

TEMA 22

EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS Y EL CÁLCULO NUMÉRICO. NÚMEROS NATURALES, ENTEROS, FRACCIONARIOS Y DECIMALES. SISTEMAS DE NUMERACIÓN RELACIÓN ENTRE LOS NÚMEROS OPERACIONES DE CÁLCULO Y PROCEDIMIENTOS DEL MISMO(cálculo escrito, mental, estimación y calculadora) INTERVENCIÓN EDUCATIVA

INTRODUCCIÓN

El tema que voy a pasar a desarrollar está incluido dentro del temario de la especialidad de matemáticas.

El área de matemáticas y el trabajo relacionado con su docencia son de gran importancia dentro de la formación y las funciones del maestro de primaria.

Esta importancia se ve reflejada en el propio temario de la especialidad donde se le dedican seis temas, ya que las matemáticas no son sólo un objeto de estudio, sino que estamos ante una asignatura instrumental, es decir, se trata de un área cuyo dominio es imprescindible para poder abordar el aprendizaje de todas las demás.

Así por tanto se hace necesario conocer como debemos enfocar su enseñanza aprendizaje para contribuir al desarrollo de las competencias básicas que persigue nuestro sistema educativo.

Sin duda este tema contribuye al conocimiento del área de matemáticas tanto en sus aspectos teóricos relacionados con los números y el cálculo numérico como en los prácticos ya que se hace especial hincapié en su intervención educativa, tanto a lo largo del desarrollo del tema como en el apartado número seis dedicado a dicha aplicación.

1- EL APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS Y EL CÁLCULO NUMÉRICO

Según el diccionario de la Real Academia Española de la Lengua podemos definir el concepto de número (del latín *numerus*) como un concepto matemático que indica cantidad referida a la unidad.

Este concepto nace de la necesidad de saber que cantidad de elementos se posee, se quieren o se necesitan.

Básicamente nacen de la necesidad de contar y tienen su importancia en la Educación Primaria para la adquisición de la competencia matemática que permite posteriormente la transferencia de las actividades de recuento y ordenación a las actividades de la vida diaria.

Es decir, responden a las necesidades de tipo social que han ido evolucionando desde la prehistoria en dos líneas fundamentales:

- a) Informar del número de los conjuntos de objetos (cardinal del conjunto)
- b) Señalar el lugar que ocupa o debe ocupar un objeto dentro de un grupo ordenado de objetos(ordinal del objeto)

La palabra cálculo proviene del latín (cálculus) que significa contar piedras.

Las matemáticas comenzaron su andadura desde que la humanidad vio la necesidad de contar objetos.

Los procedimientos de cálculo se han ido desarrollando durante la historia unidos al conocimiento de los distintos tipos de número.

A partir de Leonardo de Pisa (S XII) se difunde la representación decimal de los números, entre los que se contiene el cero, y se produce un gran desarrollo en los algoritmos.

A lo largo de la Educación Primaria el alumno irá adquiriendo los distintos algoritmos que le servirán para automatizar las operaciones matemáticas.

También es necesario que desarrolle los procedimientos de cálculo mental, aprenda a realizar estimaciones, así como utilizar la calculadora.

El aprendizaje de los números se realiza simultáneo al de las operaciones, ampliando la dificultad de éstas a medida que se incrementa la magnitud de los números.

No se puede trabajar con las decenas sin haber trabajado previamente las unidades.

Para las operaciones se aconseja que la noción de suma vaya unida a la de resta. A continuación la multiplicación como sumas sucesivas de números iguales, para seguir con la división.

Es necesario que la noción de división esté clara para abordar los porcentajes al final de la etapa.

Los números fraccionarios se trabajan como partes de un grupo. Mediante trabajos manipulativas se comienza con medios, cuartos... El décimo se relacionará con los números decimales.

Los números negativos se tratarán en aspectos codificables como (temperatura, pisos de sótano etc...)

2- NÚMEROS NATURALES, ENTEROS, FRACCIONARIOS Y DECIMALES

Los números naturales (N) responden a la cuestión ¿ cuántos elementos tiene este conjunto? Y en estas circunstancias se habla del cardinal.

También se puede usar para ordenar un conjunto y entonces se habla del ordinal.

En el conjunto de los números naturales son siempre posibles una serie de operaciones y otras no. Así la suma y la multiplicación son siempre posibles, mientras que no lo son la resta y la división.

Los números enteros (Z) podemos definirlos como aquellos que resultan de restar dos números naturales.

Si restamos el menor del mayor, el resultado es un nº positivo, si restamos el mayor del menor el resultado es un nº negativo.

Por tanto las operaciones internas al conjunto Z son la suma, la sustracción y la multiplicación. Por ello siempre que se suma, se resta o se multiplican dos enteros, el resultado es otro entero.

La división no es una operación interna a los números enteros.

$8:4=2$ pero $8:3=$

El valor absoluto de un número entero es el valor del número prescindiendo del signo.

Se simboliza colocando el número entre barras. $-4=$ / $4/=4$

Los números fraccionarios surgen de la necesidad de resolver el problema de la división en todos los casos, de forma que la división de dos números enteros cuyo resultado no sea otro número entero forma un número fraccionario $\frac{8}{3}$.

La aparición del número fraccionario nos lleva a definir el concepto de fracción. Se define como un par ordenado de números enteros, de manera que el segundo término (denominador) divide al primero (numerador)

Las características que presentan los números fraccionarios son: Irreducibles o reducibles y equivalentes.

Al igual que los diferentes tipos de números los he ido definiendo en función de los anteriores, a continuación voy a definir **el número decimal** en referencia al fraccionario, de forma que podemos entender por número decimal aquel número fraccionario cuyo denominador es 10 o una potencia de 10.

El origen de los decimales se remonta a finales del S XVI y fue el matemático Simón Stevin el primero en proponer la división de la unidad para permitir medir magnitudes menores que ésta.

Los números decimales se pueden clasificar en finitos e infinitos o periódicos.

3- SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Es un conjunto de reglas y signos que se emplean para expresar todos los números usando un número finito de símbolos.

A lo largo de la historia se han sucedido innumerables sistemas de numeración dependiendo de la zona geográfica y las culturas predominantes en dichas zonas. Ello nuevamente, como he citado anteriormente, tiene su justificación en la necesidad de tipo social de establecer unos signos convencionales y conocidos por una población determinada que permita asignar cantidades, posiciones, operar...

En la actualidad se emplean sistemas de numeración posicionales debido a la facilidad de utilización: sistema decimal, sistema binario, sistema de numeración oral y sistema de numeración oral ordinal.

4- RELACIÓN ENTRE NÚMEROS

Desde los números naturales hasta los fraccionarios, decimales etc..., ha venido existiendo la necesidad de ampliar el campo numérico basándonos para ello en la teoría de conjuntos.

La relación entre los diferentes números se conceptualiza como una relación de **inclusión sucesiva** de los números naturales hasta los racionales.

5- OPERACIONES DE CÁLCULO Y PROCEDIMIENTOS (CÁLCULO ESCRITO, MENTAL, ESTIMACIÓN Y CALCULADORA)

Las operaciones de cálculo con los números naturales son las de adición, la sustracción, la multiplicación y la división.

Respecto a la **adición** destacar sus propiedades: conmutativa $a + b = b + a$, asociativa: $a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$ y elemento neutro: el cero.

Los términos de la **sustracción** se llaman minuendo y sustraendo, el resultado se denomina diferencia.

La resta de dos números naturales no siempre es un número natural, por ello se dice que la resta no es una operación interna en $\mathbb{N}$, ya que el resultado puede ser un número que no sea natural.

La multiplicación de dos números naturales es siempre otro número natural.

Está asociada a la idea de repetir un número. Es frecuente encontrar expresiones como 3 veces 5 es igual a quince.

La división está asociada a la idea de repartir, partir en un número finito de partes un todo.

Entre las definiciones más convencionales encontramos la definición aritmética la cual nos dice que dados dos números naturales D y d , dividir D por d , significa encontrar otros dos números naturales c y r tales que $D = d \cdot c + r$, siendo r menor que d .

Las operaciones con los números enteros son la adición y sustracción, multiplicación y división.

Al sumar dos números enteros siempre resulta otro número entero. Por ello se dice que la suma es una operación interna en $\mathbb{Z}$.

Para sumar dos números enteros si tienen el mismo signo, se suman sus valores absolutos y se les coloca el mismo signo, Si tienen distinto signo, se restan sus valores absolutos y se coloca el signo del que tenga mayor valor absoluto.

Para restar dos números enteros basta con sumar al primero el opuesto del segundo $a - b = a + (-b)$

Al multiplicar dos números enteros siempre se obtiene un número entero. Por ello decimos que la multiplicación es una operación interna en $\mathbb{Z}$.

En cuanto a **la división**, en el conjunto de los números enteros sólo es posible realizar divisiones exactas.

Las operaciones con los números fraccionarios en cuanto a **la adición**, los sumandos pertenecen al conjunto $\mathbb{F}$.

Si tienen el mismo denominador: se suman los numeradores y se deja invariante el denominador.

La diferencia es igual.

Si tienen distinto denominador: se reducen a común denominador (m.c.m) y se aplican las normas anteriores.

Las propiedades son : operación interna en $\mathbb{Q}$, asociativa, conmutativa, tiene elemento neutro(0) y todo elemento tiene simétrico (el opuesto)

El producto de dos fracciones es igual al producto de los numeradores y el producto de los denominadores.

Sus propiedades son: conmutativa, asociativa, elemento neutro, distributiva y elemento inverso (cada fraccionario multiplicado por su inverso da la unidad como resultado).

La división consiste en multiplicar el dividendo por el inverso del divisor, convirtiendo por tanto la división de fraccionarios en un caso particular multiplicación.

Las operaciones con números decimales en el caso de **la adición** se disponen los dos números en columnas y las comas debajo de las comas. Sólo queda aplicar el algoritmo habitual de adición o sustracción en $\mathbb{N}$, aplicándole por tanto las mismas propiedades.

La multiplicación consiste en realizar la multiplicación de los dos números como si fueran enteros, prescindiendo de la coma, para colocar finalmente la coma en el

producto contando(a partir de la derecha) el número de cifras igual a la suma de las cifras de las partes decimales de los dos factores.

El algoritmo de la división es el mismo que el de la división entera. Se traslada la coma al cociente cuando se la encuentra en el dividendo. Cuando se agotan las cifras del dividendo se continúa la división bajando ceros.

En cuanto a los procedimientos de cálculo comenzaré hablando del **mental** el cual es efectuado sin las herramientas tales como calculadora o algoritmos escritos.

En una etapa en la que quedó tachado de obsoleto, se vuelve a insistir en la validez del mismo en esta etapa educativa.

Puede ser utilizado en diferentes momentos de la práctica educativa:

- Control para verificar el conocimiento de las tablas, propiedades de las operaciones, automatizaciones de los algoritmos suma y resta.
- Recurso y apoyo para la introducción de cálculos más complejos.
- Estrategia de anticipación de resultados.
- Respuesta a preguntas abiertas.

Otro de los procedimientos es **la calculadora**, la cual corresponde a los docentes, en un proceso de planificación adecuada, dotar de un uso didáctico y educativo el uso de la misma.

En la adición y sustracción permite:

- Fase de descubrimiento del teclado.
- Comprobar la validez de un cálculo.
- Comprobar que en muchos casos es más rápido el cálculo mental.
- Juegos de búsqueda.(Ejemplo: busca el número 53 a partir de 5 y sin borrar. ¿Cuántos pasos has dado?).

Los procedimientos de cálculo en la multiplicación y división en el primer ciclo y durante el segundo, hace que el algoritmo de la multiplicación, en la mayoría de casos, se limite a memorizar dichas tablas. No obstante existen diferentes estrategias para obtener multiplicaciones y divisiones: sumar o restar de forma sucesiva, repartir, jugar con los dobles o mitad...

El objetivo del cálculo mental según E. Cid es redondear: intercambiar términos, supresión o añadido de ceros...

La calculadora en la multiplicación y división, tras apretar de forma adecuada las teclas, se obtiene el resultado. Es más complicado en la división porque, caso de ser una división inexacta se obtiene el cociente decimal y no el cociente entero y el resto.

La estimación en el cálculo se caracteriza por:

- La valoración se realiza generalmente de forma mental.
- Se hace con rapidez y utilizando números sencillos.
- El valor obtenido no tiene que ser exacto.
- El resultado admite soluciones diferentes dependiendo de la persona que lo realiza.

Los procesos de estimación se realizan siempre que:

- No se conocen exactamente las cantidades implicadas en una operación.
- Cuando un cálculo es difícil y es más económico aproximarnos a él.
- Se quiere expresar una cantidad de forma aproximada sin entrar en detalles.

Los procesos de estimación en cálculo consisten en hacer más sencilla una operación.

6- INTERVENCIÓN EDUCATIVA

El currículo oficial, establece que en la E.P se busca alcanzar una alfabetización numérica, entendida como la capacidad para enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervengan los números y sus relaciones, permitiendo obtener información efectiva, directamente o a través del cálculo mental o escrito, la estimación o la comparación.

Las actividades manipulativas con material adecuado son fundamentales en el proceso de adquisición de contenidos matemáticos a nivel general y de la numeración en particular.

Entre los materiales manipulativas más utilizados en el estudio de la numeración y las operaciones aritméticas están **los ábacos, las regletas de Cuisenaire y recursos que ofrece la red o los materiales informáticos. Programa Clic, “ Contamos con Pipo”.**

Las propuestas de actividades para el primer ciclo de la E.P

En el primer curso los niños están aprendiendo a decodificar, y por tanto se están iniciando en el desarrollo de la capacidad de comprensión lectora. Se van iniciando en la escritura y su dependencia del adulto es bastante acusada. Mientras que en el segundo nivel el desarrollo de estas competencias está más avanzado y , por lo tanto, la metodología de trabajo es diferente.

Cuando los alumnos ya han adquirido cierta agilidad y comprensión lectora se les puede presentar de forma escrita las actividades.

- Identificación de unidades, decenas y centenas...
- Clasificación de un conjunto.
- Cálculo mental de sumas.
- Resolución de problemas de sumas y restas.

En el segundo ciclo partimos de unas capacidades que ya están en proceso de adquisición (comprensión lectora, más autonomía, desarrollo de destrezas de cálculo...) por tanto la enseñanza se centrará más en la práctica e interiorización del proceso.

Como actividades adecuadas puedo mencionar:

- Inventar y plantear problemas. Resolución por grupos.
- Análisis y comprobación del valor posicional de las cifras.
- Calcular dobles, mitades, triples...
- Utilización del paréntesis.
- Resolución de problemas con dos o más operaciones etc...

En el tercer ciclo los alumnos poco a poco habrán ido interiorizando el proceso. Los resultados se van viendo de forma progresiva a lo largo de toda esta etapa y ahora nos encontramos en su último tramo.

Serán más capaces de expresarse matemáticamente en sus razonamientos y habrán construido su propio juicio para la valoración del resultado obtenido al final del proceso.

Las actividades adecuadas para este ciclo son:

- Planteamiento y resolución de problemas en los que intervengan operaciones combinadas.
- Ejecución individual de actividades con fracciones y números decimales.
- Suma y resta con decimales.
- Cálculo de porcentajes etc...

7- CONCLUSIÓN

El tema que he desarrollado es muy importante para mi función como maestra de primaria ya que en él se nos muestran tanto los aspectos teóricos como los prácticos relacionados con el cálculo numérico el cual es fundamental para que los alumnos adquieran una competencia matemática correcta y eficaz para enfrentarse con éxito a diferentes situaciones.

Por este motivo mi objetivo prioritario con los alumnos respecto al cálculo numérico será conseguir que sepan desenvolverse eficazmente y con confianza en todas las situaciones que intervengan los números y sus relaciones.