

	Nombres:	S O L U C I O N E S		EVAL II	Nota
	Curso:		Examen de Problemas		
	Fecha:		Cada ejercicio vale 1 punto		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización de hasta el 25% de la nota

1.- Un cajero hace dos pagos. En el primero da los $\frac{2}{5}$ de lo que hay más 500 dh. En el segundo da la mitad de lo que queda más 250 dhs. Al final queda en el cajero la quinta parte de lo que tenía al principio. Calcula lo que tenía el cajero al principio y los pagos que ha efectuado.

Se trata de un problema de ecuaciones, así que si llamamos x al dinero que tenía el cajero al principio:

Primer pago: $\frac{2}{5}x + 500$

Quedan: $x - \left(\frac{2}{5}x + 500\right) = \frac{3}{5}x - 500$

Segundo pago: $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{5}x - 500\right) + 250 = \frac{3}{10}x - 250 + 250 = \frac{3}{10}x$

Entre los dos pagos, ha el cajero ha dado: $\frac{2}{5}x + 500 + \frac{3}{10}x = \frac{7}{10}x + 500$

Por lo que quedan: $x - \left(\frac{7}{10}x + 500\right) = \frac{3}{10}x - 500$

Y esta cantidad se corresponde con la quinta parte de lo que había al principio, es decir, con $\frac{x}{5}$.

Así que, la ecuación será: $\frac{3}{10}x - 500 = \frac{x}{5}$, cuya solución es:

$$\frac{3x}{10} - 500 = \frac{x}{5} \rightarrow \frac{3x}{10} - \frac{5000}{10} = \frac{2x}{10} \rightarrow 3x - 5000 = 2x \rightarrow x = 5000$$

Por tanto, en el cajero habían 5.000 dh

En el primer pago ha dado $\frac{2}{5} \cdot 5000 + 500 = 2.500$ y en el segundo $\frac{3}{10} \cdot 5000 = 1.500$

Así que el primer pago da 2.500 dh y en el segundo 1.500 dh.

De esta forma quedan 1.000 dh que se corresponde con la quinta parte de lo que había al principio.

2.- Debido al excesivo precio del aceite de oliva, la cooperativa de supermercados Coviran, junto con algunos productores olivareros de la provincia de Granada, deciden lanzar 2.000 litros de un aceite de oliva mezcla de dos de los mejores aceites de la región al precio de 7,20 € el litro. ¿Qué cantidades cada uno de los aceites han utilizado para conseguir dicha mezcla, si uno cuesta 9 € el litro y el otro 6 €?

Al tratarse de un problema de mezclas nos ayudamos de una tabla:

	Cantidad (litros)	Precio (€/litro)	Total
Aceite 1	x	9	$9x$
Aceite 2	$2000 - x$	6	$6 \cdot (2000 - x) = 12.000 - 6x$
Mezcla de aceites	2000	7,20	$2000 \cdot 7,20 = 14.400$

Una vez completada la tabla, escribimos la ecuación sabiendo que la suma de los totales de los ingredientes es igual al total de la mezcla.

$$Total_{Aceite(1)} + Total_{Aceite(2)} = Total_{Mezcla} \rightarrow 9x + 12.000 - 6x = 14.400$$

Que resolviendo nos da:

$$9x + 12.000 - 6x = 14.400 \rightarrow 9x - 6x = 14.400 - 12.000 \rightarrow 3x = 2.400 \rightarrow x = 800$$

La mezcla contiene 800 litros de aceite de 9 € y 1.200 litros de aceite de 6 €.

3.- Cuando dos bombas de agua actúan a la vez, tardan en vaciar un pozo 15 horas. Si actuara solo una, tardaría en vaciarlo 16 horas más que si actuara la otra. ¿Cuánto tardarían en vaciarlo cada una por separado?

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de grifos, así que si llamamos x al tiempo (en horas) que tardaría una de las bombas, entonces la otra tardaría $16+x$ horas.

Para plantear la ecuación, nos fijamos en cuanto depósito se vacía en una hora con cada una de las bombas o con las dos:

$\left. \begin{array}{l} \text{Bomba 1: } x \\ \text{Bomba 2: } x+16 \\ \text{Las dos: } 15 \end{array} \right\}$	$\xrightarrow{\text{En 1 hora vaciarán:}}$	$\left. \begin{array}{l} \text{Bomba 1: } \frac{1}{x} \\ \text{Bomba 2: } \frac{1}{x+16} \\ \text{Las dos: } \frac{1}{15} \end{array} \right\}$	$\xrightarrow{\begin{array}{l} \text{Lo que hagan las dos bombas} \\ \text{a la vez en 1 hora} \end{array}}$	$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+16} = \frac{1}{15} \rightarrow$
			$\xrightarrow{\begin{array}{l} \text{Será igual a la suma de lo que} \\ \text{haga cada una por separado} \\ \text{también en 1 hora} \end{array}}$	

$$\rightarrow \frac{15(x+16)}{x(x+16) \cdot 15} + \frac{15x}{x(x+16) \cdot 15} = \frac{x(x+16)}{x(x+16) \cdot 15} \rightarrow 15x + 240 + 15x = x^2 + 16x \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 + 16x - 30x - 240 = 0 \rightarrow x^2 - 14x - 240 = 0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-14 \\ c=-240 \end{cases} \leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\rightarrow x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-240)}}{2 \cdot 1} = \frac{14 \pm \sqrt{196 + 960}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{1156}}{2} = \frac{14 \pm 34}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{14 + 34}{2} = \frac{48}{2} = 24 \\ x_2 = \frac{14 - 34}{2} = \frac{-20}{2} = -10 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (los tiempos no pueden ser negativos) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, una bomba es capaz de vaciar el depósito en 24 horas y la otra en $24 + 16 = 40$ horas.

4.- La edad de mi hermana es hoy el cuadrado de la de su hija, pero dentro de nueve años solamente será el triple. ¿Qué edad tienen mi hermana y mi sobrina?

Se trata de un problema de ecuaciones, pero particularmente uno de edades, así que nos ayudaremos de una tabla en la que llamaremos x a la **edad actual de la hija**.

Con ello, ya podemos plantear la ecuación en la línea temporal: **dentro de 9 años:**

En 9 años, la edad de la madre (x^2+9) será (=) el triple de la de la hija $3 \cdot (x+9)$

Edades	Hoy	Dentro de 9 años
Hija	x	$x+9$
Madre	x^2	x^2+9

$$x^2 + 9 = 3(x+9) \rightarrow x^2 + 9 = 3x + 27 \rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=-18 \end{cases}$$

Y cuya solución es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot (-18)}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 72}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{3 \pm 9}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{3+9}{2} = \frac{12}{2} = 6 \\ x_2 = \frac{3-9}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{cases}$$

Desechamos la segunda por ser negativa (ya que las edades no pueden ser negativas) y nos quedamos con la primera.

Por tanto, la hija tiene 6 años y la madre $6^2 = 36$ años.

Si calculamos las edades de cada una dentro de 9 años, vemos que $6+9=15$ y $36+9=45$ que es el triple.

5.- En un garaje hay 110 vehículos entre coches y motos, si todas sus ruedas suman 360. ¿Cuántas motos y coches hay en el garaje?

Se trata de un problema de ecuaciones, así que, si llamamos x al número de coches, entonces el número de motos será: $110-x$, y con esto ya podemos plantear la ecuación ayudándonos del número de ruedas en el garaje y de que un coche tiene 4 ruedas y una moto dos:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Coches: } x \\ \text{Motos: } 110-x \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{Por el número de Ruedas}} 4x + 2(110-x) = 360 \rightarrow 4x + 220 - 2x = 360 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x - 2x = 360 - 220 \rightarrow 2x = 140 \rightarrow x = \frac{140}{2} \rightarrow x = 70$$

Por tanto, en el garaje hay 70 coches y $110-70 = 40$ motos.

Si calculamos el total de ruedas, vemos que $70 \cdot 4 + 2 \cdot 40 = 280 + 80 = 360$, coincide con el número dado en el enunciado.

6.- El número de visitantes a cierta exposición durante el mes de febrero se incrementó en un 12% respecto al mes de enero. Sin embargo, en marzo sufrió un descenso del 12% respecto a febrero. Si el número de visitantes de enero superó en 36 personas al de marzo, ¿Cuántos vieron la exposición en enero?

Llamaremos x al número de visitantes en el mes de enero. Como el porcentaje de visitas sube y luego baja, calcularemos los índices de variación de cada uno de los meses:

$$Iv_{\text{febrero}} = 1 + \frac{12}{100} = 1 + 0.12 = 1,12 \quad Iv_{\text{marzo}} = 1 - \frac{12}{100} = 1 - 0.12 = 0,88$$

Recuerda que el índice de variación total, se calculaba multiplicando todos los índices de variación parciales:

$$Iv_{\text{Total}} = Iv_{\text{febrero}} \cdot Iv_{\text{marzo}} = 1,12 \cdot 0,88 = 0,9856$$

Sabemos que el número de visitantes en marzo fue de:

$$C_{\text{fin}} = C_{\text{ini}} \cdot Iv_{\text{Total}} \rightarrow \text{Asistentes}_{\text{marzo}} = \text{Asistentes}_{\text{enero}} \cdot Iv_{\text{total}} \rightarrow \text{Asistentes}_{\text{marzo}} = x \cdot 0,9856$$

Pues, con esto, y sabiendo que en enero asistieron 36 personas más a la exposición, podemos escribir la ecuación:

$$\text{Asistentes}_{\text{enero}} = \text{Asistentes}_{\text{marzo}} + 36 \rightarrow x = 0,9856 \cdot x + 36$$

Cuya solución es:

$$x = 0,9856 \cdot x + 36 \rightarrow x - 0,9856 \cdot x = 36 \rightarrow 0,0144x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{0.0144} \rightarrow x = 2.500$$

Por tanto, a la exposición asistieron 2.500 personas en enero.

7.- Si al lado de un cuadrado se le alargan 2 metros y al lado contiguo se le alargan 7 metros, obtenemos un rectángulo cuya área es 22 m² más que el doble de la del cuadrado inicial. Calcula las dimensiones del cuadrado. (1,5 puntos)

Lo primero que haremos será ayudarnos de un pequeño croquis del problema:



Si llamamos x al lado del cuadrado, su área será: $A_c = x^2$. Y si alargamos uno de sus lados en 7 metros y el otro en 2, obtenemos un rectángulo cuya área será:

$$A_{\text{Cuadrado}} = x^2$$

$$A_{\text{Rectángulo}} = (x+2)(x+7)$$

Y, si, además, nos dicen que el área del rectángulo es el doble de la del cuadrado + 22 m², ya podemos plantear la ecuación:

$$A_{\text{Rectángulo}} = 2 \cdot A_{\text{Cuadrado}} + 22 \rightarrow (x+7)(x+2) = 2x^2 + 22$$

Cuya solución es:

$$(x+7)(x+2) = 2x^2 + 22 \rightarrow x^2 + 9x + 14 = 2x^2 + 22 \rightarrow x^2 - 9x + 8 = 0$$

Factorizando

$$\rightarrow (x-8)(x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 8 \end{cases}$$

Si comprobamos las soluciones, vemos que ambas verifican la ecuación.

Por tanto, existen dos cuadrados que verifican el enunciado, uno 1 metro de lado y otro de 8 metros.