

	Nombre:			3º Trimestre	Nota
	Curso:	3º ESO	Examen de Problemas		
	Fecha:		Simulacro		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los problemas implica una penalización del 25% de la nota

Resuelve 5 de los 6 problemas siguientes (2 puntos cada uno)

1.- Una amiga me pidió que le pasase un trabajo al ordenador. El primer día pasé la cuarta parte del trabajo, el segundo día la tercera parte de lo que quedaba del día anterior. El tercer día la sexta parte de lo que aún me faltaba, y el cuarto lo terminé pasando 30 páginas.

- ¿Cuántas páginas tenía el trabajo?
- ¿Qué fracción del trabajo pasé el último día?

2.- En un taller de confección, con 6 máquinas tejedoras, se han fabricado 600 chaquetas en diez días. Calcula:

- La cantidad de prendas que se fabricarían con 5 máquinas en 15 días.
- El número de máquinas necesarias para fabricar 750 prendas en 15 días.
- Los días que se tardarían en fabricar 750 prendas trabajando sólo con 5 máquinas

3.- El número de visitantes a la exposición *Café de Voyageurs* del museo de Ceuta durante el mes de febrero se incrementó en un 12% respecto al mes de enero. Sin embargo, en marzo sufrió un descenso del 12% respecto a febrero. Si el número de visitantes de enero superó en 36 personas al de marzo.

- ¿Cuántos vieron la exposición en enero?
- ¿Cuál fue la variación porcentual total de enero a marzo?

4.- Dentro de 11 años la edad de Vicente será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. ¿Qué edad tiene Vicente ahora?

5.- Un barril contiene 120 litros de vino y 180 litros de agua; un segundo barril contiene 90 litros de vino y 30 litros de agua. ¿Cuántos litros debe tomarse de cada uno de los barriles para formar una mezcla que contenga 70 litros de vino y 70 litros de agua?

6.- Un recipiente tiene un primer grifo, que tardaría en llenarlo 3 horas, y un segundo grifo que tardaría 4 horas; y tiene un tubo de desagüe, que tardaría en vaciarlo 5 horas, calcular el tiempo que tardará en llenarse el depósito, si se abren a la vez los dos grifos y el tubo de desagüe.

	Nombre:			3º Trimestre	Nota
	Curso:	3º ESO	Examen de Problemas		
	Fecha:		Opción X		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los problemas implica una penalización del 25% de la nota

Resuelve 5 de los 7 problemas siguientes (2 puntos cada uno)

- 1.- Un ganadero vende los $\frac{3}{4}$ de la leche que producen sus vacas para envasarla, $\frac{2}{3}$ del resto para elaborar mantequilla y $\frac{3}{5}$ del nuevo resto para hacer queso. Si aún le quedan 36 litros de leche que donará a una ONG, ¿Cuántos litros de leche producen sus vacas? ¿Cuánta leche dedica a cada cosa?
- 2.- Doce Obreros, trabajando 8 horas diarias hacen una pared de 50 m de larga en 25 días. ¿Cuánto tardarán 5 obreros en hacer una pared de 100 m de larga si trabajan 10 horas diarias?
- 3.- Un cajero hace dos pagos. En el primero da los $\frac{2}{5}$ de lo que hay más 500 dh. En el segundo da la mitad de lo que queda más 250 dh. Al final queda en el cajero la quinta parte de lo que tenía al principio. Calcula lo que tenía el cajero al principio y los pagos que ha efectuado.
- 4.- Un granjero, tiene en su granja, entre gallinas y conejos, 20 animales y 52 patas. ¿Cuántas gallinas y conejos tiene?
- 5.- Cuando dos bombas de agua actúan a la vez, tardan en vaciar un pozo 15 horas. Si actuara solo una, tardaría en vaciarlo 16 horas más que si actuara la otra. ¿Cuánto tardarían en vaciarlo cada una por separado?
- 6.- La edad de mi hermana es hoy el cuadrado de la de su hija, pero dentro de nueve años solamente será el triple. ¿Qué edad tienen mi hermana y mi sobrina?
- 7.- Un Químico tiene dos disoluciones de ácido clorhídrico, una con una concentración de 40% en volumen y la otra del 75%. ¿Cuántos cm^3 de cada una de ellas debe utilizar para preparar otra disolución de 60 cm^3 con una concentración del 50% en volumen?

	Nombre:			3º Trimestre	Nota
	Curso:	3º ESO	Examen de Problemas		
	Fecha:		Opción Y		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los problemas implica una penalización del 25% de la nota

Resuelve 5 de los 7 problemas siguientes (2 puntos cada uno)

- 1.- He repartido mi colección de poliedros entre mis amigos matemáticos. A Tales le he dado $\frac{1}{5}$ del total, a Hipatia $\frac{1}{3}$ del resto, a Arquímedes la mitad de lo que quedaba, y, por último, a Pitágoras le he regalado los 16 poliedros que me quedaban. ¿Cuántos poliedros tenía? ¿Cuántos poliedros he dada a cada uno de mis amigos matemáticos?
- 2.- Un cine, pasando 2 sesiones diarias, puede dar entrada a 18.000 personas en 30 días. ¿Cuántas personas podrían recibir 4 cines dando 3 sesiones diarias si lo hacen durante 45 días?
- 3.- Hicham sale de excursión el fin de semana con una cierta cantidad de dinero. El viernes gasta la tercera parte de lo que tiene menos 100 dh, el sábado gasta la mitad de lo que tiene al empezar el día más 50 dh y el domingo gasta $\frac{4}{5}$ de lo que le quedaba. Si regresa a casa el domingo por la tarde con 80 dh. ¿Con cuánto dinero empezó Hicham la excursión?
- 4.- En un garaje hay 110 vehículos entre coches y motos, si todas sus ruedas suman 360. ¿Cuántas motos y coches hay en el garaje?
- 5.- Dos grifos diferentes manando a la vez llenan una alberca en 15 horas. Si actuara solo uno de ellos, tardaría en llenarla 16 horas más que si actuara el otro. ¿Cuánto tardaría cada uno de ellos por sí solo en llenar la alberca?
- 6.- La edad de una madre es actualmente el cuadrado de la de su hija, pero dentro de 24 años la edad de la madre será el doble que la de su hija ¿Cuántos años tienen ahora cada una de ellas?
- 7.- En el laboratorio necesitamos 20 litros de una solución ácida al 20%. Si tenemos recipientes de solución al 10% y solución al 25%. ¿Cuántos litros de cada una debemos combinar para obtener la solución necesaria?

	Nombre:			3º Trimestre	Nota
	Curso:	3º ESO	Examen de Problemas		
	Fecha:		Soluciones Simulacro		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los problemas implica una penalización del 25% de la nota

Resuelve 5 de los 6 problemas siguientes (2 puntos cada uno)

1.- Una amiga me pidió que le pasase un trabajo al ordenador. El primer día pasé la cuarta parte del trabajo, el segundo día la tercera parte de lo que quedaba del día anterior. El tercer día la sexta parte de lo que aún me faltaba, y el cuarto lo terminé pasando 30 páginas.

- c) ¿Cuántas páginas tenía el trabajo?
- d) ¿Qué fracción del trabajo pasé el último día?

Sol: a) 72 páginas; b) 5/12

2.- En un taller de confección, con 6 máquinas tejedoras, se han fabricado 600 chaquetas en diez días. Calcula:

- d) La cantidad de prendas que se fabricarían con 5 máquinas en 15 días.
- e) El número de máquinas necesarias para fabricar 750 prendas en 15 días.
- f) Los días que se tardarían en fabricar 750 prendas trabajando sólo con 5 máquinas

Sol: a) 750 chaquetas; b) 5 máquinas; c) 15 días.

3.- El número de visitantes a la exposición *Café de Voyageurs* del museo de Ceuta durante el mes de febrero se incrementó en un 12% respecto al mes de enero. Sin embargo, en marzo sufrió un descenso del 12% respecto a febrero. Si el número de visitantes de enero superó en 36 personas al de marzo.

- c) ¿Cuántos vieron la exposición en enero?
- d) ¿Cuál fue la variación porcentual total de enero a marzo?

Sol: a) 2.500 visitantes; b) Bajó un 1,44 %.

4.- Dentro de 11 años la edad de Vicente será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. ¿Qué edad tiene Vicente ahora?

Sol: Vicente tiene 21 años.

5.- Un barril contiene 120 litros de vino y 180 litros de agua; un segundo barril contiene 90 litros de vino y 30 litros de agua. ¿Cuántos litros debe tomarse de cada uno de los barriles para formar una mezcla que contenga 70 litros de vino y 70 litros de agua?

Sol: 100 litros del primero y 40 del segundo

6.- Un recipiente tiene un primer grifo, que tardaría en llenarlo 3 horas, y un segundo grifo que tardaría 4 horas; y tiene un tubo de desagüe, que tardaría en vaciarlo 5 horas, calcular el tiempo que tardará en llenarse el depósito, si se abren a la vez los dos grifos y el tubo de desagüe.

Sol: 2 horas, 36 min y 31,3 seg.

	Nombre:			3º Trimestre	Nota
	Curso:	3º ESO	Examen de Problemas		
	Fecha:		Solución Opción X		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los problemas implica una penalización del 25% de la nota

1. – Un ganadero vende los $\frac{3}{4}$ de la leche que producen sus vacas para envasarla, $\frac{2}{3}$ del resto para elaborar mantequilla y $\frac{3}{5}$ del nuevo resto para hacer queso. Si aún le quedan 36 litros de leche que donará a una ONG, ¿Cuántos litros de leche producen sus vacas? ¿Cuánta leche dedica a cada cosa?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

🍏 Si $\frac{3}{4}$ de la leche la vende para envasar, le queda $\frac{1}{4}$

🍏 Si $\frac{2}{3}$ del resto la usa para elaborar mantequilla, usa $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

Por lo que hasta ahora ha gastado: $\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9+2}{12} = \frac{11}{12}$

Así que aún queda $\frac{1}{12}$

🍏 Si $\frac{3}{5}$ de lo que queda lo usa para hacer queso, usa $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{12} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{12} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$

Así que ya ha utilizado: $\frac{3}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{20} = \frac{45+10+3}{60} = \frac{58}{60} = \frac{29}{30}$

Por lo que queda $\frac{1}{30}$ de leche.

Si dice que quedan 36 litros que da a una ONG, entonces:

$$\frac{1}{30} \text{ son 36 litros de leche} \rightarrow \frac{30}{1} \text{ son } 36 \cdot 30 = 1.080 \text{ litros}$$

Por tanto, las vacas producen 1.080 litros

Leche envasada: $\frac{3}{4}$ de 1.080 = 810l
 Mantequilla: $\frac{1}{6}$ de 1.080 = 180l
 Queso: $\frac{1}{20}$ de 1.080 = 54l
 ONG: 36l

2. – Doce Obreros, trabajando 8 horas diarias hacen una pared de 50 m de larga en 25 días. ¿Cuánto tardarán 5 obreros en hacer una pared de 100 m de larga si trabajan 10 horas diarias?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.2.1)

Parece tratarse de un problema de proporcionalidad en que aparecen varias magnitudes, así que si representamos los datos en una tabla llegamos a:

Obreros	Horas al día	Longitud (m)	Días
12	8	50	25
5	10	100	X

Claramente se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita (los días) con las otras tres para ver si son directa o inversamente proporcionales:

Días y Obreros: Si 12 obreros tardan 25 días, menos obreros, tardaránmás días, por tanto, **a menos, más**, se trata de una **proporcionalidad inversa**.

Días y Horas al día: Si trabajando 8 horas al día tardan 25 días, trabajando más horas, tardarán menos días, por tanto, **a más, menos**, se trata de otra **proporcionalidad inversa**.

Días y Longitud: Si en 25 días hacen una pared de 50 metros, para hacer más metros, tardarán... más días, por tanto, **a más, más**, se trata de una **proporcionalidad directa**.

Escribimos la proporción recordando que en un miembro ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y en el otro el producto de las otras, sin olvidar que las directamente proporcionales las escribimos tal y como están en la tabla, y a las inversamente proporcionales le damos la vuelta.

$$\frac{25}{x} = \frac{5 \cdot 10 \cdot 50}{12 \cdot 8 \cdot 100} \rightarrow \frac{25}{x} = \frac{2.500}{9.600} = \frac{25}{96} \rightarrow 25x = 25 \cdot 96 \rightarrow x = \frac{25 \cdot 96}{25} = 96$$

Por tanto, para hacer 100 m de pared tardarán 96 días.

3.- Un cajero hace dos pagos. En el primero da los $\frac{2}{5}$ de lo que hay más 500 dh. En el segundo da la mitad de lo que queda más 250 dh. Al final queda en el cajero la quinta parte de lo que tenía al principio. Calcula lo que tenía el cajero al principio y los pagos que ha efectuado.

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, así que si llamamos x al dinero que tenía el cajero al principio:

🍏 Primer pago: $\frac{2}{5}x + 500$

Quedan: $x - \left(\frac{2}{5}x + 500\right) = \frac{3}{5}x - 500$

🍏 Segundo pago: $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{5}x - 500\right) + 250 = \frac{3}{10}x - 250 + 250 = \frac{3}{10}x$

Entre los dos pagos, ha el cajero ha dado: $\frac{2}{5}x + 500 + \frac{3}{10}x = \frac{7}{10}x + 500$

Por lo que quedan: $x - \left(\frac{7}{10}x + 500\right) = \frac{3}{10}x - 500$

Y esta cantidad se corresponde con la quinta parte de lo que había al principio, es decir, con $\frac{x}{5}$.

Así que, la ecuación será: $\frac{3}{10}x - 500 = \frac{x}{5}$, cuya solución es:

$$\frac{3x}{10} - 500 = \frac{x}{5} \rightarrow \frac{3x}{10} - \frac{5000}{10} = \frac{2x}{10} \rightarrow 3x - 5000 = 2x \rightarrow x = 5000$$

Por tanto, en el cajero habían 5.000 dh

En el primer pago ha dado $\frac{2}{5} \cdot 5000 + 500 = 2.500$ y en el segundo $\frac{3}{10} \cdot 5000 = 1.500$

Así que en el primer pago da 2.500 dh y en el segundo 1.500 dh.

De esta forma quedan 1.000 dh que se corresponde con la quinta parte de lo que había al principio.

4.- Un granjero, tiene en su granja, entre gallinas y conejos, 20 animales y 52 patas. ¿Cuántas gallinas y conejos tiene?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, así que, si llamamos x al número de gallinas, y 20-x al de conejos y vamos a plantear la ecuación con el número de patas en la granja:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Gallinas : } x \\ \text{Conejos : } 20 - x \end{array} \right\} \rightarrow 2x + 4(20 - x) = 52 \rightarrow 2x + 80 - 4x = 52 \rightarrow 2x - 4x = 52 - 80 \rightarrow$$

$$\rightarrow -2x = -28 \rightarrow x = \frac{-28}{-2} \rightarrow x = 14$$

Por tanto, en la granja hay 14 gallinas y $20 - 14 = 6$ conejos.

Si calculamos el total de patas, vemos que $14 \cdot 2 + 6 \cdot 4 = 28 + 24 = 52$, coincide con el número dado en el enunciado.

5.- Cuando dos bombas de agua actúan a la vez, tardan en vaciar un pozo 15 horas. Si actuara solo una, tardaría en vaciarlo 16 horas más que si actuara la otra. ¿Cuánto tardarían en vaciarlo cada una por separado?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de grifos, así que si llamamos x al tiempo (en horas) que tardaría una de las bombas en vaciar el pozo, entonces la otra tardaría $16 + x$ horas.

Para plantear la ecuación, nos fijamos en cuanto depósito se vacía en una hora con cada una de las bombas o con las dos:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Bomba 1 : } x \\ \text{Bomba 2 : } x + 16 \\ \text{Las dos : } 15 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{En 1 hora vaciarán:}} \left. \begin{array}{l} \text{Bomba 1 : } \frac{1}{x} \\ \text{Bomba 2 : } \frac{1}{x + 16} \\ \text{Las dos : } \frac{1}{15} \end{array} \right\}$$

Lo que hagan las dos bombas a la vez en 1 hora $\rightarrow$ Será igual a la suma de lo que haga cada una por separado también en 1 hora

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 16} = \frac{1}{15} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{15(x + 16)}{x(x + 16) \cdot 15} + \frac{15x}{x(x + 16) \cdot 15} = \frac{x(x + 16)}{x(x + 16) \cdot 15} \rightarrow 15x + 240 + 15x = x^2 + 16x \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 + 16x - 30x - 240 = 0 \rightarrow x^2 - 14x - 240 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -14 \\ c = -240 \end{cases} \leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-240)}}{2 \cdot 1} = \frac{14 \pm \sqrt{196 + 960}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{1156}}{2} = \frac{14 \pm 34}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{14 + 34}{2} = \frac{48}{2} = 24 \\ x_2 = \frac{14 - 34}{2} = \frac{-20}{2} = -10 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (los tiempos no pueden ser negativos) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, una bomba es capaz de vaciar el depósito en 24 horas y la otra en $24 + 16 = 40$ horas.

6.- La edad de mi hermana es hoy el cuadrado de la de su hija, pero dentro de nueve años solamente será el triple. ¿Qué edad tienen mi hermana y mi sobrina?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de edades, así que nos ayudaremos de una tabla en la que x será la edad de la hija.

Ahora plantearemos la ecuación **dentro de 9 años**:

Edades	Hoy	Dentro de 9 años
Hija	x	$x + 9$
Madre	x^2	$x^2 + 9$

$$x^2 + 9 = 3(x + 9) \rightarrow x^2 + 9 = 3x + 27 \rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = -18 \end{cases}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot (-18)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 72}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{3 \pm 9}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{3+9}{2} = \frac{12}{2} = 6 \\ x_2 = \frac{3-9}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (las edades no pueden ser negativas) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, la hija tiene 6 años y la madre $6^2 = 36$ años.

Si calculamos las edades de cada una dentro de 9 años, vemos que $6+9=15$ y $36+9=45$ que es el triple.

7.- Un Químico tiene dos disoluciones de ácido clorhídrico, una con una concentración de 40% en volumen y la otra del 75%. ¿Cuántos cm^3 de cada una de ellas debe utilizar para preparar otra disolución de 60 cm^3 con una concentración del 50% en volumen?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, en particular de mezclas, así que nos ayudaremos de una tabla en la que x será el volumen de la 1ª disolución.

	Volumen (cm^3)	Concentración (%)	Total
Disolución 1	x	40	$40x$
Disolución 2	$60-x$	75	$75 \cdot (60-x)$
Disolución Mix	60	50	3.000

Una vez completa la tabla, planteamos la ecuación recordando que el total de la mezcla era igual a la suma de los totales de cada una de las partes por separado:

$$\begin{aligned} 40x + 75(60 - x) &= 3000 \rightarrow 40x + 4.500 - 75x = 3000 \rightarrow 40x - 75x = 3000 - 4500 \rightarrow \\ \rightarrow -35x &= -1500 \rightarrow x = \frac{-1500}{-35} \rightarrow x = 42,86 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Para preparar la disolución pedida, necesitamos 42,86 cm^3 de ácido al 40 % con 17,14 cm^3 del de 75%.

	Nombre:			3º Trimestre	Nota
	Curso:	3º ESO	Examen de Problemas		
	Fecha:		Solución Opción Y		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los problemas implica una penalización del 25% de la nota

1.- He repartido mi colección de poliedros entre mis amigos matemáticos. A Tales le he dado $\frac{1}{5}$ del total, a Hipatia $\frac{1}{3}$ del resto, a Arquímedes la mitad de lo que quedaba, y, por último, a Pitágoras le he regalado los 16 poliedros que me quedaban. ¿Cuántos poliedros tenía? ¿Cuántos poliedros he dado a cada uno de mis amigos?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

🍏 Tales: $\frac{1}{5}$ de los poliedros, por lo que quedan $\frac{4}{5}$ de los poliedros

🍏 Hipatia: $\frac{1}{3}$ del resto, $\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{5} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{4}{15}$

Por lo que hasta ahora he regalado: $\frac{1}{5} + \frac{4}{15} = \frac{3+4}{15} = \frac{7}{15}$

Así que aún quedan $\frac{8}{15}$

🍏 Arquímedes: $\frac{1}{2}$ de lo que quedaba, $\frac{1}{2}$ de $\frac{8}{15} = \frac{1 \cdot 8}{2 \cdot 15} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

Así que ya he dado: $\frac{1}{5} + \frac{4}{15} + \frac{4}{15} = \frac{3+4+4}{15} = \frac{11}{15}$

Por lo que quedan $\frac{4}{15}$ de los poliedros.

Si dice que a Pitágoras le regalo los 16 poliedros que quedan, entonces:

$\frac{4}{15}$ son 16 poliedros $\rightarrow \frac{1}{15}$ son 4 poliedros y $\frac{15}{15}$ son $4 \cdot 15 = 60$ poliedros

Por tanto, Yo tenía 60 poliedros y he dado 12 a Tales y 16 a Hipatia, Arquímedes y Pitágoras.

2.- Un cine, pasando 2 sesiones diarias, puede dar entrada a 18.000 personas en 30 días. ¿Cuántas personas podrían recibir 4 cines dando 3 sesiones diarias si lo hacen durante 45 días?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.2.1)

Parece tratarse de un problema de proporcionalidad en que aparecen varias magnitudes, así que si representamos los datos en una tabla llegamos a:

Cines	Sesiones al día	Personas	Días
1	2	18.000	30
4	3	X	45

Claramente se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita (las personas) con las otras tres para ver si son directa o inversamente proporcionales:

Cines y Personas: Si 1 cine puede dar entrada a 18.000 personas, más cines podrían dar entrada a.... más personas, por tanto, **a más, más**, se trata de una **proporcionalidad directa**.

Sesiones y Personas: Si dando 2 sesiones al día entran 18.000 personas, si damos más sesiones, entrarán más personas, por tanto, **a más, más**, se trata de otra **proporcionalidad directa**.

Días y Personas: Si en 30 días entran 18.000 personas, en más días entrarán..... más personas, por tanto, **a más, más**, se trata de otra **proporcionalidad directa**.

Escribimos la proporción y como todas son directas las dejamos tal cual están en la tabla:

$$\frac{18.000}{x} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{30}{45} \rightarrow \frac{18.000}{x} = \frac{60}{540} = \frac{1}{9} \rightarrow x = 18.000 \cdot 9 = 162.000$$

Por tanto, podrían recibir a 162 mil personas.

3.- Hicham sale de excursión el fin de semana con una cierta cantidad de dinero. El viernes gasta la tercera parte de lo que tiene menos 100 dh, el sábado gasta la mitad de lo que tiene al empezar el día más 50 dh y el domingo gasta $\frac{4}{5}$ de lo que le quedaba. Si regresa a casa el domingo por la tarde con 80 dh. ¿Con cuánto dinero empezó Hicham la excursión?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, así que si llamamos x al dinero que tenía Hicham:

🍏 El viernes gasta: $\frac{1}{3}x - 100$

Quedan: $x - \left(\frac{1}{3}x - 100\right) = \frac{2}{3}x + 100$

🍏 El sábado gasta: $\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}x + 100\right) + 50 = \frac{1}{3}x + 100$

Entre los dos días, Hicham ha gastado: $\frac{1}{3}x - 100 + \frac{1}{3}x + 100 = \frac{2}{3}x$

Por lo que queda: $\frac{x}{3}$ del dinero

🍏 El domingo gasta: $\frac{4}{5}$ de lo que le quedaba, es decir $\frac{4}{5}$ de $\frac{x}{3} = \frac{4}{5} \cdot \frac{x}{3} = \frac{4}{15}x$

Luego todavía le queda $\frac{1}{5}$ de $\frac{x}{3} = \frac{1}{5} \cdot \frac{x}{3} = \frac{x}{15}$

Y esta cantidad se corresponde con los 80 dh. Con los que vuelve a casa.

Así que, la ecuación a resolver será: $\frac{x}{15} = 80 \rightarrow x = 15 \cdot 80 = 1.200$ dh

Por tanto, Hicham empezó la excursión con 1.200 dh.

4.- En un garaje hay 110 vehículos entre coches y motos, si todas sus ruedas suman 360. ¿Cuántas motos y coches hay en el garaje?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, así que, si llamamos x al número de coches, y $110-x$ al de motos y vamos a plantear la ecuación con el número de ruedas en el garaje:

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{Coches : } x \\ \text{Motos : } 110 - x \end{array} \right\} &\rightarrow 4x + 2(110 - x) = 360 \rightarrow 4x + 220 - 2x = 360 \rightarrow 4x - 2x = 360 - 220 \rightarrow \\ &\rightarrow 2x = 140 \rightarrow x = \frac{140}{2} \rightarrow x = 70 \end{aligned}$$

Por tanto, en el garaje hay 70 coches y $110 - 70 = 40$ motos.

Si calculamos el total de ruedas, vemos que $70 \cdot 4 + 2 \cdot 40 = 280 + 80 = 360$, coincide con el número dado en el enunciado.

5.- Dos grifos diferentes manando a la vez llenan una alberca en 15 horas. Si actuara solo uno de ellos, tardaría en llenarla 16 horas más que si actuara el otro. ¿Cuánto tardaría cada uno de ellos por sí solo en llenar la alberca?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de grifos, así que si llamamos x al tiempo (en horas) que tardaría en llenar la alberca uno de los grifos, entonces el otro tardaría $16+x$ horas.

Para plantear la ecuación, nos fijamos en la proporción de alberca que se llena en una hora con cada uno del os grifos o con los dos:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Grifo 1 : } x \\ \text{Grifo 2 : } x+16 \\ \text{Los dos : } 15 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{En 1 hora llenarán:} \\ \rightarrow \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Grifo 1 : } \frac{1}{x} \\ \text{Grifo 2 : } \frac{1}{x+16} \\ \text{Los dos : } \frac{1}{15} \end{array} \right\}$$

Lo que hagan los dos grifos a la vez en 1 hora $\rightarrow$ Será igual a la suma de lo que haga cada uno por separado también en 1 hora

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+16} = \frac{1}{15} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{15(x+16)}{x(x+16) \cdot 15} + \frac{15x}{x(x+16) \cdot 15} = \frac{x(x+16)}{x(x+16) \cdot 15} \rightarrow 15x + 240 + 15x = x^2 + 16x \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 + 16x - 30x - 240 = 0 \rightarrow x^2 - 14x - 240 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -14 \\ c = -240 \end{cases} \leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-240)}}{2 \cdot 1} = \frac{14 \pm \sqrt{196 + 960}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{1156}}{2} = \frac{14 \pm 34}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{14 + 34}{2} = \frac{48}{2} = 24 \\ x_2 = \frac{14 - 34}{2} = \frac{-20}{2} = -10 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (los tiempos no pueden ser negativos) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, un grifo llena la alberca en 24 horas y el otro en $24+16=40$ horas.

6.- La edad de una madre es actualmente el cuadrado de la de su hija, pero dentro de 24 años la edad de la madre será el doble que la de su hija ¿Cuántos años tienen ahora cada una de ellas?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de edades, así que nos ayudaremos de una tabla en la que x será la edad de la hija.

Edades	Hoy	Dentro de 24 años
Hija	x	$x+24$
Madre	x^2	$x^2 + 24$

Ahora plantearemos la ecuación **dentro de 24 años**:

$$x^2 + 24 = 2(x + 24) \rightarrow x^2 + 24 = 2x + 48 \rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -24 \end{cases}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 96}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{2 \pm 10}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{2 + 10}{2} = \frac{12}{2} = 6 \\ x_2 = \frac{2 - 10}{2} = \frac{-8}{2} = -4 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (las edades no pueden ser negativas) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, la hija tiene 6 años y la madre $6^2 = 36$ años.

Si calculamos las edades de cada una dentro de 24 años, vemos que $6+24=30$ y $36+24=60$ que es el doble.

7. – En el laboratorio necesitamos 20 litros de una solución ácida al 20%. Si tenemos dos recipientes de disolución al 10% y solución al 25%. ¿Cuántos litros de cada una debemos combinar para obtener la solución necesaria?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.4.1)

Se trata de un problema de ecuaciones, en particular de mezclas, así que nos ayudaremos de una tabla en la que x será el volumen de la 1ª disolución.

	Volumen (l)	Concentración (%)	Total
Disolución 1	x	10	$10x$
Disolución 2	$20-x$	25	$25 \cdot (20-x)$
Disolución Mix	20	20	400

Una vez completa la tabla, planteamos la ecuación recordando que el total de la mezcla era igual a la suma de los totales de cada una de las partes por separado:

$$10x + 25 \cdot (20 - x) = 400 \rightarrow 10x + 500 - 25x = 400 \rightarrow 10x - 25x = 400 - 500 \rightarrow$$

$$\rightarrow -15x = -100 \rightarrow x = \frac{-100}{-15} \rightarrow x = 6,67 \text{ litros}$$

Para preparar la disolución pedida, necesitamos 6,67 litros de la disolución al 10 % y 13,33 litros de la del 25%.

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE

Las competencias clave del currículo son:

- 1) Comunicación lingüística **CCL**
- 2) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología **CMCT**
- 3) Competencia digital **CD**
- 4) Aprender a aprender **CPAA**
- 5) Competencias sociales y cívicas **CSC**
- 6) Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor **SIEP**
- 7) Conciencia y expresiones culturales **CEC**

Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

B.1.1.1.- Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada. **CCL CMCT**

B.1.2.1.- Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema). **CMCT**

B.1.2.2.- Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema. **CMCT**

B.1.2.3.- Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia. **CMCT**

B.1.2.4.- Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas. **CMCT CAA**

B.1.3.1.- Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos. **CMCT**

B.1.3.2.- Utiliza las leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones y predicciones sobre los resultados esperables, valorando su eficacia e idoneidad. **CMCT**

B.1.4.1.- Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución. **CMCT**

B.1.4.2.- Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, resolviendo otros problemas parecidos, planteando casos particulares o más generales de interés, estableciendo conexiones entre el problema y la realidad. **CMCT CAA**

B.1.5.1.- Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico, estadístico-probabilístico. **CCL CMCT**

B.1.6.1.- Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés. **CMCT CSC**

B.1.7.1.- Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático, identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios. **CMCT CSIE**

B.1.7.2.- Usa, elabora o construye modelos matemáticos sencillos que permitan la resolución de un problema o problemas dentro del campo de las matemáticas. **CMCT**

B.1.7.3.- Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad. **CMCT**

B.1.7.4.- Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia. **CMCT**

B.1.7.5.- Reflexiona sobre el proceso y obtiene conclusiones sobre él y sus resultados. **CMCT**

B.1.8.1.- Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada. **CMCT CAA**

B.1.8.2.- Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación. **CMCT**

B.1.8.3.- Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuada para cada caso. **CMCT**

B.1.8.4.- Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en la resolución de problemas. **CMCT CAA CCEC**

B.1.9.1.- Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad. **CMCT CSIE**

B.1.10.1.- Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y sencillez de las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares. **CMCT CAA**

B.1.11.1.- Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de los mismos impide o no aconseja hacerlos manualmente. **CMCT CD**

B.1.11.2.- Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extraer información cualitativa y cuantitativa sobre ellas. **CMCT**

B.1.11.3.- Diseña representaciones gráficas para explicar el proceso seguido en la solución de problemas, mediante la utilización de medios tecnológicos. **CMCT**

B.1.11.4.- Recrea entornos y objetos geométricos con herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades geométricas. **CMCT**

B.1.8.1.- Elabora documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, video, sonido,...), como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, con la herramienta tecnológica adecuada, y los comparte para su discusión o difusión. **CCL CD**

B.1.8.2.- Utiliza los recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula. **CCL**

B.1.8.3.- Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de mejora. **CD CAA**

Bloque 2. Números y Álgebra

B.2.1.1.- Reconoce los distintos tipos de números (naturales, enteros, racionales), indica el criterio utilizado para su distinción y los utiliza para representar e interpretar adecuadamente información cuantitativa. **CMCT, CAA**

B.2.1.2.- Distingue, al hallar el decimal equivalente a una fracción, entre decimales finitos y decimales infinitos periódicos, indicando en este caso, el grupo de decimales que se repiten o forman período. **CMCT, CAA**

B.2.1.3.- Halla la fracción generatriz correspondiente a un decimal exacto o periódico. **CMCT, CAA**

B.2.1.4.- Expresa números muy grandes y muy pequeños en notación científica, y opera con ellos, con y sin calculadora, y los utiliza en problemas contextualizados. **CMCT, CAA**

B.2.1.5.- Factoriza expresiones numéricas sencillas que contengan raíces, opera con ellas simplificando los resultados. **CMCT, CAA**

B.2.1.6.- Distingue y emplea técnicas adecuadas para realizar aproximaciones por defecto y por exceso de un número en problemas contextualizados, justificando sus procedimientos. **CMCT, CAA**

B.2.1.7.- Aplica adecuadamente técnicas de truncamiento y redondeo en problemas contextualizados, reconociendo los errores de aproximación en cada caso para determinar el procedimiento más adecuado. **CMCT, CAA**

B.2.1.8.- Expresa el resultado de un problema, utilizando la unidad de medida adecuada, en forma de número decimal, redondeándolo si es necesario con el margen de error o precisión requeridos, de acuerdo con la naturaleza de los datos. **CMCT, CAA**

B.2.1.9.- Calcula el valor de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente entero aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones. **CMCT, CAA**

B.2.1.10.- Emplea números racionales para resolver problemas de la vida cotidiana y analiza la coherencia de la solución. **CMCT, CAA**

B.2.2.1.- Calcula términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores. **CMCT**

B.2.2.2.- Obtiene una ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios. **CMCT**

B.2.2.3.- Identifica progresiones aritméticas y geométricas, expresa su término general, calcula la suma de los "n" primeros términos, y las emplea para resolver problemas. **CMCT**

B.2.2.4.- Valora e identifica la presencia recurrente de las sucesiones en la naturaleza y resuelve problemas asociados a las mismas. **CMCT**

B.2.3.1.- Realiza operaciones con polinomios y los utiliza en ejemplos de la vida cotidiana. **CMCT**

B.2.3.2.- Conoce y utiliza las identidades notables correspondientes al cuadrado de un binomio y una suma por diferencia, y las aplica en un contexto adecuado. **CMCT**

B.2.3.3.- Factoriza polinomios con raíces enteras mediante el uso combinado de la regla de Ruffini, identidades notables y extracción del factor común. **CMCT**

B.2.4.1.- Formula algebraicamente una situación de la vida cotidiana mediante ecuaciones y sistemas de ecuaciones, las resuelve e interpreta críticamente el resultado obtenido. **CCL, CMCT, CD, CAA.**