Nombre:	SOLUCIONES			2º Trimestre	Nota
Curso:	3º ESO		Examen VI Final		
Fecha:					

La no explicación clara y concisa de cada problema implica una penalización del 25% de la nota

1.- Si 8 obreros tardan 9 días, trabajando a razón de 6 horas al día, en construir 30 m de un muro. ¿Cuántos días tardarían 10 obreros trabajando 8 horas diarias en realizar los 100 m de muro que aún faltan por construir?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.2.1)

Se trata de un problema de proporcionalidad en el que aparecen varias magnitudes. Si representamos los datos del enunciado en una tabla llegamos a:

Días	Obreros	Horas al día	Metros
9	8	6	30
x	10	8	100

Claramente se trata de un problema de proporcionalidad compuesta, así que tenemos que comparar la magnitud en la que aparece la incógnita (los obreros) con las otras tres para ver si son directa o inversamente proporcionales:

Obreros y días: Si 8 obreros construyen el muro en 9 días, más obreros, tardarían….. menos días, por tanto, ***a más obreros, menos días***, por lo que se trata de una ***proporcionalidad inversa.***

Horas al día y días: Si trabajando 6 horas al día tardan 9 días, si trabajaran más horas al día, tardarían….. menos días, por tanto, ***a más horas al día, menos días***, por lo que se trata otra vez de una ***proporcionalidad inversa.***

Metros y días: Si en construir 30 metros tardan 9 días, en construir más metros, tardarán…….. más días, por tanto, ***a más metros, más días***, por lo que se trata de una ***proporcionalidad directa.***

Escribimos la proporción recordando que en el primer miembro ponemos la magnitud que lleva la incógnita, y en el segundo el producto de las otras, sin olvidar que las magnitudes directamente proporcionales se escriben tal y como aparecen en la tabla, y a las inversamente proporcionales se escriben de forma invertida.

$$\frac{9}{x}=\frac{10}{8}\cdot\frac{8}{6}\cdot\frac{30}{100} \rightarrow \frac{9}{x}=\frac{\cancel{10}\cdot\cancel{8}\cdot 3\cancel{0}}{\cancel{8}\cdot 6\cdot \cancel{100}} \rightarrow \frac{9}{x}=\frac{\cancel{3}}{2\cdot\cancel{3}} \rightarrow \frac{9}{x}=\frac{1}{2} \rightarrow x=18$$

Simplificando, llegamos a que x=18

Por tanto, para hacer los 100 metros restantes tardarán 18 días.

2.- Un televisor de 55 pulgadas costaba 650 € y debido a la guerra de Ucrania aumentó su precio un 20 % y después lo rebajaron un 20 %.

a) ¿Cuál es el precio actual del televisor?
b) ¿Ha subido o ha bajado su precio?, ¿cuánto porcentualmente hablando?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.5.1)

El precio del televisor ha sufrido 2 variaciones, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de ellas:

- Sube un 20% $\rightarrow Iv_1=1+\frac{\%}{100}=1+\frac{20}{100}=1+0,2=1,20$
- Baja un 20% $\rightarrow Iv_2=1-\frac{\%}{100}=1-\frac{20}{100}=1-0,2=0,80$

El índice de variación total de todos estas variaciones se calcula multiplicando cada uno de los índices:

$$I_{V_{Total}}=Iv_1\cdot Iv_2=1,20\cdot 0,80=0,96$$

Para calcular el precio actual del televisor, multiplicamos el precio antes de la guerra por el índice de variación:

$$Cantidad_{final} = Cantidad_{inicial} \cdot Iv_{Total} \quad \rightarrow \quad C_f = 650 \cdot 0,96 = 624 \ €$$

Para calcular el porcentaje total aumentado nos fijamos en el índice de variación total y como es menor que 1 lo que le falta para llegar a uno 0,04 lo multiplicamos por 100 = 4 %.

Por tanto, el precio de las TV después es de 624 € y su precio ha bajado un 4 %.

3.- Dados los polinomios $\begin{cases} p(x) = 2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3 \\ q(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1 \\ r(x) = 2x^2 - 3 \end{cases}$ calcula: $\begin{cases} a)\ p(x) - 2q(x) + 3r(x) = \\ b)\ p(x) \cdot r(x) = \\ c)\ p(x) : r(x) = \end{cases}$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

a) $p(x) - 2q(x) + 3r(x) = (2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3) - 2 \cdot (4x^3 - 3x^2 + 2x - 1) + 3 \cdot (2x^2 - 3) = 2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3 -$
$- 8x^3 + 6x^2 - 4x + 2 + 6x^2 - 9 = 2x^5 - 9x^3 + 14x^2 - 7x - 10$

b) $p(x) \cdot r(x) = (2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3) \cdot (2x^2 - 3) = 4x^7 - 6x^5 - 2x^5 + 3x^3 + 4x^4 - 6x^2 - 6x^3 + 9x - 6x^2 + 9 =$
$= 4x^7 - 8x^5 + 4x^4 - 3x^3 - 12x^2 + 9x + 9$

c) $p(x) : r(x) =$

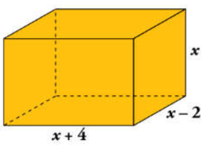
$$\begin{array}{rrrrrrr|l}
2x^5 & +0x^4 & -x^3 & +2x^2 & -3x & -3 & & 2x-3 \\ \cline{8-8}
-2x^5 & & +3x^3 & & & & & x^3+x+1 \\ \cline{1-3}
0x^5 & 0x^4 & +2x^3 & +2x^2 & -3x & & & \\
 & & -2x^3 & & +3x & & & \\ \cline{3-5}
 & & & +2x^2 & & -3 & & \\
 & & & -2x^2 & & +3 & & \\ \cline{4-6}
 & & & & & \underset{\smile}{0} & &
\end{array}$$

La división es exacta de cociente
$C(x) = x^3 + x + 1$

4.- Expresa mediante una expresión algebraica el área total de este ortoedro y calcúlala para $x=2$.

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.3.1) (B.2.3.2)

Como podemos observar en la figura, un ortoedro no es más que una caja de zapatos donde las caras son iguales dos a dos, por tanto calcularemos la superficie de cada una de las caras diferentes y las multiplicaremos por dos:



$$\left.\begin{array}{l} A_1 = (x+4) \cdot (x-2) = x^2 - 2x + 4x - 8 = x^2 + 2x - 8 \\ A_2 = (x+4) \cdot (x) = x^2 + 4x \\ A_3 = (x) \cdot (x-2) = x^2 - 2x \end{array}\right\} A = A_1 + A_2 + A_3 = 3x^2 + 4x - 8$$

Y como las caras son iguales dos a dos, basta multiplicar este resultado por dos:

$$A_{Total} = 2(A_1 + A_2 + A_3) = 2 \cdot (3x^2 + 4x - 8) = 6x^2 + 8x - 16 \quad \rightarrow \quad A(x) = 6x^2 + 8x - 16$$

Para x=2: $Si\ A(x) = 6x^2 + 8x - 16 \quad \rightarrow \quad A(2) = 6(2)^2 + 8 \cdot 2 - 16 = 24 + 16 - 16 = 24\ u.a.$

Así que, el área total del ortoedro es $A(x)=6x^2+8x-16$ y para x=2 el área es A(2)=24 unidades de área

5.- Simplifica la siguiente fracción algebraica: $\dfrac{x^4 - 3x^3 + 2x^2}{3x^3 - 9x^2 + 6x} =$

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.3)

Empezaremos sacando factor común tanto en el numerador, como en el denominador:

$$\frac{x^4-3x^3+2x^2}{3x^3-9x^2+6x}=\frac{x^2\cdot\left(x^2-3x+2\right)}{3x\cdot\left(x^2-3x+2\right)}=\frac{x\cdot\cancel{x}\cdot\cancel{\left(x^2-3x+2\right)}}{3\cancel{x}\cdot\cancel{\left(x^2-3x+2\right)}}=\frac{x}{3}$$

Como podemos observar, no ha hecho falta hacer Ruffini puesto que al sacar fator común, ya podíamos ver lo que se repetía tanto arriba como abajo, así que, simplificando llegamos a x/3.

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.3.1) (B.2.3.2)

a) $(7-6x)-5(x+2)=3(x+2)-2x \rightarrow 7-6x-5x-10=3x+6-2x \rightarrow$

$\rightarrow -6x-5x-3x+2x=6+10-7 \rightarrow -12x=9 \rightarrow x=-\frac{9}{12} \rightarrow x=-\frac{3}{4}$

b) $3\left[x+(14-x)\right]=2\left[x-(2x-21)\right] \rightarrow 3[x+14-x]=2[x-2x+21] \rightarrow$

$\rightarrow 3\cdot 14=2[-x+21] \rightarrow \cancel{42}=-2x+\cancel{42} \rightarrow 0=-2x \rightarrow x=0$

c) $\frac{(x-3)^2}{2}+\frac{(x+1)\cdot(x-1)}{3}=\frac{4x^2-19x+31}{6} \rightarrow \frac{3\cdot(x-3)^2}{\cancel{6}}+\frac{2\cdot(x+1)\cdot(x-1)}{\cancel{6}}=\frac{4x^2-19x+31}{\cancel{6}} \rightarrow$

$\rightarrow 3\left(x^2-6x+9\right)+2\left(x^2-1\right)=4x^2-19x+31 \rightarrow 3x^2-18x+27+2x^2-2-4x^2+19x-31=0 \rightarrow$

$\rightarrow x^2+x-6=0 \xrightarrow[Ruffini]{} (x+3)\cdot(x-2)=0 \rightarrow \begin{cases}(x+3)=0 \rightarrow x_1=-3\\(x-2)=0 \rightarrow x_2=2\end{cases}$

Bonus.- Se quiere repartir un premio de 1.860 € a los tres mejores corredores de una carrera, de manera inversamente proporcional a los tiempos que han invertido en completar el recorrido. El primer corredor tardó 24 segundos, el segundo 28 y el tercero 30. ¿Cuánto dinero corresponderá a cada uno?

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.2.1.8) (B.2.4.1) (B.2.5.1)

Como bien dice el enunciado, se trata de un reparto inversamente proporcional (R.I.P.)

La cantidad a repartir N es: $N=1.860$ €

Así que, lo primero es calcular la constante de proporcionalidad, que lo haremos dividiendo la cantidad a repartir entre la suma de las inversas de los tiempos invertidos en la carrera por cada uno de los ganadores:

$$K=\frac{N}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}=\frac{1860}{\frac{1}{24}+\frac{1}{28}+\frac{1}{30}}=\frac{1860}{\frac{31}{280}}=16.000$$

Por tanto, para calcular lo que le responde cada uno, dividiremos esta cantidad entre el tiempo invertido:

- 1º clasificado: le corresponden: $\frac{16800}{24}=700$ €
- 2º clasificado: le corresponden: $\frac{16.800}{28}=600$ €
- 3º clasificado: le corresponden: $\frac{16.800}{30}=560$ €

(Recuerda que si sumamos las tres cantidades nos tiene que dar la cantidad a repartir: 700+600+560=1.860 €)

Por tanto al 1º le corresponden 700 €, 660 € al 2 y 560 € al 3º.