TEST

1.- Siendo "a" una magnitud física, que proposición o que proposiciones siempre se cumplen:

I. [a] + [a] + [a] = [a]
II. [a] - [a] = [a]
III. [a] - [a] = 0

a) I
b) II
c) I y II
d) III
e) N.A.

2.- ¿Cuál será las dimensiones de $Q = \sqrt{3}\ kg/m.s^2$?

a) $M L^{-1} T^{-1}$
b) $M L^{-1} T^{-2}$
c) $M L T^{2}$
d) $M LT^{-1}$
e) $M LT$

3.- ¿Qué relación no es correcta dimensionalmente?

a) [fuerza] = $M LT^{-2}$
b) [frecuencia] = T^{-1}
c) [velocidad angular] = T^{-1}
d) [trabajo] = $M L^2T^{-2}$
e) [carga eléctrica] = $I.T$

4.- Precisar verdadero o falso dimensionalmente:

I) $L + L + L - L = L$ ( )
II) En $\sec(P + 12) \Rightarrow |P| = 1$ ( )
III) En $a^{x \cdot \frac{m}{kg}} \Rightarrow [x] = ML^{-1}$ ( )

a) VVF
b) FFF
c) VVV
d) FVV
e) FFV

5.- ¿Qué proposición o proposiciones son falsas respecto al Análisis Dimensional?

I.- Sirve para hallar las dimensiones de los cuerpos.
II.- Se emplea para verificar fórmulas propuestas.
III.- Se usa para deducir fórmulas.

a) I
b) II
c) III
d) I y II
e) III y II

6.- Respecto al análisis dimensional señalar verdadero o falso:

I.- Pueden existir dos magnitudes físicas diferentes con igual fórmula dimensional.
II.- Los arcos en la circunferencia son adimensionales.
III.- Dimensionalmente todos los ángulos y funciones trigonométricas representan lo mismo.

a) VVV
b) VVF
c) FFF
d) FFV
e) VFV

7.- Respecto a una fórmula o ecuación dimensional, señalar verdadero o falso:

I.- Todos los términos en el primer y segundo miembro tienen las mismas dimensiones.
II.- Todos los números y funciones trigonometricas que figuran como coeficientes tienen las mismas dimensiones, e igual a 1.
III.- La ecuación dimensional de los términos del primer miembro, difieren de las dimensiones del segundo miembro.

a) VVF
b) VVV
c) FVV
d) VFV
e) FVF

8.- El S.I. considera .... fundamentales y .... con carácter geométrico.

a) Tres magnitudes – dos auxiliares
b) Siete magnitudes – dos auxiliares
c) Seis magnitudes – una auxiliar
d) Tres magnitudes – una auxiliar
e) N.A.

9.- ¿Qué magnitud no está asociada a sus correctas dimensiones?

a) Velocidad - LT^{-1}
b) Fuerza - $ML\,T^{-2}$
c) Volumen - L^3
d) Densidad - ML^{-3}
e) Aceleración - $L\,T^2$

10.- ¿Qué unidad va asociada incorrectamente a las dimensiones dadas?

a) $\dfrac{kg \cdot s}{m}$ – MTL^{-1}

b) $kg \cdot \dfrac{m}{s^2}$ – MLT^{-2}

c) $A \cdot \dfrac{m}{s}$ – ILT

d) $\dfrac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2}$ – $ML^2A^{-1}T^{-2}$

e) $kg \cdot \dfrac{m^3}{s^4}$ – ML^3T^{-4}

PROBLEMAS RESUELTOS

PROBLEMAS DE APLICACIÓN

1.- Halle la dimensión de "K" en la siguiente fórmula física:

$$K = \frac{m \cdot v^2}{F}$$

Donde; m : masa
F : fuerza
v : velocidad

Solución:

- Analizando cada elemento:

$[m] = M$

$[v] = LT^{-1}$

$[F] = MLT^{-2}$

- Luego tendremos:

$$[K] = \frac{[m] \cdot [v]^2}{[F]} = \frac{(M)(LT^{-1})^2}{MLT^{-2}} = \frac{ML^2T^{-2}}{MLT^{-2}}$$

$\boxed{[K] = L}$

2.- Halle la dimensión de "S" en la siguiente fórmula física:

$$S = \frac{F \cdot d}{m \cdot c^2}$$

Donde; F : fuerza
m : masa
d : distancia
v : velocidad

Solución:

- Analizando cada elemento:

$[F] = MLT^{-2}$

$[d] = L$

$[m] = M$

$[c] = LT^{-1}$

- Luego tendremos:

$$[S] = \frac{[F][d]}{[m][c]^2} = \frac{(MLT^{-2})(L)}{(M)(LT^{-1})^2} = \frac{ML^2T^{-2}}{ML^2T^{-2}}$$

$\boxed{[S] = 1}$

3.- Hallar la dimensión de "α" y "β" en la siguiente fórmula:

$$V = \alpha.A + \beta.D$$

Donde; V : volumen
A : área
D : densidad

Solución:

- Aplicando el principio de homogeneidad.

$$[V] = [\alpha][A] = [\beta][D]$$

- Determinando: $[\alpha]$

$[V] = [\alpha][A]$

$L^3 = [\alpha]L^2 \Rightarrow \boxed{[\alpha] = L}$

- Determinando: $[\beta]$

$[V] = [\beta][D]$

$L^3 = [\beta]ML^{-3} \Rightarrow \boxed{[\beta] = M^{-1}L^{+6}}$

4.- Si la siguiente ecuación es dimensionalmente homogénea, determinar la ecuación dimensional de "x" e "y".

Siendo; A : fuerza
B : trabajo
C : densidad

$$Ax + By = C$$

Solución:

- Si la expresión es dimensionalmente homogénea, entonces:

  - $Ax + By = C$

    $[A][x] = [B][y] = [C]$

  - $[A] = MLT^{-2}$

    $[B] = ML^2T^{-2}$

    $[C] = ML^{-3}$

- Con lo cual se tiene:

$[A][x] = [C]$

$MLT^{-2}[x] = ML^{-3}$

$[x] = \frac{ML^{-3}}{MLT^{-2}} \Rightarrow \boxed{[x] = L^{-4}T^2}$

❑ $[B][y]=[C]$

$ML^2T^{-2}[y]=ML^{-3}$

$[y]=\dfrac{ML^{-3}}{ML^2T^{-2}} \Rightarrow \boxed{[y]=L^{-5}T^2}$

5.- Si la siguiente expresión es dimensionalmente homogénea: $P = q^z R^{-y} s^x$

Donde; P : presión q : fuerza
R : volumen s : longitud

Hallar: $x-3y$

Solución:

❑ $[P]=ML^{-1}T^{-2}$ $[q]=MLT^{-2}$

$[R]=L^3$ $[s]=L$

❑ $P=q^zR^{-y}s^x$

$[P]=[q]^z[R]^{-y}[s]^x$

$ML^{-1}T^{-2}=\left(MLT^{-2}\right)^z\left(L^3\right)^{-y}(L)^x$

$ML^{-1}T^{-2}=M^zL^zT^{-2z}L^{-3y}L^x$

$ML^{-1}T^{-2}=M^zL^{z-3y+x}T^{-2z}$

$M^1=M^z \Rightarrow \boxed{z=1}$

$L^{-1}=L^{z-3y+x} \Rightarrow -1=z-3y+x$

$-1=1-3y+x$

❑ Nos piden: $x-3y$

$\boxed{x-3y = -2}$

NOTA

Las ecuaciones dimensionales sólo afectan a las bases, más no a los exponentes, pues estos siempre son números y por lo tanto estos exponentes se conservan siempre como tales (números).
De lo expuesto, queda claro que la ecuación dimensional de todo exponente es la unidad.

B PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1.- Halle la dimensión de "A" y "B" en la siguiente fórmula física.

$$\frac{W}{A}=\sqrt{\frac{v}{B}}+F$$

Donde; W : trabajo
v : volumen
F : fuerza

Solución:

❑ Aplicando el principio de homogeneidad:

$\left[\dfrac{W}{A}\right]=\left[\dfrac{v}{B}\right]^{1/2}=[F]$

❑ Determinando $[A]$

$\dfrac{[W]}{[A]}=[F]$

$\dfrac{ML^2T^{-2}}{[A]}=MLT^{-2} \Rightarrow \boxed{[A]=L}$

❑ Determinando $[B]$

$\dfrac{[v]^{1/2}}{[B]^{1/2}}=[F] \Rightarrow [B]^{1/2}=\dfrac{[v]^{1/2}}{[F]}$

$[B]=\dfrac{[v]}{[F]^2}=\dfrac{L^3}{\left(MLT^{-2}\right)^2}$

$\boxed{[B]=M^{-2}LT^4}$

2.- Halle la dimensión de "A", "B" y "C" en la siguiente fórmula física.

$$E = A.F + B.v^2 + C\cdot a$$

Donde; E : trabajo
F : fuerza
v : velocidad
a : aceleración

Solución:

❑ Aplicando el principio de homogeneidad:

$[E]=[AF]=\left[Bv^2\right]=[C\cdot a]$

❑ Determinando $[A]$:

$[E]=[A][F]$

$ML^2T^{-2}=[A]MLT^{-2} \Rightarrow \boxed{[A]=L}$

❑ Determinando $[B]$:

$$[E]=[B][v]^2$$

$$ML^2T^{-2}=[B]\left(LT^{-1}\right)^2 \Rightarrow \boxed{[B]=M}$$

❑ Determinando $[C]$:

$$[E]=[C][a]$$

$$ML^2T^{-2}=[C]LT^{-2} \Rightarrow \boxed{[C]=ML}$$

3.- Halle la dimensión de "R" en la siguiente fórmula física:

$$R=(x+t)(x^2-y)(y^2+z)$$

Donde ; t: tiempo

Solución:

❑ Observamos por el principio de homogeneidad:

$$[x]=T$$

$$[y]=[x]^2=T^2$$

$$[z]=[y]^2=\left(T^2\right)^2=T^4$$

❑ Luego tendremos:

$$[R]=[x][y][z]$$

$$[R]=T\times T^2\times T^4 \Rightarrow \boxed{[R]=T^7}$$

4.- La potencia que requiere la hélice de un helicóptero viene dada por la siguiente fórmula:

$$P=K.R^x.W^y.D^z$$

Donde; W : velocidad angular (en rad/s)
R : radio de la hélice (en m)
D : densidad del aire (en kg/m^3)
K : número

Calcular x,y,z.

Solución:

$$[P]=[K][R]^x[W]^y[D]^z$$

$$ML^2T^{-3}=(1)(L)^x\left(T^{-1}\right)^y\left(ML^{-3}\right)^z$$

$$ML^2T^{-3}=L^xT^{-y}M^zL^{-3z}$$

$$ML^2T^{-3}=M^zL^{x-3z}T^{-y}$$

$$M^1=M^z \Rightarrow \boxed{z=1}$$

$$L^2=L^{x-3(1)} \Rightarrow x-3=2 \Rightarrow \boxed{x=5}$$

$$T^{-3}=T^{-y} \Rightarrow \boxed{y=3}$$

5.- Determinar las dimensiones que debe tener Q para que la expresión W sea dimensionalmente homogénea.

$$W=0{,}5\,mc^x + Agh + BP$$

Siendo: $Q=A^x\cdot\sqrt[x]{B}$;

Además; W: trabajo h : altura
m: masa P : potencia
c : velocidad
A,B : constantes dimensionales
g : aceleración

Solución:

❑ Aplicando el principio de homogeneidad:

$$[W]=[m][c]^x=[A][g][h]=[B][P]$$

❑ $[W]=[A][g][h]$

$$ML^2T^{-2}=[A]=LT^{-2}L$$

$$[A]=M$$

❑ $[B][P]=[W]$

$$[B]\cdot\frac{[W]}{[t]}=[W] \Rightarrow [B]=[t]$$

$$[B]=T$$

❑ $[W]=[m][c]^x$

$$ML^2T^{-2}=M\left(LT^{-1}\right)^x$$

$$ML^2T^{-2}=ML^xT^{-x}$$

$$x=2$$

❑ Finalmente:

$$[Q]=[A]^x[B]^{1/2}$$

$$\boxed{[Q]=M^2T^{1/2}}$$

6.- Suponga que la velocidad de cierto móvil, que se desplaza con movimiento bidimensional, puede determinarse con la fórmula empírica:

$$V=aT^3+\frac{b}{T^2-c}$$

Donde: T, es tiempo; a, b, c, son constantes dimensionales. Determine las dimensiones de a, b, y c, para que la fórmula sea homogénea dimensionalmente.

Solución:

Por el principio de homogeneidad:

❏ de: $T^2 - c \Rightarrow \boxed{[c] = T^2}$

❏ $[V] = [a][T]^3$

$LT^{-1} = [a]T^3 \Rightarrow \boxed{[a] = LT^{-4}}$

❏ $[V] = \dfrac{[b]}{T^2}$

$LT^{-1} = \dfrac{[b]}{T^2} \Rightarrow \boxed{[b] = LT}$

7.- Si la siguiente ecuación es dimensionalmente homogénea.

Hallar: "x – 2y"

$$a = vt^x\left(1 + k^{y-x}\right)$$

Siendo; a : aceleración
v : velocidad
t : tiempo

Solución:

Dimensionalmente se tiene:

$[1] = [k]^{y-x}$

$1^{\circ} = [k]^{y-x} \Rightarrow y - x = 0 \Rightarrow y = x$

❏ Luego tendremos: $a = vt^x\left(1 + k^{y-y}\right)$

$a = vt^x\left(1 + k^0\right)$

$a = vt^x(1 + 1)$

$a = 2vt^x$

❏ Dimensionalmente: $[a] = [2][v][t]^x$

$LT^{-2} = (1)\left(LT^{-1}\right)(T)^x$

$LT^{-2} = LT^{-1}T^x$

$LT^{-2} = LT^{x-1}$

$T^{-2} = T^{x-1} \Rightarrow x - 1 = -2$

Con lo cual: $x = -1 \Rightarrow y = -1$

Nos piden: "x – 2y" $x - 2y = -1 - 2(-1)$

$$\boxed{x - 2y = 1}$$

8.- En la expresión mostrada. Hallar "z"

$$F^x D^y v^z = (n + \tan\theta)\, m_1\, m_2\, m_3$$

Donde; F : fuerza
D : densidad
v : velocidad
m_1, m_2, m_3 : masas

Solución:

❏ $\tan\theta = \text{número}$

Dimensionalmente; para que $(n + \tan\theta)$ sea homogénea:

$$[n] = [\tan\theta] = 1$$

Con lo cual: $n + \tan\theta = \text{número}$

$$[n + \tan\theta] = 1$$

❏ Con todo el sistema:

$[F]^x[D]^y[v]^z = [n + \tan\theta][m_1][m_2][m_3]$

$\left(MLT^{-2}\right)^x\left(ML^{-3}\right)^y\left(LT^{-1}\right)^z = (1)(M)(M)(M)$

$M^xL^xT^{-2x}M^yL^{-3y}L^zT^{-z} = M^3$

$M^{x+y}L^{x-3y+z}T^{-2x-z} = M^3L^0T^0$

- $M^{x+y} = M^3 \Rightarrow x + y = 3$
- $L^{x-3y+z} = L^0 \Rightarrow x - 3y + z = 0$
- $T^{-2x-z} = T^0 \Rightarrow -2x - z = 0$

Resolviendo: $\boxed{z = -9}$

9.- En la siguiente ecuación dimensionalmente correcta. Determinar la ecuación dimensional de "x".

$$E = \sqrt{Mvx + \sqrt{Mvx + \sqrt{Mvx + \ldots\ldots\infty}}}$$

Donde; M : masa ; v : velocidad

Solución:

$$E = \sqrt{Mvx + \underbrace{\sqrt{Mvx + \sqrt{Mvx + \ldots\ldots\infty}}}_{E}}$$

$E = \sqrt{Mvx + E} \Rightarrow E^2 = Mvx + E$

❏ Dimensionalmente:

$[E]^2 = [M][v][x] = [E]$

$[E]^2 = [E] \Rightarrow [E] = 1$

Además:

$[M][v][x] = [E]$

$[M][v][x] = 1$

$(M)\left(LT^{-1}\right)[x] = 1$

$[x] = \dfrac{1}{MLT^{-1}} \Rightarrow \boxed{[x] = M^{-1}L^{-1}T}$

10.- Si la siguiente expresión es dimensionalmente homogénea. Determinar la ecuación dimensional de "K"

$$K = GM^{(x+y)}L^{(z+x)}T^{(y+z)} + \sqrt{2}M^{(6-2x)}L^{(6-2y)}T^{(6-2z)}$$

Solución:

❑ Dimensionalmente:

$$[G][M]^{(x+y)}[L]^{(z+x)}[T]^{(y+x)} = [\sqrt{2}][M]^{(6-2x)}[L]^{(6-2y)}[T]^{(6-2z)}$$

De donde:

$$[G] = [\sqrt{2}]$$

$$[M]^{(x+y)} = [M]^{(6-2x)} \quad \Rightarrow \quad x+y = 6-2x$$

$$[L]^{(z+x)} = [L]^{(6-2y)} \quad \Rightarrow \quad z+x = 6-2y$$

$$[T]^{(y+x)} = [T]^{(6-2z)} \quad \Rightarrow \quad y+x = 6-2z$$

Resolviendo: $x = y = z = \frac{3}{2}$

❑ Luego:

$$[K] = [\sqrt{2}][M]^{(6-2x)}[L]^{(6-2y)}[T]^{(6-2z)}$$

$$[K] = (1)[M]^{\left(6-2\left(\frac{3}{2}\right)\right)}[L]^{\left(6-2\left(\frac{3}{2}\right)\right)}[T]^{\left(6-2\left(\frac{3}{2}\right)\right)}$$

$$\boxed{[K] = M^3L^3T^3}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

PROBLEMAS DE APLICACIÓN

1.- Halle la dimensión de "H" en la siguiente fórmula física.

$$H = \frac{D \cdot A \cdot V}{F}$$

Donde; D : densidad
A : aceleración
V : volumen
F : fuerza

Rpta. $\boxed{[H] = 1}$

2.- La medida de cierta propiedad (t) en un líquido se determina por la expresión:

$$h = \frac{2t}{rd}$$

Siendo: h medida en m; d, peso específico. ¿Cuál será la ecuación dimensional de t para que r se mida en m?

Rpta. $\boxed{[t] = MT^{-2}}$

3.- Halle la dimensión de "α" y "β" en la siguiente fórmula física.

$$E = \frac{v^2}{\alpha} + \frac{F}{\beta}$$

Donde; E : trabajo ; v : velocidad ; F : fuerza.

Rpta. $[\alpha] = M^{-1}$
$[\beta] = L^{-1}$

4.- Halle la dimensión de A y B en la siguiente fórmula:

$$v = A \cdot t + B \cdot x$$

Donde; v : velocidad ; t : tiempo ; x : distancia

Rpta. $[A] = LT^{-2}$
$[B] = T^{-1}$

5.- Halle la dimensión de A y B en la siguiente fórmula:

$$V = \frac{x^2}{A} + \frac{g}{B}$$

Donde; v : velocidad ; x : distancia ; g : aceleración

Rpta. $[A] = LT$
$[B] = T^{-1}$

6.- Halle la dimensión de "A", "B" y "C" en la siguiente fórmula física:

$$e = A + Bt^2 + Ct^3$$

Donde; e : distancia (m) ; t : tiempo (s)

Rpta. $\boxed{\begin{array}{l}[A] = L \\ [B] = LT^{-2} \\ [C] = LT^{-3}\end{array}}$

7.- Halle la dimensión de "G", "H" e "I" en la siguiente fórmula física:

$$F = Ga + Hv + I$$

Donde; F : fuerza ; a : aceleración ; v : velocidad

Rpta. $\boxed{\begin{array}{l}[G] = M \\ [H] = MT^{-1} \\ [I] = MLT^{-2}\end{array}}$

8.- En la siguiente expresión, calcular x + y

$$S = Ka^x t^y$$

K : constante numérica
S : espacio
a : aceleración
t : tiempo

Rpta. $\boxed{3}$

9.- Si la siguiente expresión es dimensionalmente homogénea. Determinar:

$$\left[\frac{a}{b}\right] = ?$$

$$20 + t + k = \sqrt{\frac{a+p}{b-q}}$$

a : aceleración
t : tiempo

Rpta. $\boxed{T^2}$

10.- Si la siguiente expresión es dimensionalmente homogénea; determinar la ecuación dimensional de "C".

$$C = \frac{3Ry^2N^x}{\left(N^x - 2\right)^2}$$

R : longitud
y : aceleración

Rpta. $\boxed{L^3T^{-4}}$

B PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

1.- Determinar la dimensión de "x", si la ecuación es dimensionalmente correcta.

$$xv^2 = \frac{WMa}{sen\,30°} + bt^2 \text{ ; donde:}$$

v : velocidad   a : aceleración
M : masa   W : trabajo

Rpta. $\boxed{M^2LT^{-2}}$

2.- Hallar la ecuación dimensional de z, si la ecuación mostrada, es dimensionalmente correcta:

$$\pi \tan\alpha = \frac{(w + w\log 2) + z\sqrt{3}}{(g + g\,sen\,\phi)x}$$

w : peso ; g : aceleración

Rpta. $\boxed{MLT^{-2}}$

3.- Determinar las dimensiones de "a", sabiendo que la siguiente ecuación es dimensionalmente correcta:

$$G = \frac{4\pi^2L^2(L-b)\cos\theta}{T^2 \cdot a}$$

donde; G : aceleración de la gravedad
T : tiempo
b y L : longitud

Rpta. $\boxed{L^2}$

4.- La fracción mostrada es dimensionalmente correcta y homogénea:

$$\frac{Ax^3 + Bx^2 + Cx + D}{A^8 + B^6 + C^4 + D}$$

y $[A] = L^{-6}T^4$, determinar las dimensiones de "x".

Rpta. $\boxed{L^{-14}T^{28/3}}$

5.- Si la siguiente ecuación es dimensionalmente homogénea, hallar las dimensiones de "b".

$$W = \frac{5F\log a}{x} - \frac{8F^2C}{b^2 + v}$$

W : trabajo
v : velocidad
F : fuerza

Rpta. $\boxed{L^{1/2}T^{-1/2}}$

6.- En la ecuación:

$$P = Kg^y d^x h^z$$

Hallar: (x.y.z)

donde; P: presión
g: aceleración de la gravedad
h: altura
K: constante numérica
d: densidad

Rpta. $\boxed{1}$

7.- En la expresión:

$$\tan\left(A+\frac{\pi\alpha}{2}\right)=\frac{e^{mBL^{\text{sen}\,30°}} \pm C(F^{\tan^2 60°})^{\cos 60°}}{10^{n-1}}$$

Hallar las dimensiones de A, B y C para que sea dimensionalmente homogénea, donde:

α : ángulo en radianes
L : longitud
F : fuerza
e : base de los logaritmos neperianos
m y n : números

Rpta. A = adimensional
$B = L^{-1/2}$
$C = M^{-3/2}L^{-3/2}T^{3}$

8.- Hallar las dimensiones de "x" e "y", sabiendo que la igualdad mostrada es dimensionalmente correcta.

$$\frac{\left(2-\dfrac{x}{h}\right)^2}{0{,}85\ m}=\frac{xy}{\sqrt{A_1-A_2}}$$

h : altura
m: masa
A_1, A_2 : areas

Rpta. $x = L$
$y = M^{-1}$

9.- Determinar la dimensión de "b" para que la ecuación sea homogénea.

$$\frac{W}{e}=ba+b^2c$$

Donde; W: trabajo
e : espacio
a : aceleración

Rpta. $\boxed{M}$

10.- Hallar [x][y]:

$$x=\left(\text{sen}\left(\pi+\alpha\right)\right)^2\frac{vy}{t}+emB$$

Donde; v : velocidad
e : espacio
m: masa
t : tiempo
B : número real

Rpta. $\boxed{M^2LT^2}$