

Tema 24.- Evolución de la percepción espacial en la educación primaria. Elementos, formas y relaciones geométricas en el entorno: clasificación y representación. Intervención educativa.

Introducción

Éste tema trata la percepción espacial y se relaciona especialmente con el resto de temas que tratan diferentes ámbitos de las matemáticas, que son: el 20 (trata los aspectos curriculares del área de matemáticas) el 21 (los problemas), el 22 (el cálculo numérico), el 23 (las magnitudes) y el 25 (la organización de la información).

La Geometría estudia las formas de las figuras y los cuerpos geométricos. Podemos encontrar muchos ejemplos de geometría en la naturaleza (la forma en espiral de caracoles, algunas hojas o las galaxias... la forma hexagonal perfecta de los panales de abejas, etc. Los seres humanos observamos esto y a menudo reproducimos estas formas en nuestras construcciones o creaciones. Por eso la geometría es útil y está presente en muchas profesiones (fotógrafos, pintores, constructores, tejedores, artesanos, etc.)

También se encuentra presente en muchos juegos (como el ajedrez) y en los deportes, los cuales están llenos de composiciones y formaciones geométricas.

Puede que dentro del temario de matemáticas de primaria éste sea el mas variadas aplicaciones pueda tener, por eso puede resultar muy motivador y no tenemos que perder la oportunidad de ponerlo en contacto con el entorno que nos rodea.

Fuente: “matemáticas para maestros” de Godino.

1.-Evolución de la percepción espacial en la educación primaria.

La percepción espacial forma parte de nuestra vida desde que nacemos ya que nos permite relacionarnos con el entorno. Hay muchas teorías que explican la evolución de la percepción espacial pero nosotros vamos a centrarnos en dos de las más representativas: La de Piaget y la de Van Hiele.

Piaget diferencia dos conceptos clave: La percepción (que es el conocimiento de los objetos a causa del contacto directo con ellos) y la representación (es la imagen mental del concepto cuándo no lo tenemos delante).

En la concepción del espacio el niño desde los 4 a los 6 años va diferenciando las siguientes propiedades:

- **Topológicas:** Lo que le permite apreciar cualidades más allá de la forma o el tamaño, se pueden apreciar en muchos dibujos la proximidad (dibujar ojos muy juntos), el orden (dibujar de forma ordenada la nariz debajo de los ojos y encima de la boca), el cerramiento (dibujando los ojos dentro de la cabeza) o la continuidad (haciendo de las piernas una continuidad del tronco). En ésta etapa un niño podría diferenciar entre un círculo cerrado y una curva abierta.
- **Proyectivas:** Lo que le permite imaginar lo que no ve en un ángulo diferente, se nota cuando en una cara de perfil, por ejemplo, dibujan las dos orejas porque saben que aunque no se vea está ahí. En esta etapa un niño podría diferenciar entre un círculo un cuadrado.
- **Eluclídeas (Euclidianes):** Son propiedades referidas a distancias, tamaños... que conducen a magnitudes como la longitud, superficie y los ángulos. Lo cual les permite diferenciar entre un cuadrado y un rombo, por ejemplo.

La teoría de **Van Hiele** comprende cinco fases:

- Nivel 1: Visualización (Las figuras se distinguen por su forma visual, por ejemplo, sabe reconocer triángulos en diferentes dibujos)
- Nivel 2: Análisis (Comienza a diferenciar propiedades en los objetos geométricos, por ejemplo sabe que los cuadrados tienen cuatro lados iguales)
- Nivel 3: Clasificación (Quedan claras las relaciones entre los diferentes elementos de las figuras y entiende los significados de las definiciones, ej. Un paralelogramo tiene lados opuestos iguales que implican lados opuestos paralelos)
- Nivel 4: Deducción formal (En este nivel se realizan deducciones y demostraciones, Van Hiele dice que aquí se ha llegado a la verdadera esencia de las matemáticas).
- Nivel 5: Rigor (Se trabaja la geometría sin necesidad de usar figuras geométricas reales y se aceptará una demostración contraria al sentido común si el argumento es válido).

En la escuela es importante respetar estos niveles y asegurarnos de que nuestros alumnos han conseguido dominar un nivel antes de pasar al siguiente, si no estaremos condenando al alumnado al fracaso de antemano.

2.-Elementos, formas y relaciones geométricas en el entorno: clasificación y representación.

Veamos ahora los diferentes elementos geométricos:

- Punto: Indica una posición y no tiene dimensiones.
- Recta: Está formada por muchos puntos y es ilimitada.
- Plano: Se puede representar con una superficie como la mesa, la pizarra o una hoja.
- Espacio: Es el conjunto de todos los puntos, por eso, los puntos, las rectas y los planos están en el espacio.
- Figura geométrica: Es un conjunto cuyos elementos son puntos y el objeto de estudio de la geometría. Estas figuras pueden ser planas o tridimensionales.
- Segmento: conjunto de puntos entre comprendidos entre dos puntos A y B, la longitud del segmento es la distancia entre los puntos A y B.
- Angulo: Porción de plano limitado por dos semirrectas que tienen el mismo punto de origen.
- Curva: Conjunto de puntos que un lápiz traza al desplazarse por el plano sin ser levantado, puede ser abierta o cerrada.
- Polígono: Figura plana y cerrada que está formada por rectas que se cortan dos a dos.

En cuanto a su representación, las encontramos en el plano, en el espacio y transformaciones geométricas:

Las figuras geométricas en el plano se denominan según su número de lados, así encontramos: triángulos, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos, heptágonos, etc. Pero en primaria solo se dan los dos primeros y son en los que nos centraremos:

Los triángulos se definen como un polígono de tres lados que se unen en tres vértices.

Según sus lados podemos encontrar:

- Equiláteros (todos los lados iguales)
- Isósceles (tienen dos lados iguales)

- Escalenos (los tres lados son diferentes)

Según sus ángulos encontramos:

- Rectángulos: tiene un ángulo recto (de 90 grados)
- Acutángulos (sus tres ángulos son agudos.
- Obtusángulos: tiene un ángulo obtuso.

Los cuadriláteros son polígonos con cuatro lados, en todos los cuadriláteros la suma de sus ángulos interiores es igual a 360. Los paralelogramos son un tipo de cuadrilátero que tiene los lados opuestos iguales, dos a dos.

Encontramos diferentes tipos:

- Rectángulos: Paralelogramo que tiene sus cuatro ángulos rectos.
- Rombo: Paralelogramo que tiene sus cuatro lados iguales.
- Cuadrado: Paralelogramo que tiene sus cuatro ángulos y lados iguales.
- Trapecio: cuadrilátero que tiene solo dos lados opuestos paralelos.
- Trapezoide: cuadrilátero que no tiene ningún lado paralelo.
- Cometa: Se llama así al trapezoide que tiene dos lados consecutivos iguales i los otros dos diferentes pero iguales entre sí.

Las Figuras geométricas en el espacio que se estudian en primaria se pueden clasificar en pirámides, prismas, conos i cilindros:

Las pirámides tienen una sola base y las caras laterales son triangulares.

Los prismas tiene dos bases y sus caras laterales son rectangulares, se denominan en función del polígono que sea su base.

Los conos tienen una sola base y la superficie lateral es redondeada.

Los cilindros tiene dos bases y su superficie lateral también es redondeada.

Las transformaciones geométricas que se estudian en primaria son: la simetría, el giro y la traslación:

La simetría de una figura plana es un movimiento del plano que hace coincidir todos los puntos en los puntos de otra figura exactamente igual.

El giro consiste en girar todos los puntos del plano alrededor de un punto fijo.

La traslación es el movimiento rígido en que todos los puntos se mueven en la misma dirección a la misma distancia, quedando definida por un vector que determina cual será la distancia y la dirección en la que se trasladan.

Intervención educativa.

En el Real Decreto 1513 se define la geometría como un conjunto de conocimientos que no solo llevan a utilizar cantidades y formas geométricas sino a hacerse preguntas, analizar los fenómenos y extraer conclusiones propias. Por lo tanto, la geometría debe enseñarse desde una perspectiva muy experiencial y cercana al alumno.

En el marco de referencia europeo se han establecido ocho competencias básicas que son los objetivos que los alumnos deben alcanzar al finalizar la escolarización obligatoria, éste ámbito

ayuda a desarrollar la competencia matemática (ya que la geometría forma parte de la matemática), la competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico (porque favorece una mejor comprensión del entorno y permite manipular mentalmente figuras en el plano lo que facilita la manipulación de mapas, diseño de planos, dibujos, etc.), por este mismo motivo favorece también la competencia cultural y artística.

También varios objetivos y contenidos de área se trabajan diferentes aspectos de la geometría, centrándonos en tres apartados (la situación en el espacio, las formas planas y espaciales y las regularidades y simetrías), estos apartados se estudian con diferentes niveles de complejidad en los tres ciclos. Hemos de ser conscientes que el pensamiento geométrico sigue una lenta evolución desde las formas iniciales hasta el razonamiento deductivo (que no se adquiere hasta la etapa de educación secundaria). Por ello, debemos partir de formas, objetos y figuras del entorno próximo del alumno para a través de sus experiencia fomentar un razonamiento lógico e introducir la base de la geometría.

Antes hemos hablado de los diferentes niveles que define Van Hiele, ahora, vamos a ver de qué manera podemos trabajarlos.

El nivel 1, de visualización, corresponde al primer y segundo ciclo y podemos realizar:

- Actividades de clasificación y identificación de formas con objetos manipulables.
- Actividades de dibujo y composición de formas.

El nivel 2, de análisis, corresponde al tercer ciclo:

- Identificar las propiedades de las figuras (para ello Debemos asegurarnos que los materiales manipulables permiten experimentar sobre las propiedades de los objetos)
- Resolver problemas relacionados con la forma de los objetos.

El tercer nivel y posteriores se adquieren en educación secundaria y bachiller.

En general podemos seguir una serie de criterios metodológicos con los que conseguiremos un mejor proceso de enseñanza aprendizaje.

La primera aproximación debe ser a partir del propio cuerpo, por ejemplo los niños pueden realizar actividades de desplazamiento para extraer conclusiones sobre formas.

En segundo lugar, se pueden hacer actividades con distintos materiales manipulativos (luego hablaremos extensamente de ellos).

Una vez que estos aspectos ya hayan sido contemplados y aprovechados podemos comenzar a introducir algunas nociones con lápiz y cuaderno, aunque siempre es más aconsejable que se realicen conclusiones delo experimentado anteriormente y no que se estudien los nuevos conceptos directamente en el papel.

También conviene alternar actividades preparadas con otras libres de carácter más creativo como pueden ser: visitas a exposiciones de arte, juegos físicos que favorezcan las representaciones del espacio, etc.

A pesar de la gran importancia de la experimentación en la geometría no debemos limitarnos solo a esto, sino que también debe implicar la reflexión y ha de poner en juego el pensamiento lógico matemático.

En cuanto a los recursos hemos de tener en cuenta que al presentar un nuevo material debemos dejar un tiempo para que los alumnos lo manipulen y experimenten con él antes de pasar a hacer actividades dirigidas.

Ahora veremos algunos recursos que podemos utilizar y algunas actividades tipo propuestas por Godino:

El geoplano: Sirve para que los alumnos realicen figuras geométricas antes de que tengan la suficiente destreza manual como para dibujarlas.

Se pueden estudiar conceptos como: las figuras geométricas planas, las partes de una figura geométrica o los movimientos en el plano.

Algunas actividades pueden ser: Copiar figuras geométricas básicas, hacer figuras en distintas posiciones, ver cuántas veces contiene una figura a otra, etc.

El mecano: Es evidente que lo ideal sería disponer de un mecano en el centro pero si no es así su construcción es sencilla con tiras de cartón de 3 o 4 longitudes diferentes a las que realizamos agujeros en los extremos y las cuales podemos ensamblar con chinchetas de encuadernar.

Podemos trabajar: la construcción de polígonos diferentes, la clasificación de polígonos según el número de lados, los elementos de un polígono. También nos permite hacer giros y traslaciones observando que sus características no cambian.

Pentominós: Son formaciones de cinco cuadrados unidos por algunos de sus lados creando figuras diferentes, hay muchos juegos de mesa y de lógica que se basan en esto como el “blokus”, estos juegos sirven para desarrollar la percepción visual, favorecer la creatividad, la lógica y la deducción, desarrollar la capacidad para resolver problemas, diferenciar entre perímetro y área, etc.

Los espejos: Pueden ser útiles para trabajar la simetría, trabajar ángulos, regularidades, etc.

El tangram: Sirve para trabajar de forma manipulativa los siguientes aspectos: las figuras geométricas planas, los ángulos y su clasificación, las áreas y los perímetros de las figuras, etc. algunas de las actividades que podemos hacer es medir los ángulos de las piezas del tangram con el transportador, clasificarlas según sus ángulos, utilizando regla calcular el área de las piezas, desarrollar ejercicios de ángulos complementarios, realizar giros de piezas y observar que la forma de la figura permanece, etc.

El tangram también es un juego fácilmente realizable con cartón, así podemos asegurarnos de que todos los alumnos tienen las mismas fichas y dispone de su propio tangram.

Juegos de psicomotricidad: En los primeros ciclos podemos estudiar las nociones de dentro-fuera, cerca-lejos, etc.

Descripción y clasificación de objetos atendiendo a criterios visuales o propiedades geométricas: Podemos buscar semejanzas o diferencias de objetos cercanos a la realidad (es más largo que), también podemos trabajar la geometría tridimensional con objetos cotidianos.

Actividades de simetría: se pueden hacer los típicos ejercicios de doblar una hoja de papel y hacerle diferentes cortes para obtener figuras simétricas.

Actividades con las TIC:

El programa Cabri-geometre: Es un programa que sirve para hacer dibujos geométricos de manera interactiva y a tiempo real. Con ella se pueden hacer diferentes actividades para trabajar los conceptos básicos de geometría.

El ministerio de educación y ciencia tiene varias páginas orientadas a primaria como la página llamada “solo tres puntos?” (que trata sobre los triángulos) , “la longitud” (que mide distancias y calcula perímetros, también presenta actividades autocorrectivas) o “Actividades de geometría” donde hay diferentes propuestas a partir de segundo curso.

También hay muchos paquetes de actividades para el programa JCLIC, éstas han sido diseñadas por docentes y compartidas en la red y abarcan de forma muy amplia y diferente todos los conceptos trabajados en primaria ya que la oferta es muy abundante.

Hay muchas páginas dedicadas a las matemáticas como: El quinzet, sectormatematicas.cl o uco.es todas contienen diferentes actividades, videos explicativos y propuestas didácticas.

Respecto a la evaluación de todo lo comentado hasta ahora deberá, lógicamente, realizarse con actividades en consonancia a lo trabajado en clase. Se hará atención en las destrezas procedimentales ya que se han trabajado muchos contenidos manipulativos y se tendrá en cuenta el progreso de los alumnos desde su nivel inicial, las observaciones diarias, trabajos, conversaciones, el cuaderno... es decir una evaluación formativa y sumativa.

Para finalizar nos centraremos en otro aspecto muy importante relacionado con la geometría, muchas veces los conceptos erróneos de los niños sobre geometría se deben a una enseñanza inadecuada, en la cual los alumnos han centrado su atención sobre aspectos erróneos y han desarrollado conceptos falsos o ilimitados.

Algunos de los conceptos falsos más comunes son por ejemplo:

Creer que cuando una forma geométrica cambia de posición sus características también cambian (el tamaño, la forma, etc.)

Pensar que cuando cambia el tamaño de algunas de las partes de un ángulo recto o la orientación del mismo el ángulo deja de ser recto.

Con los cambios de orientación de las figuras geométricas suelen presentar bastantes dificultades.

Para evitar esto debemos procurar:

Explicar las características relevantes de una figura (si es cerrada o abierta, simple, que ángulo tiene etc.) pero también las irrelevantes pues a veces no son tan obvias como creemos.

Seleccionar ejemplos que supongan un reto para los alumnos (es decir presentar figuras con tamaños diferentes u orientación).

Seleccionar figuras en las que se incumplan los hechos relevantes o irrelevantes y animar a los alumnos a encontrar el “fallo”.

Conclusión

Para concluir destacaré las ideas básicas que se tratan en este tema: podemos afirmar que la geometría se basa en tres tipos de conocimientos que están totalmente relacionados con nuestro entorno:

Las relaciones de posición en el espacio (delante, atrás, primero, segundo, derecha, etc.)

Las formas que hay tanto en la naturaleza como en las creaciones del hombre (el hexágono, la espiral, etc.) primero se estudian identificándolas y luego reconociendo sus características.

Los cambios de posición en el espacio: Esto se llama transformaciones geométricas y las practicamos cada día, nos desplazamos en una recta y es “translación”, cuando vemos nuestra

imagen en un espejo tenemos “simetría”, cuando usamos el proyector en clase “proyección”, etc.

Y tal y como afirma María Antonia Canals en el libro “Conversaciones matemáticas con María Antonia Canals o como hacer de las matemáticas un aprendizaje apasionante” No iremos a ninguna parte si no tenemos en cuenta que la geometría se aprende con el movimiento, así la geometría a demás de la manipulación requiere de una vivencia motriz con todo el cuerpo. Antes de hablar a los alumnos de las figuras podemos experimentar sus formas caminando sobre ellas y viendo cuantas veces giramos, donde giramos, etc.

Con estos ejemplos solo pretendo demostrar que la geometría puede ser algo que ya todos conocemos y que está muy en contacto con nuestra realidad cercana, esto se lo podemos transmitir a nuestros alumnos que junto a la manipulación de la inmensidad de materiales que podemos utilizar y las diferentes actividades que se pueden realizar pueden ser uno de los aspectos más motivadores i divertidos de las matemáticas.