

	Nombre:	SOLUCIONES		Nota
	Curso:		EXAMEN FINAL	
	Fecha:		Cada alumno realizará los ejercicios indicados por el profesor	

1ª evaluación

1.- Calcula paso a paso utilizando las propiedades de las potencias donde sea necesario.

$$a) 1 - 2 \cdot (-4) + 3 \cdot (-4 - 2) = 1 + 8 + 3 \cdot (-6) = 9 - 18 = -9$$

$$b) 5 \cdot (\sqrt{16} - 2)^2 - (2^3 - 5)^3 = 5 \cdot (4 - 2)^2 - (8 - 5)^3 = 5 \cdot (2)^2 - (3)^3 = 5 \cdot 4 - 27 = 20 - 27 = -7$$

$$c) (3^3)^4 : (3^5 \cdot 3^4) = 3^{12} : 3^9 = 3^3 = 27$$

$$d) (10^2)^5 : (5^4 \cdot 2^4) = 10^{10} : 10^4 = 10^6 = 1.000.000$$

2.- Juan tiene 25 euros. Su hermano Luis tiene 8 euros más que Juan y su hermana Lucía, 23 € menos que los dos hermanos juntos. Entre los tres quieren comprar un regalo que cuesta 99 euros. ¿Tienen suficiente?



Vamos a ver cuánto dinero tiene cada uno y después lo sumaremos para ver si llegan a la cantidad de 99 €.

$$\begin{cases} \text{Juan} = 25 \text{ €} \\ \text{Luis} = 25 + 8 = 33 \text{ €} \\ \text{Lucía} = 25 + 33 - 23 = 35 \text{ €} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{Juan} = 25 \text{ €} \\ \text{Luis} = 33 \text{ €} \\ \text{Lucía} = 35 \text{ €} \end{cases}$$

$$\text{Juan} + \text{Luis} + \text{Lucía} = 93 \text{ €}$$

Vemos que entre los tres tienen 93 €, por tanto, no tienen suficiente para comprar el regalo, le faltaría 6 € para poder comprarlo.

No tienen Suficiente. Les faltan 6 €.

3.- Calcula el máximo común divisor (M.C.D.) y el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de los números 18 y 48.

Lo primero es descomponer los números 18 y 48 en factores primos. Después, para el MCD cogemos los factores que se repiten con el menor exponente, y para el mcm, cogeremos todos los factores con el exponente más grande.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \rightarrow \begin{cases} 18 = 2 \cdot 3^2 \\ 48 = 2^4 \cdot 3 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{MCD}(18, 48) = 2 \cdot 3 = 6 \\ \text{mcm}(18, 48) = 2^4 \cdot 3^2 = 144 \end{cases}$$

Así que, el M.C.D. es 6 y el m.c.m. 144.

4.- En un pueblo la campana del ayuntamiento toca cada media hora y la de la iglesia cada 45 minutos. ¿Cada cuánto tiempo coincidirán las dos campanas? ¿Cuántas veces coinciden al día?



Si una campana toca cada 30 minutos y la otra cada 45 min, volverán a coincidir después de 45 minutos, por tanto, como el número es mayor que ambos, hemos de calcular el mínimo común múltiplo de 30 y 45.



Para ello, lo primero es descomponerlos en factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \rightarrow \begin{cases} 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 45 = 3^2 \cdot 5 \end{cases} \rightarrow m.c.m.(30,45) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90 \text{ min}$$

Así que volverán a coincidir a los 90 minutos (cada 1,5 horas)

Como un día tiene 24 horas, vamos a dividir 24 entre 1,5 para ver cuantas veces coinciden:

$$\frac{24}{1,5} = \frac{240}{15} \rightarrow \begin{array}{r} 240 \quad \underline{15} \\ 90 \quad 16 \\ 0 \end{array} \rightarrow \frac{24}{1,5} = 16$$

Por tanto, coinciden 16 veces al día.

5.- Claudia sale de su casa y se monta en el ascensor de su edificio y toquetea todos los botones de forma que, éste, sube 5 plantas, después baja 3, vuelve a subir 4, baja 6, sube 7, baja 5 y por último baja 3, parándose en la cuarta planta. ¿En qué planta vive Claudia?



Para calcular en que planta vive Claudia, vamos primero a calcular cuántos pisos ha subido o bajado tomando como positivos los pisos que sube y como negativos los que baja y después sumándolos todos:

$$+5 - 3 + 4 - 6 + 7 - 5 - 3 = -1$$

Quiere decir que, según nuestros cálculos, Claudia ha bajado en total una planta.

Si se ha parado en la cuarta planta, y solo ha bajado una, entonces claudia vive en la quinta planta.

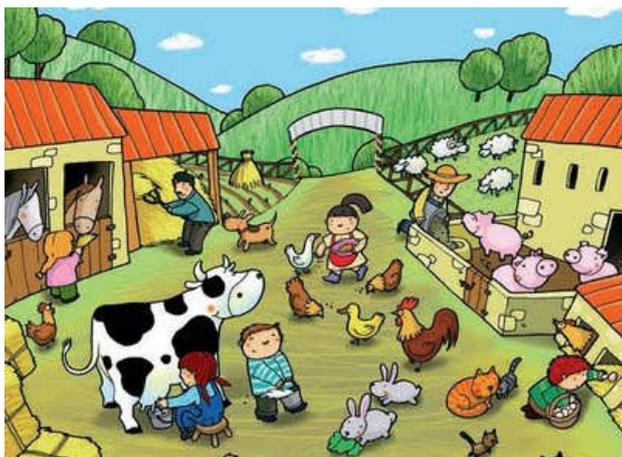
Por tanto, Claudia vive en la 5ª planta.

6.- Realiza paso a paso las siguientes operaciones con fracciones, dando su resultado con la fracción irreducible.

$$a) \frac{1}{2} + \frac{4}{3} - \frac{2}{6} - \frac{1}{4} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{8}{18} - \frac{3}{8} = \frac{1}{2} + \frac{4}{9} - \frac{3}{8} = \frac{36}{72} + \frac{32}{72} - \frac{24}{72} = \frac{36+32-24}{72} = \frac{44}{72} = \frac{11}{18}$$

$$b) 8 \cdot \frac{3}{24} - \frac{2}{3} = \frac{24}{24} - \frac{2}{3} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

7.- Los alumnos de 1º ESO van a ir de excursión a visitar una reserva de animales. Se sabe que van los $\frac{3}{5}$ y se quedan 36 alumnos. ¿Cuántos alumnos hay en 1º de ESO?



Si $\frac{3}{5}$ de los alumnos van de excursión, quiere decir que $\frac{2}{5}$ se quedan en el colegio.

Si 36 son los alumnos que se han quedado en el colegio, entonces:

$$\frac{2}{5} \text{ de todos los alumnos son } 36$$

$$\frac{1}{5} \text{ de los alumnos son } 36:2=18$$

$$\frac{5}{5} \text{ de los alumnos son } 18\cdot5=90$$

Por tanto, en 1º de ESO hay 90 alumnos en total.

2ª evaluación

8.- En una papelería, compramos cuatro bolígrafos de 83 céntimos, tres rotuladores de 1,85 euros y cinco libretas de 3,49 €. Si pagamos todo con un billete de 50 euros, ¿cuánto dinero nos devuelven?



Vamos a calcular cuanto se gasta en total multiplicando y sumando:

$$4\cdot0,83 + 3\cdot1,85 + 5\cdot3,49 = 3,32 + 5,55 + 17,45 = 26,32 \text{ €}$$

Si paga con un billete de 50 €, le devuelven:

$$50 - 26,32 = 23,68 \text{ €}$$

Por tanto, le devuelven 23 euros con 68 céntimos.

9.- Llamando x a un número cualquiera, escribe algebraicamente cada uno de los siguientes enunciados:

Enunciado	Expresión algebraica
Un número cualquiera	x
Un número menos quince.	$x - 15$
El doble de un número.	$2x$
Un número elevado al cuadrado.	x^2
Un número impar.	$2x - 1$
El triple de un número más dos.	$3x + 2$
El cubo de la suma de un número y su mitad.	$\left(x + \frac{x}{2}\right)^3$

10.- Completa la siguiente tabla:

Monomio	Coficiente	Parte literal	Grado	Monomio Semejante
$-4x^4yz^2$	-4	x^4yz^2	7	$8x^4yz^2$
$-7y^3$	-7	y^3	3	$5y^3$
$-\frac{1}{6}x^2t^3$	$-1/6$	x^2t^3	5	$3x^2t^3$
ab^2c^3	1	ab^2c^3	6	$5ab^2c^3$
$15x^2ty^3z^4$	15	$5x^2ty^3z^4$	10	$5x^2ty^3z^4$

11.- Reduce las siguientes expresiones:

a) $\rho + 2\rho + \rho + \rho = 5\rho$

d) $5x^3 \cdot 3x \cdot 2x^2 = 30x^6$

b) $x^3 + x^3 = 2x^3$

e) $(-3x^2y) \cdot (-5xy^5) = 15x^3y^6$

c) $3x^4 - x^4 = 2x^4$

f) $\frac{9b^{12}}{3b^4} = 3b^8$

12.- Resuelve paso a paso las siguientes ecuaciones:

a) $x - 18 + x - 7 = 25 - 12x - 8 + 5x \rightarrow x + x + 12x - 5x = 25 - 8 + 7 + 18 \rightarrow 9x = 42$
 $\rightarrow x = \frac{42}{9} \rightarrow x = \frac{14}{3}$

b) $2 \cdot (5 - x) = 19 - 3 \cdot (x + 5) \rightarrow 10 - 2x = 19 - 3x - 15 \rightarrow 3x - 2x = 19 - 15 - 10$
 $\rightarrow x = -6$

13.- La diferencia de edad entre dos hermanos es de 5 años y dentro de 2 años uno tendrá doble que el otro. ¿Qué edad tiene cada uno?

Si llamamos x a la edad de uno de los hermanos, el otro tendrá $x+5$, si representamos los datos en una tabla:

	Edad Ahora	Edad dentro de 2 años
Hermano menor	x	$x + 2$
Hermano mayor	$x + 5$	$x + 7$

Si dentro de 2 años la edad del mayor es el doble de la del menor, podemos plantear la ecuación siguiente:

$$x + 7 = 2(x + 2)$$

Cuya solución es:

$$x + 7 = 2(x + 2) \rightarrow x + 7 = 2x + 4 \rightarrow 7 - 4 = 2x - x \rightarrow 3 = x$$

Por tanto, la edad de uno es 3 años y la edad del otro es 8.

Dentro de dos años uno tendrá 5 y el otro 10 que es el doble.

14.- Las gallinas y conejos de una granja suman en total 55 cabezas y 160 patas. ¿Cuántas gallinas y conejos hay?

Si hay 55 cabezas, eso quiere decir que hay 55 animales, así que, si llamamos x al número de gallinas, el número de conejos será la diferencia entre el total, 55, y las gallinas x , por tanto:

$$\text{gallinas : } x \qquad \text{conejos : } 55 - x$$

Con esto, ya podemos plantear una ecuación con el número de patas, sabiendo que una gallina tiene 2 patas y un conejo 4.



$$2 \cdot x + 4 \cdot (55 - x) = 160$$

Cuya solución es:

$$\begin{aligned} 2 \cdot x + 4 \cdot (55 - x) &= 160 \rightarrow 2x + 220 - 4x = 160 \rightarrow 2x - 4x = 160 - 220 \rightarrow -2x = -60 \\ \rightarrow x &= \frac{-60}{-2} \rightarrow x = 30 \end{aligned}$$

Por tanto, en la granja hay 30 gallinas y 25 conejos.

Podemos comprobar si todo va bien calculando las patas: $30 \cdot 2 + 25 \cdot 4 = 160$ patas

3ª evaluación

15.- Un ciclista recorre 40 kilómetros en 2 horas. Si mantiene siempre la misma velocidad:

a) ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 5 horas?



Si representamos los datos en una tabla:

Kilómetros	Tiempo (horas)
40	2
x	5

Podemos discutir si las magnitudes son directa o inversamente proporcionales, para ello, si en recorrer 40 km tarda 2 horas, en más tiempo recorrerá..... más kilómetros, por tanto, a + tiempo + kilómetros. **Son directamente proporcionales.**

Así, se escribimos la proporción, podemos calcular x :

$$\frac{40}{x} = \frac{2}{5} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 40}{2} = 100 \text{ km}$$

Por tanto, en 5 horas recorre 100 km.

b) ¿Cuántas horas tardará en recorrer 30 kilómetros?

Para calcularlo utilizamos otra tabla similar a la anterior:

Kilómetros	Tiempo (horas)
40	2
30	x

Otra vez son **directamente proporcionales**, por tanto:

$$\frac{40}{30} = \frac{2}{x} \rightarrow x = \frac{30 \cdot 2}{40} = 1,5 \text{ h}$$

Así que en recorrer 30 km tardará 1 hora y media.

16.- Si 20 obreros pueden construir un muro de ladrillos en 6 días:

a) ¿Cuántos días tardarían 12 obreros?



Si volvemos a representar los datos en una tabla:

Obreros	Tiempo (días)
20	6
12	x

Y discutimos si las magnitudes son directa o inversamente proporcionales:

Si 2° obreros tardan 6 días, menos obreros, tardarán..... más tiempo, por tanto, a - obreros + días.

Se trata de magnitudes inversamente proporcionales.

Así, escribimos la proporción y calculamos x:

$$\frac{20}{12} = \frac{6}{x} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 6}{12} = 10 \text{ días}$$

Por tanto, tardarán 10 días.

b) ¿Cuántos obreros son necesarios si queremos terminar el muro en 4 días?

De forma similar:

Obreros	Tiempo (días)
20	6
x	4

Como se trata otra vez de magnitudes inversamente proporcionales, escribimos la proporción y calculamos x:

$$\frac{20}{x} = \frac{6}{4} \rightarrow x = \frac{20 \cdot 6}{4} = 30 \text{ días}$$

De esta forma, tardarán 30 días.

17.- Un hospital tiene 210 camas ocupadas, lo que supone el 75% de las camas disponibles. ¿De cuántas camas dispone el hospital?



Con la ayuda de una tabla:

Camas	Porcentaje (%)
210	75
x	100

Es claramente una regla de 3 directa, y por tanto: $\frac{210}{x} = \frac{75}{100} \rightarrow x = \frac{210 \cdot 100}{75} = 280 \text{ camas}$

Así que, el hospital dispone de 280 camas.

18.- El otro día fui a Decathlon y me compré por 42 € unas zapatillas que tenían un 30 % de descuento, ¿cuánto costaban antes de la rebaja?

Si las zapatillas tenían un descuento del 30 %, quiere esto decir que solo pagué el $100 - 30 = 70 \%$, así que puedo plantear otra tabla:

Precio (€)	Porcentaje (%)
42	70
x	100



Que vuelve a tratarse de una regla de 3 directa porque se trata de porcentajes, y donde:

$$\frac{42}{x} = \frac{70}{100} \rightarrow x = \frac{42 \cdot 100}{70} = 60 \text{ €}$$

Por tanto, las zapatillas costaban 60 € antes de la rebaja.

19.- Indica en la parte izquierda las coordenadas de los puntos del plano cartesiano central y representa en dicho gráfico los puntos indicados a la derecha (1 punto)

P(x, y)

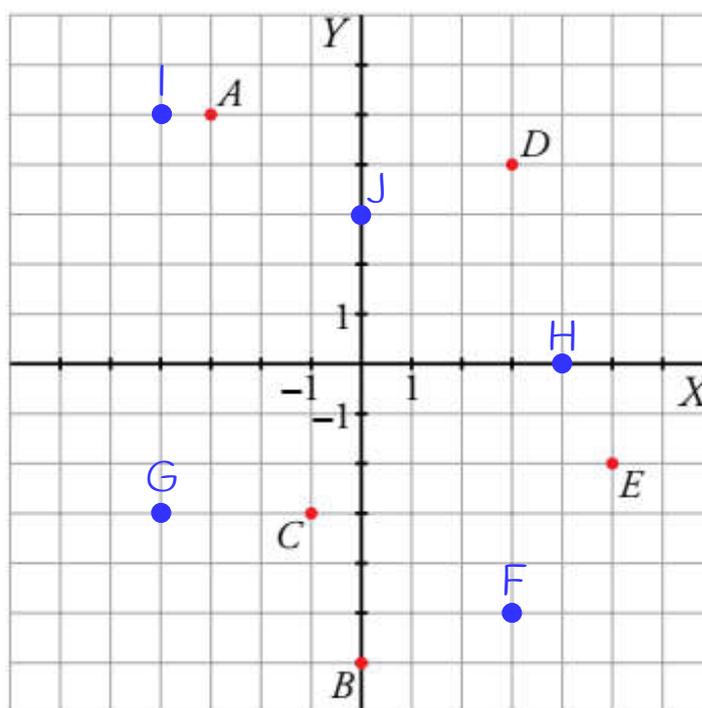
A(-3, 5)

B(0, -6)

C(-1, -3)

D(3, 4)

E(5, -2)



P(x, y)

F(3, -5)

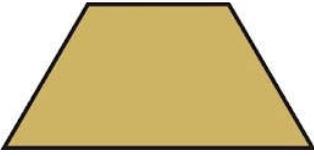
G(-4, -3)

H(4, 0)

I(-4, 5)

J(0, 3)

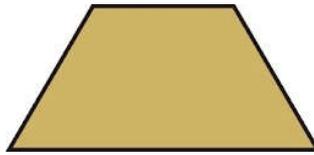
20.- Halla el área y el perímetro de un trapecio isósceles cuyas bases miden 20 cm y 36 cm, y su altura, 15 cm.



El área de un trapecio isósceles viene dada por el producto de la semisuma de las bases por la altura:

$$A = \frac{B+b}{2} \cdot h \rightarrow A = \frac{36+20}{2} \cdot 15 = \frac{56}{2} \cdot 15 = 28 \cdot 15 = 420 \rightarrow A = 420 \text{ cm}^2$$

El perímetro es la suma de todos los lados, pero para calcularlo antes hemos de saber cuanto valen los lados oblicuos. Para calcularlos utilizaremos el Teorema de Pitágoras:



$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17 \text{ cm}$$

Conocidos todos los lados, ya podemos calcular el perímetro:

$$P = 36 + 20 + 17 + 17 = 90 \text{ cm}$$

Por tanto, el perímetro es de 90 cm y su área de 420 cm².

21.- Completa la siguiente tabla utilizando el cambio de unidades.

24	cm	240	mm	0,24	m	0,0024	Hm
35.000	cm ²	3,5	m ²	350	dm ²	3.500.000	mm ²
25	m ³	25.000.000	cm ³	2.500.000	cl	25.000	litros
3,5	Ton	3.500	Kg	3.500.000	mg	350	dag