

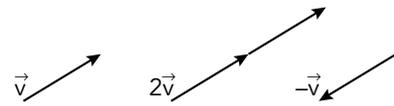
GEOMETRÍA ANALÍTICA

VECTORES EN EL PLANO

- Dos vectores **son iguales** cuando
- Las **coordenadas del vector** \vec{AB} son
- El **módulo del vector** \vec{AB} es
- Si dos vectores tienen **la misma dirección**, sus coordenadas

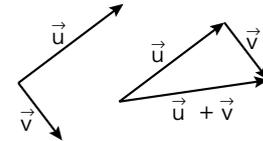
- El producto de un vector por un número es.....

EJEMPLO:



- Para sumar dos vectores

EJEMPLO:

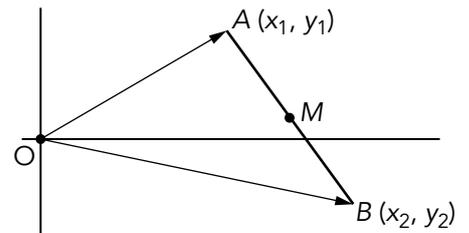


PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO

Las coordenadas del punto medio M de un segmento de extremos A y B son:

$$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) \rightarrow M(\boxed{}, \boxed{})$$

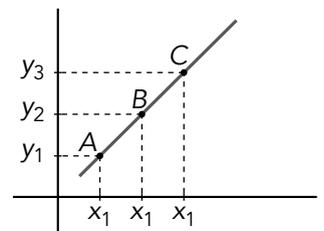
Por ejemplo, si $A(3, -6)$ y $B(-1, 4)$, entonces las coordenadas del punto medio son: $M(\boxed{}, \boxed{})$



PUNTOS ALINEADOS

Los puntos $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ y $C(x_3, y_3)$ están alineados si los vectores \vec{AB} y \vec{BC} son, es decir, si sus coordenadas son

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \dots\dots\dots$$



DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

La distancia entre los puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ es $d = |\vec{AB}| = \sqrt{\boxed{}}$

Por ejemplo, si $A(3, -7)$ y $B(8, 5)$, entonces $d = \dots\dots\dots$

ECUACIONES DE LA RECTA

- Las ecuaciones de la recta que pasa por $P(p_1, p_2)$ y tiene como vector dirección $\vec{v}(d_1, d_2)$ son:

Ecuación vectorial: **Ecuación en forma continua:**

Ecuaciones paramétricas: **Ecuación explícita:**

- La relación entre la **pendiente de r** y su **vector dirección** es
- Si dos rectas son **paralelas**, sus pendientes
- Si dos rectas son **perpendiculares**, sus pendientes

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

PRACTICA

- Dados los puntos $A(-3, 5)$ y $B(5, 3)$, halla:
 - Las coordenadas del vector \overrightarrow{AB} y su módulo.
 - El punto medio del segmento AB .

- Comprueba si están alineados los puntos A , B , C , en los casos siguientes:
 - $A(2, 3)$, $B(3, 5)$, $C(-2, -5)$
 - $A(2, 3)$, $B(3, 7)$, $C(-2, -3)$

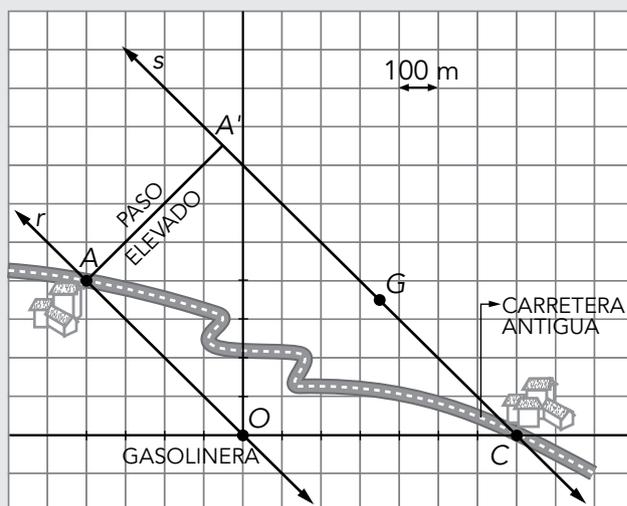
- Calcula el perímetro del triángulo de vértices $A(2, 3)$, $B(8, 0)$ y $C(11, 8)$.

- En el ejercicio anterior, calcula la ecuación de la recta AC y la ecuación de la recta perpendicular a ella que pasa por B . ¿En qué punto, D , ambas rectas se cortan?

- Dada la recta $3x - 2y + 5 = 0$, calcula su pendiente y halla:
 - Ecuación de la recta r paralela a ella que pasa por $A(1, -5)$.
 - Ecuación de la recta s perpendicular a ella por $B(-3, 4)$.
 - ¿Cómo son las rectas r y s , entre sí? (Observa la pendiente de ambas).
 - Escribe un vector dirección de r y otro de s .

APLICA. INFRAESTRUCTURAS VIARIAS

En un estudio de ingeniería civil se van a proyectar unas autovías que sustituyan a una antigua carretera en muy mal estado y con muchas curvas. La antigua carretera va desde A hasta C , y ahora quieren construir dos ramales paralelos, uno que pase por A y otro que pase por C . Para hacer el informe, se han colocado unos ejes coordenados con centro en O (la gasolinera).



1. ¿Cuál es la ecuación de la recta que representa el ramal r ?

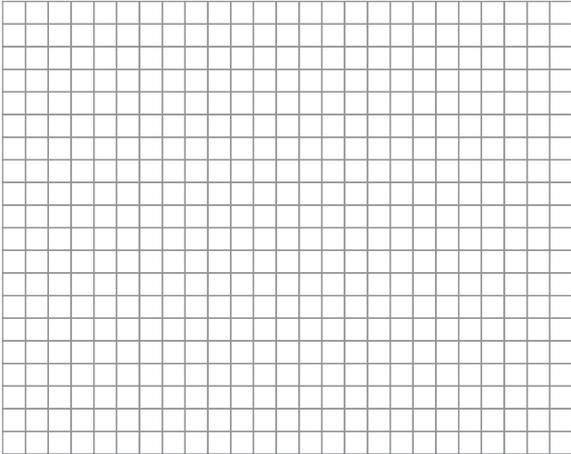
2. ¿Y cuál es la ecuación del ramal s ?

3. Desean diseñar otro ramal que comunique A con A' , perpendicular a ambas autovías. ¿Qué ecuación tendrá la recta AA' ? ¿Cuáles son las coordenadas de A' ? ¿Qué longitud tendrá el paso elevado?

4. Quieren construir otra gasolinera, G , en la autovía s y que esté en la perpendicular a r pasando por O . ¿Qué coordenadas tendrá G ? Es conveniente que calcules primero la ecuación de la recta OG .

PRACTICA

1. Calcula las coordenadas del punto A' , simétrico de $A(-4, 5)$, respecto al punto $P(-6, -3)$.



2. Dado el triángulo de vértices $A(-5, 1)$, $B(-2, -4)$ y $C(4, 5)$, halla:

a) Su perímetro.

b) La ecuación de la recta r perpendicular a AB que pasa por C .

c) Punto D de corte de AB con r .

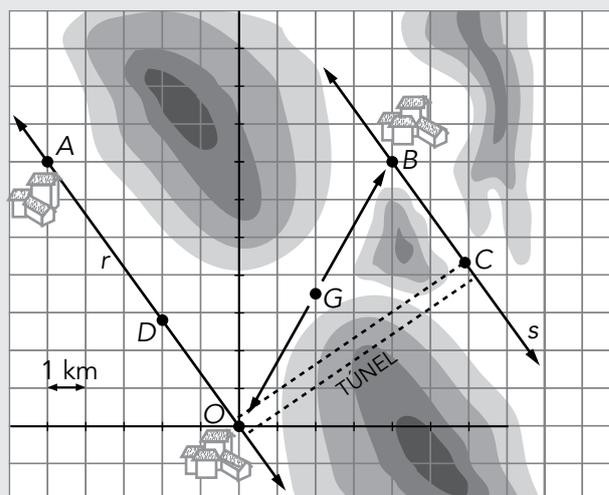
d) Distancia \overline{CD} .

e) Área del triángulo \widehat{ABC} .

3. Escribe las ecuaciones vectorial, paramétricas, en forma continua y explícita de la recta r que pasa por el punto $P(1, -4)$ y tiene como vector dirección \overrightarrow{PA} , siendo $A(-3, 2)$.

APLICA. CARRETERAS DE MONTAÑA

En una zona de montaña, las autoridades quieren proyectar un nuevo sistema de carreteras. Pretenden construir dos tramos paralelos de autovía por los valles de la zona. Los topógrafos han elaborado un mapa orográfico sobre unos ejes coordenados para facilitar los cálculos de los ingenieros. Sofía está en el equipo de planificación y os enseña el mapa para que la ayudéis con los cálculos. El centro del sistema de coordenadas lo han puesto en una localidad cercana. Este es el mapa:



1. "Vamos a ver, chicos. Según el plano, ¿cuáles son las coordenadas de O y de A ? Una vez que las hayáis calculado, ¿cuál es la ecuación de la carretera r ?"
2. "Supongo que ahora os resultará más fácil decirme cuál es la ecuación de la autovía s que pasa por B ".
3. "Acaban de decirme que quieren construir un nuevo ramal entre O y B con una gasolinera, G , en su punto medio. Tenemos que calcular la ecuación de este nuevo ramal, las coordenadas de G y la distancia de la gasolinera hasta B (mirad, en el plano, a qué distancia equivale una unidad)".
4. "Los ingenieros quieren construir un túnel que una las autovías r y s , y que sea perpendicular a ambas. Una de las entradas debe estar en O . ¿Qué ecuación tendrá? ¿Qué coordenadas tendrá la otra salida del túnel, C ?"

Unidad 8

Ficha de trabajo A

PRACTICA

- $\overline{AB}(8, -2); |\overline{AB}| = 2\sqrt{17}$
 - $M(1, 4)$
- Sí están alineados.
 - No están alineados.
- $P = d(A, B) + d(B, C) + d(A, C) = \sqrt{45} + \sqrt{73} + \sqrt{106} \approx 25,54$
- Recta AC: $y = \frac{5x}{9} + \frac{17}{9}$
 - Recta perpendicular a AC por B:
 $y = \frac{9x}{5} + \frac{72}{5}$
 - Punto D de corte:
 $y = \frac{5x}{9} + \frac{17}{9} = -\frac{9x}{5} + \frac{72}{5}$
 $D = \left(\frac{563}{106}, \frac{513}{106}\right)$
- $m = \frac{3}{2}$
 - $y + 5 = \frac{3}{2}(x - 1)$
 - $y - 4 = -\frac{2}{3}(x + 3)$
 - Perpendiculares.
 - Por ejemplo, $\vec{d}_r = (2, 3)$ y $\vec{d}_s = (-3, 2)$

APLICA

- $y = -x$
- $y = -x + 7$
- La recta AA' tiene como ecuación $y = x + 8$.
Las coordenadas de A' son $\left(-\frac{1}{2}, \frac{15}{2}\right)$.
El paso elevado tendrá, aproximadamente, 495 m.
- La ecuación de OG es $y = x$.
Las coordenadas de G son $\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$.

Ficha de trabajo B

PRACTICA

- $A'(-8, -11)$
- 26,41 u
 - $y - 5 = \frac{3}{5}(x - 4)$
 - $D\left(\frac{-149}{34}, \frac{-1}{34}\right)$
 - $d(C, D) = 9,78$ u
 - $A = \frac{d(A, B) \cdot d(C, D)}{2} \approx 28,09$ u²
- Vectorial: $(x, y) = (1, -4) + t(-2, 3)$
 Paramétricas: $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -4 + 3t \end{cases}$
 Continua: $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+4}{3}$
 Explícita: $y = \frac{-3x}{2} - \frac{5}{2}$

APLICA

- Las coordenadas de O son (0, 0); las de A, (-5, 7). La ecuación es $y = -\frac{7}{5}x$.
- La ecuación es $y = -\frac{7}{5}x + \frac{63}{5}$.
- La ecuación del nuevo ramal es $y = \frac{7}{4}x$.
Las coordenadas de G son $\left(2, \frac{7}{2}\right)$.
La distancia de la gasolinera a O es 4,03 km.
- La ecuación del túnel es $y = \frac{5x}{7}$.
Las coordenadas de C son $\left(\frac{441}{74}, \frac{2205}{518}\right) \approx (5,96; 4,26)$.