UNIDAD 1: NÚMEROS NATURALES

1. Sistemas de numeración

Los números surgen de la necesidad de contar. Para escribirlos y transmitirlos nacen los sistemas de numeración. Las grandes civilizaciones (egipcios, babilonios, griegos, romanos, chinos, indios, árabes, mayas…) han utilizado distintos sistemas de numeración.

Ábaco romano

Muchos de esos sistemas eran aditivos (no posicionales), es decir, para escribir una cantidad hay que añadir símbolos hasta obtener la cantidad deseada. Así, en la numeración romana, 17 se obtiene como 10 + 5 + 1 +1: XVII. Estos sistemas eran poco prácticos para realizar operaciones y normalmente se utilizaban artilugios mecánicos para ello, como el ábaco.

Nosotros usamos el sistema de numeración decimal (dígitos del 0 al 9), que nació en la India en el s. VII y llegó a Europa a través de los árabes. Es un sistema posicional, es decir, cada cifra tiene un valor según el lugar que ocupa. Este sistema adopta el dígito cero como una cifra más, si bien se cree que el cero nace en la civilización babilónica como una simple marca para indicar la ausencia de un número. Con este sistema indo-arábigo, 109 significa: 1 centena, 0 decenas y 9 unidades

2. Los números naturales

- Son los que sirven para contar y ordenar. El conjunto de los números naturales se representa con la letra **N:**

  N = {0, 1, 2, 3, ...}

- Podemos utilizar los números naturales para contar o para ordenar:

  - **Cardinales** = {0, 1, 2, 3, 4, ...} sirven para contar.
  - **Ordinales** = {1º, 2º, 3º, ...} sirven para ordenar.

- Para leer y escribir números naturales, se siguen los siguientes pasos:

  Se divide el número en grupos de tres cifras, empezando por la derecha.

  En cada grupo de tres cifras:
  - La cifra de la derecha se llama unidad (U)
  - La cifra del centro se llama decena (D)
  - La cifra de la izquierda se llama centena (C)

Cada cifra tiene un valor diferente según el lugar que ocupa:

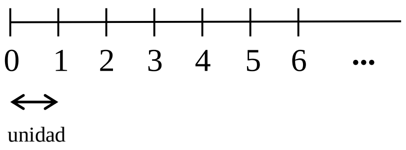
TABLA DE POSICIONES							
…	Unidades de millón	Centenas de millar	Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades
…	UM	Cm	Dm	Um	C	D	U
…	1.000.000 unidades	100.000 unidades	10.000 unidades	1.000 unidades	100 unidades	10 unidades	1 unidad

Por ejemplo:
1.324 = 1 unidad de millar + 3 centenas + 2 decenas + 4 unidades
20.567 = 2 decenas de millar + 5 centenas + 6 decenas + 7 unidades
El valor de la cifra 5 en el número 20.567 es 500 unidades.

3. Representación gráfica

Los números naturales se representan sobre una recta, de la siguiente manera:

a) Se traza una línea recta y se toma como origen un punto que representa al cero.
b) A la derecha del cero se elige otro punto que representa al 1, y se toma como unidad la distancia del cero al uno.
c) Se lleva esta unidad a la derecha tantas veces como indica el número que se va a representar.



4. Orden

Para ordenar números naturales se tiene en cuenta lo siguiente:

a) Si **los números tienen distinta cantidad de cifras**, es mayor el que tiene más cifras:

5.467 > 543 > 54

b) Si **los números tienen igual número de cifras**, se comparan las cifras situadas más a la izquierda:

999.333 ⟶ 6 cifras   **6**99.333 ⟶ 6 cifras

999.333 > **6**99.333, ya que 9 es mayor que 6.

Si la cifra más a la izquierda coincide, se compara la siguiente. Se repite el proceso hasta que se llega a una cifra diferente:

25**4**.378 ⟶ 6 cifras   25**9**.876 ⟶ 6 cifras

25**9**.876 > 25**4**.378, ya que 9 es mayor que 4.

5. Operaciones

- **Suma**. Recuerda que sumar es unir, juntar. Así: 482 + 160 + 35 = 677
- **Resta**. Recuerda que restar es quitar, suprimir. Así: 721 – 538 = 183
- **Multiplicación**. Recuerda que multiplicar es una forma abreviada de realizar una suma repetida. Por ejemplo: 42 + 42 +42 = 42 ·3 = 126
- **División**. Recuerda que dividir es repartir. Por ejemplo: 28 : 4 = 7

  En toda división se cumple que:

  $$\boxed{\text{Dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{resto}}$$

  siendo:

  $$\begin{array}{l|l} \text{Dividendo} & \text{divisor} \\ \cline{2-2} \text{resto} & \text{cociente} \end{array}$$

6. Jerarquía de las operaciones

Cuando aparecen varias operaciones combinadas, se debe respetar el siguiente orden de prioridad de las operaciones:

1. Paréntesis y corchetes, empezando por los de dentro.
2. Potencias y raíces.
3. Multiplicaciones y divisiones (de izquierda a derecha).
4. Sumas y restas (de izquierda a derecha).

Ejemplo: 2 + 3·(7 – 4) = 2 + 3·3 = 2 + 9 = 11

7. Propiedades de la suma y la multiplicación:

- **Conmutativa:** Si se cambia el orden, el resultado no varía:

  $$\boxed{a + b = b + a} \quad \boxed{a \cdot b = b \cdot a}$$

- **Asociativa:** El resultado obtenido no varía, aunque agrupemos de distinta manera:

  $$\boxed{a + (b + c) = (a + b) + c} \quad \boxed{a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c}$$

- **Elemento neutro:** En la suma es el 0 y en la multiplicación, el 1:

  $$\boxed{a + 0 = a} \quad \boxed{a \cdot 1 = a}$$

- **Propiedad distributiva:** $\boxed{a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c}$

Ejemplos:

1) Utiliza la propiedad distributiva para calcular:

a) $3·(2+5) = 3·2+3·5 = 6+15 = \mathbf{21}$
b) $2·(5–1+3–4) = 2·5–2·1+2·3–2·4 = 10–2+6–8 = \mathbf{6}$

2) Realiza las operaciones anteriores utilizando la jerarquía de las operaciones, y observa que obtienes el mismo resultado:

a) $3·(2+5) = 3·7 = \mathbf{21}$
b) $2·(5–1+3–4) = 2·3 = \mathbf{6}$

Observación: Cuando tengamos que hacer una operación combinada, utilizaremos siempre la jerarquía de las operaciones (salvo que en el enunciado se especifique que hay que usar la propiedad distributiva).

8. Sacar factor común

Consiste en utilizar la propiedad distributiva al revés, creando un paréntesis:

Sacar factor común →

$$\boxed{\mathbf{a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)}}$$

← Propiedad distributiva

Ejemplos:

Saca factor común, cuando sea posible:

1) $3·5+3·7 = 3·(5+7)$

2) $4·6–4·3+4·8+4·2 = 4·(6–3+8+2)$

3) $7·5+8·7–7·2 = 7·(5+8–2)$

4) $6·7+6·3+6 = 6·(7+3+1)$

5) $9·2+3·9–9+9·7 = 9·(2+3–1+7)$