4	**Lo fundamental de la unidad**
	Nombre y apellidos: ....
	Curso: .... Fecha: ....

FUNCIONES

FORMAS DE DAR UNA FUNCIÓN

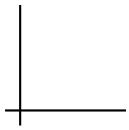
Una función puede darse por:

- Una ....
- … ....
- … ....
- … ....

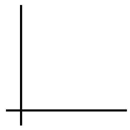
GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

Una gráfica representa una función si a cada valor de x le ....

EJEMPLOS: Función



No función



CARACTERÍSTICAS DE UNA FUNCIÓN

Dominio de definición

Es el conjunto de valores de x ....

....

....

Causas que pueden limitar el dominio:

....

....

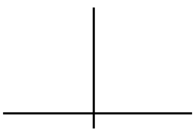
Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos

- f es creciente en un intervalo si ....
....
- f es decreciente en un intervalo si ....
....
- f tiene un máximo relativo en un punto cuando ....
....
- f tiene un mínimo relativo en un punto cuando ....
....

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

- Razones por las que una función puede ser discontinua en un punto:

a) Tiene ramas .... b) .... c) .... d) ....



- Se dice que una función es continua cuando ....

VARIACIÓN DE UNA FUNCIÓN

Pendiente de una recta

Es la variación ....

La pendiente de una recta se halla así:

- Si conocemos dos puntos: $m =$ ....
- Si conocemos la ecuación de la recta, ...
....

Tasa de variación media en [a, b]

- Es la pendiente de ....
....

T.V.M. [a, b] = ...

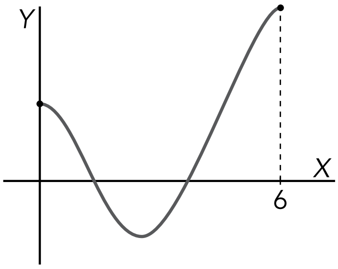
- Mide el grado de: ....
....

4	**Ficha de trabajo A**
	Nombre y apellidos: ....
	Curso: .... Fecha: ....

PRACTICA

1. Halla el dominio de definición de estas funciones:

a)

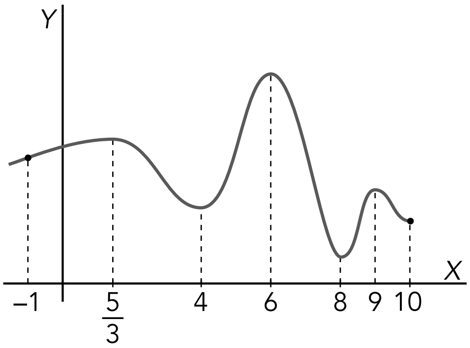


b) $f(x) = \dfrac{3}{x-2}$

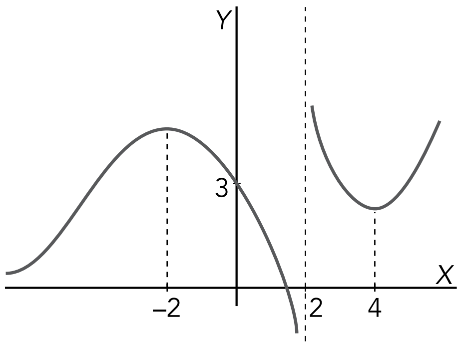
c) $f(x) = \sqrt{x-1}$

2. Señala los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, y los valores de x donde las funciones presentan máximo o mínimo relativos, en cada caso.

a)

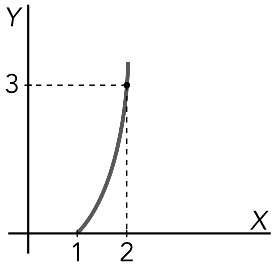


b)

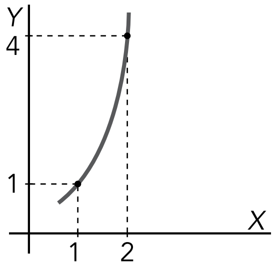


3. ¿Cuál de estas funciones crece más "rápido" en el intervalo citado? Averígualo calculando la tasa de variación media en dicho intervalo.

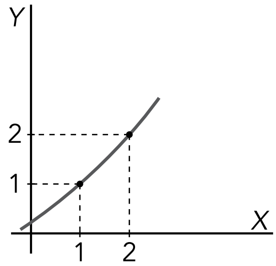
a)



b)



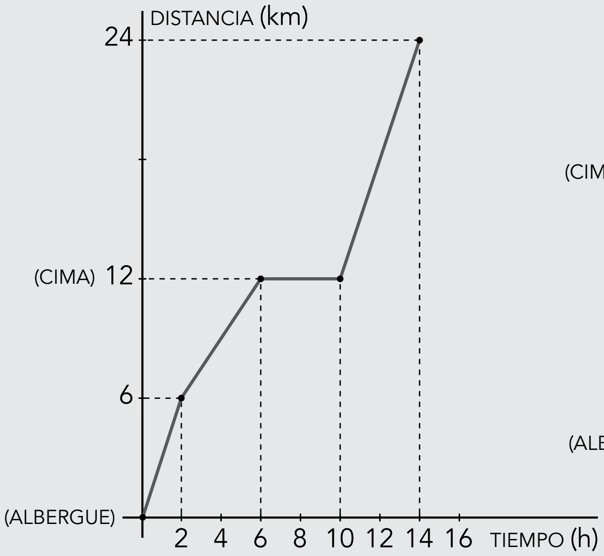
c)

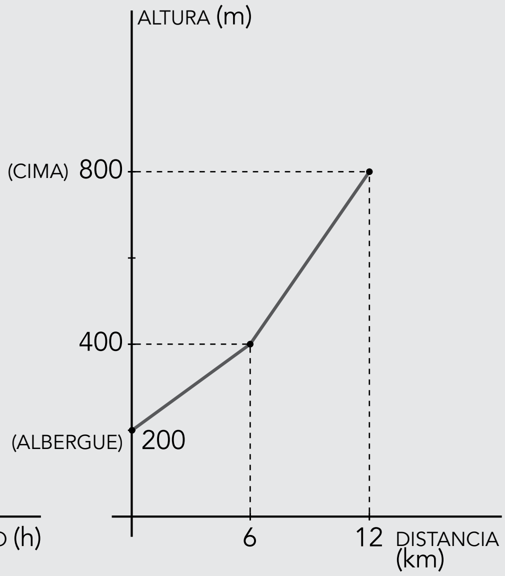


Nombre y apellidos: ....

APLICA. DÍAS DE SENDERISMO

El instituto ha llevado a hacer senderismo a los estudiantes de Bachillerato. Aprovechando la circunstancia, el profesor de matemáticas os encarga una investigación sobre el día en el campo. La marcha empezó a las 6:00 h y tuvieron que ascender por un monte situado a 12 km del albergue en el que estaban alojados. De las siguientes gráficas, la primera muestra la relación entre el espacio recorrido y el tiempo de caminata, y la segunda, el perfil geológico de la marcha.





1. a) ¿Cuál es el dominio de definición de la función tiempo empleado-distancia recorrida?

b) ¿A qué hora terminó la excursión?

2. La función es, casi siempre, creciente (a más tiempo empleado, más kilómetros recorridos). Sin embargo, se ve un periodo de tiempo donde la gráfica es un trozo de recta horizontal. ¿Cuál es? ¿Cómo interpretas esa situación durante la excursión? ¿En qué kilómetro ocurre eso?

3. A lo largo de las dos primeras horas del recorrido (intervalo [0, 2]), la gráfica crece más rápido que en el intervalo [2, 6]. ¿Cuál es la T.V.M. de la función en cada tramo? Interprétalo observando la gráfica del perfil.

4. Calcula la velocidad empleada en cada uno de los tramos de subida. ¿Cuál es la velocidad media empleada en la subida?

4

Ficha de trabajo B

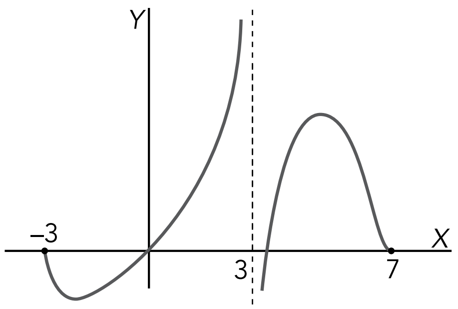
Nombre y apellidos: ....

Curso: .... Fecha: ....

PRACTICA

1. Halla el dominio de las siguientes funciones:

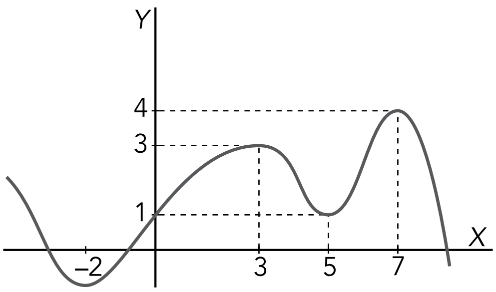
a)



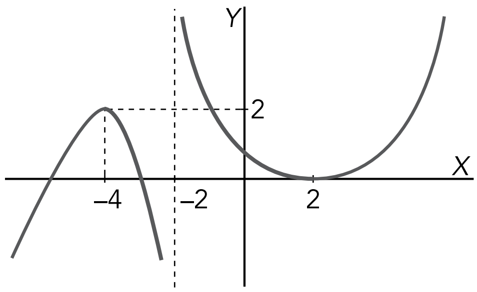
b) $f(x) = \dfrac{5x - 2}{x^2 - 3x + 2}$

2. Escribe los intervalos de crecimiento y decrecimiento de las funciones siguientes. ¿Cuáles son sus máximos y mínimos?

a)

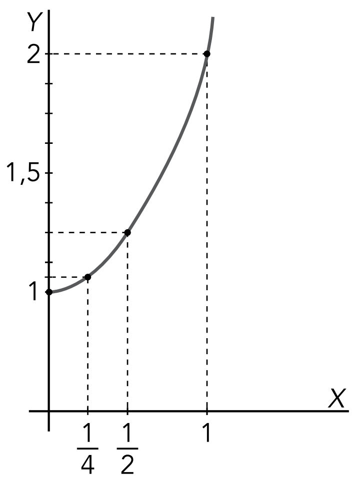


b)



3. Observa esta función. Calcula la tasa de variación media (T.V.M.) en los intervalos [0, 1], $\left[0, \frac{1}{2}\right]$, $\left[0, \frac{1}{4}\right]$, $\left[0, \frac{1}{8}\right]$ (Puedes ayudarte de la expresión analítica, $y = x^2 + 1$, de la función).

¿Podrías estimar a qué valor tiende la T.V.M. para un intervalo [0, 0 + h] cada vez más pequeño?



Nombre y apellidos: ....

APLICA. CIENCIA-FICCIÓN

Trabajas en el Observatorio Astronómico. A pesar de todas las probabilidades en contra, un hecho fatídico se cierne sobre el planeta: un enorme asteroide va a chocar contra nosotros. Tus compañeros y tú habéis comprobado que cada 3 horas se acerca 4 000 kilómetros más. La única solución que se encuentra es disparar un proyectil con un explosivo de gran potencia que sea capaz de disgregar el asteroide. La ecuación que mide la altura alcanzada por el proyectil, en miles de kilómetros, en función del tiempo es $A = (-t^2/16) + 2t$. En el momento del disparo, el asteroide está a 32 000 km de nuestro planeta. Son las 9:00 h.

1. Tu jefa, con las prisas del momento, te pide que calcules la ecuación que da la distancia que nos separa del asteroide en cada momento. "Y Sánchez", te grita, "¡no olvides que, como viene hacia nosotros, la distancia decrece!"

2. Una vez que tienes la ecuación, te pide que calcules la hora en la que se prevé que el asteroide choque contra la Tierra.

3. Para poder dar el dato a los militares, con el fin de poder disparar el proyectil, tienes que elaborar dos tablas:

a) Una que relacione la distancia a la que está el asteroide según transcurre el tiempo (hazlo cada 3 horas).

b) La otra, que relacione la altura del proyectil con el tiempo transcurrido (parte de 0 y haz los cálculos cada 4 horas).

4. Para facilitar la labor a los militares, decides adjuntar, junto a las tablas, las gráficas de las trayectorias del proyectil y del asteroide. Realiza las gráficas en los mismos ejes coordenados. Además, en tu informe di si impactará el proyectil en el asteroide, a qué hora aproximada y a qué distancia de la Tierra, aproximadamente. Todo esto lo puedes hacer mirando las gráficas. ¡Adelante!

Unidad 4

Ficha de trabajo A

PRACTICA

1. a) $[0, 6]$ b) $\mathbb{R} - \{2\}$ c) $x \geq 1$

2. a) Crece en $\left(-1, \frac{5}{3}\right) \cup (4, 6) \cup (8, 9)$

Decrece en $\left(\frac{5}{3}, 4\right) \cup (6, 8) \cup (9, 10)$

Máximo en $x = \frac{5}{3}$, en $x = 6$ y en $x = 9$.

Mínimo en $x = 4$ y en $x = 8$.

b) Crece: $(-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$

Decrece: $(-2, 2) \cup (2, 4)$

Máximo en $x = -2$. Mínimo en $x = 4$.

3.
$$\left.\begin{array}{l} \text{a) T.V.M.}[1, 2] = \frac{3-0}{2-1} = \frac{3}{2} \\ \text{b) T.V.M.}[1, 2] = \frac{4-1}{2-1} = \frac{3}{2} \\ \text{c) T.V.M.}[1, 2] = \frac{2-1}{2-1} = 1 \end{array}\right\}$$
Crecen igual a) y b) y más rápido que c).

APLICA

1. a) $0 \leq t \leq 14$

b) A las 20 h.

2. En $6 \leq t \leq 10$. Período de descanso en la cima.

3. En [0, 2]: T.V.M. $= \frac{6}{2} = 3 \rightarrow v = 3$ km/h

En [2, 6]: T.V.M. $= \frac{6}{4} = 1{,}5 \rightarrow v = 1{,}5$ km/h

En [0, 2] el perfil es más suave: avanzan más rápido.

4. $v_m = \frac{12}{6} = 2$ km/h

Ficha de trabajo B

PRACTICA

1. a) $[-3, 3) \cup (3, 7]$ b) $\mathbb{R} - \{1, 2\}$

2. a) Crece en $(-2, 3) \cup (5, +\infty)$.

Decrece en $(-\infty, -2) \cup (3, 5)$.

Máximo en $x = 3$ y $x = 7$.

Mínimo en $x = 5$ y $x = -2$.

b) Crece en $(-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$.

Decrece en $(-4, -2) \cup (-2, 2)$.

Máximo en $x = -4$. Mínimo en $x = 2$.

3.

INTERVALOS	$[0, 1]$	$\left[0, \frac{1}{2}\right]$	$\left[0, \frac{1}{4}\right]$	$\left[0, \frac{1}{8}\right]$
T.V.M.	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{32}$

Podemos estimar que la T.V.M. en un intervalo [0, 0 + h) cada vez más pequeño, tiende a ser 0.

APLICA

1. $d = 32 - \frac{4}{3}t$. La distancia se da en miles de kilómetros.

2. El asteroide chocará 24 h después, es decir, a las 9:00 h del día siguiente.

a) ASTEROIDE

t (h)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
d	32	28	24	20	16	12	8	4	0

b) PROYECTIL

t (h)	0	4	8	12	16	20	24	28	32
A	0	7	12	15	16	15	12	7	0

3.