
Potencias y Raíces.

1.- Calcula las siguientes potencias de exponente natural:

a) 2^6

b) 6^2

c) 3^6

d) 10^5

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$

f) $\left(\frac{1}{2}\right)^5$

g) $(-2)^7$

h) $(-3)^4$

i) 1^{2008}

j) $(-1)^{1000001}$

k) $\left(-\frac{1}{4}\right)^2$

l) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$

Solución:

a) 64

b) 36

c) 729

d) 100000

e) 4/9

f) 1/32

g) -128

h) 81

i) 1

j) -1

k) 1/16

l) -8/27

2.- Expresa en forma de fracción las siguientes potencias de exponente negativo:

a) 2^{-3}

b) 4^{-2}

c) 5^{-3}

d) 2^{-8}

e) 10^{-7}

f) $(-2)^{-2}$

g) $(-2)^{-5}$

h) $(-8)^{-3}$

i) $(-3)^{-4}$

j) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$

k) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$

l) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}$

Solución:

a) 1/8

b) 1/16

c) 1/125

d) 1/256

e) 1/10000000

f) $\frac{1}{4}$

g) -1/32

h) -1/512

i) 1/81

j) 25/9

k) 27

l) -125/8

3.- Expresa en forma de potencia con exponente negativo:

a) $\frac{1}{3^5}$

b) $\frac{1}{2^7}$

c) $\frac{1}{7^2}$

e) $\frac{1}{4^6}$

f) $\frac{1}{10^5}$

g) $\frac{1}{6^3}$

Solución:

a) 3^{-5}

b) 2^{-7}

c) 7^{-2}

d) 4^{-6}

e) 10^{-5}

f) 6^{-3}

4.- Escribe como una única potencia los siguientes productos de potencias:

- | | | |
|-----------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|
| a) $2^4 \cdot 2^7$ | b) $(-3)^4 \cdot (-3)^2$ | c) $(-2)^6 \cdot (-2)$ |
| d) $(-4)^{14} \cdot (-4)^0$ | e) $(-5)^2 \cdot (-5) \cdot (-5)^0$ | f) $10^7 \cdot 10^4 \cdot 10$ |
| g) $2^{-5} \cdot 2^{-9}$ | h) $3^{-2} \cdot 3^{-1}$ | i) $10^{-2} \cdot 10^{-1} \cdot 10^5$ |
| j) $4^{-3} \cdot 4^7$ | k) $2^{-4} \cdot 2^6 \cdot 2$ | l) $5^7 \cdot 5^{-3} \cdot 5^0$ |

Solución:

- | | | |
|----------------|-------------|--------------|
| a) 2^{11} | b) $(-3)^6$ | c) $(-2)^7$ |
| d) $(-4)^{14}$ | e) $(-5)^3$ | f) 10^{12} |
| g) 2^{-14} | h) 3^{-3} | i) 10^2 |
| j) 4^4 | k) 2^3 | l) 5^4 |

5.- Escribe como una única potencia los siguientes cocientes de potencias:

- | | | |
|----------------------|-------------------|-------------------------|
| a) $2^{-7} : 2^4$ | b) $5^{-3} : 5^9$ | c) $2^6 : 2^5$ |
| d) $5^{-4} : 5^{-2}$ | e) $2^8 : 2^3$ | f) $5^5 : 5^{-7}$ |
| g) $3^{-2} : 3^{-3}$ | h) $4^6 : 4^{-2}$ | i) $11^{101} : 11^{-3}$ |

Solución:

- | | | |
|--------------|--------------|---------------|
| a) 2^{-11} | b) 5^{-12} | c) 2 |
| d) 5^{-2} | e) 2^5 | f) 5^{12} |
| g) 3 | h) 4^8 | i) 11^{104} |

6.- Expresa como una única potencia:

- | | | |
|-----------------|--------------------|------------------|
| a) $(2^3)^{-5}$ | b) $(3^{-2})^{-4}$ | c) $(10^0)^{-7}$ |
| d) $(4^{-3})^1$ | e) $(5^8)^{-3}$ | f) $(2^{-2})^5$ |
| g) $(3^{-3})^2$ | h) $(5^{-3})^{-2}$ | i) $[(-2)^2]^5$ |

Solución:

- | | | |
|--------------|--------------|----------------|
| a) 2^{-15} | b) 3^8 | c) 10^0 |
| d) 4^{-3} | e) 5^{-24} | f) 2^{-10} |
| g) 3^{-6} | h) 5^6 | i) $(-2)^{10}$ |

7.- Expresa como una sola potencia:

- | | | |
|--|-------------------------------|-----------------------------|
| a) $(3^2 \cdot 3^5)^2$ | b) $(4^{-3} \cdot 4^2)^3$ | c) $(5^3 : 5^{-2})^{-2}$ |
| d) $(7^{-3} : 7^{-5})^{-2}$ | e) $(9^2 : 9^3)^{-1}$ | f) $(9^2 \cdot 9^3)^{-2}$ |
| g) $4^{-5} \cdot 4^{-6} \cdot (4^4)^3$ | h) $3^{-2} \cdot (3^4 : 3^5)$ | i) $(-2)^{11} : [(-2)^3]^2$ |

Solución:

- | | | |
|-------------|-------------|--------------|
| a) 3^{14} | b) 4^{-3} | c) 5^{-10} |
| d) 7^{-4} | e) 9 | f) 9^{-10} |
| g) 4 | h) 3^{-3} | i) $(-2)^5$ |

8.- Simplifica hasta obtener una única potencia:

$$a) \frac{a^4 \cdot a^{-3}}{(a^5)^{-1}}$$

$$b) (a^6)^2 \cdot a^{-5}$$

$$c) \frac{(a^5)^{-2} \cdot a}{a^7}$$

$$d) \frac{a^4 \cdot a^{-4}}{a^9}$$

$$e) \frac{a^{-2} \cdot (a^4)^{-3}}{a^{-8}}$$

$$f) \frac{(a^5)^3 \cdot (a^2)^{-3}}{a}$$

$$g) x^{-2} \cdot (x^5)^{-4} \cdot x$$

$$h) \frac{x \cdot (x^2)^{-2}}{(x^4)^{-2} \cdot x^5}$$

Solución:

$$a) a^6$$

$$b) a^7$$

$$c) a^{-16}$$

$$d) a^{-9}$$

$$e) a^{-6}$$

$$f) a^8$$

$$g) x^{-21}$$

$$h) x^0$$

9.- Expresa de la forma más sencilla:

$$a) \frac{x^3 y^4}{x^2 y^6}$$

$$b) \left(\frac{a}{b}\right)^{-4} \cdot \frac{a^3}{b^2}$$

$$c) \left(\frac{b}{a}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^2$$

$$d) \left[\left(\frac{b}{a}\right)^{-3}\right]^{-1} \cdot (a^{-1} \cdot b)^{-2}$$

$$e) \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} \cdot \frac{a}{b}$$

$$f) \frac{(a^2)^3 \cdot b^5}{a^5 \cdot (b^3)^2}$$

Solución:

$$a) \frac{x}{y^2}$$

$$b) \frac{b^2}{a}$$

$$c) \frac{a}{b}$$

$$d) \frac{b}{a}$$

$$e) 1$$

$$f) \frac{a}{b}$$

10.- Calcula las siguientes raíces cuadradas:

$$a) \sqrt{64}$$

$$b) \sqrt{100}$$

$$c) \sqrt{144}$$

$$d) \sqrt{1600}$$

$$e) \sqrt{\frac{16}{25}}$$

$$f) \sqrt{\frac{4}{49}}$$

Solución:

$$a) \pm 8$$

$$b) \pm 10$$

$$c) \pm 12$$

$$d) \pm 40$$

$$e) \pm \frac{4}{5}$$

$$f) \pm \frac{2}{7}$$

11.- Escribe primero como una única raíz (aplicando las propiedades de las raíces) y luego calcula:

$$a) \sqrt{9} \cdot \sqrt{25}$$

$$b) \sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$$

$$c) \sqrt{6} \cdot \sqrt{216}$$

$$d) \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{10}}$$

$$e) \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$$

$$f) \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$$

$$g) \sqrt{18} \cdot \sqrt{2}$$

$$h) \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$$

$$i) \sqrt{\frac{8}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$j) \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$$

$$k) \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}}$$

$$l) \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$$

Solución:

- | | | |
|--------------------------|------------------------|---------------------------|
| a) $\sqrt{225} = \pm 15$ | b) $\sqrt{64} = \pm 8$ | c) $\sqrt{1296} = \pm 36$ |
| d) $\sqrt{4} = \pm 2$ | e) $\sqrt{9} = \pm 3$ | f) $\sqrt{16} = \pm 4$ |
| g) $\sqrt{36} = \pm 6$ | h) $\sqrt{36} = \pm 6$ | i) $\sqrt{4} = \pm 2$ |
| j) $\sqrt{9} = \pm 3$ | k) $\sqrt{4} = \pm 2$ | l) $\sqrt{25} = \pm 5$ |

12.- Introduce factores dentro de la raíz:

- | | | |
|-----------------|-----------------|----------------|
| a) $15\sqrt{3}$ | b) $2\sqrt{5}$ | c) $5\sqrt{2}$ |
| d) $3\sqrt{7}$ | e) $2\sqrt{10}$ | f) $4\sqrt{5}$ |
| g) $5\sqrt{3}$ | h) $9\sqrt{3}$ | i) $3\sqrt{2}$ |

Solución:

- | | | |
|-----------------|-----------------|----------------|
| a) $\sqrt{675}$ | b) $\sqrt{20}$ | c) $\sqrt{50}$ |
| d) $\sqrt{63}$ | e) $\sqrt{40}$ | f) $\sqrt{80}$ |
| g) $\sqrt{75}$ | h) $\sqrt{243}$ | i) $\sqrt{18}$ |

13.- Extra todos los posibles factores de cada raíz:

- | | | |
|------------------|-----------------|-----------------|
| a) $\sqrt{1800}$ | b) $\sqrt{300}$ | c) $\sqrt{108}$ |
| d) $\sqrt{648}$ | e) $\sqrt{32}$ | f) $\sqrt{243}$ |
| g) $\sqrt{48}$ | h) $\sqrt{72}$ | i) $\sqrt{200}$ |

Solución:

- | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| a) $30 \cdot \sqrt{2}$ | b) $10 \cdot \sqrt{3}$ | c) $6 \cdot \sqrt{3}$ |
| d) $18 \cdot \sqrt{2}$ | e) $4 \cdot \sqrt{2}$ | f) $9 \cdot \sqrt{3}$ |
| g) $4 \cdot \sqrt{3}$ | h) $6 \cdot \sqrt{2}$ | i) $10 \cdot \sqrt{2}$ |

14.- Expresa como una única raíz:

- | | |
|--|--|
| a) $3 \cdot \sqrt{20} - 2 \cdot \sqrt{5} + \sqrt{45}$ | b) $\sqrt{63} - 2\sqrt{7}$ |
| c) $5 \cdot \sqrt{20} - 2 \cdot \sqrt{45} + 3 \cdot \sqrt{80}$ | d) $5 \cdot \sqrt{6} + \sqrt{600} - \sqrt{54}$ |
| e) $3 \cdot \sqrt{18} - 5 \cdot \sqrt{32} + 6\sqrt{50}$ | f) $\sqrt{32} - \sqrt{2}$ |

Solución:

- | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| a) $7 \cdot \sqrt{5}$ | b) $\sqrt{7}$ | c) $16 \cdot \sqrt{5}$ |
| d) $12 \cdot \sqrt{6}$ | e) $19 \cdot \sqrt{2}$ | f) $3 \cdot \sqrt{2}$ |

15.- Calcula las siguientes raíces cúbicas:

- | | | |
|-------------------------------|-----------------------------------|------------------------|
| a) $\sqrt[3]{-125}$ | b) $\sqrt[3]{343}$ | c) $\sqrt[3]{-27}$ |
| d) $\sqrt[4]{64}$ | e) $\sqrt[3]{-1}$ | f) $\sqrt[3]{216}$ |
| g) $\sqrt[3]{\frac{64}{216}}$ | h) $\sqrt[3]{-\frac{3375}{1000}}$ | i) $\sqrt[3]{1000000}$ |

Solución:

- | | | |
|------------------|---------------------|--------|
| a) -5 | b) 7 | c) -3 |
| d) 4 | e) -1 | f) 6 |
| g) $\frac{4}{6}$ | h) $-\frac{15}{10}$ | i) 100 |

16.- Expresa como una única raíz cúbica y después calcula:

a) $\sqrt[3]{729} : \sqrt[3]{27}$

b) $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5}$

c) $\frac{\sqrt[3]{625}}{\sqrt[3]{-5}}$

d) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{16}$

e) $\sqrt[3]{81} \cdot \sqrt[3]{3}$

f) $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$

Solución:

a) $\sqrt[3]{27} = 3$

b) $\sqrt[3]{125} = 5$

c) $\sqrt[3]{-125} = -5$

d) $\sqrt[3]{64} = 4$

e) $\sqrt[3]{27} = 3$

f) $\sqrt[3]{8} = 2$

17.- Introduce factores dentro de la raíz:

a) $7 \cdot \sqrt[3]{2}$

b) $4 \cdot \sqrt[3]{4}$

c) $3 \cdot \sqrt[3]{2}$

c) $9 \cdot \sqrt[3]{12}$

d) $8 \cdot \sqrt[3]{2}$

e) $6 \cdot \sqrt[3]{5}$

Solución:

a) $\sqrt[3]{686}$

b) $\sqrt[3]{256}$

c) $\sqrt[3]{54}$

d) $\sqrt[3]{8748}$

e) $\sqrt[3]{1024}$

f) $\sqrt[3]{1080}$

18.- Extrae todos los factores de cada raíz:

a) $\sqrt[3]{250}$

b) $\sqrt[3]{378}$

c) $\sqrt[3]{160}$

d) $\sqrt[3]{3888}$

e) $\sqrt[3]{5000}$

f) $\sqrt[3]{4536}$

Solución:

a) $5 \cdot \sqrt[3]{2}$

b) $3 \cdot \sqrt[3]{14}$

c) $2 \cdot \sqrt[3]{20}$

d) $6 \cdot \sqrt[3]{18}$

e) $8 \cdot \sqrt[3]{2}$

f) $6 \cdot \sqrt[3]{21}$

19.- Reduce:

a) $\sqrt{\frac{1}{b^3}} \cdot \sqrt{b^5}$

b) $\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt{\frac{b^3}{a^3}}$

c) $\frac{\sqrt{a^7} \cdot \sqrt{b^3}}{\sqrt{b^7} \cdot \sqrt{a^5}}$

d) $\frac{1}{\sqrt{x^3}} : \sqrt{x}$

e) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b^3}} : \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$

f) $\frac{1 : \sqrt{a^5}}{1 : \sqrt{a^3}}$

g) $\sqrt{a \cdot b^2} \cdot \sqrt{\frac{a^3}{b^6}}$

h) $\frac{\sqrt{a} : \sqrt{b}}{\sqrt{b^3} : \sqrt{a}}$

i) $\frac{b \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a^3} \cdot \sqrt{b}} \cdot \sqrt{b}$

Solución:

a) a

b) $a \cdot b$

c) $\frac{a}{b}$

d) x^2

e) $\frac{a}{b^2}$

f) $\frac{1}{a}$

g) $\frac{a^2}{b^2}$

h) $\frac{a}{b^2}$

i) $\frac{b}{a}$