

MATEMÁTICAS. EJERCICIOS PARA NAVIDADES

1 Un microscopio permite observar un objeto a un tamaño $2,5 \cdot 10^4$ veces más grande que el auténtico. ¿A qué tamaño se verá una partícula de polvo que mide $5 \cdot 10^{-5}$ metros?

2 Escribe en forma radical las siguientes potencias:

$$2^{\frac{-1}{2}} \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{5}} \quad (-27)^{\frac{2}{3}} \quad (-8)^{\frac{-1}{5}}$$

3 Expresa el resultado de las siguientes operaciones en forma de potencia:

a) $\left[(-3)^5 \cdot 9\right]^2 : (-3)^3$

b) $\frac{12^2 \cdot 3^{-5}}{9 \cdot 6^4}$

4 Un estadio de fútbol tiene 648 filas de 144 asientos cada una. ¿Cuántos espectadores podrán estar sentados en el estadio? Expresa el resultado en forma de potencia.

5 Utiliza las propiedades adecuadas para expresar el resultado de la siguiente operación como una única potencia:

$$\frac{4^2 \cdot 8^{-5}}{32^{-1} \cdot 16^2}$$

6 Simplifica los siguientes radicales:

$$\sqrt[12]{4^6 \cdot 3^8} \quad \sqrt[4]{9 \cdot 64} \quad \sqrt[6]{\frac{81}{49}} \quad \sqrt[8]{\frac{1}{2^{12}}}$$

7 ¿Son iguales los números: $\frac{2}{\sqrt{5}}$ y $\frac{2\sqrt{5}}{5}$? Razona tu contestación.

8 Simplifica los siguientes radicales extrayendo factores de la raíz:

$$\sqrt{50} \quad \sqrt[4]{576} \quad \sqrt[3]{\frac{1}{1000}} \quad \sqrt[3]{864}$$

9 En un terreno cuadrado se plantan 225 árboles. ¿A que distancia estará uno de otro si la superficie del terreno es de 1296 m^2 ?

10 ¿Cuál es la edad de Luis si tiene $64^{\frac{2}{4}}$ años?

11 Realiza las siguientes sumas de radicales:

a) $\sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45} - \sqrt{24}$

b) $\sqrt{18} - 3\sqrt{12} + 5\sqrt{50} + 4\sqrt{27}$

12 Se tiene el número $2^3 \cdot 5^2 \cdot 711^2$. ¿Cuál es el menor número por el que ha de multiplicarse para que su raíz cuadrada sea exacta? Calcula esa raíz cuadrada.

13 Calcula y simplifica el resultado: $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[4]{15}}$

- 14 ¿Cuál es el menor número por el que ha de multiplicarse 270 000 para que su raíz cúbica sea exacta? Calcula la raíz del nuevo número.
- 15 Calcula la suma de los lados de tres cuadrados cuyas áreas son 8 cm^2 , 18 cm^2 y 50 cm^2 respectivamente.
- 16 En un cibercafé la tarifa por navegar por Internet es la siguiente:
 "Primera hora o fracción, 2,00 euros.
 Cada hora o fracción siguiente, 1,80 euros."
 a) Averigua la expresión algebraica que da el coste por horas.
 b) Calcula el precio para 2, 3, 4, ..., 12 horas de navegación.
- 17 Un concesionario de coches ofrece el siguiente sueldo mensual: "Un salario fijo de 750 euros, más una comisión de 200 euros por cada coche vendido. Se descuentan 70 euros en concepto de pago a la Seguridad Social".
 a) Escribe la expresión que proporciona el sueldo que se gana en función del número de coches vendidos.
 b) ¿Cuánto ganará un vendedor si es capaz de vender 10 coches mensualmente?
- 18 Un termo cilíndrico tiene un radio de $r \text{ dm.}$ y una altura de $h \text{ dm.}$ Escribe la superficie lateral según las variables r y h . Si nos dicen que su volumen es 50 litros, escribe, en este caso, la superficie total del mismo según el radio.
- 19 Una empresa tiene dos centros de montaje, A y B, de cierto producto industrial. El número de unidades montadas en una jornada en el centro A está dado por $-4t^2 + 64t$, donde t es el número de horas trabajadas, y la producción de B es $-t^3 + 15t^2 + 2t$ unidades en una jornada de t horas de trabajo. ¿Qué expresión da la producción total? ¿Cuántas unidades monta la empresa durante 4 horas de trabajo? ¿Cuántas unidades se montan en la cuarta hora de trabajo? ¿Cuándo se trabaja con más eficacia, en la primera hora o en la cuarta?
- 20 Completa las siguientes expresiones para que sean cuadrados perfectos:
 a) $25x^2 + \dots + 36$
 b) $x^4 - 18x^2 + \dots$
 c) $\dots - 40x + 25$
- 21 Escribe las siguientes expresiones como productos notables:
 a) $x^6 + 12x^3 + 36$
 b) $\frac{1}{4}x^4 - 8x^2 + 64$
 c) $x^6y^4 - x^4y^6$
- 22 Halla "a" para que sea correcta la siguiente igualdad:
 $(2x^2 + ax - 4)(x^2 + ax - 1) = 2x^4 + 9x^3 + 3x^2 - 15x + 4$
- 23 Halla el valor numérico de $9x^3 - 18x^2 - x + 2$, cuando:
 $x = 2$
 $x = 1/3$.
- 24 Aplica las identidades notables:

$$a) (3y - 5x^2)^2$$

$$e) (z - xy)(z + xy)$$

$$b) (a^2 - bc)^2$$

$$f) (3a^3 + 2)(3a^3 - 2)$$

$$c) (2xy + z^3)^2$$

$$g) (x - y^2)(x + y^2)$$

$$d) (2 - 4x^2y)^2$$

$$h) (2ab^2 - 5c)(2ab^2 + 5c)$$

25 Realiza las operaciones con polinomios:

$$a) (2xy^2z)(3 - 5zx + 4z^3 - x^2)$$

$$b) (2x - y^2)(1 - 2xy + 3x^2y + 6xy^3)$$

$$c) (2 - x + 5x^2)(-2 + 5x - 3x^2)$$

$$d) (8 + ab)(1 - 3a + 5b - 3ab)$$