}$ b) $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^7}$

8. Opera y simplifica los siguientes productos y cocientes:

$$a) \frac{(x-y)^2}{x^2} \cdot \frac{2x^2}{x^2-y^2} \quad b) \sqrt{xy} \left(\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} \right)$$

9. Halla el valor numérico de las siguientes expresiones:

$$a) \sqrt{x}\sqrt{x} \quad \text{para } x=2 \quad b) \sqrt[3]{2ab^6} + \sqrt[3]{2a^7} \quad \text{para } a=2 \quad \text{y } b=-1$$

10. Opera y simplifica:

$$a) \left(\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2} \right) \cdot \left(x - \frac{4}{x} \right) \quad b) \left(\frac{1}{x} - \frac{x}{x-1} \right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{x}{x-1} \right)$$

11. Simplifica las siguientes expresiones radicales:

$$a) \sqrt[15]{x^5 y^{20} z^{10}} \quad b) \sqrt[3]{x^{14} y^7 z^{23}} \quad c) \sqrt[12]{a^4 b^8 c^6} \quad d) \sqrt[8]{x^2 y^4 z^8}$$

12. Opera las siguientes expresiones radicales:

$$a) \sqrt{12x} + \sqrt{75x} - \sqrt{27x} + \sqrt{48x}$$

$$b) \sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{ab^3} + \sqrt[3]{ab^6} - \sqrt[3]{ab^9}$$

$$c) \sqrt[5]{xy^2} + \sqrt{16x^3 y^4} - \sqrt{9xy^6}$$

13. Opera y simplifica:

$$a) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2x} - \frac{1}{3x} \right) : \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} \right)$$

$$b) \left[\left(x + \frac{1}{x} \right) : \left(x - \frac{1}{x} \right) \right] \cdot (x-1)$$

$$c) \left(\frac{x+1}{(x-1)^2} \cdot \frac{x^2-1}{x} \right) : \left(\frac{x+1}{(x-1)^2} \right)$$

ECUACIONES. SISTEMAS DE ECUACIONES

1. Resuelve la ecuación quitando previamente los paréntesis:

$$3(x-2) - 2(2x-4) - 3(x+3) = \frac{x}{2} - 25$$

2. Resuelve la ecuación quitando previamente los denominadores:

$$\frac{2x+2}{3} - \frac{3x-1}{5} = 6 + \frac{4x+2}{2}$$

3. Calcula dos números impares consecutivos tales que sus cuadrados de diferencien en 64.

4. Resuelve las siguientes ecuaciones quitando previamente los paréntesis:

$$a) 7(x+3) + 2x = 3(x+1)$$

$$b) 4(x-3) - 5(2x-6) - 3(3x+1) = 2x - 2$$

$$c) 4(2x-1) - 3\left(\frac{x}{2} + 1\right) = \frac{x}{3} + 30$$

$$d) 2\left(\frac{x}{2} - 1\right) - 3\left(\frac{x}{4} + 2\right) = 2x - 1$$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones quitando previamente los denominadores:

$$a) \frac{x+2}{3} + \frac{2x-1}{4} = 2x - \frac{3}{4}$$

$$b) \frac{5x+2}{3} - \frac{2x-4}{4} + 2x = \frac{x}{2} - 1$$

$$c) \frac{3x+3}{4} - \frac{2x-2}{3} = \frac{35}{3} - \frac{5x+5}{2}$$

$$d) \frac{3-4x}{2} - \frac{2x-1}{4} + \frac{1-x}{3} = -\frac{25}{4} - 7x$$

6. Descompón el número 25 en dos sumandos tales que la tercera parte del primero más la quinta parte del segundo sea igual a 7.

7. Javier tiene 4 años más que su hermana Elena. Hace seis años Javier tenía el doble de edad que entonces tenía Elena. Calcula la edad actual de cada uno.

8. Lola ha recorrido una cuarta parte de un camino y le faltan 3 kilómetros para llegar a la mitad. ¿Qué longitud tiene el camino?

9. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado por el método general:

- a) $x^2 - 2x - 15 = 0$
- b) $x^2 + 13x + 42 = 0$
- c) $3x^2 - 3x - 6 = 0$
- d) $-2x^2 - 30x - 100 = 0$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones incompletas:

- a) $3x^2 = 6x$
- b) $4x^2 - 5 = 4$
- c) $3 - 4x^2 = 8x^2 - 9$
- d) $-10x^2 = 5x$

11. Resuelve las ecuaciones:

- a) $\frac{2}{x-1} - \frac{3}{x+2} = -\frac{1}{70}$
- b) $\frac{2}{x+2} + \frac{3}{(x+2)^2} = \frac{11}{16}$
- c) $x - \frac{2}{x} = 1$

12. Resuelve los sistemas:

- a)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x - 4y = -18 \end{cases}$$
- b)
$$\begin{cases} 2(x+1) - 3(y-2) = 19 \\ 5x + 3y = 17 \end{cases}$$

- c)
$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + 7y = 1 \end{cases}$$
- d)
$$\begin{cases} 7x + 2y = 4 \\ 5x + y = 1 \end{cases}$$
- e)
$$\begin{cases} x - 3y = -8 \\ x + 2y = 17 \end{cases}$$

13. Resuelve los sistemas:

- a)
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 8 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$$
- b)
$$\begin{cases} \frac{x+2y}{5} = 3 \\ 2x + 5y - 8 = 4 \cdot (y+1) \end{cases}$$
- c)
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 5 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1 \end{cases}$$
- d)
$$\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \\ 2x + 3y = 9 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} \frac{x-1}{2} + y = -2 \\ x - \frac{y}{3} = 4 \end{cases}$$

14. Considera la ecuación $3x-2y=4$ y los valores de x : -2, -1, 0, 1 y 3. Calcula los correspondientes valores de y para que completen soluciones a la ecuación dada.

15. Halla dos números tales que su suma sea 31 y su diferencia 3.

16. La edad de Javier era exactamente hace 3 años el triple que la de Elena, pero dentro de cuatro años será solamente el doble. Halla las edades actuales de Javier y Elena.

17. Dos hogazas de pan y ocho barras pesan 6 kg y 12 barras y una hogaza pesan 4kg. ¿Cuánto pesa cada barra de pan y cada hogaza?

18. El triple de un número menos el doble de otro número es igual a 45 y el doble del primero menos la cuarta parte del segundo es igual a 43. ¿De qué números se trata?

19. Para una fiesta se compran refrescos a 0,85 € y bolsas de frutos secos a 1,25 €. Por cada refresco se compran tres bolsas de frutos secos y en total se pagan 230 €. ¿Cuántos refrescos y bolsas se han comprado?

20. Por una camisa y un pantalón se han pagado 120 €, y por dos camisas y tres pantalones se han pagado 312 €. ¿Cuánto cuestan cada camisa y cada pantalón?

21. Halla la edad de un padre y la de su hijo sabiendo que la edad del padre es el triple de la del hijo y la diferencia de las edades es de 28 años.

22. Halla los lados de un rectángulo sabiendo que el perímetro mide 130 m y que la base es $\frac{3}{2}$ de la altura.

23. Halla dos números sabiendo que al dividir el mayor entre el menor se obtiene de cociente 2 y de resto 3, y que la suma de los dos números es 39.

FUNCIONES

1. Un estudio médico muestra la altura media que debe tener un bebé en sus dos primeros años de edad. El citado estudio se resume en la siguiente tabla.

Edad (meses)	0	6	12	18	24
Altura (cm)	50	67	75	81	87

Representa la gráfica de la altura en función de la edad. Interpreta el crecimiento de la función.

2. ¿Cuál es la gráfica de una función que indica el coste de la factura mensual de la electricidad sabiendo que cada kWh cuesta 9 céntimos de euro y la tarifa fija por contratación asciende a 15 euros? Calcula a cuánto ascenderá la factura de una familia que ha consumido 500 kWh.

3. Dada la función $f(x)$ que asocia a cada número real la mitad de su raíz cuadrada negativa, escribe la expresión de $f(x)$ y calcula $f(1)$, $f(4)$ y $f(16)$. ¿Cuál es su dominio y su recorrido?

Dada la tabla:

x	0	1	2	3	4
y	-1	1	3	5	7

Representa estos puntos en un sistema de coordenadas y escribe la ecuación de la función que relaciona las variables x e y .

4. Observa la gráfica y estudia las siguientes propiedades:

a) Dominio y recorrido

b) Calcula $f(-3)$, $f(4)$, $f(8)$

c) Intervalos de continuidad y discontinuidad

d) Tasa de variación en los intervalos $[-4, -2]$, $[0, 3]$, $[6, 8]$

FUNCIONES LINEALES Y CUADRÁTICAS.

1. Calcula la expresión de la función lineal que pasa por los puntos A (-1, 4) y B (5, -2). Halla su pendiente y su ordenada en el origen.

2. Calcula el vértice de la parábola $y = -2x^2 + 4x$. Calcula, asimismo, su eje de simetría y un par de puntos homólogos respecto a dicho eje.

3. Halla la pendiente de la recta $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$, así como sus puntos de corte con los ejes ordenados. Calcula la ecuación de la recta trasladada una unidad a la derecha.

4. Comprueba si las expresiones algebraicas que reflejan las tablas siguientes son o no funciones lineales y, en caso positivo, indica el valor de su pendiente y de su ordenada en el origen.

a)

X	0	1	2	3	4
F(x)	1	3	5	7	9

b)

X	1	2	4	6	8
F(x)	1	-1	-5	-9	-13

c)

X	1	3	5	7	9
F(x)	1	9	25	49	81

5. Halla las ecuaciones de las rectas que pasan por los puntos que se indican. Indica, asimismo, el valor de la pendiente y de la ordenada en el origen en cada caso.

- a) A(2,-1), B(-1, 2) b) A(0,-1), B(-2, 0) c) A(-2, 3), B(-3, 3)

6. Halla las ecuaciones de las rectas que verifican:

- a) pendiente 2 y pasa por el punto A(-1, 3)
 b) pendiente -2 y pasa por el punto A(-1, -3)

Dibújalas.

7. Calcula el vértice y el eje de simetría de las siguientes parábolas. Dibújalas, obteniendo previamente algún par de puntos homólogos respecto a dicho eje.

- a) $y = x^2 - 6x + 8$ b) $y = -x^2 + 5x - 6$

8. Representa por traslación estas funciones:

- a) $y = x^2 + 3$
 b) $y = x^2 - 2$
 c) $y = [x + 1]^2$
 d) $y = [x - 4]^2$
 e) $y = [x + 1]^2 - 3$

9. Un técnico de televisores cobra 5 € por ir a domicilio y 10 € por cada hora o fracción de hora.

Tiempo (h)	1	2	3	4	5
Dinero (€)			35			

- a) Completa la tabla.
 b) Representa la función en unos ejes coordenados.
 c) ¿Es una función continua?

10. Una empresa A de alquiler de coches cobra 4 € por cada hora. Otra casa B cobra una cantidad fija de 9 € más 3 € por cada hora. Expresa en cada caso el coste en función del número de horas. Haz la representación gráfica de ambas funciones y razona cuándo interesa alquilar un coche en la casa A y cuándo en la casa B.

11. Representa gráficamente las siguientes funciones. Halla en cada una de ellas la pendiente y la ordenada en el origen. ¿Cuál es creciente y cuál es decreciente?

- a) $y = -x/3 + 2$
 b) $2x - y = 3$
 c) $y = 3x$
 d) $y = -2x + 1$
 e) $2x + 3y = 6$

12. Representa la recta que pasa por los puntos A(-2,3) y B(4,5). Halla su ecuación.

13. Representa la recta que pasa por el punto P(-2,1) y cuya pendiente es $m = 3$. Halla su ecuación.

14. Representa gráficamente las siguientes funciones cuadráticas. Halla sus puntos de corte con los ejes y su vértice:

a) $y = x^2 - 2x - 3$

b) $y = -x^2 + 6x - 8$

c) $y = -x^2 + 4x - 4$

d) $y = x^2 / 2$

15. Halla los puntos de corte de las siguientes parejas de funciones:

a) $y = x + 1$ e $y = -x^2 + 5x - 2$

b) $y = x^2 + 4x + 4$ e $y = -x^2 - 6x - 4$

TABLAS Y GRÁFICAS ESTADÍSTICAS

1. Se ha lanzado un dado 100 veces y se han obtenido los siguientes resultados:

Se obtiene	1	2	3	4	5	6
Número de veces	16	18	17	15	20	14

Construye la correspondiente tabla de frecuencias. ¿Qué porcentaje se veces se ha obtenido un seis? ¿Qué porcentaje se veces se ha obtenido menos de un cuatro? Construye el diagrama de barras correspondiente.

2. Se ha preguntado a los 30 alumnos de una clase de tercero de ESO su estatura y se han obtenido las siguientes contestaciones:

168 169 172 175 168 169 165 169 172 171 163 164 170 167 165 159 163 166 167 173 165 160 168 167 170 161 162 162

Construye la correspondiente tabla de frecuencias agrupando los datos en cuatro intervalos de igual longitud. ¿Qué porcentaje de alumnos mide menos de 170 centímetros? Construye el histograma.

3. Los alumnos de una clase realizan una carrera, y los segundos invertidos por cada uno de ellos en llegar a la meta son: 19 24 23 27 28 23 25 30 31 29 20 22 26 29 26 24 23 22 30 29 27 26 26 23 26 22 21

Efectúa el recuento mediante el diagrama de tallos y hojas. ¿Cuántos alumnos invirtieron entre 20 y 29 segundos? ¿Qué porcentaje representan?

4. La siguiente tabla muestra la superficie de los diferentes océanos. Representa los datos utilizando un diagrama de sectores.

Océano	Pacífico	Atlántico	Índico	Antártico	Ártico
Superficie (en millones de km^2)	114	66,3	45,8	12,2	7,7

5. El precio del barril de petróleo (en dólares) sufrió la siguiente evolución durante la primera mitad de la década de 1980:

Año	1981	1982	1983	1984	1985
Precio	55	48	49	41	42

Representa el correspondiente diagrama lineal.

6. Las puntuaciones obtenidas en una prueba de Tecnología por 30 alumnos fueron:

333 444444

55555 666 77777777 999

Construye la tabla de frecuencias.

7. Las emisiones de dióxido de carbono, en ciertos países y en 1990, provenientes de combustibles de fósiles fueron las siguientes:

País	Toneladas/habitante
Francia	7
España	5
Italia	6
Reino Unido	11
Alemania	14
Portugal	4

8. Las tasas de escolarización, según los diferentes tramos de edad, en cierta comunidad autónoma fueron durante el año 2001 las siguientes:

Edad (años)	Tasa de escolarización
[0,5)	51%
[5,10)	98%
[10,15)	100%
[15,20)	72%

Representa el correspondiente histograma.

PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

1. El número de hijos de 100 familias de una cierta población viene dado por la siguiente tabla:

Número de hijos	0	1	2	3	4	5
Número de familias	15	30	35	15	3	2

Calcula la media, la moda y la mediana del número de hijos por familia. Calcula el rango, la varianza y la desviación típica de la distribución.

2. El número de horas que diariamente ven la televisión diez personas seleccionadas es el siguiente: 3, 2, 0, 1, 2, 4, 5, 3, 3, 2

Halla la media, la moda y la mediana, el rango, la varianza y la desviación típica de la distribución correspondiente al ejercicio anterior.

3. Las calificaciones obtenidas por los 32 alumnos de una clase de 3º de ESO en la materia de Cultura Clásica vienen dadas por la siguiente tabla:

Nota	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Alumnos	0	2	4	4	4	4	3	5	5	1

Calcula la media, la moda y la mediana. Calcula el rango, la varianza y la desviación típica de la distribución correspondiente al ejercicio anterior.

4. Las alturas de los 30 alumnos de una clase de 3º de ESO vienen dadas por la siguiente tabla:

Alturas (cm)	[150 – 155)	[155 – 160)	[160 – 165)	[165 – 170)	[170 – 175)
Alumnos	3	9	6	6	6

Calcula la media, la moda y mediana. Calcula el rango, la varianza y la desviación típica de la distribución correspondiente al ejercicio anterior.

5. Se ha preguntado a un grupo de 20 jóvenes el número de personas que componen su familia y se han obtenido los siguientes resultados: 5,2,4,5,6,3,6,5,5,4,7,6,5,3,6,5,4,2,3,7. a) Efectúa el recuento y construye la tabla de frecuencias absolutas. b) calcula la media aritmética de la distribución; c) Calcula la moda y la mediana.

6. Las edades de 10 personas que han acudido al médico un determinado día son: 18, 36, 59, 51, 45, 38, 27, 19,80. Calcula la media aritmética de los datos, el rango y la desviación típica.

7. La distribución de los mensajes de móvil que han enviado los 60 vecinos de un edificio a lo largo de un mes se refleja en la siguiente tabla:

MENSAJES	NÚMERO
0-9	18
9-18	7
18-27	15
27-36	9
36-45	6
45-57	5

a) Calcula el número medio de mensajes enviados, la moda y la mediana.

b) Calcula la desviación típica de la distribución.

c) Calcula los cuarteles de la distribución.

8. La plantilla de un equipo de fútbol está compuesta por 25 jugadores, cuyas edades son las siguientes: 19,22,24,26,28,20,22,25,25,29,20,23,25,27,30,20,24,25,28,30,21,24,26,28,33. construye la tabla de frecuencias absolutas agrupando los datos en cinco intervalos. Halla el rango y la desviación típica.

PROBABILIDAD

1.- En una urna hay 10 bolas, 4 rojas, 3 azules, 2 verdes y 1 negra. Sacamos una bola y anotamos su color.

- ¿Es una experiencia aleatoria?
- Escribe el espacio muestral y cinco sucesos.

2.- Lanzamos una chincheta y observamos si cae con la punta hacia arriba o no.

- ¿Es una experiencia aleatoria?
- Escribe el espacio muestral.

3.- En una bolsa hay 10 bolas, todas rojas, numeradas del 1 al 10. Sacamos una bola y anotamos su color.

¿Es una experiencia aleatoria?

4.- En un campamento juvenil hay 32 jóvenes españoles, 13 franceses, 15 magrebíes y 23 argentinos. Se elige al azar al portavoz de ellos. ¿Qué probabilidad hay de que sea español?

5.- ¿De cuál de las siguientes bolsas es más probable sacar bola roja?

Bolsa 1: 2 bolas rojas y una verde.

Bolsa 2: 4 bolas rojas y 3 verdes.

Bolsa 3: 3 bolas rojas y 2 verdes.

6.- a) ¿Cuál es el espacio muestral correspondiente al lanzamiento de una moneda?

¿Cuál es la probabilidad de cada una de las dos caras?

b) ¿Cuál es el espacio muestral correspondiente al lanzamiento de una chincheta?

Explica por qué no podemos afirmar que:

$$P[\text{cara}] = \frac{1}{2}, \quad P[\text{caída}] = \frac{1}{2}$$

7.- De una urna que tiene 5 bolas rojas numeradas con el 2,3,4,6 y 7, 3 azules numeradas con el 8,9 y 10, y 2 bolas verdes numeradas con el 1 y 5, sacamos una bola al azar y anotamos su número.

a) Describe el espacio muestral. ¿Cuántos casos tiene?

b) Describe los siguientes sucesos:

• BOLA ROJA = A

• BOLA VERDE = B

• BOLA AZUL = C

• BOLA ROJA CON NÚMERO IMPAR = D

• BOLA CON NÚMERO PAR = E

c) Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores.

8.- Una experiencia consiste en extraer una bola de una urna que contiene 3 bolas verdes con los números 1,2 y 3 y una bola roja con el número 4 y, después, lanzar una moneda.

a) Escribe el espacio muestral (son 8 casos). ¿Cuál es la probabilidad de cada caso?

b) Describe el suceso BOLA VERDE Y CARA enumerando todos sus casos. ¿Cuál es su probabilidad?

9.- Se lanza un dado de seis caras, numeradas del 1 al 6, y otro dado de cuatro caras, numeradas del 1 al 4. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 1 en cada uno de ellos?

10.- De una bolsa con 7 bolas rojas, 5 verdes, 3 amarillas, 11 negras y 3 azules, sacamos una al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que...

a) ... sea roja?

b) ... no sea negra?

11.- Halla las siguientes probabilidades asociadas al lanzamiento de un dado correcto:

a) El resultado es múltiplo de 3. b) El resultado es múltiplo de 2.

c) El resultado es mayor que 1. d) El resultado es menor que 5.

e) El resultado es menor que 1.

12.- Para un examen de Geografía, hay que saber situar sobre un mapa mudo las 17 comunidades autónomas de España. Ricardo solo sabe situar 10 de ellas.

a) Si en el examen le piden situar una, ¿cuál es la probabilidad de que sea una de las que sabe?

b) Supongamos que le piden que sitúe una de las que no sabe y, en vez de no contestar, lo hace a boleo. ¿Cuál es la probabilidad de que acierte?

13.- Extraemos una ficha de un dominó. Calcula la probabilidad de que:

- a) La suma de puntos sea menor que 4.
- b) La suma de puntos sea múltiplo de 3.
- c) Sea una ficha "doble".

14.- Escribimos cada una de las letras de la palabra PREMIO en un papel diferente y las ponemos en una bolsa. Extraemos una letra al azar.

- a) Describe los sucesos elementales de este experimento aleatorio. ¿Tienen todos la misma probabilidad?
- b) Describe el suceso OBTENER VOCAL, y calcula su probabilidad.
- c) Si la palabra elegida fuera SUERTE, ¿cómo responderías a los apartados a) y b)?

15.- Los alumnos de una clase se distribuyen del siguiente modo:

	CHICAS	CHICOS
CON GAFAS	3	6
SIN GAFAS	12	10

Escogemos al azar a una persona de esa clase. Calcula la probabilidad de que:

- a) Sea chica.
- b) Tenga gafas.
- c) Sea una chica con gafas.

16.- Lanzamos dos dados. Calcula la probabilidad de que el producto de las puntuaciones sea:

- a) 5
- b) 6
- c) 4