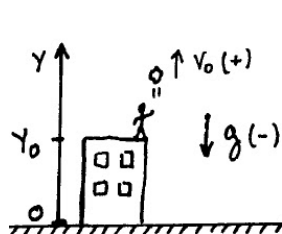


Opción B

1.- Desde la terraza de una casa, situada a 20 metros sobre el suelo de la calle, se lanza una piedra hacia arriba con una velocidad de 30 m/s. Calcula:



a) La altura máxima que alcanzará la piedra.

b) La velocidad con la que llegará al suelo.

a) Para calcular la altura máxima, utilizamos la ecuación independiente del tiempo, puesto que tenemos la velocidad inicial, la velocidad final y la aceleración de la gravedad:

$$v_f^2 - v_o^2 = 2 \cdot g \cdot h \rightarrow h = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2 \cdot g} = \frac{0 - 900 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{-2 \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 45,87 \text{ m}$$

Por tanto, como nos encontramos a 20 metros del suelo, la altura máxima alcanzada será de **65,87 metros**.

b) Para la velocidad con la que llega al suelo, el de la calle se entiende, volvemos a utilizar la independiente del tiempo, puesto que conocemos la altura, la aceleración, y la velocidad inicial que es cero.

$$v_f^2 - v_o^2 = 2 \cdot g \cdot h \rightarrow v_f = \sqrt{v_o^2 + 2gh} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 65,87 \text{ m}} = 35,95 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

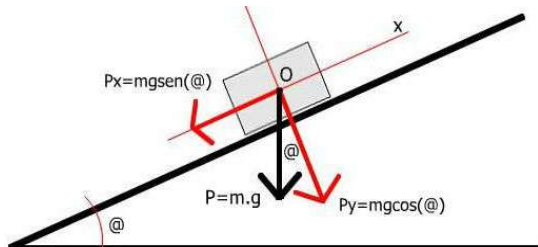
Así que la velocidad con la que la piedra choca con el suelo de la calle es de **35,95 m/s**

2.- Por un plano inclinado 60° con respecto a la horizontal se deja caer un cuerpo. Sabiendo que el plano tiene una longitud de 20 metros, calcula:

a) La aceleración con la que desciende el cuerpo por el plano inclinado.

b) La velocidad con la que llega al final del plano.

c) El tiempo en recorrer todo el plano.



a) Si dibujamos las fuerzas que actúan, vemos que la única fuerza que hace que se desplace por el plano es la fuerza peso.

$$\text{sen} \alpha = \frac{p_x}{p} \rightarrow p_x = p \cdot \text{sen} \alpha$$

Aplicando la segunda ley de Newton:

$$F = m \cdot a \rightarrow P_x = m \cdot a \rightarrow a = \frac{P_x}{m} = \frac{m \cdot g \cdot \text{sen} \alpha}{m} = g \cdot \text{sen} \alpha$$

La aceleración con que un cuerpo se desliza por un plano inclinado es siempre menor que g en un factor que es, precisamente, el seno del ángulo de inclinación del plano, α .

$$a = g \cdot \text{sen} \alpha = 9,81 \cdot \text{sen} 60 = 8,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Por tanto, la aceleración con la que se desliza sobre el plano es de **8,5 m/s²**

b) Para calcular la velocidad con la que llega al final del plano, usaremos la ecuación independiente del tiempo del MRUA ya que conocemos la aceleración, el espacio recorrido y que parte del reposo:

$$v_f^2 - v_o^2 = 2 \cdot a \cdot s \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s} = \sqrt{2 \cdot 8,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 20 \text{ m}} = 18,43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Así que la velocidad al final del plano es: **18,43 m/s**

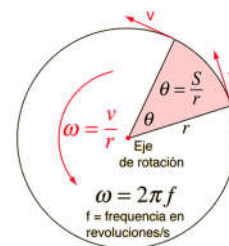
c) Para calcular el tiempo en recorrer el plano, usaremos la ecuación de la velocidad:

$$v = v_o + at \rightarrow t = \frac{v_f - v_o}{a} = \frac{18,43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{8,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 2,17 \text{ s}$$

Tardará en recorrer los 20 metros del plano **2,17 segundos**.

3.- Siendo 30 cm el radio de las ruedas de un coche y 956 las revoluciones que dan por minuto, calcula:

- La velocidad angular de las mismas en rad/s.**
- La velocidad del coche en m/s y en km/h.**
- La aceleración radial de un punto situado en la periferia.**



a) La velocidad angular será:

$$\omega = 956 \text{ rpm} = \frac{956 \text{ rev}}{1 \text{ min}} = \frac{956 \text{ rev}}{1 \text{ min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} = 100,1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La velocidad lineal viene dada por: $v = \omega \cdot R = 100,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0,3 \text{ m} = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Por tanto, la velocidad del coche es de **30 m/s** o si la damos en kilómetros por hora **108 km/h**

c) La aceleración radial o normal, viene dada por la expresión: $a = \frac{v^2}{R} = \frac{(30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{0,3 \text{ m}} = 3.000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

4.- Con una fuerza de 200 N se eleva un cuerpo 20 metros en 20 segundos. Calcula el peso de dicho cuerpo.

Si el cuerpo se eleva 20 metros en 20 segundos, podemos calcular su aceleración con la ecuación del MRUA:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow x = \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow a = \frac{2x}{t^2} = \frac{40 \text{ m}}{400 \text{ s}^2} = 0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

En el momento de despegarse del suelo, sobre el cuerpo solo actúan dos fuerzas, la F y el peso, así que, utilizando la segunda ley de Newton y despejando la masa llegamos a:

$$\sum F = m \cdot a \rightarrow F - mg = ma \rightarrow F = m(a + g) \rightarrow m = \frac{F}{a + g} = \frac{200 \text{ N}}{9,91 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}} = 20,18 \text{ kg}$$

Por tanto, el peso del cuerpo sería: $P = m \cdot g = 20,18 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} = 198 \text{ N}$.

5.- Dos coches salen a su encuentro, uno de Bilbao y otro de Madrid. Sabiendo que la distancia entre ambas capitales es de 443 Km. y que sus velocidades respectivas son 78 Km/h y 62 Km/h y que el coche de Bilbao salió hora y media más tarde, calcular:

- Tiempo que tardan en encontrarse**
- ¿A qué distancia de Bilbao lo hacen?**

a) Se trata de un MRU en el que voy a trabajar con km y horas.

El coche que sale de Bilbao recorre una distancia X hasta el encuentro, mientras que el que sale de Madrid recorrerá 443 - X, el tiempo del vehículo de Bilbao es t, y el de Madrid es t+1,5, así que si escribimos las ecuaciones de movimiento de cada uno de los coches:

$$\begin{cases} x = 78t \\ 443 - x = 62(t + 1,5) \end{cases} \rightarrow \text{Sumando ambas expresiones llegamos a: } 443 = 140t + 93$$

$$\text{Así que, si despejamos el tiempo, obtenemos: } t = \frac{350}{140} = 2,5 \text{ h}$$

Por tanto, se encuentran **4 horas después de salir el coche de Madrid** o **2,5 horas después de salir el coche de Bilbao**.

b) Para calcular la distancia desde Bilbao, utilizamos la ecuación del movimiento del coche que sale de Bilbao.

$$x = 78 \cdot t = 78 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \cdot 1,5 \text{ h} = 117 \text{ Km}$$

Así que, se encuentran **a 197 Km de Bilbao**.

Opción C

1.- Un proyectil cuya masa es de 25 kg atraviesa el tubo de un arma, de 2 metros de longitud y sale disparado con una velocidad de 40 m/s. ¿Qué fuerza desarrolló la carga explosiva?

Para calcular la fuerza, usaremos la segunda Ley de Newton, pero antes calculamos la aceleración a la que es sometida utilizando la ecuación independiente del tiempo:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot s \quad \rightarrow \quad a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2s} = \frac{(40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 - 0}{2 \cdot 2 \text{ m}} = 400 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Y con la aceleración y utilizando la ley fundamental de la dinámica, calculamos la fuerza:

$$F = m \cdot a = 25 \text{ kg} \cdot 400 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} = 10^5 \text{ N}$$

La carga explosiva desarrolla sobre el proyectil una **fuerza de 100 KN**

2.- Determinar la profundidad de un pozo cuando el sonido producido por una piedra que se suelta en su brocal, al chocar con el fondo, se oye 3 segundos después.



La piedra cae en caída libre y el sonido sube con velocidad constante de 340 m/s.

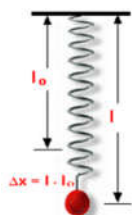
Si la piedra tarda en bajar t segundos, el sonido subirá en $3-t$ segundos. Llamando h a la altura del pozo y escribiendo sendas ecuaciones del movimiento y resolviendo el sistema formado con ellas llegamos a una ecuación de segundo grado:

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{1}{2} g t^2 \\ h &= v_s \cdot (3 - t) \end{aligned} \right\} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} g t^2 = v_s \cdot (3 - t) \quad \rightarrow \quad 4,905 t^2 + 340 t - 1020 = 0$$

Que si resolvemos nos da dos soluciones: $t_1 = 2,88 \text{ s}$ Desechando la negativa, ya que el tiempo no puede ser negativo, y despejando la otra en la primera ecuación obtenemos la profundidad del pozo.

$$h = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot (2,88 \text{ s})^2 = 40,7 \text{ m}$$

La **profundidad** del pozo **es de 40,7 metros.**



3.- Sobre un muelle de 20 cm de longitud se aplica una fuerza de 5 N y se estira hasta 30 cm. Calcula:

- La deformación del muelle.
- La constante elástica del muelle.
- El alargamiento que producirá una fuerza de 10 N.
- ¿Podemos asegurar que al aplicar una fuerza de 50 N el muelle se deformará 1 m?

- La deformación es la diferencia entre la longitud del muelle estirado y la longitud natural del muelle, por tanto: $x = l - l_0 = 30 \text{ cm} - 20 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$, así que la deformación del muelle es de **0,1 metros.**
- La ley de Hooke dice que: $F = k \cdot x$, si despejamos la K , obtendremos el valor de la constante elástica:

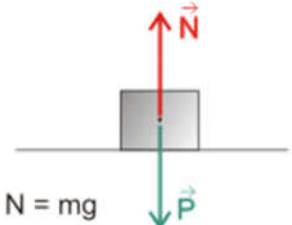
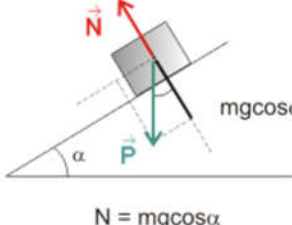
$$k = \frac{F}{x} = \frac{5 \text{ N}}{0,1 \text{ m}} = 50 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

- Utilizando de nuevo la ley de Hooke: $F = k \cdot x \quad \rightarrow \quad x = \frac{F}{k} = \frac{10 \text{ N}}{50 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}} = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$
- Probablemente no, puesto que los muelles soportan pequeñas oscilaciones y en esta estiramos el muelle a 5 veces su longitud inicial, por lo que podemos decir que el muelle se rompería si le aplicamos una fuerza de 50 N.

4.- Dibuja y calcula la fuerza normal de un cuerpo de 10 kg situado:

- En una superficie horizontal.**
- Sobre un plano inclinado 30° .**
- En caída libre.**

La fuerza normal es una fuerza que aparece entre cuerpos en contacto, así que, para resolver cada uno de los apartados, dibujaremos cada uno de los casos y resolveremos utilizando la segunda Ley de Newton.

		
$N = m \cdot g = 98,1 \text{ N}$	$N = m \cdot g \cdot \cos 30 = 84,95 \text{ N}$	No hay fuerza normal

5.- Ana vive a 3 km del instituto y María, en la misma carretera, 500 m más lejos. Todas las mañanas, a las ocho y cuarto, cogen la bici para ir a clase. Ana pedalea a 6 m/s, y María, a 8 m/s.

- ¿Cuándo y dónde se encuentran?**
- ¿A qué velocidad tendría que pedalear Ana, como mínimo, para que María no la alcanzase antes de llegar al instituto?**

a) Si establecemos el origen de referencia en el instituto:



Escribimos la ecuación del movimiento para cada una de ellas:

$$x_{Ana} = x_{0Ana} - V_{Ana} \cdot t = 3000 - 6 \cdot t$$

$$x_{María} = x_{0María} - V_{María} \cdot t = 3500 - 8 \cdot t$$

Se encuentran cuando $x_{Ana} = x_{María}$. Es decir:

$$3000 - 6t = 3500 - 8t \rightarrow 2t = 500 \rightarrow t = 250s \quad \textbf{Se encuentran a las 8:19:10 horas.}$$

Para ver donde se encuentran sustituimos el tiempo en la ecuación del movimiento de alguna de ellas:

$$x_{Ana} = 3000 - 6 \cdot t = 3000 - 6 \cdot 250 = 1500m$$

Es decir, **María alcanza a Ana cuando aún faltan 1500 metros para llegar al instituto.**

b) Para que esto ocurra Ana y María deben llegar al instituto al mismo tiempo. Primero el tiempo que tarda María pedaleando a 8 m/s:

$$x_{0María} = V_{María} \cdot t \quad t = \frac{x_{0María}}{V_{María}} = \frac{3500m}{8m \cdot s^{-1}} = 437,5s = 7 \text{ min } 17,5s$$

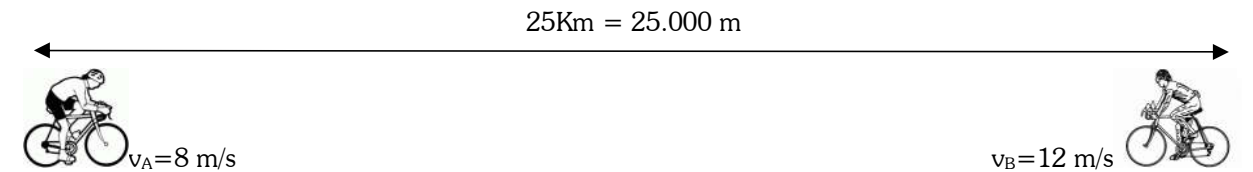
Así que, si Ana tarda 7 minutos y 17,5 segundos o menos, María no la alcanzaría.

$$V'_{Ana} = \frac{x_{0Ana}}{t} = \frac{3000m}{437,5s} = 6,857 \text{ m/s}$$

Por tanto para que no la alcance deberá circular a 6,857 m/s

Opción A

1.- Un ciclista sale del punto A en dirección al punto B a las 11:00 horas y circula durante todo el trayecto con una velocidad constante de 8 m/s. A la misma hora, otro ciclista sale desde B con dirección a A con una velocidad constante de 12 m/s. Si ambos puntos, A y B, están separados por 25 kilómetros, determina a qué distancia de A se produce el encuentro y a qué hora.



Se trata de un alcance de dos móviles con MRU. Como los dos salen a la misma hora, los dos tardarán lo mismo en encontrarse; además si ambos recorren 25 km, quiere esto decir que el A recorrerá X, y el B 25.000-X. Si escribimos las ecuaciones del movimiento de cada uno de ellos:

$$\left. \begin{aligned} x &= 8t \\ 25000 - x &= 12t \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{y las sumamos llegamos a: } 25000 = 20t \text{ que resolviendo: } t = \frac{25000s}{20m \cdot s^{-1}} = 1250s$$

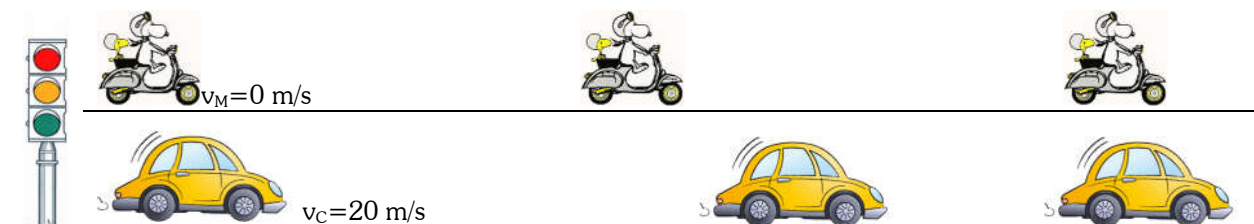
Quiero esto decir que **tardan en encontrarse 1.250 segundos** o lo que es lo mismo 20 minutos y 50 segundos, por tanto, **se encontrarán a las 11:20:50 horas**
Si sustituimos en la ecuación del ciclista A:

$$x = 8t = 8m \cdot s^{-1} \cdot 1250s = 10.000m$$

Por tanto, **se encuentran a 10 km del ciclista A y a 15 km del B.**

2.- Una moto que está parada arranca al ponerse verde el semáforo con una aceleración constante de 4 m/s². En ese instante es adelantada por un coche que se mueve con velocidad constante de 72 km/h. Calcula:

- a) El tiempo que tarda la moto en alcanzar al coche.
- b) A qué distancia del semáforo la alcanza.



Tenemos un alcance en el que la moto lleva un MRUA de aceleración 4 m/s² y el coche un MRU de velocidad 20 m/s. Si llamamos X al espacio recorrido por ambos vehículos y t el tiempo que tardan en encontrarse podemos escribir sendas ecuaciones del movimiento:

$$\left. \begin{aligned} x_{moto} &= x = x_o + v_o \cdot t + \frac{1}{2}at^2 = 2t^2 \\ x_{coche} &= x = x_o + v \cdot t = 20t \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{si igualamos ambas ecuaciones, llegamos a: } 2t^2 = 20t$$

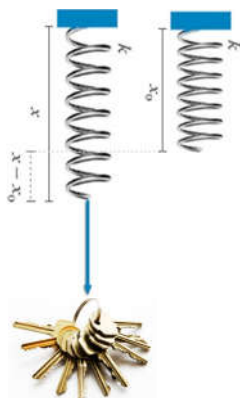
$$\text{Ecuación de segundo grado de soluciones: } 2t^2 - 20t = 0 \rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \\ t_2 = 10s \end{cases}$$

Por tanto, **tardan 10 segundos en encontrarse.**

Si sustituimos el tiempo en la ecuación del coche: $x_{coche} = 20 \cdot t = 20m \cdot s^{-1} \cdot 10s = 200m$

Ambos vehículos **se encuentran a 200 metros del semáforo.**

3.- Se cuelgan unas llaves de un muelle de 60 cm de longitud que cuelga del techo y este adquiere un tamaño de 83 cm. Sabiendo que la constante de elasticidad del muelle es de 25 N/m, calcula la masa de las llaves.



La fuerza que produce el estiramiento del muelle es el peso de las llaves. $P = m \cdot g$

Si la longitud natural del muelle es de 60 cm y se ha estirado hasta los 83 cm, el estiramiento viene dado por:

$$x = l - l_0 = 83\text{cm} - 60\text{cm} = 23\text{cm} = 0,23\text{m}$$

Si aplicamos la Ley de Hooke, $F = k(l - l_0) = k \cdot x$ y la fuerza es el peso de las llaves; llegamos a: $F = k \cdot x \rightarrow P = k \cdot x \rightarrow mg = kx$ y si despejamos la masa de las llaves:

$$m = \frac{k \cdot x}{g} = \frac{25\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot 0,23\text{m}}{9,81\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}} = 0,586\text{Kg} = 586,14\text{g}$$

Así que la masa de las llaves es de 586,14 gramos.

4.- Calcula la resultante que se obtiene al sumar dos fuerzas de 20 y 15 N que se aplican sobre el mismo punto en los siguientes casos:

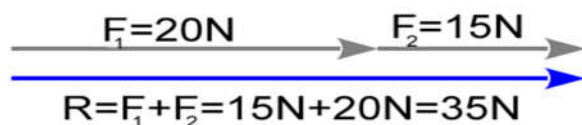
a) Tienen la misma dirección y el mismo sentido.

b) Son perpendiculares.

Resuelve el problema de forma gráfica y numérica.

Si tienen la misma dirección y sentido basta con sumar ambas: $R = F_1 + F_2 = 15\text{N} + 20\text{N} = 35\text{N}$

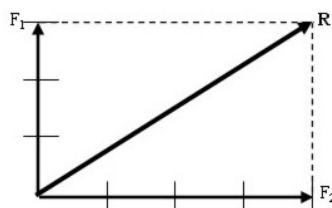
Y gráficamente:



Si tienen direcciones perpendiculares nos ayudamos de la regla del paralelogramo:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25\text{N}$$

Y gráficamente:



5.- Por un plano inclinado de 20 metros de longitud y 60° de inclinación con respecto a la horizontal se deja caer un cuerpo de masa desconocida. Calcula:

a) La aceleración con la que desciende.

b) El tiempo en recorrer el plano.

c) La velocidad que lleva el cuerpo al final del plano.

Ver Ejercicio 2 de la opción B.