

	Nombre:			2ª Evaluación	Nota
	Curso:		Examen IV		
	Fecha:		Recuperación de la 1º evaluación		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Una amiga me pidió que le pasase un escrito al ordenador. El primer día pasé $\frac{1}{4}$ del trabajo total. El segundo día $\frac{1}{3}$ de lo restante. El tercer día $\frac{1}{6}$ de lo que faltaba, y el cuarto lo terminé pasando 30 folios. ¿Puedes averiguar cuántos folios tenía el escrito? (1,5 puntos)

🍏 Si el **primer día** un cuarto del trabajo: $\frac{1}{4}$

Quedan $\frac{3}{4}$

🍏 El **segundo día** $\frac{1}{3}$ de lo que queda: $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

Entre los dos días: $1) + 2) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Por tanto, quedan $\frac{1}{2}$

🍏 El **tercer día** $\frac{1}{6}$ de lo que queda: $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

Así que, entre los tres días: $1) + 2) + 3) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$

Por tanto, al final quedan $\frac{5}{12}$

🍏 Si el **cuarto día** hace las últimas 30 páginas que representan $\frac{5}{12}$, entonces

$$\frac{5}{12} \text{ son } 30 \text{ páginas} \rightarrow \frac{1}{12} \text{ son } \frac{30}{5} = 6 \rightarrow \frac{12}{12} \text{ son } 6 \cdot 12 = 72 \text{ páginas}$$

Por tanto, el trabajo tiene 72 folios.

2.- Calcula y simplifica todo lo que puedas: (1,5 puntos) $\frac{1}{x^2 - x} + \frac{2x - 1}{x - 1} - \frac{3x - 1}{x} =$

Para sumar las fracciones algebraicas, al igual que las fracciones con números, tenemos que reducir a común denominador, y para ello descomponemos en factores los denominadores y hacemos el m.c.m.:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 - x = x(x-1) \\ x - 1 = x - 1 \\ x = x \end{array} \right\} m.c.m. = x(x-1) \rightarrow \frac{1}{x^2 - x} + \frac{2x - 1}{x - 1} - \frac{3x - 1}{x} = \frac{1}{x(x-1)} + \frac{x(2x-1)}{x(x-1)} - \frac{(x-1)(3x-1)}{x(x-1)} =$$

$$= \frac{1}{x(x-1)} + \frac{2x^2 - x}{x(x-1)} - \frac{3x^2 - 4x + 1}{x(x-1)} = \frac{1 + 2x^2 - x - 3x^2 + 4x - 1}{x(x-1)} = \frac{-x^2 + 3x}{x(x-1)} = \frac{x(3-x)}{x(x-1)} = \frac{\cancel{x}(3-x)}{\cancel{x}(x-1)} = \frac{3-x}{x-1}$$

3.- Dados los siguientes polinomios: (1,5 puntos)

$$P(x) = 3x^4 - 6x^3 + 4x - 2 \quad Q(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 1 \quad R(x) = 2x^2 + 4x - 5 \quad S(x) = x^2 + 1$$

Calcula: a) $3 \cdot P(x) - 2 \cdot Q(x) + R(x)$

b) $P(x) \cdot Q(x) - 3 \cdot S(x)$

c) $P(x) : S(x)$

$$d) 3 \cdot P(x) - 2 \cdot Q(x) + R(x) = 3(3x^4 - 6x^3 + 4x - 2) - 2(x^3 - 2x^2 - 3x + 1) + 2x^2 + 4x - 5 = 9x^4 - 18x^3 + 12x - 6 - 2x^3 + 4x^2 + 6x - 2 + 2x^2 + 4x - 5 = 9x^4 - 20x^3 + 6x^2 + 22x - 13$$

$$\text{b) } P(x) \cdot Q(x) - 3 \cdot S(X) = (3x^4 - 6x^3 + 4x - 2) \cdot (x^3 - 2x^2 - 3x + 1) - 3(x^2 + 1) = 3x^7 - 6x^6 - 9x^5 + 3x^4 - 6x^6 + 12x^5 + 18x^4 - 6x^3 + 4x^4 - 8x^3 - 12x^2 + 4x - 2x^3 + 4x^2 + 6x - 2 - 3x^2 - 3 = 3x^7 - 12x^6 + 3x^5 + 25x^4 - 16x^3 - 11x^2 + 10x - 5$$

$$c) P(x): S(x)$$

$$\begin{array}{rrrrr}
 3x^4 & -6x^3 & +0x^2 & +4x & -2 \\
 -3x^4 & & -3x^2 & & \\
 \hline
 0 & -6x^3 & -3x^2 & +4x & \\
 & +6x^3 & & +6x & \\
 \hline
 & 0 & -3x^2 & +10x & -2 \\
 & & & +6x & \\
 \hline
 & & -3x^2 & +10x & -2 \\
 & & +3x^2 & & +3 \\
 \hline
 & & 0 & +10x & +1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \boxed{x^2+1} \\
 3x^2-6x-3
 \end{array}$$

4.- Calcula el valor de la siguiente expresión: (1,5 puntos)

$$\frac{\left[(4\sqrt{50}-3\sqrt{72})\cdot(5\sqrt{2}+\sqrt{18})\right]}{\sqrt{32}-\sqrt{8}}$$

Sacamos todo lo que se pueda de los radicales y operamos hasta reducir al máximo el resultado:

$$\frac{[(4\sqrt{50}-3\sqrt{72})(5\sqrt{2}+\sqrt{18})]}{\sqrt{32}-\sqrt{8}} = \frac{[(2\sqrt{2})(8\sqrt{2})]}{2\sqrt{2}} = \frac{32}{2\sqrt{2}} = \frac{16}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{16\sqrt{2}}{2} = 8\sqrt{2}$$

5.- Calcula con la ayuda de las propiedades de los logaritmos el valor de la siguiente expresión: (2 puntos)

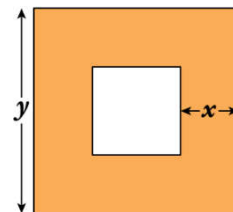
$$\frac{\log_2 \sqrt[5]{8} + \log_2 \sqrt{256} + \log_2 8^{-1}}{2 \cdot \log_2 4 + 3 \cdot \log_2 2^{-2}} =$$

Como todos los números de los argumentos de los distintos logaritmos son potencias de 2 y de 4, igual que las bases de los logaritmos, todos se pueden calcular, así que vamos a ir, con la ayuda de las propiedades de los logaritmos, calculando cada uno de ellos:

$$\frac{\log_2 \sqrt[5]{8} + \log_2 \sqrt{256} + \log_2 8^{-1}}{2 \cdot \log_2 4 + 3 \cdot \log_4 2^{-2}} = \frac{\log_2 (\sqrt[5]{8} \cdot \sqrt{256} \cdot 8^{-1})}{2 \cdot \log_2 2^2 + 3 \cdot \log_4 4^{-1}} = \frac{\log_2 (\sqrt[5]{2^3} \cdot \sqrt{2^8} \cdot 2^{-3})}{4 \cdot \log_2 2 - 3 \cdot \log_4 4} = \frac{\log_2 (2^{\frac{3}{5}} \cdot 2^4 \cdot 2^{-3})}{4 \cdot 1 - 3 \cdot 1} =$$

$$= \frac{\log_2 (2^{\frac{3}{5}} \cdot 2)}{1} = \log_2 (2^{\frac{13}{5}}) = \frac{13}{5} \log_2 2 = \frac{13}{5}$$

6.- Expresa algebraicamente y en forma de producto, el área del anillo cuadrado de la figura usando las variables que aparecen en ella y después calcula su valor para $x=1$ e $y=3$ cm. (2 puntos)



Observando la figura, podemos calcular el área sombreada, restándole al cuadrado naranja (grande) el cuadrado blanco (interior):

El área del cuadrado naranja viene dada por: $A_G = y^2$

Para el área del blanco, primero necesitamos conocer el lado, y el lado lo calcularemos con la ayuda del grande, es decir el lado del blanco es $y - 2x$, por tanto, su área vendrá dada por: $A_B = (y - 2x)^2 = y^2 - 4xy + 4x^2$

Así que el área sombreada será:

$$A_{\text{sombreada}} = A_G - A_B = y^2 - (y^2 - 4xy + 4x^2) = y^2 - y^2 + 4xy - 4x^2 = 4xy - 4x^2 = 4x(y - x)$$

Que expresada en forma de producto será: $A(x, y) = 4x \cdot (y - x)$

Y, para $x=1$ e $y=3$: $A(x, y) = 4x \cdot (y - x) \rightarrow A(1, 3) = 4 \cdot 1 \cdot (3 - 1) = 8 \text{ cm}^2$

Por tanto, el área es de 8 cm^2 .

BONUS.- Escribe un polinomio de cuarto grado que no tenga raíces. Justifica tu respuesta

La respuesta es abierta, pero una solución fácil sería multiplicar dos polinomios de segundo grado que no tengan raíces, como por ejemplo los polinomios x^2+1 y x^2+4 , así que, un polinomio de 3º grado sin raíces podría ser el:

$$P(x) = (x^2 + 4) \cdot (x^2 + 1) = x^4 + 5x^2 + 4$$