

Ejercicios de rectas:

Resumen de teoría:

Ecuación vectorial.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t$$
$$(x, y) = (x_0, y_0) + (v_x, v_y)t$$

Ecuación paramétrica.

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + v_x t \\ y &= y_0 + v_y t \end{aligned} \right\}$$

Ecuación continua.

$$\frac{x - x_0}{v_x} = \frac{y - y_0}{v_y}$$

Ecuación punto pendiente.

$$\frac{x - x_0}{v_x} = \frac{y - y_0}{v_y} \rightarrow y - y_0 = \frac{v_y}{v_x} (x - x_0)$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Ecuación explícita.

$$y = mx - mx_0 + y_0 \rightarrow y = mx + n$$

Ecuación implícita:

$$ax + by + c = 0$$

Ecuación de la recta que pasa por 2 puntos:

$$\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0}$$

Pendiente de una recta:

$$m = -\frac{a}{b} = \frac{v_y}{v_x} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Ejercicios de tipos de rectas:

- 1º Encuentra la ecuación vectorial, paramétrica y continua de la recta que pasa por los puntos A = (3, 2) y B = (1, -1).
Sol: $(x, y) = (3, 2) + t(2, 3)$; $\{x = 3 + 2 \cdot t; y = 2 + 3 \cdot t\}$; $(x - 3)/2 = (y - 2)/3$.
- 2º Escribe en formas explícita y continua la ecuación de la recta: $2x + 3y = 6$.
Sol: $y = (-2/3)x + 2$; $(x - 3)/3 = y/(-2)$.
- 3º Dada la recta $r: x + 3y + 2 = 0$, en forma implícita, escribirla en forma explícita, continua y vectorial. **Sol:** $y = (-1/3)x - 2/3$; $(x - 1)/3 = (y + 1)/(-1)$; $(x, y) = (1, -1) + t(3, -1)$.
- 4º ¿Cuál es la ecuación paramétrica de la recta que pasa por los puntos P = (2, 1) y Q = (1, -2). ¿Para qué valores del parámetro se obtienen los puntos P y Q y el punto medio de P y Q?. **Sol:** $\{x = 2 + t; y = 1 + 3 \cdot t\}$; $t = 0$; $t = -1$; $t = -1/2$.
- 5º Dada la recta $r: x + y + 1 = 0$, en forma implícita, escribirla en forma explícita, continua y vectorial. **Sol:** $y = -x - 1$; $(x - 1)/1 = y/(-1)$; $(x, y) = (1, 0) + t(1, -1)$.
- 6º Escribe en forma explícita e implícita la ecuación de la recta $2x + y = 2$.
Sol: $y = -2x + 2$; $2x + y - 2 = 0$.
- 7º Escribe la ecuación paramétrica y continua de la recta: $x + 2y = 4$.
Sol: $\{x = -2 \cdot t; y = 2 + t\}$; b) $x/(-2) = (y - 2)/1$
- 8º a) ¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por los puntos A(2, 2) y B(0, 4)?
b) Escribe las ecuaciones explícita e implícita de la recta que pasa por los puntos P(1, 4) y Q(2, 3).
Sol: a) $m = -1$; b) $y = -x + 5$; $x + y - 5 = 0$.

Elementos y características de la recta:

- 9° ¿Cuál es la pendiente de la recta que pasa por los puntos A(0, 1) y B(3, 4)? **Sol:** $m = 1$.
- 10° ¿Cuál es el vector de dirección y la pendiente de las siguientes rectas?:
a) $y = 3x - 2$. b) $(x - 1)/2 = (y + 2)/4$
Sol: a) $\vec{v} = (1, 3)$; $m = 3$; b) $\vec{v} = (2, 4)$; $m = 2$.

Ejercicios de rectas que pasan por dos puntos:

- 11° Deduce la ecuación de la recta cuyos puntos de intersección con los ejes son A(6, 0) y B(0, -2). **Sol:** $x - 3y - 6 = 0$.
- 12° ¿Pertenece el punto P(3, 3) a la recta que pasa por los puntos A(1, -1) y B(2, 1)? **Sol:** Sí.
- 13° Determina el valor de k para que los puntos A(2, -1), B(1, 4) y C(k , 9) estén alineados.
Sol: $k = 0$.

Rectas paralelas y perpendiculares:

Pendiente en paralelas:

$$m_{\parallel} = m$$

Pendiente en perpendiculares:

$$m_{\perp} = -1/m$$

- 14° Calcula la ecuación de la recta perpendicular a r que pasa por el punto P en los casos:
a) $r \equiv \{x = 2 - 3t; y = 1 + t\}$ P(3, 1) b) $r \equiv \frac{(x-1)}{2} = \frac{y}{3}$ P(0, 5)
c) $r \equiv y = 2x - 1$ P(1, 2) d) $r \equiv 2x - 3y + 2 = 0$ P(0, 0)
Expresar los resultados en forma explícita.
Sol: a) $y = 3x - 8$; b) $y = -\frac{2}{3}x + 5$; c) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$; d) $y = -\frac{3}{2}x$.
- 15° Halla la ecuación de s que es perpendicular a $r \equiv x + y - 1 = 0$ y pasa por el punto A(2, 1).
Sol: $x - y - 1 = 0$.
- 16° Hallar la ecuación de la recta que pasa por B(3, 1) y es paralela a la que pasa por los puntos A(2, 0) y C(2, -1). **Sol:** $y = 1$.
- 17° Hallar la ecuación de la recta perpendicular a la recta $x + y - 1 = 0$ que pasa por el punto A(2, 1). **Sol:** $x - y - 1 = 0$.
- 18° Halla la ecuación de la recta perpendicular a la recta $x + y - 1 = 0$ en el punto de abscisa 3.
Sol: $x - y - 5 = 0$.
- 19° Halla la ecuación de la recta perpendicular al vector $\vec{w}(2, 1)$ y que corta a $y = x - 2$ en el punto de ordenada 3. **Sol:** $2x + y - 13 = 0$
- 20° Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto (2, -1) que es paralela a la que pasa por los puntos (2, 0) y (1, 3). **Sol:** $3x + y - 7 = 0$.
- 21° Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de las rectas:
 $2x + 3y + 1 = 0$ $x - y - 2 = 0$
y es perpendicular a la recta $3x + 5y = 15$. **Sol:** Pto corte: (1, -1); $5x - 3y + 5 = 0$.

22° Halla la ecuación de la recta perpendicular a la $3x - 4y + 1 = 0$ que pasa por el punto $(1, 0)$.
Sol: $4x + 3y - 4 = 0$.

24° Calcula el valor de a y b para que las rectas:

$$r_1 \equiv ax - y + 2 = 0$$

$$r_2 \equiv bx + 6y - 9 = 0$$

sean perpendiculares y, además, la segunda pase por el punto $P(1, 1)$. **Sol:** $a = 2$; $b = 3$.

25° Calcula el valor de m para que las rectas:

$$r_1 \equiv mx + 2y + 6 = 0$$

$$r_2 \equiv 2x + y - 1 = 0$$

$$r_3 \equiv x - y - 5 = 0$$

Pasen, las tres, por un mismo punto. **Sol:** $m = 0$; $P(2, -3)$.

26° Determina m y n sabiendo que la recta $2x + ny = 0$ pasa por el punto $(1, 2)$ y es paralela a la recta $mx - 2y + 3 = 0$. **Sol:** $m = 4$; $n = -1$.

27° Dadas las rectas:

$$r_1 \equiv 3x + y - 3 = 0$$

$$r_2 \equiv -2x + ay - 8 = 0$$

Determinar " a " para que formen un ángulo de 45° . **Sol:** $a = 1$.

28° Dada la recta $mx - 3y + m - 4 = 0$. Calcular m para que:

a) Dicha recta pase por el punto $(1, -2)$.

b) Dicha recta sea paralela a la recta $(x - 1)/3 = (y - 2)/2$.

Sol: a) $m = -1$; b) $m = 2$.

29° Hallar el valor de " a " y de " b " para que las rectas:

$$r_1 \equiv ax + 2y - 8 = 0$$

$$r_2 \equiv 2x + by - 3 = 0$$

se corten en el punto $(2, 1)$. **Sol:** $a = 3$; $b = -1$.

30° Los puntos $B(1,4)$ y $C(8,3)$ son vértices de un triángulo rectángulo. Si BC es la hipotenusa, hallar el vértice A , sabiendo que está en la recta $y = x - 1$. **Sol:** $(2,1)$, $(7,6)$.

Ejercicios de distancias entre rectas:

31° Calcula la distancia entre las rectas paralelas:

a) $r_1 \equiv x + y - 2 = 0$ y $r_2 \equiv x + y + 1 = 0$

b) $r_1 \equiv y - x + 3 = 0$ y $r_2 \equiv x - y + 2 = 0$

Sol: a) $3/\sqrt{2}$; b) $5/\sqrt{2}$.

32° Calcula la distancia entre las rectas paralelas:

$$r_1 \equiv 3x + 4y - 15 = 0$$

$$r_2 \equiv 3x + 4y - 40 = 0$$

Sol: 5.

33° Hallar la distancia entre las rectas:

$$r_1 \equiv 12x - 5y + 2 = 0$$

$$r_2 \equiv 12x - 5y + 5 = 0$$

Sol: $3/13$.

34° Hallar un punto de la recta $r \equiv x + y - 2 = 0$ que equidiste de los puntos $A(1, 3)$ y $B(1, 1)$.

Sol: $(0, 2)$.

Problemas geométricos con puntos, segmentos y rectas:

- 35° Busca todos aquellos puntos P que estando situados sobre el segmento AB, A(1, 2) y B(4, -1) dividan a este en dos partes de tal forma que una parte sea el doble que la otra. **Sol:** P = (2, 1); P' = (3, 0).

- 36° Las coordenadas del punto medio del segmento AB son (2, 1). Calcula las coordenadas del punto A sabiendo que las coordenadas de B son (1, 2). **Sol:** (3, 0).

- 37° Sabiendo que A(2, 4) y C(6, 0). Hallar las coordenadas del punto B de modo que:

$$\overline{CA} = \frac{\overline{CB}}{4}$$

Sol: (3, 3).

- 38° Se tiene el cuadrilátero ABCD con A(3, 2); B(1, -2); C(-1, -1); D(1, 3). Comprueba que es un paralelogramo y calcula su centro y su área. **Sol:** (1, 1/2); A = 10 u².

- 39° Calcula el área del cuadrilátero de vértices A(2,0), B(4,4), C(0,3) y D(-2,-1). **Sol:** 14 u².

- 40° Dados los puntos:

$$A(1, 3) \quad B(5, 7) \quad C(7, 5) \quad D(3, 1)$$

Calcula los puntos medios de sus lados y comprueba que forman un paralelogramo.

Sol: $P_{m,AB} = (3, 5)$, $P_{m,BC} = (6, 6)$, $P_{m,CD} = (5, 3)$, $P_{m,DA} = (2, 2)$.

- 41° Un cuadrado de vértice A en el punto (0, 1) y su centro el punto (2, 1). Calcula las coordenadas de los otros tres vértices. **Sol:** (2, 3), (4, 1), (2, -1)

- 42° De un cuadrado ACBD conocemos 2 vértices opuestos A(1, 2) y B(8, 3) Hallar sus otros dos vértices. **Sol:** C(4, 6), D(5, -1).

- 43° Un cuadrado tiene por vértices contiguos los puntos A(0, 3) y B(2, 5). Calcula sus otros 2 vértices. ¿Cuántas soluciones tiene el problema?

Sol: Dos soluciones: C(2, 1), D(4, 3); C'(-2, 5), D'(0, 7).

- 44° Determina el vértice D del paralelogramo ABCD, sabiendo que A(1, -2); B(3, -1) y C(0, 3). **Sol:** D(-2, 2).

- 45° Sean las rectas:

$$r_1 \equiv 2x + 3y - 4 = 0$$

$$r_2 \equiv x - 2y - 2 = 0$$

$$r_3 \equiv -4x - 6y + 22 = 0$$

$$r_4 \equiv 2x - 4y + 10 = 0$$

¿determinan un paralelogramo? En caso afirmativo calcular sus vértices.

Sol: (-1, 2), (1, 3), (4, 1), (2, 0).

- 46° Dadas las rectas:

$$r_1 \equiv 2x - 3y - 3 = 0$$

$$r_2 \equiv 3x - y - 1 = 0$$

$$r_3 \equiv \{x = 3 - 4t; y = 1 + 2t\}$$

Calcula el área del triángulo que determinan. **Sol:** 5/2.

- 47° Calcula el área del triángulo que tiene sus vértices en los puntos A(1, 4), B(3, -2) y C(-1, 0). **Sol:** 10 u².