

FRACCIONES Y DECIMALES

Fracciones

1) Si dedicas $\frac{1}{4}$ del día al ocio y de ese tiempo, dos terceras partes estás con tus amigos, ¿cuántas horas del día son las que compartes con tus amigos?

2) **Se ven $\frac{4}{5}$ partes de una ventana y ahí contamos 8 cristales. ¿Cuántos cristales tiene la ventana completa?**

3) Si desde donde estás se ven $\frac{4}{9}$ partes de un ventanal y has contado que a la vista hay 16 cristales cuadrados, ¿cuántos cristales tiene el ventanal completo? Si todos los ventanales de los que hablamos son cuadrados, ¿Cuántos cristales tendrá otro ventanal, cuyo lado tiene el tamaño doble que el anterior?

4) Se quiere distribuir la superficie de un supermercado de forma que las $\frac{3}{4}$ partes del suelo se dediquen a estanterías y $\frac{2}{5}$ partes sean pasillos. ¿Qué parte quedaría para otras instalaciones?

5) Simplificar al máximo las siguientes fracciones: $\frac{86}{128}$, $-\frac{65}{91}$, $\frac{84^2}{91^2}$

6) **Dos profesores ponen el mismo examen en sus clases. En la clase del profesor A, 20 de cada 25 estudiantes aprueban ; en la clase del profesor B, 24 de los 30 alumnos han aprobado. Un alumno considera que un grupo ha aprobado más que el otro ¿Tiene razón y si es así, cuál ha sido el mejor grupo?**

7) Ordenar de menor a mayor los siguientes números razonando los pasos dados:

$$\frac{278}{99}, \frac{14}{5}, \frac{26}{9}, \frac{351}{125}.$$

8) a) Escribe fracciones comprendidas entre:

$$\frac{1}{8} \text{ y } \frac{5}{8}; \frac{3}{20} \text{ y } \frac{13}{20}; \frac{1}{2} \text{ y } \frac{7}{10}; \frac{3}{5} \text{ y } \frac{4}{5}; \frac{1}{4} \text{ y } \frac{3}{8}; -\frac{2}{5} \text{ y } -\frac{1}{4}$$

b) ¿Tiene sentido hablar del número racional “siguiente” de uno dado? Poned ejemplos y justificad la respuesta.

9) Halla la fracción equivalente a $\frac{32}{120}$, si el M.C.D. de sus términos es 35.

10) **¿Qué variación experimenta una fracción si se multiplica por 5 el numerador y se divide por 5 el denominador?**

11) **Si al numerador de una fracción le aumentamos en 21, la fracción queda aumentada en $\frac{3}{4}$. ¿Cuál es el denominador de la fracción?**

12) Si al denominador de una fracción se le suma 13, la fracción queda dividida por dos; ¿cuál es el denominador de dicha fracción?

En otra fracción al denominador se le resta 13 y la fracción queda multiplicada por 2, ¿cuál es su denominador?

13) Un frasco de perfume tiene una capacidad de $\frac{1}{20}$ litro. ¿Cuántos frascos de perfume se pueden llenar con el contenido de una botella de $\frac{3}{4}$ de litro?

14) El paso de rosca de un tornillo es de $\frac{3}{4}$ de milímetro. ¿Cuántas vueltas hemos de darle con una llave para que penetre 1,8 cm?

15) Si han pasado las $\frac{2}{5}$ partes de un día ¿sabes decir de cuántas horas y minutos disponemos antes de que se termine?

16) Llenamos las $\frac{3}{4}$ partes de un depósito con 12300 litros de agua. ¿Cuál es en metros cúbicos el volumen total de dicho depósito?

17) Un embalse de 20.000 Hm^3 de capacidad está lleno en sus $\frac{3}{4}$ partes. ¿Cuántos litros de agua contiene?

18) **En un quiosco se han vendido a lo largo de la mañana los $\frac{2}{3}$ de un lote de periódicos. Por la tarde se han vendido la mitad de los que han quedado.**

a) ¿Qué fracción del total de periódicos representan los vendidos por la tarde?;

b) Si no se han vendido 20 periódicos, ¿cuántos había al empezar la venta?

19) Un recipiente está lleno de agua hasta los $\frac{4}{5}$ de su capacidad. Se saca la mitad del agua que contiene.

a) ¿Qué fracción de la capacidad del recipiente se ha sacado?

b) Si la capacidad del recipiente es de 80 litros, ¿cuántos litros quedan en el mismo?

20) **Una empresa propone un viaje a sus empleados. Inicialmente no interesa el viaje a $\frac{1}{8}$ de la plantilla. Cuando se concreta el precio se retiran $\frac{3}{5}$ de los que pensaban ir. Y por otras causas, una semana antes de salir, se retira $\frac{1}{21}$ de los que quedaban. Por fin van al viaje 8 personas ¿Cuántas personas forman la plantilla de la empresa? ¿Qué fracción del total va finalmente al viaje?**

21) Un terreno cuadrado que mide 1.000.000 de m^2 de superficie, tiene apartado en una esquina un rectángulo de 750 m. de largo por 400 m. de ancho, para plantar naranjos.

a) ¿Qué fracción de campo queda libre?

b) ¿Qué porcentaje del terreno está ocupado por los naranjos?

c) Si la mitad del terreno libre se reserva para plantar tomates, ¿Cuántos m^2 se han dedicado a ello?

22) Tres comerciantes se reparten el beneficio de una venta, cogiendo el primero de ellos $\frac{1}{5}$ parte, el segundo la cuarta parte de lo que queda y el tercero la tercera parte del resto; aún sobran 144 €. ¿Qué cantidad correspondió a cada uno de ellos?

23) Si recorremos un camino en tres días, de forma que el 1º día se avanza un tercio de dicho camino y el 2º día la quinta parte de lo que queda, ¿Qué parte del camino queda por recorrer?

24) Se ha recorrido la mitad de un camino, después se ha recorrido $\frac{1}{3}$ del resto y aún quedan 10 Km. ¿Cuál es la longitud del camino?

25) De una cesta de manzanas se pudren las $\frac{2}{3}$ partes. Comemos los $\frac{4}{5}$ del resto y las 25 restantes las utilizamos para hacer mermelada. ¿Cuántas manzanas había en la cesta al principio?

26) Un comerciante tiene tres tipos de café: brasileño, colombiano y cubano. El peso total es de 885 kg. Si el peso del café brasileño es los $\frac{2}{5}$ del total y el del colombiano los $\frac{2}{3}$ de lo que queda, ¿cuántos kg de café hay de cada clase?

27) Un profesor ha aprobado los $\frac{2}{5}$ de los exámenes hechos aquel día y ha suspendido a $\frac{1}{4}$. Si todavía le quedan por corregir 42 exámenes ¿cuántos tendrá que corregir en total?

28) Se venden sacos de harina de forma que el primer comprador adquiere $\frac{2}{3}$ de las existencias, después otro adquiere la quinta parte de los que quedan y el último adquiere los 36 sacos restantes. ¿Cuántos sacos había inicialmente? ¿Cuántos adquieren cada uno de los compradores?

29) Una máquina teje en un día $\frac{1}{8}$ de una pieza de 96 metros. Al día siguiente teje los $\frac{2}{7}$ de lo que quedó por tejer el día anterior.

a) ¿Cuántos metros ha tejido en los dos días?

b) ¿Qué parte de la pieza queda por tejer?

30) Tres comerciantes se reparten el beneficio de una venta, correspondiendo al primero de ellos $\frac{1}{5}$ parte, al segundo $\frac{2}{7}$ partes y al tercero 900 €. ¿Qué cantidad correspondió a cada uno de los dos primeros?

31) Una persona sale de compras. Gasta los $\frac{3}{7}$ de su dinero en el supermercado; después $\frac{1}{2}$ de lo que le queda en una tienda de regalos y, finalmente, $\frac{1}{2}$ de lo restante en una librería. Si le quedan 12 euros ¿cuánto dinero tenía al salir de casa?

32) Juan cuenta con una cantidad de dinero para un viaje. Comienza gastando 110 € en el billete de tren. En los hoteles y comidas gasta el 20% del dinero que le queda y aún le sobran 50 € para otros gastos. ¿Cuánto era su dinero inicial?

33) Enrique gasta en libros $\frac{2}{7}$ del dinero que lleva, en cuadernos gasta $\frac{2}{3}$ de lo que le queda y, todavía, le sobran 30 euros después de comprar un paquete de 200 folios a 0,25 euros cada uno. ¿Cuánto dinero llevaba inicialmente?

34) Se han consumido los $\frac{7}{8}$ de un bidón de aceite. Reponiendo 38 litros, el bidón queda lleno en sus $\frac{3}{5}$ partes. Calcula la capacidad del bidón.

35) Tenemos lleno un recipiente de aceite. Sacamos $\frac{1}{3}$ del mismo. Más tarde sacamos $\frac{1}{4}$ de lo que quedaba y finalmente $\frac{1}{2}$ de lo que queda tras la última extracción. Si quedan 60 litros, hallar la capacidad del recipiente.

36) Un futbolista ha metido los $\frac{2}{5}$ del número de goles del equipo y otro la cuarta parte del resto. Si los demás jugadores han conseguido 45 goles ¿cuántos goles metió el equipo en toda la temporada?

37) De tu paga semanal te gastas $\frac{1}{5}$ en el cine y 2,30 euros en un refresco. Luego te compras un libro con la mitad de lo que te quedaba y te gastas 8,15 euros jugando a los bolos. Al final te queda $\frac{1}{4}$ de tu paga inicial. ¿Cuántos euros era dicha paga?

38) Tenemos un recipiente lleno de vino. Sacamos de él $\frac{1}{4}$ de su contenido. Más tarde nos llevamos $\frac{1}{3}$ de lo que quedaba, repartiendo esta última cantidad equitativamente entre 6 personas. Una de ellas devuelve el contenido de su vaso en el recipiente. ¿Qué parte del mismo quedará lleno finalmente?

39) Un recipiente está lleno de agua en sus $\frac{4}{5}$ partes. Sacas $\frac{1}{3}$ del agua que hay, empleas la mitad de lo que has sacado en regar y el resto lo vuelves a echar en el recipiente. Si después necesitas 30 litros de agua para llenar el recipiente ¿cuántos litros de agua había inicialmente en él?

40) En unas vacaciones se han previsto $\frac{3}{10}$ de los costes para el viaje y dos tercios del importe restante para la comida. Para gastos de alojamiento y otros quedan todavía 125€. ¿Cuál es el coste total de las vacaciones?

41) Cada vez que cae al suelo una pelota rebota los $\frac{3}{5}$ de la altura desde la que ha caído. Si se la deja caer de una altura de 125 metros, ¿a qué altura llegará después del tercer bote?

42) Un depósito de 6300 litros de capacidad dispone de un desagüe que vacía 7 litros por minuto. Si tenemos el depósito lleno y abrimos el desagüe durante tres horas ¿en cuántos litros se habrá vaciado? ¿Qué cantidad de depósito representa? Expresa dicha cantidad como una fracción.

43) Un depósito de 4032 litros de capacidad tiene la forma de un ortoedro. Dos de sus dimensiones son respectivamente los $\frac{7}{2}$ y los $\frac{9}{4}$ de la tercera. Calcular las medidas de sus dimensiones.

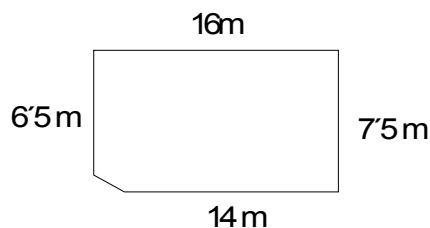
44) **Un grifo puede llenar una piscina en 16 horas. Si el desagüe del depósito lo puede vaciar en 24 horas ¿Cuánto tiempo se tardará en llenar la piscina si están abiertos el grifo y el desagüe a la vez?**

45) De los tres caños que fluyen a un estanque uno puede llenarlo en 36 horas, otro en 30 horas y el tercero en 20 horas. Halla el tiempo que tardarán en llenarlo juntos.

46) **Estando vacío un estanque y cerrado el desagüe se abren 3 grifos y el estanque se llena en una hora. Si únicamente se hubieran abierto dos grifos el estanque hubiera tardado dos horas en llenarse. ¿Cuánto tiempo tarda en llenar el estanque el tercer grifo solo?**

47) En una jarra cabe el mismo contenido que en 8 vasos pequeños, y el mismo que en 5 vasos grandes. Si al principio la jarra estaba llena, ¿qué fracción de su contenido quedará en la misma después de haber llenado un vaso pequeño y uno grande?

48) Nos deben presupuestar lo que nos costará vallar una pista de SQUAHS como la que se muestra en el gráfico. El metro de valla cuesta 6'5 €, y nos dicen que su realización necesitará del trabajo de un obrero durante 2 jornadas completas y de otro durante $\frac{2}{3}$ de una jornada, siendo el precio de la mano de obra de 48 € por obrero y día.



a) ¿Cuánto será el presupuesto?

b) Como sabes todo trabajo, compra-venta, etc. lleva un impuesto llamado del "valor añadido" (IVA), que en el caso de reformas de construcción es de un 6% sobre el precio total.

¿Cuál será el presupuesto definitivo si la empresa constructora nos ha prometido un descuento del 5% sobre el precio final?

49) Hallar una fracción cuyo valor no cambia al añadir 15 al numerador y 18 al denominador y tal que se triplica (dicha fracción) si se le añade 55 al numerador y 6 al denominador.

50) La suma del numerador y denominador de una fracción es 192 y ésta es equivalente a $13/35$. Calcula dicha fracción.

51) La suma de dos números es 18 y la suma de sus inversos es $9/40$ ¿Cuáles son esos números?

52) **La razón de dos números es $9/13$. Si se suman 10 unidades a cada uno de ellos, la razón de los nuevos números es $5/7$. ¿Cuáles son los dos primeros números?**

53) Un depósito cilíndrico que está lleno hasta los $3/4$ de su capacidad, contiene 15 Hm^3 de agua. ¿Cuánto mide el radio de su base, si dicho cilindro mide 20 m. de altura?

54) Un depósito cilíndrico está a $1/3$ de su capacidad. Se le añaden 12 Hl. de agua con lo que se pone a $2/5$ de su capacidad. Si el radio de la base es de 8 dm. ¿Cuál es la profundidad del depósito? ¿Y la capacidad? Explica el planteamiento del problema y el tipo de números que aparecen en su resolución.

Suponiendo el depósito lleno, sabiendo que se pierde por evaporación 0'0015% de su capacidad total en una semana, ¿qué cantidad de líquido se habrá perdido por evaporación en 5 semanas?

55) **El café pierde $1/5$ de su peso al tostarlo. Comprando café verde a 7,20 euros/kg, ¿a cómo deberá venderse el kg de café tostado para ganar $1/10$ del precio de compra?**

56) Un coche tarda dos horas en recorrer el trayecto AB, y otro tres horas en el BA. Saliendo al mismo tiempo, uno de A y otro de B, ¿cuánto tiempo tardarán en encontrarse?

Números decimales

57) Expresar en forma decimal la fracción $257/111$ y encontrar, razonando los pasos seguidos, cuál será la cifra que ocupa el puesto 285 después de la coma.

58) Encontrar razonadamente cuál será la cifra que ocupa el lugar 287 detrás de la coma en la expresión decimal del número: $1441/3330$

59) a) Dada la fracción $3/11$, calcula la cifra decimal que ocupa el lugar 1600 después de la coma

b) También para el número fraccionario $4/7$ se puede saber cuál es la cifra decimal que ocupa el lugar 1600 después de la coma. Explica cómo puede saberse.

60) Escribe un número comprendido entre:

a) $0'23$ y $0'24$; b) $5'027$ y $5'028$; c) 7 y $7'1$; d) $2/3$ y $3/4$

61) Haz las operaciones siguientes:

$$2'37 + 35'24$$

$$25'25 - 15'15$$

$$23'5 - 28'7 - 6'81 + 4'67$$

$$23'5 - [28'7 - (6'81 + 4'67)]$$

$$23'5 - (28'7 - 6'81) + 4'67$$

62) A primeros de diciembre, un ciclista pesaba 72'5 Kg y en ese mes engordó 1'375 Kg ¿Cuánto pesaba a primeros de febrero si en enero adelgazó 2'26 Kg ?

63) Efectúa mentalmente:

a) $0'035 \times 1.000 =$

b) $987'34 \times 100 =$

c) $0'981 \times 10 =$

d) $0'004 \times 1.000 =$

e) $3'5824 \times 100.000 =$

f) $52'38 \times 10 =$

64) La masa de una caja es 28'3 Kg. ¿Cuál será la masa de 18 cajas iguales a ésta?

65) Calcula mentalmente:

a) $0'3 \times 0'2$ b) $0'3 \times 0'31$ c) $0'6 \times 0'5$ d) $0'8 \times 0'5$

66) Halla el factor que falta

a) $4'2 \times \underline{\hspace{1cm}} = 13'8$

b) $30'56 \times \underline{\hspace{1cm}} \times 2 = 81'249$

c) $\underline{\hspace{1cm}} \times 32'7 = 189'65$

67) Sitúa correctamente la coma en los siguientes decimales:

a) $423'5 + 327'6 = 7511$

b) $314'56 + 71'2 = 38576$

c) $4762'5 + 12'879 = 4775379$

d) $28'715 - 9'03 = 19685$

e) $215'2 - 17'453 = 197747$

f) $765'83 - 37'691 = 728139$

68) Una calculadora da 0.0000001 como respuesta para la multiplicación de los números 0.00037 y 0.00054. ¿Cuál es la respuesta correcta?

69) **Halla la fracción generatriz de los siguientes decimales periódicos mixtos:**
 $0,\underline{13}$; $0,\underline{123}$; $1,\underline{318}$; $2,\underline{118}$

70) ¿Cuál es el menor número de tiros a canasta que ha realizado un jugador de baloncesto si en un partido ha obtenido un 62,5 % de encestes?

71) Expresar el número $2'83$ en forma de fracción simplificada y representar gráficamente el punto que lo representa en la recta.

Análogamente : $0,857142857142...$

72) Expresar en forma de fracción simplificada , el número:
 $2'58333333...$ $1,71111111....$ $1'9166666...$ desarrollando los pasos que llevan a dicha fracción y redactando la regla práctica a seguir para encontrar la fracción generatriz de este tipo de números decimales.

Ampliación de números

73) Realizar un informe por escrito donde se recojan los siguientes puntos:

- Agrupación de los números que han aparecido en los problemas anteriores, colocándole las características que tienen.
- Si conoces números de otros tipos que no aparezcan en la resolución de los problemas anteriores indicarlos y enunciar varias características que los diferencien de los anteriores.
- Hacer una clasificación del campo de los números reales, que tenga en cuenta las relaciones de inclusión entre los distintos tipos de números.

74) Aproximar por defecto y por exceso con error menor que una décima, menor que una centésima, que una milésima... etc., los números $\sqrt{2}$ y de $\sqrt{7}$.

75) ¿Qué operación es interna en los números Enteros pero no lo era en los Naturales? Y, ¿qué operación es interna en los Racionales pero no lo era en los Enteros? Poner ejemplos que justifiquen ambas respuestas.

HOJA 2

SOLUCIONES

1) Al ocio dedicas $\frac{1}{4} \times 24 = 6$ horas, de las cuales estás con tus amigos $\frac{2}{3} \times 6 = 4$ horas.

2) Se puede hacer por regla de tres pero también diciendo que si se ven $\frac{4}{5}$ de los cristales es que falta por ver $\frac{1}{5}$ de esos cristales, es decir $\frac{1}{4} \times 8 = 2$ cristales. La ventana completa tendrá $8 + 2 = 10$ cristales.

3) Por regla de tres: $4/9 \text{ --- } 16 \text{ cristales}$

$$9/9 \text{ --- } x \text{ cristales} \quad \text{Es decir, } x = 9 \cdot 16 / 4 = 36 \text{ cristales}$$

Si el lado del ventanal fuera el doble del original, se doblaría cada lado pero el resultado sería una superficie 4 veces mayor que la original: $36 \times 4 = 144$ cristales

4) $\frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{23}{20}$ Es un problema de imposible solución.

5) $86/128 = 43/64$; $-65/91 = -5/7$;

$$84^2 / 91^2 = 84/91 \times 84/91 = 12/13 \times 12/13 = 12^2 / 13^2$$

6) En la clase A aprueban $20/25 = 120/150$ y en la B: $24/30 = 120/150$ de manera que en ambas clases se aprueba igual.

7) Se pueden transformar todas las fracciones con el denominador común 1188 = 99×125 , pero cabe también transformar todas las fracciones en mixtas:

$$278/99 = 2 \text{ } 80/99 ; 14/5 = 2 \text{ } 4/5 ; 26/9 = 2 \text{ } 8/9 ; 351/125 = 2 \text{ } 101/125$$

Comparando la parte fraccionaria nada más se llega a la conclusión de que:

$$8/9 > 89/99 > 101/125 > 4/5$$

8) $1/8 < 2/8 < 3/8 < 5/8$; $3/20 < 5/20 < 8/20 < 13/20$;

$$\frac{1}{2} < 7/10 \rightarrow 5/10 < 7/10 \rightarrow 10/20 < 11/20 < 12/20 < 14/20$$

$$3/5 < 4/5 \rightarrow 12/20 < 13/20 < 14/20 < 16/20$$

$$\frac{1}{4} < 3/8 \rightarrow 2/8 < 3/8 \rightarrow 8/32 < 9/32 < 10/32 < 12/32$$

$$-2/5 < -1/4 \rightarrow -8/20 < -7/20 < -6/20 < -5/20$$

9) Debe ser $32/120 = 35a / 35b$ siendo a, b primos entre sí. Pues bien,

$$32/120 = 4/15 = 35a / 35b = a/b$$

Al ser primos entre sí, $a = 4$, $b = 15$ y la fracción es $35 \times 4 / 35 \times 15 = 140/525$

10) Sea la fracción a/b . La nueva fracción es $5a / (b/5) = 5 \times 5a / b = 25a / b$

La fracción queda multiplicada por 25.

11) Sea la fracción a/b . La condición impuesta viene a decir que $(a + 21) / b = a/b + 3$

$$a/b + 21/b = a/b + 3 \rightarrow 21/b = 3 \rightarrow b = 7$$

12) Sea la fracción a/b . La condición del problema dice que $a / (b+13) = a / 2b$ de donde $b + 13 = 2b \rightarrow b = 13$

$$a / (b-13) = 2a / b \rightarrow 2b - 26 = b \rightarrow b = 26$$

13) $\frac{3}{4} : \frac{1}{20} = \frac{3}{4} \times 20 = 15$ frascos

14) $18 : \frac{3}{4} = 18 \times \frac{4}{3} = 24$ vueltas

15) Quedarán los $\frac{3}{5}$ del día, o sea, $\frac{3}{5} \times 24 = 14$ horas y $\frac{2}{5} h = 14$ h. 24 minutos.

16) Si las $\frac{3}{4}$ partes son 12.300 litros = 12.300 dm^3 la cuarta parte restante se obtendrá dividiendo $12.300 / 3 = 4100 \text{ dm}^3$ de modo que en total será

$$12.300 + 4.100 = 16.400 \text{ dm}^3 = 16,4 \text{ m}^3$$

17) $\frac{3}{4} \times 20.000 \text{ Hm}^3 = 15.000 \text{ Hm}^3 = 15 \times 10^3 \text{ Hm}^3 = 15 \times 10^3 \times 10^6 = 15 \times 10^9 \text{ m}^3$
 $= 15 \times 10^{12} \text{ dm}^3 = 15 \times 10^{12}$ litros

18) a) Si por la mañana se ha vendido los $\frac{2}{3}$ del total, por la tarde quedarán $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ Por la tarde se vende $\frac{1}{2}$ de lo que queda, o sea, $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ del total.

b) Queda sin vender la otra mitad de los de la tarde, es decir, $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ Por tanto, si al empezar la venta eran x periódicos, $\frac{1}{6}x = 20 \rightarrow x = 120$ periódicos

19) a) Se saca la mitad de $\frac{4}{5}$ del total, es decir, $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ del total

b) Si la capacidad es de 80 litros, al quitar $\frac{2}{5}$ del total, quedará $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \rightarrow \frac{2}{5} \cdot 80 = 32$ litros

20) Supongamos que la plantilla está formada por x personas. Inicialmente el viaje no interesa a $\frac{1}{8}x$ luego quedan $\frac{7}{8}x$ interesados. Al conocer el precio se retiran $\frac{3}{5}$ de $\frac{7}{8}x$, es decir, que quedan $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{8}x = \frac{7}{20}x$. Una semana antes se retiran $\frac{1}{21}$ de los que quedaban, permaneciendo por tanto $\frac{20}{21} \cdot \frac{7}{20}x = \frac{1}{3}x$. Pues bien, estos que quedan son 8 personas de manera que $\frac{1}{3}x = 8$ de donde $x = 24$ personas en la plantilla. Al viaje va la tercera parte de dicha plantilla.

21) La superficie del naranjal será de $750 \times 400 = 300.000 \text{ m}^2$ de manera que la fracción que queda libre será $700.000 / 1.000.000 = \frac{7}{10}$ del campo total. La fracción

que ocupa el naranjal es $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$ equivalente al 30 % del campo total. La mitad del terreno libre dedicado a tomates será de 350.000 m^2

22) Sea x el beneficio de la venta. El primer comerciante coge $\frac{1}{5}x$ quedando por repartir $\frac{4}{5}x$. El segundo cogerá $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5}x = \frac{1}{5}x$, como el primero. Ello quiere decir que, tras el primero y segundo comerciantes, queda $x - \frac{1}{5}x - \frac{1}{5}x = \frac{3}{5}x$. El tercer comerciante coge $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}x = \frac{1}{5}x$. Así, todos reciben lo mismo y sobran $\frac{2}{5}x$ que corresponden a 144 euros, $\frac{2}{5}x = 144$ de donde $x = 360$ euros y cada uno recibe la quinta parte, es decir, 72 euros.

23) Si el camino es de x km, el primer día se avanza $\frac{1}{3}x$ y el segundo $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}x = \frac{2}{15}x$ de modo que al cabo de los dos días se ha recorrido $\frac{1}{3}x + \frac{2}{15}x = \frac{7}{15}x$ quedando por recorrer $x - \frac{7}{15}x = \frac{8}{15}x$.

24) Si el camino es de x km, se ha recorrido $\frac{1}{2}x$ quedando otro tanto por recorrer. Luego ha sido $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}x = \frac{1}{6}x$, de forma que en total $\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}x = \frac{4}{6}x = \frac{2}{3}x$. Lo que queda de camino será $\frac{1}{3}x = 10$ km de donde $x = 30$ km.

25) Se pudren $\frac{2}{3}$ del total, luego quedan intactas $\frac{1}{3}$ del total. Comemos $\frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$ del total, de manera que quedan $\frac{1}{3} - \frac{4}{15} = \frac{1}{15}$ del total. Como $\frac{1}{15}T = 25$ entonces $T = 25 \times 15 = 375$ manzanas

26) Café brasileño: $\frac{2}{5}$ de 885 kgs $= \frac{2}{5} \cdot 885 = 354$ kgs

Queda para los otros dos cafés, $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ del total.

Café colombiano: $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{5}$ son $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ del total, por tanto, 354 kgs

Café cubano: $885 - 354 - 354 = 177$ kgs

27) Corregidos son $\frac{2}{5}T + \frac{1}{4}T = \frac{13}{20}T$ Le quedan por corregir $\frac{7}{20}T = 42$ es decir $T = 120$ exámenes

28) Si hay S sacos de harina, el primer comprador adquiere $\frac{2}{3}S$ quedando $\frac{1}{3}S$. Otro compra $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3}S = \frac{1}{15}S$ de modo que quedarán $\frac{1}{3}S - \frac{1}{15}S = \frac{4}{15}S$. El tercer comprador se lleva el resto, $\frac{4}{15}S = 36$. De ahí que $S = 135$ sacos había al principio, llevándose 90 el primero, 9 el segundo y 36 el tercero.

29) a) El primer día teje $\frac{1}{8} \cdot 96 = 12$ m. Queda por tejer $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ de la pieza. El segundo día teje $\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ de la pieza, que son $\frac{1}{4} \cdot 96 = 24$ m. Los dos primeros días teje $12 + 24 = 36$ m.

b) Quedan $1 - \frac{1}{8} - \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$ de la pieza, o sea, $\frac{5}{8} \cdot 96 = 60$ m.

30) $\frac{1}{5}B + \frac{2}{7}B + 900 = B$ de donde $\frac{17}{35}B + 900 = B \rightarrow B = 1750$ euros

31) Empieza con x euros. Supermercado: Gasta $\frac{3}{7}x$ Le quedan $x - \frac{3}{7}x = \frac{4}{7}x$. Tienda: Gasta $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7}x = \frac{2}{7}x$ Le quedan $\frac{4}{7}x - \frac{2}{7}x = \frac{2}{7}x$

Librería: Gasta $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{7} x = \frac{1}{7} x$ Le quedan $\frac{2}{7} x - \frac{1}{7} x = \frac{1}{7} x$. Finalmente, es $\frac{1}{7} x = 12$ euros $\rightarrow x = 84$ euros

32) Si x euros es la cantidad inicial su primer gasto son 110 euros. Le quedarán entonces $x - 110$. Si se gasta el 20 % de esta cantidad le quedará el 80 % de la misma, es decir, $\frac{80}{100} (x - 110) = 50 \rightarrow x = 172,50$ euros

33) Si x es la cantidad inicial de dinero, se gasta los $\frac{2}{7}$ en libros, luego le quedan $\frac{5}{7} x$. En cuadernos gasta los $\frac{2}{3}$ de lo que tiene entonces, con lo que le quedan $\frac{1}{3}$ de lo que tenía antes: $\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7} x = \frac{5}{21} x$. Entonces compra los folios, que le costarán $200 \cdot 0,25 = 50$ euros de modo que al final tendrá $\frac{5}{21} x - 50 = 30 \rightarrow x = 336$ euros.

34) Si el bidón es de x litros, tras el consumo quedan $x - \frac{7}{8} x = \frac{1}{8} x$ litros pero luego se añaden $\frac{1}{8} x + 38 = \frac{3}{5} x \rightarrow 38 = \frac{3}{5} x - \frac{1}{8} x = \frac{24}{40} x - \frac{5}{40} x = \frac{19}{40} x \rightarrow x = 38 \cdot \frac{40}{19} = 80$ litros

35) Si sacamos $\frac{1}{3} T$ entonces quedan $\frac{2}{3} T$. Luego sacamos $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} T = \frac{1}{6} T$ de modo que queda $\frac{2}{3} T - \frac{1}{6} T = \frac{1}{2} T$. Si volvemos a sacar la mitad, queda la otra mitad, es decir $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} T = \frac{1}{4} T = 60 \rightarrow T = 240$ litros

36) El primero ha marcado $\frac{2}{5} T$ y el segundo $\frac{1}{4} \times \frac{3}{5} T = \frac{3}{20} T$ de modo que entre los dos: $\frac{2}{5} T + \frac{3}{20} T = \frac{11}{20} T$. Lo que queda será $\frac{9}{20} T = 45 \rightarrow T = 100$ goles

37) Te gastas en el cine: $\frac{1}{5} T + 2,30$. Queda de la paga: $T - (\frac{1}{5} T + 2,30) = \frac{4}{5} T - 2,30$. Gastas en el libro: $\frac{2}{5} T - 1,15 + 8,15 = \frac{2}{5} T + 7$ quedando:

$$(\frac{4}{5} T - 2,30) - (\frac{2}{5} T + 7) = \frac{2}{5} T - 9,30$$

pero eso es $\frac{2}{5} T - 9,30 = \frac{1}{4} T \rightarrow T = 62$ euros

38) Sacamos $\frac{1}{4} T$ por lo que quedan $\frac{3}{4} T$. Nos llevamos $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} T = \frac{1}{4} T$ quedando en el recipiente $\frac{3}{4} T - \frac{1}{4} T = \frac{1}{2} T$. Pero $\frac{1}{4} T$ lo repartimos entre 6, correspondiendo a cada uno $\frac{1}{24} T$ que se devuelve al recipiente, quedando en total:

$$\frac{1}{2} T + \frac{1}{24} T = \frac{13}{24} T$$

39) Sacas $\frac{1}{3} \times \frac{4}{5} T = \frac{4}{15} T$ de lo que empleas la mitad ($\frac{2}{15} T$) en regar y la otra mitad la echas al recipiente. De modo que en el recipiente quedarán:

$$\frac{4}{5} T - \frac{2}{15} T = \frac{10}{15} T$$

así que los 30 litros corresponden a $\frac{5}{15} T = \frac{1}{3} T \rightarrow \frac{1}{3} T = 30 \rightarrow T = 90$ litros. Inicialmente había $\frac{4}{5} \times 90 = 72$ litros.

40) Si el coste total es C , $\frac{3}{10} C$ se gasta en el viaje luego quedan $\frac{7}{10} C$. Para comida son los $\frac{2}{3}$ de lo que queda, luego restarán finalmente $\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{10} C = \frac{7}{30} C = 125$ de donde $C = 535,7$ euros.

41) Altura inicial: 125 m. Tras primer bote: $\frac{3}{5} \cdot 125 = 75$ m. Tras el segundo

$$(\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}) \cdot 125 = \frac{27}{125} \cdot 125 = 27 \text{ m.}$$

42) 3 horas equivalen a 180 minutos, de forma que ha vaciado $180 \times 7 = 1260$ litros, de forma que la fracción vaciada es $1260/6300 = 1/5$.

43) Si x es una de sus aristas, las restantes son $\frac{7}{2}x$ y $\frac{9}{4}x$ de manera que el volumen del ortoedro será $x \cdot \frac{7}{2}x \cdot \frac{9}{4}x = \frac{63}{8}x^3$. Todo ello da lugar a una capacidad de 4032 litros = 4032 dm^3 por lo que $\frac{63}{8}x^3 = 4032 \text{ dm}^3$ que da lugar a $x^3 = 512$ de donde $x = 8 \text{ dm}$ y las otras dimensiones son $\frac{7}{2} \cdot 8 = 28 \text{ dm}$ y $\frac{9}{4} \cdot 8 = 18 \text{ dm}$.

44) Cada hora el grifo llena $\frac{1}{16}$ de la piscina y el desagüe evacúa $\frac{1}{24}$ de la misma. Cada hora, pues, quedará $\frac{1}{16} - \frac{1}{24} = \frac{1}{48}$ de donde, con ambos elementos, tardará 48 horas en llenarse.

45) ¿Qué parte del estanque llena cada caño en una hora? $\frac{1}{36}$ el primero, $\frac{1}{30}$ el segundo y $\frac{1}{20}$ el tercero. Los tres juntos, en una hora, llenarán $\frac{1}{36} + \frac{1}{30} + \frac{1}{20} = \frac{20}{180} = \frac{1}{9}$ en una hora lo que significa que tardarán 9 horas en total en llenar todo el estanque.

46) Los 2 grifos llenan $\frac{1}{2}$ estanque en una hora, mientras que los tres grifos llenan la piscina completa en ese tiempo. Entonces, el tercer grifo solo llenará $\frac{1}{2}$ estanque en una hora, de modo que él solo tardaría 2 h en llenarlo.

47) Cada vaso pequeño será $\frac{1}{8}$ de la jarra y el vaso grande $\frac{1}{5}$ de la jarra. Si se saca de la jarra un vaso grande y otro pequeño se habrá sacado: $\frac{1}{8} + \frac{1}{5} = \frac{13}{40}$ de la jarra, de donde quedará $1 - \frac{13}{40} = \frac{27}{40}$ de la jarra.

48) El perímetro de la pista es $16 + 7,5 + 14 + 6,5 = 44$ metros, de modo que el coste de la valla será $44 \times 6,5 = 286$ euros. Por otra parte, el coste respecto al trabajo será de $2 \frac{2}{3} \times 48 = 128$ euros, de manera que en total costará $286 + 128 = 414$ euros.

Con el valor añadido. $414 + \frac{6}{100} \cdot 414 = 438,84$ euros pero como se le descuenta un 5 % quedará $438,84 \cdot \frac{95}{100} = 416,89$ euros.

49) Sea la fracción $\frac{a}{b} = \frac{a+15}{b+18}$. Por otra parte, $3 \frac{a}{b} = \frac{a+55}{b+6}$. De la primera igualdad $18a = 15b$ y de la segunda $2ab + 18a = 55b$. Sustituyendo la primera en la segunda $2ab + 15b = 55b \rightarrow 2ab = 40b \rightarrow a = 20$ y $b = 24$

50) Si tenemos la fracción $\frac{a}{b}$ la primera condición nos dice que $a + b = 192$ y la segunda: $\frac{a}{b} = \frac{13}{35} \rightarrow a = \frac{13b}{35}$ de manera que sustituyendo en la primera:

$$\frac{13b}{35} + b = 192 \rightarrow \frac{13b + 35b}{35} = 192 \rightarrow$$

$$\rightarrow 48b = 6720 \rightarrow b = 140 \text{ y } a = 52$$

51) Será $a + b = 18$ y $1/a + 1/b = 9/40$ es decir, $a + b / a b = 9/40$ Como $b = 18 - a$ sustituimos en la segunda: $18 / 18 a - a^2 = 9/40 \rightarrow 18 \cdot 40 = 162 a - 9 a^2 \rightarrow 9 a^2 - 162 a + 720 = 0 \rightarrow a^2 - 18 a + 80 = 0 \rightarrow a = 10 \quad b = 8$ o al revés.

52) La primera condición es que $a/b = 9/13$ y la segunda $a+10 / b+10 = 5/7$ Según la primera $a = 9 b / 13$ que aplicado a la segunda: $7 a + 70 = 5 b + 50 \rightarrow 7 a + 20 = 5b \rightarrow 63 b / 13 + 20 = 5b \rightarrow 63 b + 260 = 65 b \rightarrow b = 130 \quad a = 90$

53) Puede calcularse sobre todo el depósito o considerar sólo la parte que está llena, coincidente con una altura de $\frac{3}{4} \cdot 20 = 15$ metros. Si su base circular tiene un radio R , el volumen vendrá dado, en metros cúbicos, como $\pi R^2 \cdot 15 = 15.000.000 \text{ m}^3$ de donde $R = 564,3$ metros.

54) Si la capacidad total es C , será $1/3 C + 1200 \text{ litros} = 2/5 C \rightarrow 1/15 C = 1200 \rightarrow C = 18.000$ litros. Dado que el radio de la base es de 8 dm (recuérdese que 1 dm³ equivale a un litro), $\pi 8^2 H = 18.000 \rightarrow H = 89,57$ dm.

55) Se ha comprado x kg de café verde a 7,20 euros/kg, luego el coste de la compra ha sido $7,20 x$ euros. Como se pretende ganar $1/10$ respecto a este precio, se deberá cobrar $7,20 x + 1/10 (7,20 x) = 11/10 7,20 x = 7,92 x$ euros

Ahora bien, si hay x kg de café verde y se pierde $1/5$ de su peso al tostarlo, se dispondrá finalmente de $4/5 x$ kg de café tostado, por el que habría de cobrarse en total $7,92 x$ euros

$$4/5 x \text{ ----- } 7,92 x$$

$$1 \text{ kg ----- } ? \text{ Euros}$$

de donde $? = 7,92 \cdot 5 / 4 = 9,90$ euros/kg

56) En una hora, el primer coche habrá recorrido $\frac{1}{2}$ del camino mientras que el segundo habrá llegado a $\frac{1}{3}$ del camino en sentido contrario. Por tanto, en una hora habrán recorrido $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ del camino.

$$1 \text{ h ----- } 5/6 \text{ camino}$$

$$x \text{ h ----- } 1 \text{ camino} \quad x = 6/5 \text{ h} = 1 \text{ h } 12 \text{ min}$$

Números decimales

57) $257 / 11 = 2,315315...$ de manera que al dividir 285 entre cifras del período (3) la división es exacta, luego en el puesto 285 el período acabará con la cifra 5.

58) $1441/3330 = 0,4327327...$ de modo que si al puesto 287 le quitamos uno correspondiente al 4 que no está en el período, 286 entre 3 da de resto 1, de manera que la cifra será la primera del período, 3.

59) a) $3/11 = 0,2727...$ Dividiendo 1600 entre 2, que es el período, se obtiene 0 de resto, de manera que la cifra que corresponde es la última del período: 7.

b) $4/7 = 0,571428571...$ Dividiendo 1600 entre el período de 6 cifras, sale 4 de resto. Luego será la cuarta cifra del período, 4.

60) $0,235 ; 5,0275 ; 7,05 ; 2/3 = 0,666... \quad 3/4 = 0,75$ así que $2/3 < 0,7 < 3/4$

61) $37,61 / 10,1 / -7,34 / 6,28 / 6,28$

62) 71,615 kg

63) $35 / 98734 / 9,81 / 4 / 358240 / 523,8$

64) 509,4 kg

65) $0,06 / 0,093 / 0,3 / 0,4$

66) $3,285... / 1,329... / 5,799...$

67) $751,1 / 385,76 / 4775,379 / 19,685 / 197,747 / 728,139$

68) $37 \cdot 10^{-5} \times 54 \cdot 10^{-5} = 1998 \cdot 10^{-10} = 1,998 \cdot 10^{-7} = 0,0000001998$

69) $0,\underline{13} = 13/99 / 1,\underline{23} = 122/990 / 1,\underline{318} = 1305/990 / 2,\underline{118} = 1907/900$

70) Si obtuvo un 62,5 % eso es equivalente a 62,5 entre 100 tiros pero como no caben los decimales podría ser $625/1000 = 25/40$. El número mínimo de tiros acertados sería de 25 entre 40 intentos.

71) $2,83 = 283 / 100 \quad 0,\underline{857142857142}... = 857142 / 999.999$

72) $2,58\underline{3333}... \rightarrow 900 N = 2583 - 258 = 2325 \rightarrow N = 2325 / 900$

$1,7\underline{111}... \rightarrow 90 N = 171 - 17 = 154 \rightarrow N = 154 / 90$

$1,91\underline{666}... \rightarrow 900 N = 1916 - 191 = 1725 \rightarrow N = 1725 / 900$

Ampliación de números

74) $\sqrt{2} = 1,41421356...$ quiere decir

$$1,4 < \sqrt{2} < 1,5$$

$$1,41 < \sqrt{2} < 1,42$$

$$1,414 < \sqrt{2} < 1,415$$

$$1,4142 < \sqrt{2} < 1,4143$$

$$1,41421 < \sqrt{2} < 1,41422$$

.....

Respecto al caso $\sqrt{7} = 2,64575\dots$ será, igualmente,

$$2 < \sqrt{7} < 3$$

$$2,6 < \sqrt{7} < 2,7$$

$$2,64 < \sqrt{7} < 2,65$$

$$2,645 < \sqrt{7} < 2,646$$

.....

75) En $\mathbb{N}$ la resta no es interna puesto que $a - b < 0$ si $b > a$, sin embargo en $\mathbb{Z}$ sí es interna. Del mismo modo, en $\mathbb{Z}$ no es interna la división a/b cuando no es entera, algo que sí es interna entre $\mathbb{Q}$, el conjunto de números racionales.