1

EDUCACIÓN SECUNDARIA

Matemáticas

J. Colera, I. Gaztelu

ADAPTACIÓN CURRICULAR

Esta serie de **Matemáticas** responde a un proyecto pedagógico creado y desarrollado por Anaya Educación para la ESO. En su elaboración han participado:

Autores: José Colera e Ignacio Gaztelu

Coordinación editorial: Mercedes García-Prieto

Edición: Carlos Vallejo

Diseño de cubiertas e interiores: Miguel Ángel Pacheco y Javier Serrano

Tratamiento infográfico del diseño: Javier Cuéllar, Patricia Gómez y Teresa Miguel

Equipo técnico: Aurora Martín e Isabel Pérez

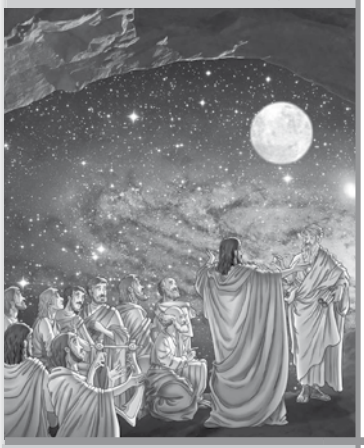
Corrección: Sergio Borbolla

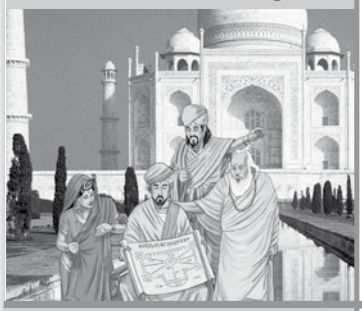
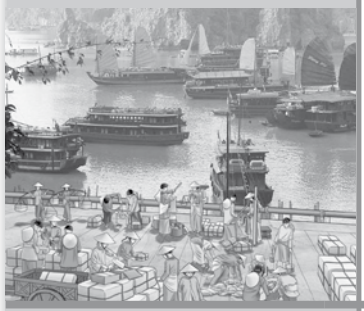
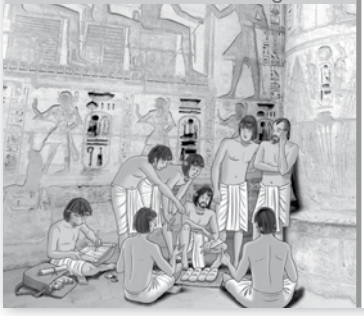
Ilustraciones: Jesús Aguado y Tatio Viana

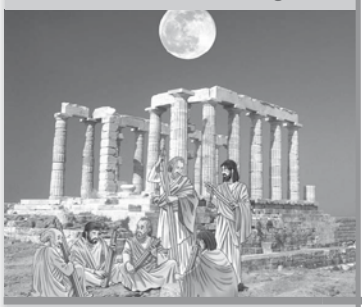
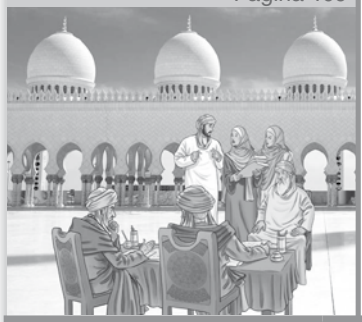
Edición gráfica: Nuria González y Mar Merino

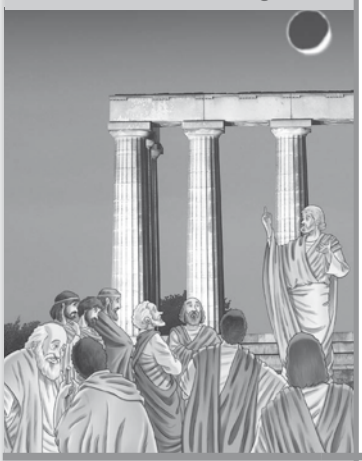
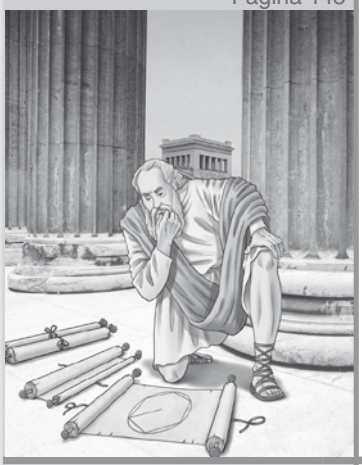
Fotografías: Age Fotostock; Archivo Anaya: Candel, C.; Cosano, P.; Leiva, Á. de; López-Archilla, A.; Martin, J.; Martín, J.A.; Padura, S.; Ramón Ortega, P. – Fototeca de España; Rivera Jove. V.; 6 x 6 Producción Fotográfica; Valls, R.; 123 RF ; Cordon Press/Corbis; Getty Images; NASA; Prisma.

Índice

Unidad	Contenidos	Competencias
1 Los números naturales Página 7 	**1.** Origen y evolución de los números ..... 8 **2.** Aproximación de números naturales por redondeo ..... 10 **3.** Operaciones con números naturales 11	Ejercicios y problemas ..... 17 Consolida lo aprendido utilizando tus competencias Autoevaluación 18
2 Potencias y raíces Página 19 	**1.** Potencias ..... 20 **2.** Potencias de base 10. Aplicaciones ..... 22 **3.** Raíz cuadrada 24	Ejercicios y problemas ..... 26 Consolida lo aprendido utilizando tus competencias Autoevaluación 26
3 Divisibilidad Página 27 	**1.** La relación de divisibilidad ..... 28 **2.** Múltiplos de un número ..... 30 **3.** Divisores de un número ..... 31 **4.** Criterios de divisibilidad ..... 32 **5.** Números primos y compuestos ..... 33 **6.** Mínimo común múltiplo de dos números .. 34 **7.** Máximo común divisor de dos números 36	Ejercicios y problemas ..... 38 Consolida lo aprendido utilizando tus competencias Autoevaluación 39

Unidad	Contenidos	Competencias
4 Los números enteros Página 41 	**1.** Números positivos y negativos ..... 42 **2.** El conjunto de los números enteros ..... 44 **3.** Sumas y restas de números enteros ..... 45 **4.** Sumas y restas con paréntesis ..... 47 **5.** Multiplicación y división de números enteros . 50	Ejercicios y problemas ..... 52 Consolida lo aprendido utilizando tus competencias Autoevaluación 53
5 Los números decimales Página 55 	**1.** Los órdenes de unidades decimales ..... 56 **2.** Operaciones con números decimales ..... 60 **3.** División de números decimales 62	Ejercicios y problemas ..... 64 Consolida lo aprendido utilizando tus competencias Autoevaluación 65
6 El Sistema Métrico Decimal Página 67 	**1.** Las magnitudes y su medida ..... 68 **2.** El Sistema Métrico Decimal ..... 69 **3.** Medida de la longitud ..... 70 **4.** Medida de la capacidad ..... 72 **5.** Medida del peso ..... 73 **6.** Medida de la superficie 74	Ejercicios y problemas ..... 76 Consolida lo aprendido utilizando tus competencias Autoevaluación 77
7 Las fracciones Página 79 	**1.** El significado de las fracciones ..... 80 **2.** Fracciones equivalentes ..... 83 **3.** Algunos problemas con fracciones 85	Ejercicios y problemas ..... 86 Consolida lo aprendido utilizando tus competencias Autoevaluación 87

Unidad	Contenidos	Competencias
8 Operaciones con fracciones Página 89 	**1.** Reducción a común denominador ..... 90 **2.** Suma y resta de fracciones ..... 91 **3.** Multiplicación y división de fracciones ..... 93 **4.** Algunos problemas con fracciones 94	Ejercicios y problemas ..... 95 Consolida lo aprendido utilizando tus competencias Autoevaluación 96
9 Proporcionalidad y porcentajes Página 97 	**1.** Relación de proporcionalidad entre magnitudes ..... 98 **2.** Problemas de proporcionalidad directa ..... 100 **3.** Porcentajes ..... 102 **4.** Aumentos y disminuciones porcentuales 106	Ejercicios y problemas ..... 107 Consolida lo aprendido utilizando tus competencias Autoevaluación 108
10 Álgebra Página 109 	**1.** Letras en vez de números ..... 110 **2.** Expresiones algebraicas ..... 112 **3.** Ecuaciones ..... 114 **4.** Primeras técnicas para la resolución de ecuaciones ..... 115 **5.** Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita ..... 117 **6.** Resolución de problemas con ayuda de las ecuaciones 119	Ejercicios y problemas ..... 120 Consolida lo aprendido utilizando tus competencias Autoevaluación 121
11 Rectas y ángulos Página 123 	**1.** Mediatriz y bisectriz ..... 124 **2.** Simetrías en las figuras planas ..... 125 **3.** Relaciones angulares ..... 126 **4.** Medida de ángulos ..... 127 **5.** Ángulos en los polígonos 129	Ejercicios y problemas ..... 131 Consolida lo aprendido utilizando tus competencias Autoevaluación 132

Unidad	Contenidos	Competencias
12 Figuras geométricas Página 133 	**1.** Triángulos ..... 134 **2.** Cuadriláteros ..... 136 **3.** Polígonos regulares ..... 138 **4.** Circunferencia ..... 139 **5.** Cuerpos geométricos ..... 140 **6.** Poliedros ..... 141 **7.** Cuerpos de revolución..... 142	Ejercicios y problemas ..... 143 Consolida lo aprendido utilizando tus competencias Autoevaluación 144
13 Áreas y perímetros Página 145 	**1.** Medidas en los cuadriláteros ..... 146 **2.** Área de un triángulo ..... 148 **3.** Medidas en los polígonos ..... 149 **4.** Medidas en el círculo 150	Ejercicios y problemas ..... 151 Consolida lo aprendido utilizando tus competencias Autoevaluación 152
14 Tablas y gráficas Página 153 	**1.** Coordenadas cartesianas ..... 154 **2.** Información mediante puntos ..... 155 **3.** Interpretación de gráficas ..... 156 **4.** Distribuciones estadísticas..... 157 **5.** Parámetros estadísticos..... 158 **6.** Gráficos estadísticos 159	Ejercicios y problemas ..... 161 Consolida lo aprendido utilizando tus competencias Autoevaluación 162

1 Los números naturales

Todas las civilizaciones han tenido un sistema de numeración. Estos han pasado de unos pueblos a otros y han evolucionado a lo largo del tiempo.

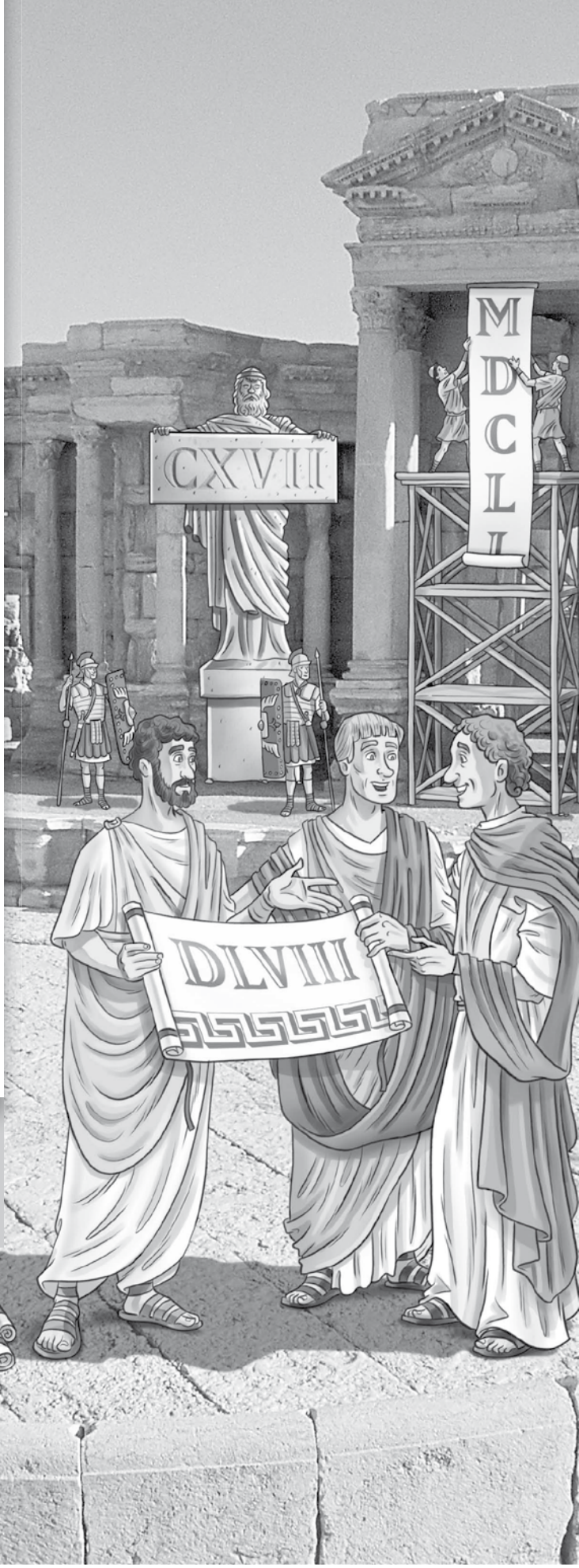
Desde la prehistoria hasta nuestros días, egipcios, babilonios, griegos, romanos, chinos, indios, árabes, mayas… han manejado sistemas muy diversos, con similitudes y diferencias.

Los sistemas de numeración sirven para escribir números y, así, recordarlos y transmitirlos. Pero deben servir, también, para operar con ellos. Piensa en el sistema de numeración romano (que ya conoces) e imagina cómo se las apañarían para efectuar sumas. Por ejemplo MCCCXLVI + DCCCXXXIV. Seguramente los agruparían en unidades, decenas, centenas…

$$\begin{array}{llll} \text{M} & \text{CCC} & \text{XL} & \text{VI} \\ & \text{DCCC} & \text{XXX} & \text{IV} \\ \hline \text{M} & \text{MC} & \text{LXX} & \text{X} \end{array} \rightarrow \text{MMCLXXX}$$

No parece fácil. Pues imaginemos lo complicado que tendría que ser multiplicar.

El sistema de numeración egipcio es tan difícil de manejar como el romano. Para multiplicar dos números, diseñaron un curioso procedimiento basado en duplicaciones sucesivas. En la página siguiente podrás ver en qué consiste.

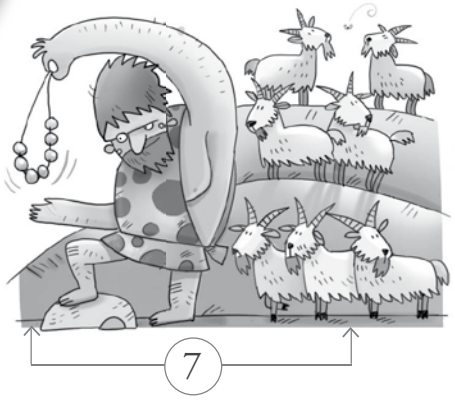


DEBERÁS RECORDAR

- El sistema de numeración decimal.
- Cómo se operan números naturales.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

1 Origen y evolución de los números



Los números surgen de la necesidad de contar.

Podemos imaginar al hombre primitivo haciendo muescas en su cayado o ensartando semillas en un collar para llevar la cuenta de las cabras de su rebaño.

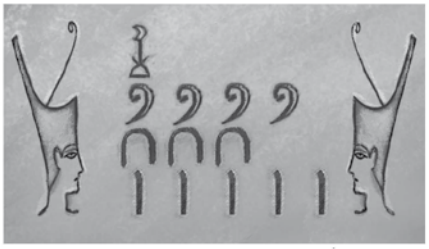
Cuando la sociedad evoluciona (intercambios, comercio…) se hace necesario expresar números más grandes. Para eso hubo que inventar símbolos. Por ejemplo:

→ 5 → 20 (los 20 dedos de una persona)

Los símbolos utilizados por una cultura y sus normas de uso forman un **sistema de numeración.**

▼ **EJEMPLO**

Observa cómo se escribiría con los símbolos anteriores el número 47:



1 435

El sistema de numeración egipcio: un sistema aditivo

Los egipcios usaban estos símbolos:

UNO DIEZ CIEN MIL

Se trata de un **sistema aditivo,** porque, para escribir un número, se van añadiendo (sumando) los símbolos necesarios hasta completar la cantidad deseada.

El sistema de numeración romano

Los romanos, como ya sabes, utilizaban algunas letras a las que daban valores numéricos:

I	V	X	L	C	D	M
UNO	CINCO	DIEZ	CINCUENTA	CIEN	QUINIENTOS	MIL

Estos símbolos se utilizaban también de forma aditiva, excepto para escribir 4, 9, 40, 90…; en estos casos se resta el signo menor colocado a la izquierda.

Por ejemplo:

XIV	XC	CX	MCCLXXX
14	90	110	1 280

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

El sistema de numeración decimal: un sistema posicional

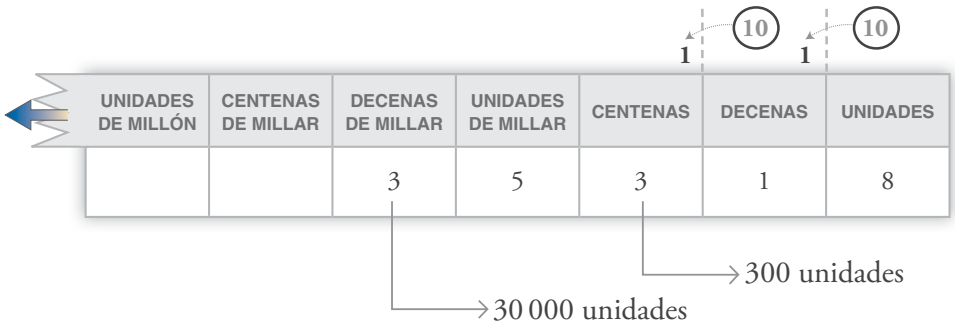
Nosotros usamos el sistema de numeración decimal, que nació en la India en el siglo VII y llegó a Europa por medio de los árabes.

Como sabes, utiliza solo diez símbolos o cifras:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cada cifra puede ocupar distintas posiciones, que son los diferentes órdenes o categorías de unidades.

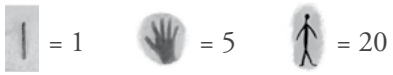
DM	UM	C	D	U
3	0	0	0	0
	5	0	0	0
		3	0	0
			1	0
				8
3	5	3	1	8



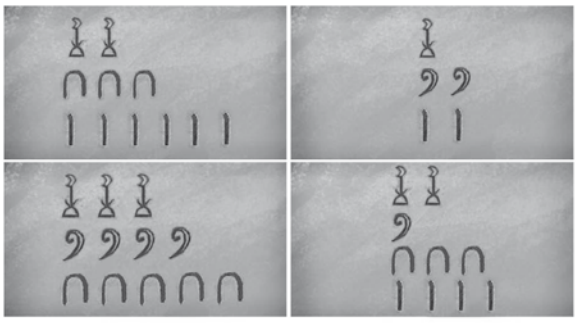
En este sistema, diez unidades de un orden cualquiera hacen una unidad del orden inmediato superior. Así, el valor de una cifra depende del lugar que ocupa. Por eso decimos que es un **sistema posicional.**

Actividades

1 Escribe los números 14, 25, 28 y 52 en un sistema de numeración aditivo que utiliza estos símbolos:



2 ¿Qué números representan estos grabados egipcios?:



3 Escribe en números romanos las siguientes cantidades:

a) 42 b) 159 c) 2 185

4 ¿Qué número se ha escrito en cada recuadro?:

a) XLIX b) CCLX c) MCCCVI

5 Observa y contesta:

$\overline{M}$	CM	DM	UM	C	D	U
			4	0		
			3	0	0	
2	0	0	0			
	5	0	0			

a) ¿Cuántos millares hay en 40 centenas?

b) ¿Cuántas decenas son tres unidades de millar?

c) ¿Cuántos millares hay en dos millones?

d) ¿Cuántas unidades de millar forman medio millón?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

2 Aproximación de números naturales por redondeo

Cuando un número tiene muchas cifras, es difícil de recordar e incómodo para operar. Por eso lo solemos sustituir por otro más manejable de valor aproximado, terminado en ceros.

▼ **EJEMPLOS**

268 251 → 270 000 6 035 192 → 6 000 000

La forma más frecuente y práctica de realizar aproximaciones es el redondeo.

Para **redondear** un número a un determinado orden de unidades:

- Se sustituyen por ceros todas las cifras a la derecha de dicho orden.
- Si la primera cifra sustituida es mayor o igual que cinco, se suma una unidad a la cifra anterior.

▼ **EJEMPLOS**

Aproximaciones del número 293 518:

- A las centenas de millar ⟶ $\overset{+1}{2}93\,518 \rightarrow 300\,000$
- A las decenas de millar ⟶ $29\,3\,518 \rightarrow 290\,000$
- A los millares ⟶ $\overset{+1}{293}\,518 \rightarrow 294\,000$

Actividades

1 Redondea a las decenas los siguientes números:

a) 96 b) 299
c) 458 d) 553
e) 3 087 f) 4 906
g) 6 837 h) 9 060

2 Redondea a las centenas estas cantidades:

a) 3 502 b) 1 696
c) 2 724 d) 3 310
e) 6 193 f) 5 924
g) 6 508 h) 9 538

3 Redondea a los millares estos números:

a) 24 963 b) 7 280
c) 15 800 d) 59 300
e) 40 274 f) 55 555
g) 39 785 h) 99 399

4 Redondea a los millones las cantidades siguientes:

a) 4 356 000 b) 36 905 000
c) 1 584 390 d) 15 326 999
e) 74 825 048 f) 13 457 000
g) 89 245 321 h) 55 571 000

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

3 Operaciones con números naturales

Aunque ya sabes operar con números naturales, conviene que hagamos un rápido repaso de algunos conceptos y propiedades.

La suma

Recuerda que **sumar** es unir, juntar, añadir.

Por ejemplo, el equipo de ciclista que ves al margen cuesta, en total:

$$583 + 162 + 45 + 38 = 828 \text{ euros}$$

La resta

Recuerda que **restar** es quitar, suprimir, hallar lo que falta o lo que sobra; es decir, calcular la diferencia.

Por ejemplo, si disponemos de 693 €, para poder comprar el equipo de ciclista todavía nos faltan:

$$828 - 693 = 135 \text{ euros}$$

Uso del paréntesis

Observa dos expresiones formadas por los mismos números y las mismas operaciones, pero con resultados diferentes:

$$9 - 1 + 3 \rightarrow 8 + 3 \rightarrow 11 \qquad 9 - (1 + 3) \rightarrow 9 - 4 \rightarrow 5$$

Como ves, en las expresiones con operaciones combinadas, los paréntesis empaquetan resultados parciales, modificando el orden en que han de hacerse las operaciones.

Ejemplos

Propiedad conmutativa

$$8 + 6 = 6 + 8 \quad (14 \quad 14)$$

Propiedad asociativa

$$(3 + 2) + 6 = 3 + (2 + 6)$$
$$5 + 6 \rightarrow 11 \qquad 3 + 8 \rightarrow 11$$

Algunas propiedades de la suma

- **Propiedad conmutativa:** La suma no varía al cambiar el orden de los sumandos.

$$a + b = b + a$$

- **Propiedad asociativa:** El resultado de la suma es independiente de la forma en que se agrupen los sumandos.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Actividades

1 Opera mentalmente.

a) 20 + 6 b) 120 + 6
c) 68 + 10 d) 168 + 10
e) 64 + 54 f) 164 + 54
g) 73 + 71 h) 137 + 71
i) 37 + 20 j) 237 + 20
k) 61 + 16 l) 261 + 16
m) 48 + 7 n) 348 + 7
ñ) 98 + 29 o) 298 + 24

2 Calcula mentalmente.

a) 27 – 5 b) 27 + 10
c) 15 – 2 d) 15 – 10
e) 57 – 53 f) 57 – 53 – 3
g) 66 – 56 h) 66 – 56 – 5
i) 34 – 25 j) 34 – 25 – 5
k) 26 – 12 l) 26 – 12 – 7
m) 54 – 31 n) 54 – 31 – 10
ñ) 71 – 38 o) 71 – 38 – 10

3 Calcula.

a) 15 + 8 + 10 b) 15 + 8 + 20
c) 13 – 11 + 7 d) 13 – 11 + 17
e) 59 + 21 + 30 f) 59 + 21 + 40
g) 48 + 12 – 25 h) 48 + 12 – 35
i) 68 – 24 – 12 j) 68 – 24 – 22
k) 150 – 45 – 15 l) 150 – 45 – 5
m) 240 + 60 – 70 n) 240 + 60 – 60
ñ) 315 – 30 – 85 o) 315 – 30 – 75

4 Calcula con lápiz y papel.

a) 254 + 78 + 136
b) 1 480 + 237 + 48
c) 340 + 255 – 429
d) 1 526 – 831 + 63
e) 782 – 346 – 274
f) 1 350 – 1 107 – 58

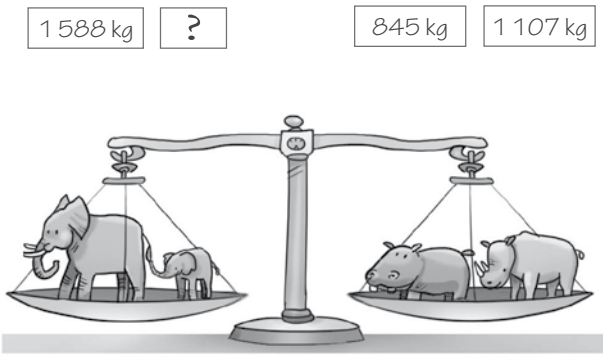
5 Opera y compara los resultados en cada caso:

a) 13 – 9 + 3 b) 13 + 3 – 9
13 – (9 + 3) (13 + 3) – 9
c) 15 – 8 + 4 d) 15 + 4 – 8
15 – (8 + 4) (15 + 4) – 8
e) 18 – 16 + 2 f) 18 + 2 – 16
18 – (16 + 2) (18 + 2) – 16
g) 11 – 5 – 3 h) 11 – 3 – 5
11 – (5 – 3) (11 – 3) – 5
i) 23 – 15 + 6 j) 23 + 6 – 15
23 – (15 + 6) (23 + 6) – 15
k) 35 – 20 – 5 l) 35 – 5 – 20
35 – (20 – 5) (35 – 5) – 20

6 Jorge compra una camisa de 54 € y unos pantalones de 79 €. En la camisa le rebajan 6 €, y en los pantalones, 15 €.

¿Cuánto gasta?

7 ¿Cuánto pesa el elefante pequeño?



8 Teresa gana 1 670 € al mes. Paga una letra de 384 € y, además, tiene unos gastos de 950 €.

¿Cuánto ahorra cada mes?

9 Para comprar un sofá de 1 458 € y un sillón de 324 €, la familia Antúnez entrega 750 € en efectivo y deja el resto aplazado.

¿A cuánto asciende la deuda contraída?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

La multiplicación

Recuerda que **multiplicar** es una forma abreviada de realizar una suma repetida de sumandos iguales.

Por ejemplo, si una entrada para el circo cuesta 38 €, cinco entradas cuestan:

$$38 + 38 + 38 + 38 + 38 = 38 \cdot 5 = 190 \text{ €}$$

Propiedades de la multiplicación

- **Propiedad conmutativa:** El producto no varía al cambiar el orden de los factores.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

- **Propiedad asociativa:** El resultado de una multiplicación es independiente de la forma en que se agrupen los factores.

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Cálculo mental

$$\begin{array}{c} 22 \times 45 \\ 11 \times 2 \times 9 \times 5 \\ 99 \times 10 \\ 990 \end{array}$$

La propiedad asociativa nos permite reagrupar los términos, y la conmutativa, cambiarlos de orden.

▼ **EJEMPLOS**

Propiedad conmutativa:

$$\begin{array}{ccc} 15 \cdot 4 & = & 4 \cdot 15 \\ 60 & & 60 \end{array}$$

Propiedad asociativa:

$$\begin{array}{ccccc} (3 \cdot 5) \cdot 4 & = & 3 \cdot (5 \cdot 4) \\ 15 \cdot 4 & & 3 \cdot 20 \\ 60 & & 60 \end{array}$$

- **Propiedad distributiva:** El producto de un número por una suma (o resta) es igual a la suma (o resta) de los productos del número por cada sumando.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \qquad a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

Problema resuelto

Un fontanero trabaja cuatro horas por la mañana y tres por la tarde. Si cobra 15 euros la hora, ¿cuánto gana en el día?

Podemos resolver el problema de dos formas:

MAÑANA — TARDE

$$\begin{array}{c} 15 \cdot (4 + 3) \\ 15 \cdot 7 \\ 105 \text{ €} \end{array}$$

MAÑANA — TARDE

$$\begin{array}{c} 15 \cdot 4 + 15 \cdot 3 \\ 60 + 45 \\ 105 \text{ €} \end{array}$$

Como ves, ambas expresiones coinciden, confirmando la propiedad distributiva.

$$15 \cdot (4 + 3) = 15 \cdot 4 + 15 \cdot 3$$

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Actividades

10 Expresa los productos siguientes como sumas de sumandos repetidos:

a) $4 \cdot 6$ b) $10 \cdot 4$

c) $32 \cdot 3$ d) $28 \cdot 1$

e) $150 \cdot 2$ f) $1\,000 \cdot 3$

11 Opera mentalmente.

a) $8 \cdot 7$ b) $8 \cdot 7 \cdot 10$

c) $36 \cdot 3$ d) $36 \cdot 3 \cdot 10$

e) $70 \cdot 7$ f) $70 \cdot 7 \cdot 10$

g) $34 \cdot 4$ h) $34 \cdot 4 \cdot 10$

i) $60 \cdot 2$ j) $60 \cdot 2 \cdot 10$

k) $16 \cdot 5$ l) $16 \cdot 5 \cdot 10$

m) $15 \cdot 3$ n) $15 \cdot 3 \cdot 10$

ñ) $87 \cdot 8$ o) $87 \cdot 8 \cdot 10$

12 Copia y completa estas multiplicaciones:

$$\begin{array}{r} \square\,5 \\ \times\ 2\,\square \\ \hline \square\square\square \\ 9\ 0 \\ \hline 1\ 2\ 6\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\,\square\,8 \\ \times\ \square\ 2 \\ \hline \square\ 9\ \square \\ \square\ 4\ \square \\ \hline 1\ \square\ 7\ \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9\,\square\,8 \\ \times\ \square\square \\ \hline 2\ 8\ 7\ 4 \\ \square\square\square\square \\ \hline 6\ 9\ 9\ 3\ 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \square\square\square\square \\ \times\ 4\ 5 \\ \hline 7\ 8\ 6\ 5 \\ \square\square\square\square \\ \hline \square\square\square\square\square \end{array}$$

13 Multiplica mentalmente por 9 y por 11 como se hace en los ejemplos.

- **$23 \cdot 9 = 23 \cdot 10 - 23 = 230 - 23 = 207$**
- **$23 \cdot 11 = 23 \cdot 10 + 23 = 230 + 23 = 253$**

a) $12 \cdot 9$ b) $12 \cdot 11$

c) $15 \cdot 9$ d) $15 \cdot 11$

e) $18 \cdot 9$ f) $18 \cdot 11$

g) $25 \cdot 9$ h) $25 \cdot 11$

i) $27 \cdot 9$ j) $27 \cdot 11$

k) $33 \cdot 9$ l) $33 \cdot 11$

14 Calcula y recuerda que para multiplicar por 10, 100, 1 000, … se añaden uno, dos, tres, … ceros.

a) $19 \cdot 10$ b) $12 \cdot 100$

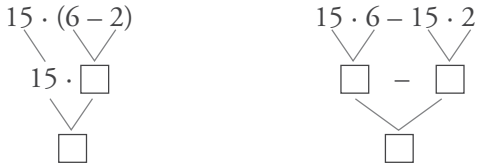
c) $15 \cdot 1\,000$ d) $35 \cdot 10$

e) $41 \cdot 100$ f) $57 \cdot 1\,000$

g) $140 \cdot 10$ h) $230 \cdot 100$

i) $460 \cdot 1\,000$

15 Copia, completa y comprueba que los resultados coinciden.



16 Resuelve mentalmente.

a) En un bidón de agua caben 5 litros. ¿Cuántos litros hay en 20 bidones?

b) Un kilo de almendras cuesta 12 €. ¿Cuánto cuesta una bolsa de 5 kilos?

c) Una caja de refrescos contiene 24 botellas. ¿Cuántas botellas hay en 10 cajas?

d) ¿Cuánto cuesta cambiar las cubiertas de las cuatro ruedas de un coche a razón de 150 € cada una?

17 Un barco pesquero captura 240 kilos de merluza que se vende a 11 € el kilo. ¿Cuál es el valor total de la captura?

18 Un edificio tiene 27 plantas. En cada planta hay 12 viviendas, y en cada vivienda, 7 ventanas. ¿Cuántas ventanas hay en el edificio?

19 En una granja hay 38 vacas y 15 caballos. ¿Cuántas patas suman en total?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

La división

Recuerda:

- Dividir es repartir en partes iguales. ¿Cuánto vale cada parte?

  Se distribuyen 150 bombones en 6 cajas iguales. ¿Cuántos bombones irán en cada caja?

$$\begin{array}{r|l} 150 & 6 \\ \cline{2-2} 30 & 25 \\ 0 & \end{array} \longleftrightarrow 150 : 6 = 25 \text{ bombones por caja}$$

- Dividir es partir un todo en partes de un tamaño determinado. ¿Cuántas partes se obtienen?

  ¿Cuántas cajas de 25 bombones se llenan con 150 bombones?

$$\begin{array}{r|l} 150 & 25 \\ \cline{2-2} 00 & 6 \end{array} \longleftrightarrow 150 : 25 = 6 \text{ cajas}$$

Una división puede ser exacta o entera dependiendo del valor del resto:

- **División exacta** (el resto es cero).

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \cline{2-2} 0 & c \end{array} \rightarrow \text{El dividendo es igual al divisor por el cociente.}$$

$$D = d \cdot c$$

- **División entera** (el resto es distinto de cero).

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \cline{2-2} r & c \end{array} \rightarrow \text{El dividendo es igual al divisor por el cociente más el resto.}$$

$$D = d \cdot c + r$$

Ejemplos

División exacta:

$$\begin{array}{r|l} 40 & 8 \\ \cline{2-2} 0 & 5 \end{array} \longleftrightarrow 40 = 8 \cdot 5$$

División entera:

$$\begin{array}{r|l} 43 & 8 \\ \cline{2-2} 3 & 5 \end{array} \longleftrightarrow 43 = 8 \cdot 5 + 3$$

Orden en que han de hacerse las operaciones

Al resolver expresiones con operaciones combinadas, debes tener en cuenta las normas del lenguaje matemático. Estas normas aseguran que cada expresión tenga un significado y una solución únicos.

▼ **EJEMPLOS**

$$6 + 2 \cdot 4 \qquad\qquad (6 + 2) \cdot 4$$

$$6 + 8 \qquad\qquad 8 \cdot 4$$

$$14 \qquad\qquad 32$$

Estas dos expresiones tienen distinto significado a pesar de estar formadas por los mismos números y operaciones.

En las expresiones con operaciones combinadas, hemos de atender:

- Primero, a los paréntesis.
- Después, a las multiplicaciones y a las divisiones.
- Por último, a las sumas y a las restas.

Ejemplos

a) $2 + 3 \cdot 7 - 4 = 2 + 21 - 4 =$
$= 23 - 4 = 19$

b) $2 + 3 \cdot (7 - 4) = 2 + 3 \cdot 3 =$
$= 2 + 9 = 11$

c) $(2 + 3) \cdot 7 - 4 = 5 \cdot 7 - 4 =$
$= 35 - 4 = 31$

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.° ESO. Material fotocopiable autorizado.

Actividades

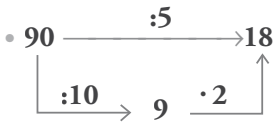
20 Divide mentalmente:

a) 46 : 46 b) 62 : 31
c) 280 : 40 d) 640 : 80
e) 360 : 40 f) 476 : 68
d) 168 : 56 e) 138 : 69

21 Averigua el cociente y el resto en cada división:

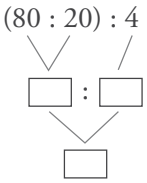
a) 96 : 13 b) 713 : 31
c) 5 309 : 7 d) 7 029 : 26
e) 49 896 : 162 f) 80 391 : 629

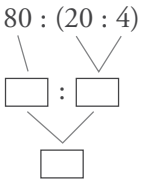
22 Calcula mentalmente, teniendo en cuenta que dividir entre 5 es igual que dividir entre 10 y, después, multiplicar por 2.



a) 60 : 5 b) 80 : 5 c) 120 : 5
d) 140 : 5 e) 170 : 5 f) 200 : 5
g) 210 : 5 h) 340 : 5 i) 420 : 5

23 Completa los ejemplos y, después, calcula.





a) (50 : 10) : 5 b) 50 : (10 : 5)
c) (36 : 6) : 2 d) 36 : (6 : 2)
e) (30 : 5) · 2 f) 30 : (5 · 2)
g) (36 : 6) · 3 h) 36 : (6 · 3)

24 Resuelve mentalmente.

a) ¿Cuántas docenas salen de una bandeja de 60 pasteles?

b) Un grupo de 120 excursionistas se reparte en tres autobuses. ¿Cuántos suben a cada autobús?

c) ¿Cuántas horas son 240 minutos?

d) Cincuenta caramelos pesan 450 gramos. ¿Cuánto pesa cada caramelo?

25 Un camión transporta 14 caballos que suponen una carga de 4 830 kilos. ¿Cuánto pesa, por término medio, cada caballo?

26 Cinco amigos ganan un premio de 13 285 € en las quinielas. ¿Qué cantidad corresponde a cada uno?

27 Calcula como en el ejemplo.

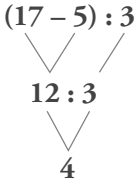
• **12 – 2 · 4**

12 – 2 · 4 = 12 – 8 = 4

a) 8 + 5 · 2 b) 13 – 4 · 3
c) 5 + 6 : 3 d) 15 – 10 : 5
e) 4 · 2 + 7 f) 4 · 6 – 13
g) 15 : 3 + 10 h) 5 · 6 – 18

28 Opera como en el ejemplo.

• **(17 – 5) : 3**



(17 – 5) : 3 = 12 : 3 = 4

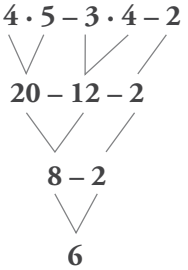
a) (7 + 2) : 3 b) (8 – 5) · 2
c) (8 + 2) · 4 d) (13 – 5) : 4
e) 5 · (7 + 5) f) 3 · (15 – 10)
g) 36 : (2 + 7) h) 15 : (18 – 13)

29 Calcula mentalmente y compara los resultados.

a) 2 + 3 · 4 (2 + 3) · 4
b) 6 – 2 · 3 (6 – 2) · 3
c) 15 – 4 · 3 (15 – 4) · 3
d) 5 · 2 + 4 5 · (2 + 4)
e) 2 · 15 – 10 2 · (15 – 10)

30 Resuelve siguiendo los pasos del ejemplo.

• **4 · 5 – 3 · 4 – 2**



4 · 5 – 3 · 4 – 2 =
= 20 – 12 – 2 =
= 8 – 2 = 6

a) 4 · 6 + 3 · 6 – 25 b) 3 · 5 – 12 + 3 · 6
c) 6 · 3 – 4 – 7 d) 28 – 4 · 5 + 3
e) 6 · 5 – 10 + 8 : 4 f) 19 + 10 : 2 – 8 · 3
g) 15 : 3 + 4 · 2 + 3 · 4 h) 4 · 7 – 4 · 2 – 3 · 5

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Ejercicios y problemas

Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

Sistemas de numeración

1 ▼▽▽ Escribe en el sistema aditivo egipcio cada uno de esos números:

a) 48 b) 235 c) 2 130

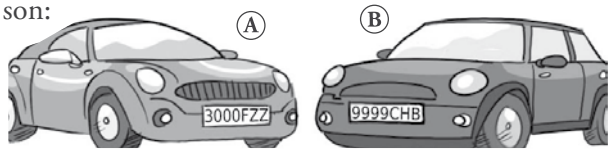
2 ▼▽▽ Traduce, al sistema decimal, estos números romanos:

a) XIV b) LXXIII c) LXIX

d) CCXVII e) DCXC f) MCMLVI

Utilidades de los números

3 ▼▽▽ Una familia tiene dos coches cuyas matrículas son:



a) ¿Cuál de los dos coches es más antiguo?

b) Escribe la matricula siguiente en cada caso (es decir, la del coche que se matriculó inmediatamente después).

c) Escribe dos matriculas consecutivas de manera que ninguna de las cifras de una y otra coincidan.

d) Escribe dos matriculas consecutivas que tengan diferentes las tres letras.

4 ▼▽▽ Estos son los números de varias habitaciones en un hotel de playa.

401	235
724	231

a) Una de ellas está al final del pasillo. ¿Cuál es?

b) Otra está en la última planta. ¿Qué número tiene?

c) ¿Cuáles de ellas están a la misma altura?

5 ▼▽▽ Lees, en un anuncio, que una vivienda se vende por 293 528 €. Unos días después lo comentas con un amigo, pero no te acuerdas exactamente del precio. ¿Cuál de las siguientes expresiones elegirías para transmitir la información? (Explica por qué.)

— Cuesta casi trescientos mil euros.

— Cuesta doscientos y pico mil.

— Cuesta doscientos noventa mil.

Operaciones

Sumas y restas

6 ▼▽▽ Calcula.

a) 5 + 7 – 3 – 4 b) 18 – 4 – 5 – 6

c) 10 – 6 + 3 – 7 d) 8 + 5 – 4 – 3 – 5

e) 12 + 13 + 8 – 23 f) 40 – 18 – 12 – 6

Multiplicación y división

7 ▼▽▽ Multiplica.

a) 16 · 10 b) 128 · 10 c) 60 · 10

d) 17 · 100 e) 85 · 100 f) 120 · 100

g) 22 · 1 000 h) 134 · 1 000 i) 140 · 1 000

8 ▼▽▽ Calcula el cociente y el resto en cada caso:

a) 2 647 : 8 b) 1 345 : 29

c) 9 045 : 45 d) 7 482 : 174

e) 7 971 : 2 657 f) 27 178 : 254

Operaciones combinadas

9 ▼▽▽ Opera:

a) 2 · (4 + 6) b) 2 · 4 + 6

c) 8 : (7 – 5) d) 5 · 7 – 5

e) (5 + 6) · 4 f) 5 + 6 : 3

g) (19 – 7) : 2 h) 18 – 7 · 2

Interpreta, describe, exprésate

10 ▼▼▽ Escribe una única expresión aritmética que lleve a la solución de este problema:

Problema

Un hortelano lleva al mercado 85 kg de tomates y 35 kg de frambuesas. Si vende los tomates a 2 €/kg y las frambuesas a 3 €/kg, ¿cuánto obtendrá por la venta de la mercancía?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Ejercicios y problemas

Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

Resuelve problemas

1 ▼▽▽ La oca mediana pesa 850 g más que la pequeña y 1 155 g menos que la grande. ¿Cuánto pesan entre las tres?

2 ▼▽▽ Un camión de reparto transporta 15 cajas de refrescos de naranja y 12 cajas de limón. ¿Cuántas botellas lleva en total si cada caja contiene 24 unidades?

3 ▼▼▽ Un pueblo tiene dos mil habitantes, pero se espera que en los próximos diez años aumente su población en un 50%. ¿Qué población se espera para dentro de diez años?

4 ▼▼▼ Un mayorista de alimentación compra 150 sacos de patatas de 30 kg por 2 000 €.

Después, al seleccionar la mercancía, desecha 300 kg y envasa el resto en bolsas de 5 kg, que vende a 4 € la bolsa.

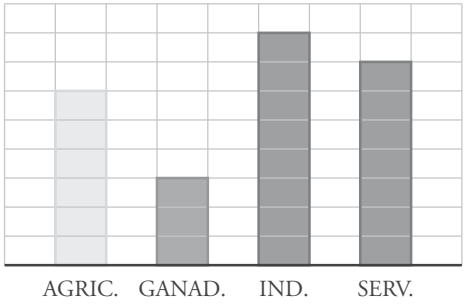
¿Qué ganancia obtiene?

5 ▼▼▼ Un apicultor tiene 187 colmenas con una producción de dos cosechas al año, a razón de 9 kilos de miel por colmena en cada cosecha.

La miel se envasa en tarros de medio kilo y se comercializa en cajas de seis tarros que se venden a 18 euros la caja.

¿Qué beneficio anual produce el colmenar?

6 ▼▼▼ Observa la gráfica correspondiente a la distribución, por sectores económicos, de los habitantes de una ciudad de 48 000 habitantes:



¿Cuántos habitantes de la ciudad pertenecen al sector servicios?

Autoevaluación

1 Aquí tienes una cantidad escrita en distintos sistemas de numeración:

3 290 ↔ MMMCCXC ↔

a) ¿Qué sistemas son?

b) Di sin son aditivos o posicionales.

2 Escribe las siguientes cantidades con letras o con cifras, según corresponda.

a) Ochocientos cuarenta y tres mil.

b) Trece millones doscientos ochenta mil.

c) 1 500 000

d) 350 000 000

3 Una ciudad tiene 839 000 habitantes. Expresa esa cantidad:

a) Redondeando a las centenas de millar.

b) Redondeando a las decenas de millar.

4 Calcula los términos que faltan en cada caso:

a) 143 + □ = 237 b) □ – 133 = 85

c) 25 · □ = 175 d) □ : 15 = 13

5 Coloca los paréntesis para que las siguientes igualdades sean ciertas:

a) 8 – 5 · 3 = 9 b) 8 · 4 – 5 = 12

c) 6 · 3 – 1 + 2 = 24 d) 6 · 3 – 1 + 2 = 14

6 Tienes un buen montón de monedas de 50, 20 y 10 céntimos. ¿De cuántas formas diferentes puedes juntar un euro? Justifica tu respuesta.

7 Un hortelano tiene dos campos con 160 y 213 manzanos, respectivamente. Espera cosechar, por término medio, 35 kg de manzanas por árbol. Al recoger la cosecha, la envasará en cajas de 10 kg.

a) ¿Cuántos kilos de manzanas espera recoger?

b) ¿Cuántas cajas de 10 kilos llenará?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

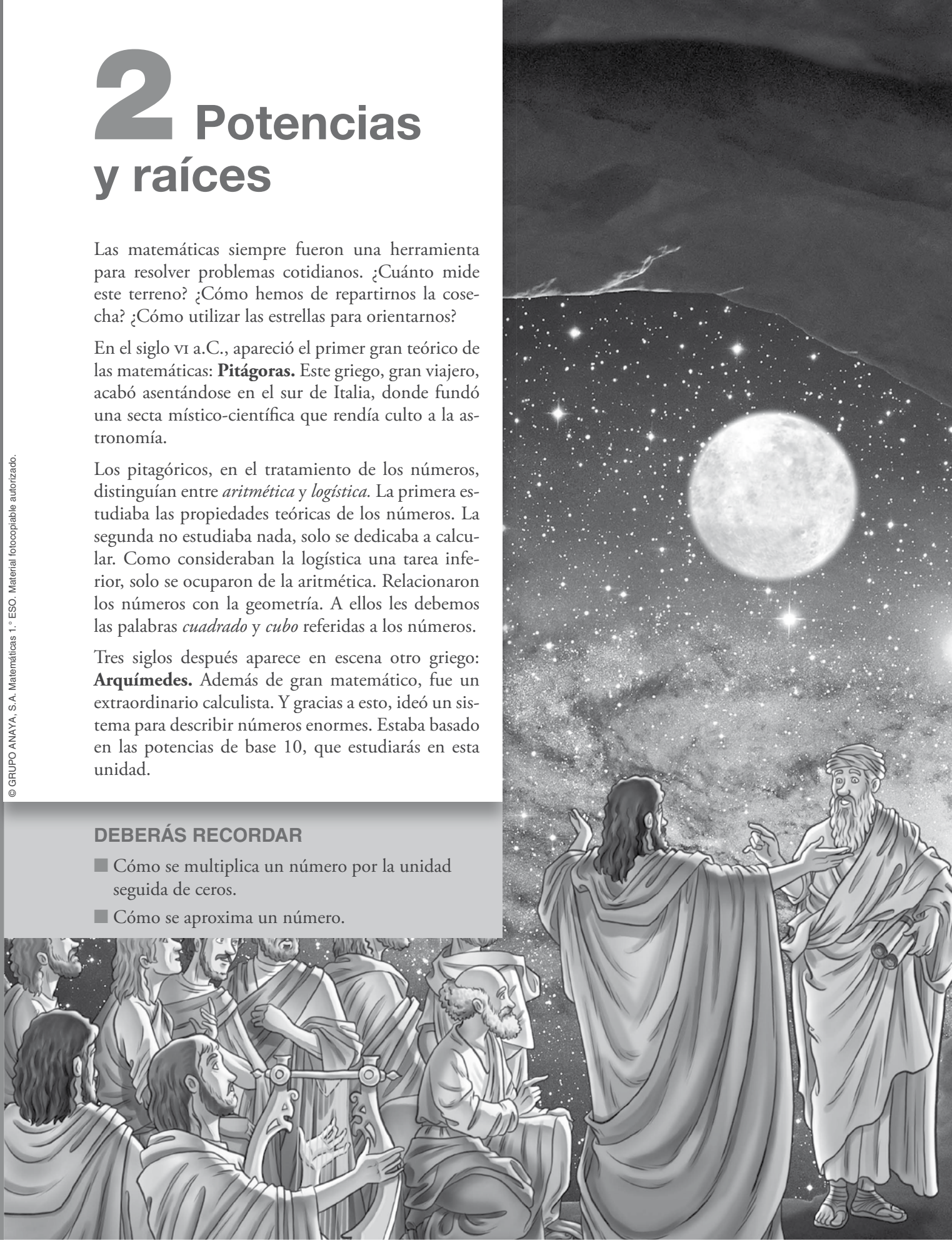
2 Potencias y raíces

Las matemáticas siempre fueron una herramienta para resolver problemas cotidianos. ¿Cuánto mide este terreno? ¿Cómo hemos de repartirnos la cosecha? ¿Cómo utilizar las estrellas para orientarnos?

En el siglo VI a.C., apareció el primer gran teórico de las matemáticas: **Pitágoras.** Este griego, gran viajero, acabó asentándose en el sur de Italia, donde fundó una secta místico-científica que rendía culto a la astronomía.

Los pitagóricos, en el tratamiento de los números, distinguían entre *aritmética* y *logística.* La primera estudiaba las propiedades teóricas de los números. La segunda no estudiaba nada, solo se dedicaba a calcular. Como consideraban la logística una tarea inferior, solo se ocuparon de la aritmética. Relacionaron los números con la geometría. A ellos les debemos las palabras *cuadrado* y *cubo* referidas a los números.

Tres siglos después aparece en escena otro griego: **Arquímedes.** Además de gran matemático, fue un extraordinario calculista. Y gracias a esto, ideó un sistema para describir números enormes. Estaba basado en las potencias de base 10, que estudiarás en esta unidad.



DEBERÁS RECORDAR

- Cómo se multiplica un número por la unidad seguida de ceros.
- Cómo se aproxima un número.

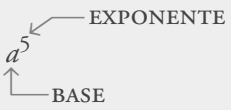
© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

1 Potencias

Una potencia es una forma abreviada de escribir un producto de factores iguales:

$$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$$

En las potencias, el factor repetido se llama **base,** y el número de veces que se repite, **exponente.**



Se lee { a elevado a cinco. o a elevado a la quinta.

▼ **EJEMPLOS**

- Expresar en forma de potencia:

  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$ $\qquad$ $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$

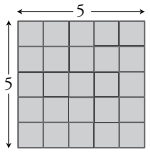
- Calcular:

  $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ $\qquad$ $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$

El cuadrado de un número

El **cuadrado** de un número es la potencia de exponente 2.

▼ **EJEMPLO**



El cuadrado de 5 es:

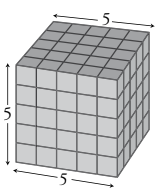
$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$

(25 cuadraditos)

El cubo de un número

El **cubo** de un número es la potencia de exponente 3.

▼ **EJEMPLO**



El cubo de 5 es:

$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

(125 cubitos)

No lo olvides

La potencia de exponente 0 de un número es igual a 1. Por ejemplo:

$5^0 = 1$ $\qquad$ $1^0 = 1$ $\qquad$ $134^0 = 1$

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Las potencias en la calculadora

Las potencias, excepto en los casos más sencillos, arrojan como resultados números grandes.

▼ **EJEMPLO**

$8^5 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 64 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512 \cdot 8 \cdot 8 = 4\,096 \cdot 8 = 32\,768$

Como ves, los cálculos resultan rutinarios y molestos, por lo que se suelen hacer con una calculadora:

- En una calculadora científica utilizaremos la tecla x^y:

$8^5 \longrightarrow 8\ x^y\ 5\ = \longrightarrow$ 32768

- En las calculadoras sencillas, utilizaremos las teclas $\times$ e $=$:

$8^5 \longrightarrow 8\ \times\ \times\ =\ =\ =\ =$

$8^2 \longrightarrow$ 64

$8^3 \longrightarrow$ 512

$8^4 \longrightarrow$ 4096

$8^5 \longrightarrow$ 32768

Actividades

1 Expresa con una potencia.

a) $6 \cdot 6$ b) $6 \cdot 6 \cdot 6$

c) $7 \cdot 7$ d) $5 \cdot 5$

e) $10 \cdot 10 \cdot 10$ f) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

g) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ h) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

2 Expresa las potencias siguientes como producto de factores repetidos:

a) 3^4 b) 2^7 c) 9^3 d) 15^2 e) 10^6 f) 20^4

3 Copia y completa.

a) $m \cdot m \cdot m = m^{\square}$ b) $x \cdot x = x^{\square}$

c) $a \cdot a \cdot a \cdot a = \square^4$ d) $y \cdot y = \square^2$

e) ..... $= b^3$ f) ..... $= n^5$

4 Completa la tabla.

POTENCIA	BASE	EXPONENTE
2^6		
	5	3
a^4		
	m	5

5 Calcula mentalmente.

a) 2^3 b) 5^2

c) 4^3 d) 20^3

e) 10^4 f) 11^2

6 Calcula con lápiz y papel.

a) 2^8 b) 3^5

c) 9^4 d) 15^2

e) 12^3 f) 30^4

g) 20^5 h) 85^2

i) 100^3 j) 324^2

k) 15^3 l) 9^5

7 Obtén el valor de estas potencias con ayuda de la calculadora:

a) 11^5 b) 37^4

c) 62^3 d) 136^3

e) 101^4 f) 140^4

g) 37^5 h) 14^7

i) 26^6 j) 33^3

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

2 Potencias de base 10. Aplicaciones

Ya sabes que para multiplicar por 10 basta añadir un cero. Teniendo esto en cuenta, el cálculo de las potencias de base 10 resulta sencillo y has de ser capaz de realizarlo mentalmente:

$10^2 = 10 \cdot 10 =$ 100

$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 =$ ..... $1\,000$

$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$ ..... $10\,000$

$10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$ ..... $100\,000$

$\vdots$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\vdots$

$10^9 =$ ..... $1\,000\,000\,000$

9 ceros

Observa que el número de ceros del resultado coincide con el exponente de la potencia.

Una potencia de base 10 es igual a la unidad seguida de tantos ceros como indica el exponente.

7 ceros

$10^7 = 10\,000\,000$

Como puedes comprobar, escribir e interpretar números grandes utilizando potencias de base 10 es mucho más cómodo, pues su orden de magnitud ya nos viene dado por el exponente y no es necesario contar los ceros:

$$1\,000\,000\,000\,000$$
$$\Updownarrow$$
$$10^{12}$$

Actividades

1 Expresa con todas sus cifras.

a) 10^1 b) 10^6

c) 10^8 d) 10^9

e) 10^{10} f) 10^{11}

g) 10^{13} h) 10^{14}

i) 10^{15} j) 10^{17}

k) 10^{18} l) 10^{20}

2 Escribe como potencias de base 10.

a) Una decena.

b) Una centena.

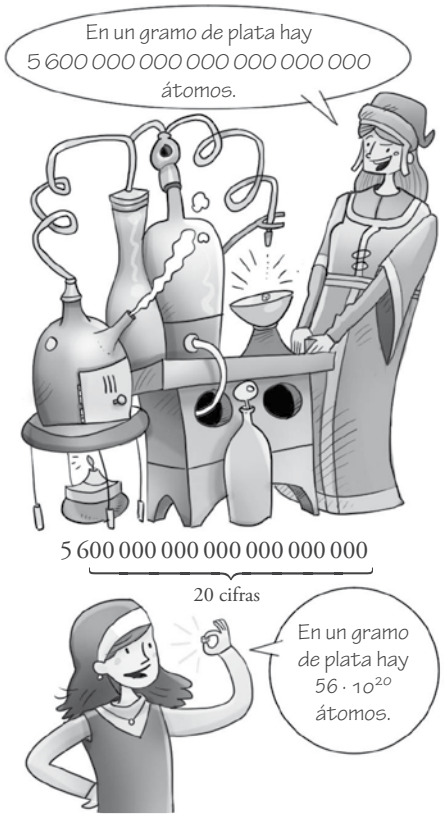
c) Un millar.

d) Un millón.

e) Mil millones.

f) Un billón.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.



Expresión abreviada de números grandes

Ya has observado que el tamaño de un número con muchos ceros se percibe mejor si se expresa con una potencia de base 10:

$$100\,000\,000\,000\,000 = 10^{14}$$

Ahora vamos a aprovechar este recurso para facilitar la expresión y la comprensión de números muy grandes.

▼ **EJEMPLO**

Un año luz equivale, aproximadamente, a 9 500 000 000 000 kilómetros.

Observa las transformaciones que proponemos para hacer esa cantidad más manejable:

$9\,500\,000\,000\,000$

↓

- Descomposición en producto por la unidad seguida de ceros.

$95 \cdot 100\,000\,000\,000$

↓

- Transformación del segundo factor en potencia de base 10.

$95 \cdot 10^{11}$

Diremos, entonces, que un año luz equivale a $95 \cdot 10^{11}$ kilómetros.

Como ves, se trata de una cantidad más fácil de leer, de escribir y de recordar.

Actividades

3 Transforma como en el ejemplo:

• **$240\,000 = 24 \cdot 10^4$**

a) 9 000 b) 72 000

c) 460 000 b) 24 000 000

4 Expresa con todas sus cifras.

a) $4 \cdot 10^5$ b) $7 \cdot 10^7$

c) $15 \cdot 10^9$ d) $18 \cdot 10^{12}$

e) $86 \cdot 10^{14}$ f) $91 \cdot 10^{18}$

5 El número de glóbulos rojos que un ser humano tiene en la sangre es veinticinco mil millones (25 000 000 000).

Expresa esa cantidad en forma abreviada.

6 El número de moléculas elementales en un litro de agua es 330 000 000 000 000 000 000 000, aproximadamente. Expresa esa cantidad en forma abreviada.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

3 Raíz cuadrada

Calcular la raíz cuadrada es hacer la operación inversa de elevar al cuadrado.

$$b^2 = a \leftrightarrow \sqrt{a} = b$$

▼ **EJEMPLOS**

- $4^2 = 16 \rightarrow \sqrt{16} = 4$

  La raíz cuadrada de 16 es 4.

- $15^2 = 225 \rightarrow \sqrt{225} = 15$

  La raíz cuadrada de 225 es 15.

RAÍZ

$\sqrt{a} = b$ ⟶ Se lee: la raíz cuadrada de a es igual a b.

RADICANDO

Raíces exactas

No lo olvides

TE CONVIENE MEMORIZAR LOS PRIMEROS CUADRADOS PERFECTOS

$1^2 = 1$	$10^2 = 100$
$2^2 = 4$	$11^2 = 121$
$3^2 = 9$	$12^2 = 144$
$4^2 = 16$	$13^2 = 169$
$5^2 = 25$	$14^2 = 196$
$6^2 = 36$	$15^2 = 225$
$7^2 = 49$	$16^2 = 256$
$8^2 = 64$	$17^2 = \ldots$
$9^2 = 81$	$18^2 = \ldots$

Los números cuya raíz es exacta se llaman **cuadrados perfectos.** Por ejemplo, son cuadrados perfectos 36, 100 ó 400.

$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{100} = 10$	$\sqrt{400} = 20$
↕	↕	↕
$6^2 = 36$	$10^2 = 100$	$20^2 = 400$

Raíces enteras

Para la mayoría de los números, la raíz no coincide con una cantidad exacta de unidades enteras.

Busquemos, por ejemplo, la raíz de 40:

$$\left.\begin{array}{l} 6^2 = 36 < 40 \\ 7^2 = 49 > 40 \end{array}\right\} \rightarrow 6 < \sqrt{40} < 7$$

La raíz cuadrada de 40 es un número comprendido entre 6 y 7.

Al número natural que más se aproxima, por debajo, a la raíz, lo llamamos **raíz entera.**

$\sqrt{40} \approx 6 \rightarrow$ La raíz entera de 40 es 6.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Ejercicios resueltos

1. Calcular mentalmente $\sqrt{900}$.

$x^2 = 900 \rightarrow 30^2 = 900 \rightarrow \sqrt{900} = 30 \rightarrow$ Raíz exacta

2. Teniendo en cuenta los datos del cuadro, calcular $\sqrt{1\,440}$, $\sqrt{1\,444}$ y $\sqrt{1\,580}$.

$\sqrt{1\,440} \approx 37 \rightarrow$ Raíz entera

$\sqrt{1\,444} = 38 \rightarrow$ Raíz exacta

$\sqrt{1\,580} \approx 39 \rightarrow$ Raíz entera

$37^2 = 1\,369$
$38^2 = 1\,444$
$39^2 = 1\,521$
$40^2 = 1\,600$

Actividades

1 Copia y completa como en el ejemplo.

- **$\sqrt{25} = 5 \rightarrow$ La raíz de 25 es igual a 5.**

a) $\sqrt{49} = 7 \rightarrow \ldots$

b) $\sqrt{64} = \ldots \rightarrow \ldots$

c) $\sqrt{81} = \ldots \rightarrow \ldots$

2 Calcula mentalmente.

a) $\sqrt{4}$ b) $\sqrt{9}$

c) $\sqrt{36}$ d) $\sqrt{400}$

e) $\sqrt{900}$ f) $\sqrt{3\,600}$

g) $\sqrt{4\,900}$ h) $\sqrt{6\,400}$

i) $\sqrt{8\,100}$ j) $\sqrt{10\,000}$

3 Calcula la raíz entera en cada caso:

a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{10}$

c) $\sqrt{24}$ d) $\sqrt{32}$

e) $\sqrt{39}$ f) $\sqrt{50}$

g) $\sqrt{68}$ h) $\sqrt{92}$

i) $\sqrt{105}$ j) $\sqrt{110}$

4 Escribe los cuadrados perfectos comprendidos entre 200 y 900.

15^2	16^2	17^2	18^2	…	30^2
225	256	289	324	…	900

5 Calcula, teniendo en cuenta los resultados del ejercicio anterior.

a) $\sqrt{289}$ b) $\sqrt{361}$

c) $\sqrt{484}$ d) $\sqrt{576}$

e) $\sqrt{676}$ f) $\sqrt{841}$

6 Observa el cuadro y calcula indicando si la raíz es exacta o entera.

$50^2 = 2\,500$	$51^2 = 2\,601$	$52^2 = 2\,704$
$53^2 = 2\,809$	$54^2 = 2\,916$	$55^2 = 3\,025$

a) $\sqrt{2\,550}$ b) $\sqrt{2\,601}$

c) $\sqrt{2\,725}$ d) $\sqrt{2\,815}$

e) $\sqrt{2\,916}$ f) $\sqrt{2\,929}$

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Ejercicios y problemas

Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

Cálculo de potencias

1 ▼▽▽ Calcula mentalmente.

a) 2^4 b) 6^3 c) 3^5 d) 20^4 e) 30^0

2 ▼▽▽ Calcula con lápiz y papel.

a) 5^5 b) 9^5 c) 1^{10} d) 15^3 e) 16^4

3 ▼▽▽ Obtén con la calculadora.

a) 4^{12} b) 5^{10} c) 45^3 d) 67^4 e) 99^3

Potencias de base 10. Expresión abreviada de números grandes

4 ▼▽▽ Escribe con todas sus crifras.

a) 10^2 b) 10^6 c) 10^{10} d) 10^{12} e) 10^{16}

5 ▼▽▽ Expresa con todas sus cifras.

a) $13 \cdot 10^7$ b) $34 \cdot 10^9$ c) $62 \cdot 10^{11}$

6 ▼▽▽ Transforma como en el ejemplo.

• **$180\,000 = 18 \cdot 10^4$**

a) 5 000 b) 1 700 000 c) 4 000 000 000

Raíz cuadrada

7 ▼▽▽ Copia y completa como en el ejemplo.

• **$8^2 = 64 \leftrightarrow \sqrt{64} = 8$**

a) $\square^2 = 36 \leftrightarrow \sqrt{36} = \square$

b) $\square^2 = 256 \leftrightarrow \sqrt{256} = \square$

8 ▼▽▽ Calcula, por tanteo, la raíz exacta o la entera.

a) $\sqrt{90}$ b) $\sqrt{121}$ c) $\sqrt{1\,785}$

Resuelve problemas

9 ▼▽▽ Para cubrir el suelo de una habitación cuadrada, se han colocado 22 filas de 22 baldosas cada una. ¿Cuántas baldosas se han utilizado?

10 ▼▽▽ Marta ha construido un cubo grande, de 10 centímetros de arista juntando cubitos pequeños de madera, de 1 cm de arista. ¿Cuántos cubitos ha empleado?

11 ▼▼▽ Una finca cuadrada tiene una superficie de 900 metros cuadrados. ¿Cuántos metros lineales de alambrada habría que comprar para cercarla?

12 ▼▼▼ Observa el cubo de la ilustración formado por $5 \times 5 \times 5$ cubitos unitarios.

a) Supón que lo pintamos de rojo. ¿Cuántos cubitos unitarios habrían quedado parcialmente pintados?

b) Supón que lo queremos hacer más grande, recubriéndolo completamente con una capa de cubitos verdes. ¿Cuántos cubitos verdes necesitaríamos?

Autoevaluación

1 Calcula:

a) 7^2 b) 10^4

2 Completa:

a) $2^{\square} = 8$ b) $\square^2 = 36$

3 Calcula:

a) 10^3 b) 10^7

4 Escribe en la notación abreviada el número 45 000 000.

5 Completa:

a) $\sqrt{36} = \ldots$ b) $\sqrt{400} = \ldots$ c) $\sqrt{10\,000} = \ldots$

d) $\sqrt{\ldots} = 3$ e) $\sqrt{\ldots} = 8$ f) $\sqrt{\ldots} = 30$

6 ¿Cuántos cuadros de moqueta, de un metro de lado, necesitas para cubrir el suelo de una nave cuadrada de 30 metros de lado? (Haz un dibujo antes de resolverlo.)

7 Héctor quiere dibujar una cuadrícula, igual de ancha que de alta, que contenga 225 cuadros. ¿Cuántas filas y cuántas columnas debe poner?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

3 Divisibilidad

Alejandría, fundada por Alejandro Magno en el siglo IV a.C., pasó a ser el centro cultural (científico, artístico) de la civilización griega.

Euclides, sabio griego del siglo III a.C., vivió en Alejandría, donde fundó una gran escuela de matemáticas. Recopiló y sistematizó todo el conocimiento matemático de su época. Pero no se limitó a esto: fue, además, un gran investigador que contribuyó con numerosas aportaciones.

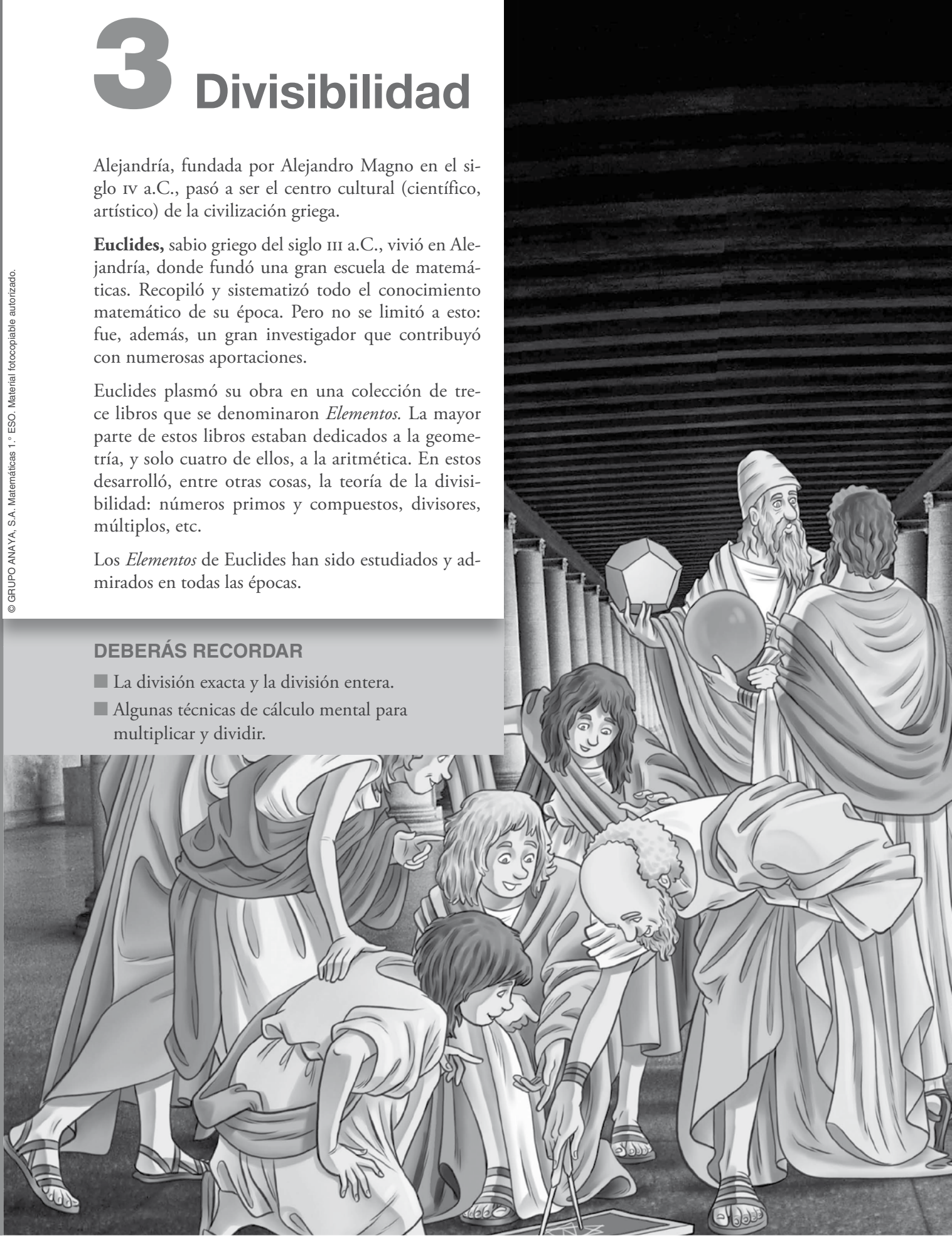
Euclides plasmó su obra en una colección de trece libros que se denominaron *Elementos.* La mayor parte de estos libros estaban dedicados a la geometría, y solo cuatro de ellos, a la aritmética. En estos desarrolló, entre otras cosas, la teoría de la divisibilidad: números primos y compuestos, divisores, múltiplos, etc.

Los *Elementos* de Euclides han sido estudiados y admirados en todas las épocas.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

DEBERÁS RECORDAR

- La división exacta y la división entera.
- Algunas técnicas de cálculo mental para multiplicar y dividir.

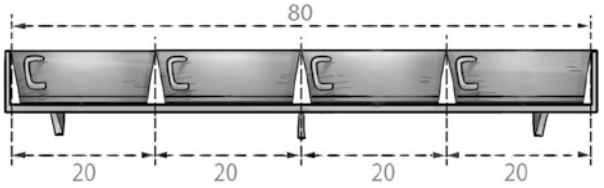


1 La relación de divisibilidad

Dos números están emparentados por la **relación de divisibilidad** cuando uno cabe en el otro una cantidad exacta de veces; es decir, cuando su **cociente es exacto.**

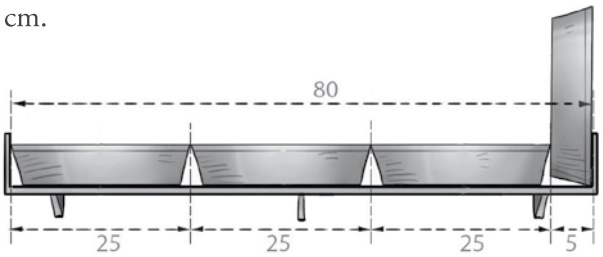
Observa los ejemplos siguientes:

- En una estantería de 80 cm caben, exactamente, cuatro cazuelas de 20 cm.



$80 \mid 20$, $0 \quad 4$ → 20 cabe un número exacto de veces en 80. → 80 es divisible entre 20.

- Sin embargo, en una estantería de 80 cm no encaja una cantidad exacta de fuentes de 25 cm.



$80 \mid 25$, $5 \quad 3$ → 25 no cabe en 80 un número exacto de veces. → 80 no es divisible entre 25.

Relación de divisibilidad

$a \mid b$, $0 \quad c$

división exacta.

⇩

a es divisible entre b.

⇩

a es múltiplo de b.

⇩

b es divisor de a.

Múltiplos y divisores

Cuando dos números están emparentados por la relación de divisibilidad, decimos que:

- El mayor es **múltiplo** del menor.
- El menor es **divisor** del mayor.

▼ **EJEMPLO**

$40 \mid 8$, $0 \quad 5$ → $40 = 8 \cdot 5$ → { 40 es múltiplo de 8. / 8 es divisor de 40.

división exacta

Ten en cuenta

Cada divisor de un número lleva otro emparejado.

$40 \mid 8$, $0 \quad 5$ ⟷ $40 \mid 5$, $0 \quad 8$

8 es divisor de 40.
5 es divisor de 40.

- a **es múltiplo de** b o lo que es igual
- b **es divisor de** a

→ **si la división** $a : b$ **es exacta.**

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Actividades

1 Copia y completa.

- **40 | 8 → 40 es divisible entre 5.**
  0 | 5

a) 35 | 8 → 35 no es…
3 | 4

b) 42 | 6 → …

c) 100 | 25 → …

d) 108 | 18 → …

2 Di en cada caso si a es divisible entre b y justifica tu respuesta, como en el ejemplo:

- **$a = 78$, $b = 6$: 78 | 6 → 78 es divisible entre 6, porque su cociente es exacto.**
  18 | 13
  0

a) $a = 90$, $b = 30$

b) $a = 185$, $b = 15$

c) $a = 182$, $b = 14$

d) $a = 2\,030$, $b = 10$

3 Di si los números de cada pareja están emparentados por la relación de divisibilidad:

a) 224 y 16 b) 420 y 35

c) 613 y 13 d) 513 y 19

e) 688 y 44 f) 2 070 y 46

4 Encuentra, al menos, cuatro parejas de números emparentados por la relación de divisibilidad.

420 13

90 70 11

18 9 156

6 21

5 ¿Verdadero o falso?

a) 15 está contenido exactamente 4 veces en 60.

b) 75 está contenido exactamente 3 veces en 225.

c) 42 es divisible entre 7.

d) 54 es divisible entre 8.

e) 65 contiene a 13 un número exacto de veces.

6 Copia y completa, como en el ejemplo.

- **18 | 3 → 18 es múltiplo de 6.**
  0 | 6 → 6 es divisor de 18.

a) 18 | 9 → 18 es … de 2.
0 | 2 → 2 es … de 18.

b) 20 | 5 → …
0 | 4 → …

c) 104 | 13 → …
00 | 8 → …

7 Explica con claridad por qué 518 es múltiplo de 37.

8 ¿Es 23 divisor de 345? Razona tu respuesta.

9 Busca:

a) Tres números que sean divisores de 40.

b) Tres números que sean múltiplos de 7.

c) Tres números que sean divisores de 770.

d) Tres números que sean múltiplos de 50.

10 Busca entre estos números:

5 10 15 20 30
35 45 60 75 90

a) Todos los que sean divisores de 90.

b) Todos los que sean múltiplos de 3.

11 Considera estos números:

8 10 20 24 30
45 60 75 95 120

a) ¿Cuáles son múltiplos de 4?

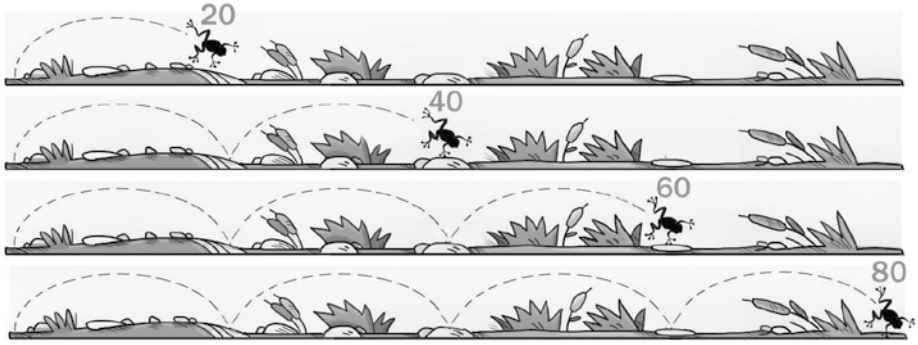
b) ¿Cuáles son múltipos de 10?

c) ¿Cuáles son múltiplos de 15?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

2 Múltiplos de un número

Los múltiplos de un número son otros números, de igual o mayor tamaño, que lo contienen una cantidad exacta de veces. Por ejemplo, observa la longitud recorrida por la rana en sucesivos saltos de 20 centímetros:



Los números 20, 40, 60, 80, … contienen a 20 una cantidad exacta de veces; es decir, todos ellos son múltiplos de 20.

Observa, también, que se obtienen multiplicando 20 por un número natural, y que la serie puede continuar indefinidamente.

$20 \cdot 5 \rightarrow 100$ $\quad 20 \cdot 6 \rightarrow 120$ $\quad 20 \cdot 7 \rightarrow 140$ $\quad 20 \cdot 8 \ldots \rightarrow 160 \ldots$

Múltiplos de 20

$20 \cdot 1 = 20$

$20 \cdot 2 = 40$

$20 \cdot 3 = 60$

$20 \cdot 4 = 80$

$\downarrow$

$20 \cdot k$

Notación

Cuando nos referimos a un múltiplo de un número, podemos escribirlo con un punto encima, así:

$\dot{7} \rightarrow$ múltiplo de 7

$\dot{a} \rightarrow$ múltiplo de a

$18 = \dot{3} \rightarrow$ 18 es múltiplo de 3.

- Los múltiplos de un número natural, a, se obtienen al multiplicar a por cualquier otro número natural k: $a \cdot k \rightarrow$ **múltiplo de** a
- Todo número natural, a, es múltiplo de sí mismo y de la unidad. $\Big\}\ a \cdot 1 = a$
- Un número distinto de cero tiene infinitos múltiplos.

Actividades

1 Escribe.

a) Tres múltiplos de 5.

b) Tres múltiplos de 12.

c) Tres múltiplos de 19.

d) Tres múltiplos de 30.

2 Añade cuatro términos a cada una de estas series:

a) Múltiplos de 6 → 6, 12, 18, 24, …

b) Múltiplos de 15 → 15, 30, 45, 60, …

c) Múltiplos de 53 → 53, 106, 159, 212, …

3 Busca, entre estos números, los que sean múltiplos de 6:

10 12 16 30 42 54 60 76 90 148 174

4 Escribe los diez primeros múltiplos de 25.

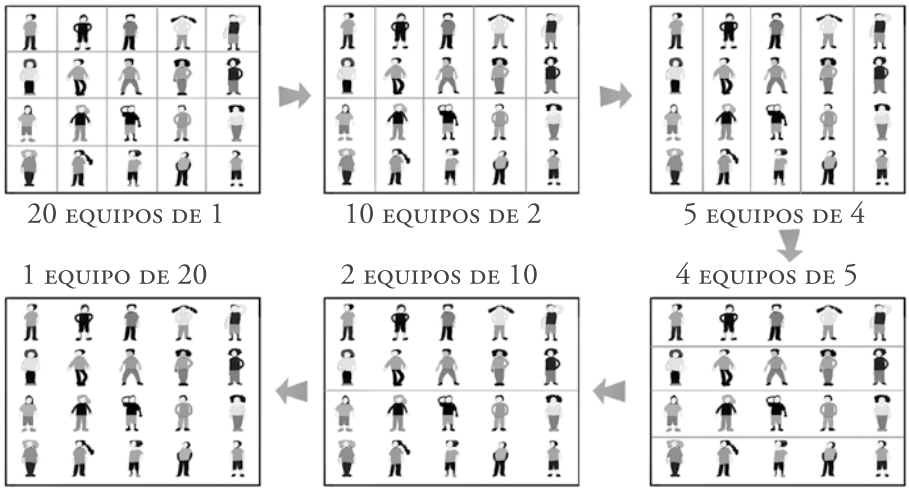
5 Escribe los veinte primeros múltiplos de 5. Fíjate en la última cifra. ¿Qué observas? ¿Cómo sabes, de un vistazo, si un número es múltiplo de 5?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

3 Divisores de un número

Los divisores de un número son otros números, de igual o menor tamaño, que están contenidos en él una cantidad exacta de veces.

Observa, por ejemplo, las distintas formas de dividir un grupo de 20 chicos y chicas en equipos iguales:



Cada uno de los números 1, 2, 4, 5, 10 y 20 está contenido en 20 una cantidad exacta de veces. Por tanto, todos ellos son divisores de 20.

Como puedes comprobar, forman parejas cuyo producto es 20:

$$1 \cdot 20 \qquad 2 \cdot 10 \qquad 4 \cdot 5$$

Divisores de 20

$20 : 1 = 20$
$20 : 2 = 10$
$20 : 4 = 5$
$20 : 5 = 4$
$20 : 10 = 2$
$20 : 20 = 1$

Divisores de 30

Búsqueda de los divisores de 30:

30
- $: 1 = 30 \rightarrow$ SÍ
- $: 2 = 15 \rightarrow$ SÍ
- $: 3 = 10 \rightarrow$ SÍ
- $: 4 \rightarrow$ NO
- $: 5 = 6 \rightarrow$ SÍ

Los divisores de 30 son:

1	2	3	5
↕	↕	↕	↕
30	15	10	6

- Para obtener todos los divisores de un número, a, buscamos las divisiones exactas:

  $\left.\begin{array}{l} a : b = c \\ a : c = b \end{array}\right\} \rightarrow a = b \cdot c \rightarrow$ Entonces b y c son **divisores** de a.

- Todo número es divisor de sí mismo. $\rightarrow a : a = 1$
- El 1 es divisor de cualquier número. $\rightarrow a : 1 = a$

Actividades

1 Encuentra todos los divisores de cada uno de los números siguientes:

a) 8 b) 12
c) 15 d) 28
e) 36 f) 55
g) 60 h) 80

2 Encuentra todos los divisores de:

a) 7 b) 13 c) 17 d) 29

¿Qué observas?

3 ¿De cuántas formas diferentes se pueden repartir en equipos iguales los 24 alumnos y alumnas de una clase? ¿Cuántos equipos salen en cada caso? (Por ejemplo, 3 equipos de 8 alumnos).

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

4 Criterios de divisibilidad

Los criterios de divisibilidad son reglas prácticas que sirven para descubrir si un número es divisible por 2, 3, 5 u otros números sencillos.

CÓMO AVERIGUAR SI UN NÚMERO ES MÚLTIPLO DE 2

Observa que todos los múltiplos de 2, y solo ellos, terminan en cifra par:

2	4	6	8	10
12	14	16	18	20
22	24	26	28	30
…	…	…	…	…

Un número es múltiplo de 2 si termina en cifra par:

0 - 2 - 4 - 6 - 8

Ejemplos

- 37⑧ → cifra par

  378 es múltiplo de 2.

- 45① → cifra impar

  451 no es múltiplo de 2.

CÓMO AVERIGUAR SI UN NÚMERO ES MÚLTIPLO DE 3

Toma cualquier múltiplo de 3 y suma sus cifras. Verás que la suma es un múltiplo de 3.

Múltiplo de 3 — Suma de las cifras

$3 \cdot 11 = 33 \rightarrow 3 + 3 = 6 \rightarrow \dot{3}$

$3 \cdot 24 = 72 \rightarrow 7 + 2 = 9 \rightarrow \dot{3}$

$3 \cdot 136 = 408 \rightarrow 4 + 0 + 8 = 12 \rightarrow \dot{3}$

Un número es múltiplo de 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

Ejemplos

- 359 → $3 + 5 + 9 = 17 \neq \dot{3}$

  359 no es múltiplo de 3.

- 252 → $2 + 5 + 2 = 9 = \dot{3}$

  252 es múltiplo de 3.

CÓMO AVERIGUAR SI UN NÚMERO ES MÚLTIPLO DE 5

Contempla, ahora, los múltiplos de 5 y fíjate en que todos, y solo ellos, terminan en 0 o en 5:

5	10
15	20
25	30
35	40
…	…

Un número es múltiplo de 5 si su última cifra es un cero o un cinco.

Ejemplos

- 28⓪ → es múltiplo de 5.
- 55⑦ → no es múltiplo de 5.

Actividades

1 Copia y rodea los múltiplos de 2.

57 66 71 90 99
111 162 228 483 805

2 De los números siguientes, ¿cuáles son múltiplos de 3? Justifica tu respuesta.

173 186 390 510 555 679 754 1 023

3 Copia y rodea los múltiplos de 5.

328 155 207 735
420 553 815

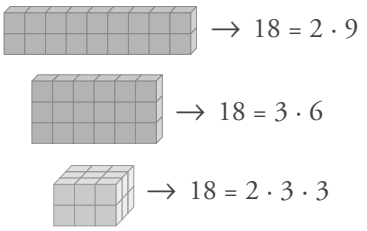
4 Escribe la sucesión de los veinte primeros múltiplos de 10. Obsérvalos. ¿Cómo sabes, de un vistazo, si un número es múltiplo de 10?

10 - 20 - 30 - 40 - …

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

5 Números primos y compuestos

Descomposiciones de 18



Los divisores de un número permiten expresarlo en forma de producto.

▼ **EJEMPLO**

$$18 \rightarrow \left(\begin{matrix}\text{DIVISORES}\\ 1 - 2 - 3 - 6 - 9 - 18\end{matrix}\right) \rightarrow \begin{cases} 18 = 2 \cdot 9 \\ 18 = 3 \cdot 6 \\ 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \end{cases}$$

Los números, como 18, que se pueden descomponer en factores más sencillos se llaman **números compuestos.**

Sin embargo, hay números que solo tienen dos divisores (el mismo número y la unidad), lo cual impide su descomposición.

El 13 no se puede descomponer

▼ **EJEMPLO**

$$13 \rightarrow \left(\begin{matrix}\text{DIVISORES}\\ 1 - 13\end{matrix}\right) \rightarrow 13 = 13 \cdot 1$$

Los números, como 13, que no se pueden descomponer en factores más sencillos se llaman **números primos.**

Un número primo **solo** tiene dos divisores: él mismo y la unidad.

El número 1, como solo tiene un divisor, no se considera primo.

En la tabla se han marcado:

— los múltiplos de 2, •, excepto el 2.

— los múltiplos de 3, •, excepto el 3.

— los múltiplos de 5, •, excepto el 5.

— … y así, sucesivamente, con los múltiplos de 7, ⊕; de 11, ∗; de 13, ▲; …

Los números que han quedado sin marcar son los primos menores que 30. Comprueba que ninguno de ellos se puede descomponer en factores.

1	(2)	(3)	4 •	(5)	6 ••
(7)	8 •	9 •	10 ••	(11)	12 ••
(13)	14 •⊕	15 ••	16 •	(17)	18 ••
(19)	20 ••	21 •⊕	22 •∗	(23)	24 ••
25 •	26 •▲	27 •	28 •⊕	(29)	30 •••

Actividades

1 Clasifica en primos y compuestos.

5 8 11 15 21
28 31 33 45 49

2 Entre estos números hay dos primos. Búscalos.

47 57 67 77 87

Expresa cada uno de los compuestos como un producto de dos factores.

3 Descompón en tres factores.

a) 16 b) 18 c) 40 d) 66
e) 72 f) 222 g) 500 h) 1 060

4 Descompón el número 100.

a) En dos factores.

b) En tres factores.

c) En el máximo número de factores que sea posible.

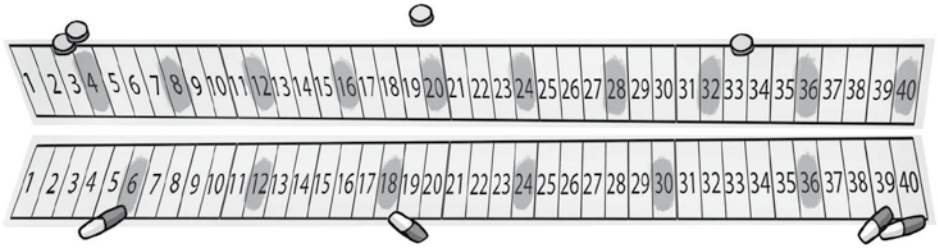
© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

6 Mínimo común múltiplo de dos números

La resolución de ciertos problemas exige el manejo de los múltiplos comunes de varios números. Veamos un ejemplo:

▼ **EJEMPLO**

Doña Rosita toma una píldora para el reuma cada 4 días y una cápsula para el corazón cada 6 días.
¿Cada cuánto tiempo coinciden ambas tomas en el mismo día?



Ambas tomas coinciden en los días que son múltiplos comunes de 4 y 6, y se repiten cada 12 días.

$$12 \overset{+12}{\longrightarrow} 24 \overset{+12}{\longrightarrow} 36 \overset{+12}{\longrightarrow} 48 \overset{+12}{\longrightarrow} \ldots$$

El menor de estos múltiplos comunes es 12 y recibe el nombre de mínimo común múltiplo de 4 y 6.

El menor de los múltiplos comunes de dos o más números, *a, b, c,* … se llama **mínimo común múltiplo,** y se expresa así:

mín.c.m. (*a, b, c,* …)

Cálculo del mínimo común múltiplo (método artesanal)

Para obtener el mínimo común múltiplo de dos números:

- Escribimos los múltiplos de cada uno.
- Entresacamos los comunes.
- Tomamos el menor.

▼ **EJEMPLO**

Vamos a comprobar, siguiendo el método descrito, que el mínimo común múltiplo de 4 y 6 es, efectivamente, 12.

múltiplos de 4 → 4 - 8 - (12) - 16 - 20 - (24)

múltiplos de 6 → 6 - (12) - 18 - (24) - 30 - (36)

múltiplos comunes → 12 - 24 - 36 - 48

mín.c.m. (4, 6) = 12

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Ejercicio resuelto

Calcular mín.c.m. (10, 15).

Múltiplos de 10 → 10 20 (30) 40 50 (60) 70 …

Múltiplos de 15 → 15 (30) 45 (60) 75 90 105 …

Múltiplos comunes → 30 - 60 - 90 …

El menor de los múltiplos comunes de 10 y 15 es 30. → mín.c.m. (10, 15) = 30

Actividades

1 Copia, observa y contesta.

$\dot{1}2$ → 12 24 (36) 48 60 (72) 84 96 (108)…

$\dot{1}8$ → 18 (36) 54 (72) 90 (108) 126 …

a) Escribe los cuatro primeros múltiplos comunes de 12 y 18.

b) Escribe el mínimo común múltiplo de 12 y 18.

2 Copia, observa y completa a simple vista.

a) $\dot{6}$ → 6 12 18 (24) 30 36 42 (48) 54 …

$\dot{8}$ → 8 16 (24) 32 40 (48) 56 …

mín.c.m. (6, 8) = ☐

b) $\dot{9}$ → 9 18 27 (36) 45 54 63 (72)…

$\dot{1}2$ → 12 24 (36) 48 60 (72) 84 …

mín.c.m. (9, 12) = ☐

c) $\dot{1}5$ → 15 30 45 60 75 90 105 …

$\dot{2}5$ → 25 50 75 100 125 150 …

mín.c.m. (15, 25) = ☐

3 Calcula por el método artesanal, igual que se ha hecho en el ejercicio anterior.

a) mín.c.m. (5, 8)

b) mín.c.m. (8, 12)

c) mín.c.m. (12, 24)

d) mín.c.m. (30, 40)

e) mín.c.m. (50, 75)

f) mín.c.m. (200, 300)

4 Calcula mentalmente.

a) mín.c.m. (2, 3)

b) mín.c.m. (4, 5)

c) mín.c.m. (6, 9)

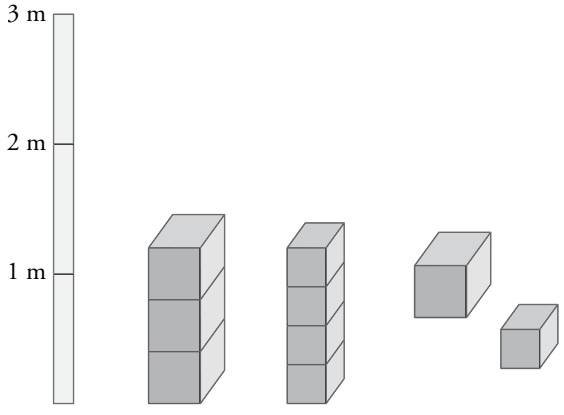
d) mín.c.m. (6, 12)

e) mín.c.m. (5, 10)

f) mín.c.m. (15, 20)

5 Una fábrica envía mercancía a Valencia cada 6 días y a Sevilla cada 8 días. Hoy han coincidido ambos envíos. ¿Cuánto tiempo pasará hasta que vuelvan a coincidir?

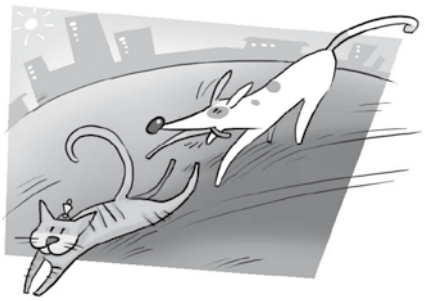
6 Se han construido dos columnas de igual altura: la primera apilando cubos de 40 cm de arista, y la segunda, con cubos de 30 cm de arista. ¿Qué altura alcanzarán sabiendo que superan los dos metros, pero no llegan a tres?



7 El autobús de la línea roja pasa por la parada, frente a mi casa, cada 20 minutos, y el de la línea verde, cada 30 minutos. Si ambos pasan juntos a las dos de la tarde, ¿a qué hora vuelven a coincidir?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

7 Máximo común divisor de dos números



También encontrarás problemas que exigen el manejo de los divisores comunes a varios números. Veamos un ejemplo:

▼ **EJEMPLO**

Una sociedad protectora de animales ha recogido 8 gatos y 12 perros que se han de transportar en jaulas iguales, lo más grandes que sea posible, y de forma que en todas quepa el mismo número de individuos. ¿Cuántos animales irán en cada jaula?

Tanteando, se encuentran tres posibles soluciones:

- Primera solución: jaulas con un inquilino.

G	G	G	G	G	G	G	G

8×1

P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P

12×1

- Segunda solución: jaulas con dos inquilinos.

G	G	G	G	G	G	G	G

4×2

P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P

6×2

- Tercera solución: jaulas con cuatro inquilinos.

G	G	G	G	G	G	G	G

2×4

P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P

3×4

Las soluciones coinciden con los divisores comunes de 8 y 12:

1 - 2 - 4

El mayor de estos divisores comunes es 4 y recibe el nombre de máximo común divisor de 8 y 12.

El mayor de los divisores comunes a dos o más números, a, b, c, … se llama **máximo común divisor,** y se expresa así:

máx.c.d. (a, b, c, …)

Cálculo del máximo común divisor (método artesanal)

Para obtener el máximo común divisor de dos números:

- Escribimos los divisores de cada uno.
- Entresacamos los comunes.
- Tomamos el mayor.

▼ **EJEMPLO**

Vamos a comprobar, siguiendo el método descrito, que el máximo común divisor de 8 y 12 es, efectivamente, 4.

divisores de 8 → ①-②-④- 8

divisores de 12 → ①-②- 3 -④- 6 - 12

divisores comunes → 1 - 2 - 4

máx.c.d. (8, 12) = 4

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Ejercicio resuelto

Calcular máx.c.d. (20, 30).

Divisores de 20 → (1) (2) 4 (5) (10) 20

Divisores de 30 → (1) (2) 3 (5) 6 (10) 15 30

Divisores comunes → 1 - 2 - 5 - 10

El mayor de los divisores comunes de 20 y 30 es 10. → máx.c.d. (20, 30) = 10

Actividades

1 Copia, observa y contesta.

Div. de 12 → (1) (2) (3) 4 (6) 12

Div. de 18 → (1) (2) (3) (6) 9 18

a) Escribe los divisores comunes de 12 y 18.

b) Escribe el máximo común divisor de 12 y 18.

2 Copia, observa y completa a simple vista.

a) Div. de 12 → (1) (2) 3 (4) 6 12

Div. de 16 → (1) (2) (4) 8 16

máx.c.d. (12, 16) = ☐

b) Div. de 15 → (1) 3 (5) 15

Div. de 20 → (1) 2 4 (5) 10 20

máx.c.d. (15, 20) = ☐

c) Div. de 24 → (1) (2) (3) 4 (6) 8 12 24

Div. de 30 → (1) (2) (3) 5 (6) 10 15 30

máx.c.d. (24, 30) = ☐

3 Calcula por el método artesanal, igual que se ha hecho en el ejercicio anterior.

a) máx.c.d. (6, 8)

b) máx.c.d. (8, 20)

c) máx.c.d. (10, 15)

d) máx.c.d. (12, 24)

e) máx.c.d. (18, 24)

f) máx.c.d. (40, 50)

4 Calcula mentalmente.

a) máx.c.d. (2, 3)

b) máx.c.d. (4, 5)

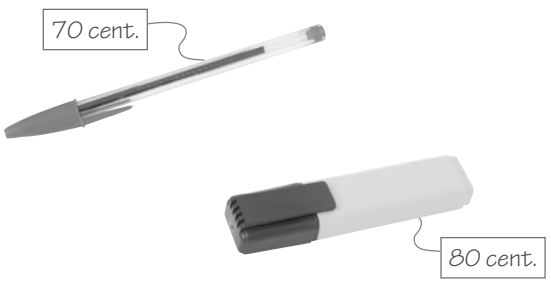
c) máx.c.d. (3, 9)

d) máx.c.d. (6, 9)

e) máx.c.d. (30, 40)

f) máx.c.d. (50, 75)

5 Rosa ha sacado de la hucha un montón de monedas, todas iguales, y ha comprado un bolígrafo. Después, ha vuelto a la tienda y ha comprado un rotulador.



¿Cuánto puede valer cada moneda? (Busca todas las soluciones posibles).

6 Un carpintero tiene dos listones de 180 cm y 240 cm, respectivamente, y desea cortarlos en trozos iguales, lo más largos que sea posible, y sin desperdiciar madera. ¿Cuánto debe medir cada trozo?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Ejercicios y problemas

Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

La relación de divisibilidad

1 ▼▽▽ Reflexiona, contesta "Sí" o "No" y justifica tus respuestas:

a) ¿Se pueden guardar 300 litros de aceite en bidones de 15 litros sin que sobre nada?

b) Si sacas del horno 100 magdalenas, y las empaquetas por docenas, ¿queda alguna suelta?

c) ¿Se puede cortar un listón de 1,80 m en un número exacto de trozos de 20 cm?

d) ¿Hacen 100 minutos un número exacto de cuartos de hora?

2 ▼▽▽ Razona si existe relación de divisibilidad entre:

a) 20 y 300 b) 13 y 195 c) 38 y 138

d) 15 y 75 e) 23 y 203 f) 117 y 702

Múltiplos y divisores

3 ▼▽▽ Calcula mentalmente.

a) Tres números contenidos una cantidad exacta de veces en 180.

b) Tres números que contengan a 15 una cantidad exacta de veces.

c) Tres divisores de 180.

d) Tres múltiplos de 15.

4 ▼▽▽ Escribe.

a) Los múltiplos de 20 comprendidos entre 150 y 210.

b) Un múltiplo de 13 comprendido entre 190 y 200.

5 ▼▼▽ Escribe.

a) Todos los pares de números cuyo producto es 80.

b) Todos los divisores de 80.

6 ▼▽▽ ¿Cuáles de estas cantidades de dinero puedes obtener juntando billetes de cinco euros?:

15 €	22 €	37 €	45 €	80 €	94 €	120 €	1 000 €

¿Y juntando billetes de 10 euros?

7 ▼▼▽ Busca todos los divisores de:

a) 10 b) 18 c) 20 d) 24

e) 30 f) 39 g) 45 h) 50

8 ▼▼▽ Describe todas las formas que hay de dividir una clase de 30 chicos y chicas en equipos iguales. Por ejemplo: 5 equipos de 6.

9 ▼▼▽ Busca todas las formas posibles de hacer montones iguales con 72 terrones de azúcar.

Criterios de divisibilidad

10 ▼▽▽ Sustituye cada letra por una cifra, para que el número resultante sea divisible entre 3.

A51	2B8	31C	52D	1E8

11 ▼▼▽ Busca, en cada caso, todos los valores posibles de a para que el número resultante sea, a la vez, múltiplo de 2 y de 3:

4 a	3 2 a	2 4 a

Números primos y compuestos

12 ▼▼▽ Separa los números primos de los compuestos.

14	17	28	29	47	53
57	63	71	79	91	99

13 ▼▼▼ Busca el primer número, mayor que 90, que no se pueda expresar como el producto de dos factores diferentes de él mismo y de la unidad.

14 ▼▼▼ Averigua si el número 113 es primo o compuesto. Justifica tu respuesta.

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo

15 ▼▼▽ Calcula.

a) mín.c.m. (4, 8) b) máx.c.d. (4, 8)

c) mín.c.m. (10, 20) d) máx.c.d. (10, 20)

e) mín.c.m. (20, 30) f) máx.c.d. (20, 40)

16 ▼▼▽ El mínimo común múltiplo de dos números es 15. ¿Cuáles pueden ser esos números?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Resuelve problemas

17 ▼▼▽ Antonio tiene entre 40 y 50 años, justo el triple que su hijo Julio, que tiene menos de 15. ¿Cuántos años tiene cada uno?

18 ▼▼▽ Ricardo puede ordenar su colección de cromos por parejas, por tríos y en grupos de cinco. ¿Cuántos cromos tiene Ricardo, sabiendo que son más de 80 y menos de 100?

19 ▼▼▽ Raquel ha envasado 64 mantecados en cajas iguales. ¿Cuántas cajas ha llenado? (Escribe todas las soluciones posibles).

20 ▼▼▽ En un almacén de maderas se han apilado tablones de pino, de un grosor de 35 mm, hasta alcanzar la misma altura que otra pila de tablones de roble, de 20 mm de gruesos. ¿Cuál será la altura de ambas pilas? (Busca, al menos, tres soluciones).

21 ▼▼▽ Un vaso pesa 75 gramos, y una taza, 60 gramos. ¿Cuántos vasos hay que colocar en uno de los platillos de una balanza, y cuántas tazas en el otro, para que la balanza quede equilibrada?

22 ▼▼▽ Un comerciante, en un mercadillo, intercambia con un compañero un lote de camisetas de 24 € la unidad por un lote de zapatillas de 30 € la unidad. ¿Cuántas camisetas entrega y cuántas zapatillas recibe?

23 ▼▼▼ Un grupo de 60 niños, acompañados de 36 padres, acuden a un campamento en la montaña. Para dormir, acuerdan ocupar cada cabaña con el mismo número de personas. Además, cuantas menos cabañas ocupen menos pagan. Por otro lado, ni los padres quieren dormir con niños ni los niños con padres. ¿Cuántos entrarán en cada cabaña?

☞ *Utiliza el máximo común divisor.*

Autoevaluación

1 Busca pares de números emparentados por la relación de divisibilidad:

6 10 30 80

2 Contesta sí o no y justifica tu respuesta.

a) ¿Es 60 divisible entre 15?

b) ¿Es 5 múltiplo de 15?

c) ¿Es 6 divisor de 30?

d) ¿Es 162 múltiplo de 8?

3 Escribe.

a) Los cinco primeros múltiplos de 6 comprendidos entre 50 y 70.

b) Todos los divisores de 30.

4 Completa.

a) Un número es múltiplo de 3 cuando …

b) Un número es divisible entre 5 cuando …

5 Separa los primos de los compuestos:

14 - 23 - 65 - 67 - 87 - 97 - 101 - 111

6 Calcula.

a) mín.c.m. (10, 15)

b) máx.c.d. (10, 15)

c) mín.c.m. (30, 40)

d) máx.c.d. (30, 40)

7 ¿De cuántas formas distintas se puede dividir una clase de 28 alumnos, en equipos con el mismo número de miembros, sin que sobre ninguno?

8 En un edificio de oficinas, el vigilante nocturno completa su ronda cada 30 minutos, y su compañero, que vigila el parque exterior, cada 40 minutos. Ambos inician su jornada a las diez de la noche. ¿A qué hora volverán a coincidir en el punto de partida?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

4 Los números enteros

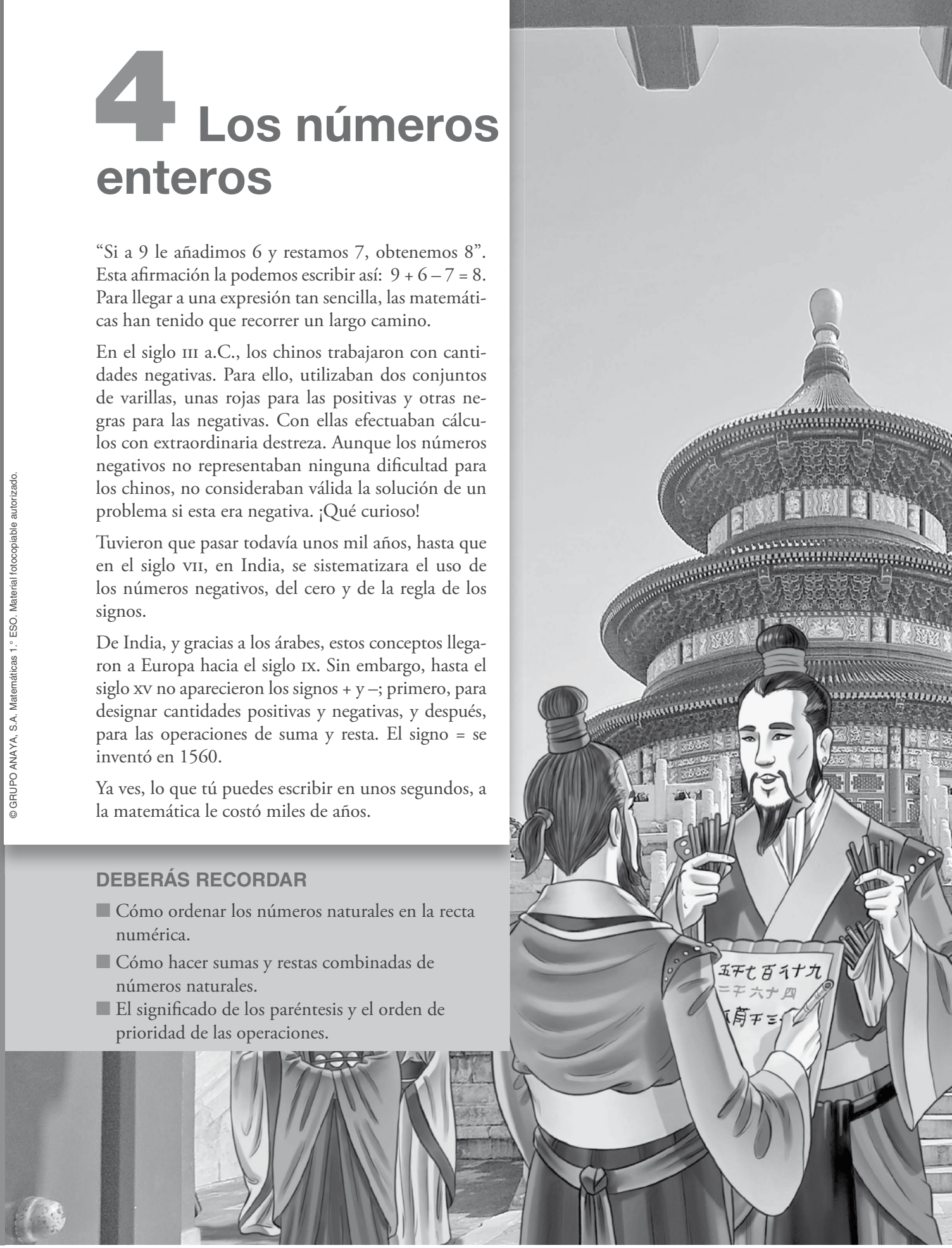
"Si a 9 le añadimos 6 y restamos 7, obtenemos 8". Esta afirmación la podemos escribir así: $9 + 6 - 7 = 8$. Para llegar a una expresión tan sencilla, las matemáticas han tenido que recorrer un largo camino.

En el siglo III a.C., los chinos trabajaron con cantidades negativas. Para ello, utilizaban dos conjuntos de varillas, unas rojas para las positivas y otras negras para las negativas. Con ellas efectuaban cálculos con extraordinaria destreza. Aunque los números negativos no representaban ninguna dificultad para los chinos, no consideraban válida la solución de un problema si esta era negativa. ¡Qué curioso!

Tuvieron que pasar todavía unos mil años, hasta que en el siglo VII, en India, se sistematizara el uso de los números negativos, del cero y de la regla de los signos.

De India, y gracias a los árabes, estos conceptos llegaron a Europa hacia el siglo IX. Sin embargo, hasta el siglo XV no aparecieron los signos + y –; primero, para designar cantidades positivas y negativas, y después, para las operaciones de suma y resta. El signo = se inventó en 1560.

Ya ves, lo que tú puedes escribir en unos segundos, a la matemática le costó miles de años.



DEBERÁS RECORDAR

- Cómo ordenar los números naturales en la recta numérica.
- Cómo hacer sumas y restas combinadas de números naturales.
- El significado de los paréntesis y el orden de prioridad de las operaciones.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.° ESO. Material fotocopiable autorizado.

1 Números positivos y negativos

Los números naturales se utilizan para expresar matemáticamente multitud de situaciones cotidianas. Sin embargo, a veces no sirven para cuantificar las situaciones opuestas asociadas. En esos casos, es necesaria la utilización de los números negativos.

Por ejemplo:

- Estamos a ocho grados centígrados. ⟶ $\boxed{+8}$ → N.º natural
  Estamos a ocho bajo cero. ⟶ $\boxed{-8}$ → N.º negativo
- Julián gana 20 euros. ⟶ $\boxed{+20}$ → N.º natural
  Julián gasta 20 euros. ⟶ $\boxed{-20}$ → N.º negativo

- Llamamos **números negativos** a los que están por debajo del cero.
- Los números negativos se escriben precedidos del signo **menos:**

  $-1, -2, -3, -4, -5, \ldots$

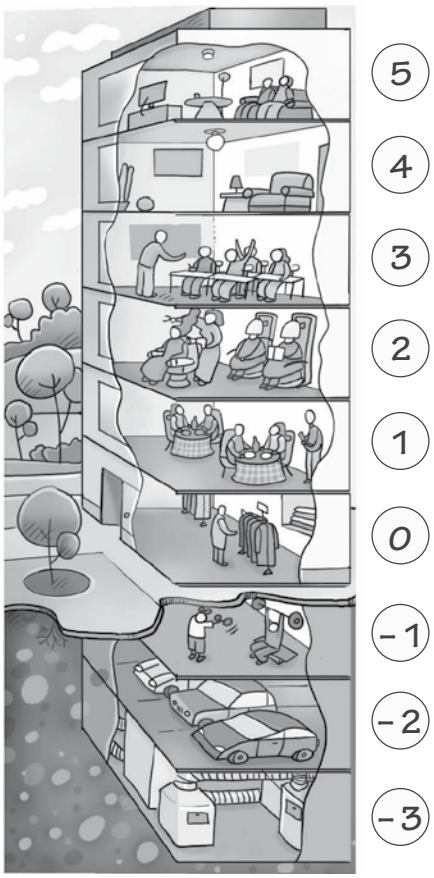
- Cuando un número no lleva signo, entendemos que es positivo:

  $3 = +3$ $\qquad$ $+15 = 15$

- Cuando se plantean operaciones con números negativos, estos se suelen escribir entre paréntesis:

  $5 + (-2)$ → El número positivo 5 se suma con el negativo –2.

  $(-4) \cdot (-3)$ → El número negativo –4 se multiplica por el negativo –3.



Utilidad de los números positivos y negativos

■ Los números positivos y los números negativos sirven para expresar cantidades o posiciones fijas.

▼ **EJEMPLOS**

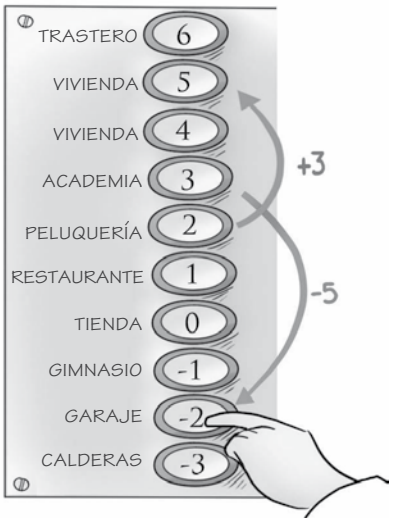
- En un edificio nos podemos encontrar en un piso sobre la calle o en un sótano:

  Sexto piso ⟶ +6
  Segundo sótano ⟶ –2

- Nuestro saldo en una cuenta bancaria puede ser positivo o estar en números rojos (negativo):

  Rosa tiene ciento cincuenta euros. ⟶ +150
  Francisco debe ochenta y cinco euros. ⟶ –85

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.



■ Los números positivos y los negativos sirven para expresar variaciones de cantidad.

▼ **EJEMPLOS**

• Con el ascensor del edificio puedes subir o bajar a otra planta:

Subes del segundo al quinto (tres plantas). ⟶ +3

Bajas del tercer piso al segundo sótano (cinco plantas). ⟶ –5

• La temperatura que marca el termómetro sufre variaciones:

Hace más calor. El termómetro ha subido dos grados. ⟶ +2

Está refrescando. El termómetro ha bajado dos grados. ⟶ –2

Actividades

1 Describe tres situaciones en las que se hace necesario el uso de números negativos.

Por ejemplo, para expresar las lecturas del termómetro de ambiente.

2 Escribe tres elementos más en cada una de las siguientes series numéricas:

a) 0, 1, –1, 2, –2, …

b) 6, 4, 2, 0, –2, …

c) 20, 15, 10, 5, 0, …

d) –21, –20, –18, –15, –11, …

e) 8, 7, 5, 2, –2, …

3 Asocia un número positivo o negativo a cada uno de los enunciados siguientes:

a) Mercedes tiene en el banco 2 500 euros.

b) Miguel debe 150 euros.

c) Vivo en el séptimo piso.

d) Tengo el coche aparcado en el segundo sótano.

e) El termómetro marca 18 °C.

f) El termómetro marca tres grados bajo cero.

g) Tengo un billete de 10 €.

h) Debo 2 € a un amigo.

4 Expresa numéricamente cada enunciado:

a) He ganado 60 € con una quiniela.

b) He pagado una factura de 60 €.

c) El termómetro ha subido cinco grados.

d) El termómetro ha bajado cinco grados.

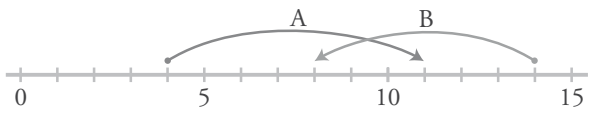
e) El ascensor ha subido cuatro plantas.

f) El ascensor ha bajado cuatro plantas.

g) He perdido una moneda de 2 €.

5 Expresa con un número los saltos en cada escalera:

6 Escribe un número para cada movimiento en la recta:



7 Asocia un número a cada enunciado:

a) La temperatura ha bajado de 21 °C a 18 °C.

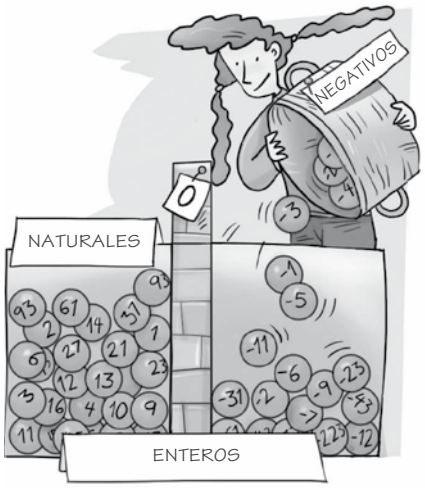
b) He subido del segundo sótano al segundo piso.

c) La semana pasada tenía 37 € en la hucha y ahora solo tengo 34 €.

d) Ha amanecido a dos grados bajo cero y ahora, a mediodía, tenemos 3 °C.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.° ESO. Material fotocopiable autorizado.

2 El conjunto de los números enteros



El conjunto ℤ

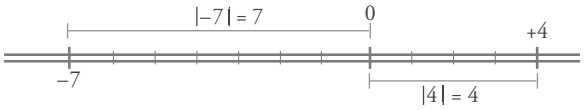
Si al conjunto ℕ de los números naturales le añadimos los correspondientes números negativos, obtenemos un nuevo conjunto que se conoce en matemáticas como **conjunto de los números enteros** y se designa por la letra ℤ.

Valor absoluto de un número entero

El valor absoluto de un número entero es la longitud del segmento que lo separa del cero en la recta numérica. Se expresa escribiéndolo entre barras:

El valor absoluto de –7 es 7 → $|-7| = 7$

El valor absoluto de +4 es 4 → $|+4| = 4$



El **valor absoluto** de un número entero es el número natural que resulta al quitarle el signo.

$|a|$ ⟶ valor absoluto de a

Comparación de números enteros

- Si dos enteros son positivos, el mayor es el que tiene mayor valor absoluto. Por ejemplo: +20 > +8.
- Cualquier número positivo es mayor que el cero, y el cero es mayor que cualquier negativo. Por ejemplo: +8 > 0 > –8.
- Entre dos enteros negativos, es mayor el de menor valor absoluto. Por ejemplo: –8 > –20

Orden en la recta

Si un número, a, es menor que otro, b, entonces a esta a la izquierda de b en la recta.

$-4 < -1 < +3$

Actividades

1 Escribe el valor absoluto de:

a) –5 b) +8 c) –3
d) +4 e) –7 f) +1

2 Completa.

a) $|-6| = \ldots$ b) $|+6| = \ldots$ c) $|-2| = \ldots$
d) $|+9| = \ldots$ e) $|-11| = \ldots$ f) $|+10| = \ldots$

3 Escribe dos números distintos que tengan el mismo valor absoluto.

4 Representa en la recta y ordena de menor a mayor.

–7, +4, –1, +7, +6, –4, –5, +3, –11

5 Copia y coloca el signo < o el signo > según corresponda.

a) (+8) … (+3) b) (–8) … (+3) c) (+8) … (–3)
d) (–2) … (–5) e) (+2) … (–5) f) (–2) … (+5)

6 Ordena de menor a mayor.

a) +5, –3, –7, 0, +1, +6, –12, –5
b) –6, –3, –9, 0, –1, –5, –12, –4

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

3 Sumas y restas de números enteros

Empecemos aprendiendo a resolver las expresiones más sencillas, que son las que no tienen paréntesis.

Sumas y restas de dos números

LOS DOS NÚMEROS LLEVAN EL MISMO SIGNO

- Si me dan 4 y me dan 3, gano 7. ⟶ $4 + 3 = +7$
- Si me quitan 3 y me quitan 8, pierdo 11. ⟶ $-3 - 8 = -11$

Cuando los dos números llevan el **mismo signo:**

- Se suman los valores absolutos.
- Se pone el mismo signo que tenían los números.

LOS DOS NÚMEROS TIENEN DISTINTO SIGNO

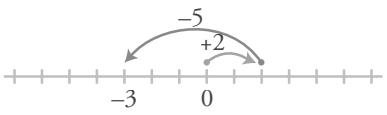
- Si me quitan 2 y me dan 8, gano 6. ⟶ $-2 + 8 = +6$
- Si me dan 4 y me quitan 9, pierdo 5. ⟶ $+4 - 9 = -5$

Cuando los dos números llevan **distinto signo:**

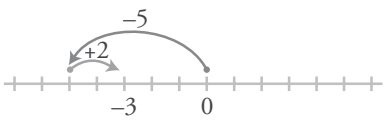
- Se restan los valores absolutos.
- Se pone el signo del que tiene mayor valor absoluto.

Ten en cuenta

El orden no cuenta mientras cada número conserve su signo:



$+2 - 5 = -3$



$-5 + 2 = -3$

$+2 - 5 = -5 + 2 = -3$

Sumas y restas de más de dos números

Para resolver estas expresiones, puedes actuar de dos formas diferentes.

Ejercicio resuelto

Calcular: 3 – 8 + 6 – 4

1.er método: Puedes ir operando, paso a paso, en el orden en que aparecen los números.

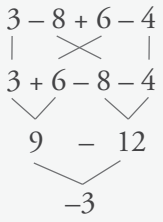
$$3 - 8 + 6 - 4$$
$$-5 + 6 - 4$$
$$1 - 4$$
$$-3$$

Se expresa así:

$3 - 8 + 6 - 4 = -5 + 6 - 4 = 1 - 4 = -3$

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

2.° método: Puedes sumar los positivos por un lado y los negativos por otro. Después, se restan los resultados.



Se expresa así:

$3 - 8 + 6 - 4 = 3 + 6 - 8 - 4 = 9 - 12 = -3$

Actividades

1 Copia y completa.

- Si me dan 6 y me dan 7, gano 13. → +6 + 7 = …
- Si me dan 3 y me quitan 8, pierdo … → +3 – 8 = …
- Si me quitan 4 y me dan 6, … → –4 + 6 = …
- Si me quitan 5 y me quitan 4, … → –5 – 4 = …

2 Calcula, teniendo en cuenta que ambos números tienen el mismo signo.

a) 6 + 5 b) +4 + 8 c) +10 + 7
d) –6 – 2 e) –4 – 6 f) –5 – 9
g) +8 + 7 h) –8 – 7 i) –12 – 4

3 Opera, teniendo en cuenta que los dos números llevan signos diferentes.

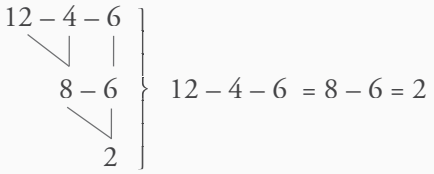
a) +9 – 5 b) +3 – 7 c) +6 – 10
d) –2 + 7 e) –15 + 5 f) –11 + 8
g) 7 – 12 h) 11 – 4 i) –18 + 10

4 Calcula.

a) +6 – 7 b) –8 + 7 c) –5 – 1
d) +8 + 2 e) +10 – 12 f) –16 + 20
g) +11 + 21 h) –13 – 12 i) –18 + 11

5 **Ejercicio resuelto**

Resolver, operando en el orden en que aparecen las operaciones: 12 – 4 – 6

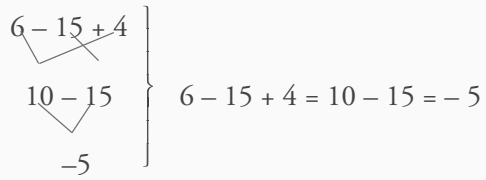


6 Opera, siguiendo los pasos del ejercicio resuelto anterior.

a) 10 – 3 – 5 b) 15 – 9 – 6 c) 5 – 8 + 4
d) 9 – 3 + 5 e) –2 + 2 + 7 f) –10 + 8 + 6
g) –10 – 3 + 8 h) –4 – 3 – 2 i) –1 – 5 – 7

7 **Ejercicio resuelto**

Resolver, sumando primero los números del mismo signo: 6 – 15 + 4



8 Opera como en el ejercicio resuelto anterior.

a) 9 – 2 – 3 b) 12 – 4 – 6 c) 3 – 7 + 4
d) 5 – 9 + 8 e) –13 + 6 + 4 f) –2 + 10 – 15
g) –11 – 4 + 8 h) –5 – 3 – 4 i) –8 + 5 + 6

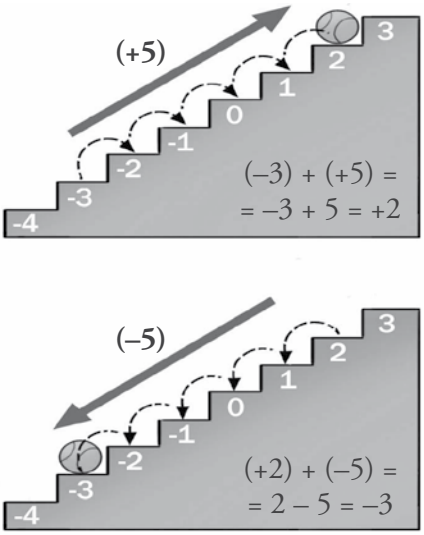
9 Resuelve juntando los positivos por un lado y los negativos por otro, como en el ejemplo.

- **– 4 + 6 – 8 + 7 = 6 + 7 – 4 – 8 = 13 – 12 = 1**

a) 5 + 7 – 2 – 4
b) 2 – 6 + 4 – 9
c) 9 – 6 – 7 + 2
d) –4 – 5 + 3 + 8
e) –8 + 2 – 7 + 6
f) –1 + 5 + 6 – 7

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.° ESO. Material fotocopiable autorizado.

4 Sumas y restas con paréntesis



Los números enteros, en las operaciones, se suelen presentar entre paréntesis. Ahora vas a aprender a suprimir esos paréntesis en las expresiones con sumas y restas. Así, se reducen a lo que ya sabes. Se presentan cuatro casos.

SUMAR UN NÚMERO POSITIVO

+ (+5) = +5

AÑADIR GANANCIA

Ingresar una ganancia es aumentar (ganar).

8 + (+5) = 8 + 5 = 13

SUMAR UN NÚMERO NEGATIVO

+ (–2) = –2

AÑADIR DEUDA

Ingresar una deuda es disminuir (perder).

8 + (–2) = 8 – 2 = 6

Para **sumar un número entero,** se quita el paréntesis y se deja el signo propio del número:

$+ (+a) = +a$ $\qquad$ $+ (-a) = -a$

RESTAR UN NÚMERO POSITIVO

– (+5) = –5

EXTRAER GANANCIA

Suprimir una ganancia es disminuir (perder).

8 – (+5) = 8 – 5 = 3

RESTAR UN NÚMERO NEGATIVO

– (–2) = +2

EXTRAER DEUDA

Suprimir una deuda es aumentar (ganar).

8 – (–2) = 8 + 2 = 10

Para **restar un número entero,** se quita el paréntesis y se le pone al número el signo contrario al que tenía:

$- (+a) = -a$ $\qquad$ $- (-a) = +a$

Ejercicio resuelto

Calcular:

- (+3) + (+5) = 3 + 5 = 8
- (+10) + (–3) = 10 – 3 = 7
- (–8) + (–4) = –8 – 4 = –12
- (–6) + (+3) = –6 + 3 = –3
- (+5) – (+8) = 5 – 8 = –3
- (+2) – (–6) = 2 + 6 = 8
- (–5) – (+6) = –5 – 6 = –11
- (–7) – (–3) = –7 + 3 = –4

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Sumas y restas dentro de un paréntesis

$-[(-8) + (-10) + (-3)] =$

$= -[-8 - 10 - 3] = 8 + 10 + 3 = +21$

El paréntesis empaqueta, en un solo bloque, todo lo que va en él. Por eso, el signo que lo precede afecta a todos los sumandos (o restandos) que haya en el interior. Se dan dos casos.

PARÉNTESIS PRECEDIDO DE SIGNO POSITIVO

$$\underbrace{+(+3 - 6 + 5)}_{\text{Me dan}} \quad \left\{\begin{array}{l}\text{Me dan } (+3)\\ \text{Me dan } (-6)\\ \text{Me dan } (+5)\end{array}\right\} \rightarrow +(+3) + (-6) + (+5) = 3 - 6 + 5$$

Los signos finales son los mismos que tenían los sumandos dentro del paréntesis.

PARÉNTESIS PRECEDIDO DE SIGNO NEGATIVO

$$\underbrace{-(+8 - 6 - 5)}_{\text{Me quitan}} \quad \left\{\begin{array}{l}\text{Me quitan } (+8)\\ \text{Me quitan } (-6)\\ \text{Me quitan } (-5)\end{array}\right\} \rightarrow -(+8) - (-6) - (-5) = -8 + 6 + 5$$

Los signos finales son los contrarios a los que había dentro del paréntesis.

- Al quitar un paréntesis precedido del signo +, los signos de los sumandos (restandos) interiores quedan como estaban.
- Al quitar un paréntesis precedido del signo –, cada uno de los signos de los sumandos (restandos) interiores se cambia por su opuesto.

Ejercicio resuelto

Operar la expresión siguiente:

$$\mathbf{12 - [8 - (7 - 10) + (2 - 6)]}$$

Podemos resolverla de dos formas diferentes:

a) Operar dentro de cada paréntesis, empezando por los más pequeños.

$$\begin{aligned}12 - [8 - (7 - 10) + (2 - 6)] &= 12 - [8 - (-3) + (-4)] =\\ &= 12 - [8 + 3 - 4] =\\ &= 12 - [+7] =\\ &= 12 - 7 = 5\end{aligned}$$

b) Quitar paréntesis, empezando por los más pequeños, y después operar.

$$\begin{aligned}12 - [8 - (7 - 10) + (2 - 6)] &= 12 - [8 - 7 + 10 + 2 - 6] =\\ &= 12 - 8 + 7 - 10 - 2 + 6 =\\ &= (12 + 7 + 6) - (8 + 10 + 2) =\\ &= 25 - 20 = 5\end{aligned}$$

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.° ESO. Material fotocopiable autorizado.

Actividades

1 Quita paréntesis.

a) +(–1) b) –(+4)
c) +(+8) d) –(+7)
e) +(–10) f) –(–6)
g) +(–11) h) –(–13)
i) +(–15) j) –(+16)
k) +(–9) l) –(–7)

2 Quita los paréntesis.

a) +(+2) b) +(–8)
c) +(–4) d) –(–9)
e) –(+5) f) +(–12)
g) +(–14) h) +(+15)
i) –(+25) j) –(–2)

3 Opera y comprueba los resultados de las siguientes sumas y restas:

a) +(+8) – (+5) b) –(+6) – (–2)
c) +(–2) + (–6) d) +(+7) – (–3)
e) +(–9) – (+2) f) –(+6) + (+4)

a) +3; b) –4; c) –8; d) +10; e) –11; f) –2

4 Quita paréntesis, calcula, y comprueba el resultado de cada operación:

a) +(5 + 3) b) +(–6 – 3)
c) –(8 + 15) d) –(–2 – 4)
e) +(9 – 7 – 2) f) +(1 – 8 + 3)
g) –(–6 + 5 – 7) h) –(7 – 5 + 4)
i) +(–3 – 1 – 4) j) –(–2 –3 + 8)

a) +8; b) –9; c) –23; d) +6; e) 0;
f) –4; g) +8; h) –6; i) –8; j) –3

5 Quita el paréntesis y calcula igual que se ha hecho en el ejemplo.

• **16 – (–5) = 16 + 5 = 21**

a) 12 + (+4) b) 8 + (+3)
c) 10 – (+8) d) 15 – (–6)
e) 13 – (+9) f) 9 + (–1)
g) 2 – (+8) h) 3 – (–5)
i) 4 + (–10) j) 10 – (+16)
k) 15 – (+25) l) 30 – (–12)

6 Suprime los paréntesis y, después, opera, como en el ejemplo.

• **–(+14) – (–12) = –14 + 12 = –2**

a) +(+7) + (+6) b) +(–5) + (–3)
c) +(–6) – (+8) d) –(–7) + (–10)
e) –(–3) – (–5) f) –(–2) – (+6)
g) +(–7) – (–3) h) –(–5) + (+4)
i) +(–12) + (+10) j) –(+6) – (+8)

7 Calcula.

a) 18 + (+12) b) 22 – (+15)
c) 35 – (–15) d) 30 + (–18)
e) –24 – (–20) f) –15 – (+15)
g) –(+22) – 16 h) –(–27) – 30
i) +(–25) – 24 j) –(+36) + 26
k) –(+12) – (+13) l) +(–16) + (–14)

8 Quita primero el paréntesis, como en el ejemplo, y después calcula.

• **15 – (+3 – 8) = 15 – 3 + 8 = 23 – 3 = 20**

a) 12 + (+3 – 5) b) 14 + (+12 – 10)
c) 6 – (9 – 7) d) 15 – (2 – 9)
e) 11 – (–6 + 3) f) 10 – (–7 – 5)
g) 13 + (–8 + 2) h) 17 + (–5 – 9)
i) 8 + (–8 + 8) j) 9 – (–3 – 10)

9 Repite los ejercicios de la actividad anterior, operando en primer lugar dentro del paréntesis, como se hace en el ejemplo.

• **15 – (+3 – 8) = 15 – (–5) = 15 + 5 = 20**

Comprueba que obtienes los mismos resultados que eliminando primero los paréntesis.

10 Calcula quitando primero los paréntesis, como en el ejemplo.

• **(5 – 12) – (8 – 6) = 5 – 12 – 8 + 6 = 11 – 20 = –9**

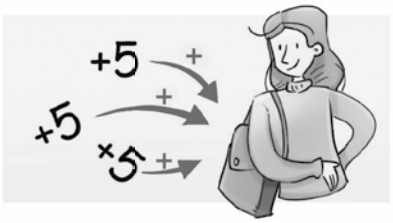
a) (7 – 4) + (9 – 5) b) (2 + 6) + (5 – 8)
c) (5 – 9) + (2 – 12) d) (7 + 3) – (5 + 4)
e) (8 – 12) – (2 – 5) f) (10 – 7) – (–2 – 6)
g) –(8 + 4) + (5 – 9) h) –(6 – 2) – (7 – 9)

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

5 Multiplicación y división de números enteros

Multiplicación de números enteros

Para multiplicar números enteros, actuaremos igual que para multiplicar números naturales, pero ahora, además, hemos de preocuparnos del signo.

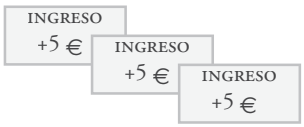


PRODUCTO DE DOS NÚMEROS POSITIVOS

Si obtengo 3 ingresos de 5 €, gano 15 €.

$+(+5) + (+5) + (+5) = 5 + 5 + 5 = +15$

$(+3) \cdot (+5) = +15$

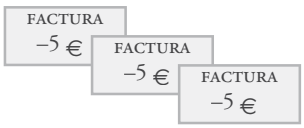


PRODUCTO DE UN NÚMERO POSITIVO POR OTRO NEGATIVO

Si me llegan 3 facturas de 5 €, pierdo 15 €.

$+(-5) + (-5) + (-5) = -5 - 5 - 5 = -15$

$(+3) \cdot (-5) = -15$



PRODUCTO DE UN NÚMERO NEGATIVO POR OTRO POSITIVO

Si me anulan 3 ingresos de 5 €, pierdo 15 €.

$-(+5) - (+5) - (+5) = -5 - 5 - 5 = -15$

$(-3) \cdot (+5) = -15$

PRODUCTO DE DOS NÚMEROS NEGATIVOS

Si me anulan 3 facturas de 5 €, gano 15 €.

$-(-5) - (-5) - (-5) = +5 + 5 + 5 = +15$

$(-3) \cdot (-5) = +15$

Ten en cuenta

Para multiplicar tres enteros:

$\underbrace{(-2) \cdot (-3)} \cdot (-5) = (+6) \cdot (-5) = -30$

o bien:

$(-2) \cdot \underbrace{(-3) \cdot (-5)} = (-2) \cdot (+15) = -30$

La multiplicación de enteros cumple la **propiedad asociativa.**

Para automatizar la multiplicación de enteros, aplica la siguiente regla que te permite obtener el signo del producto sin necesidad de pararte a reflexionar.

REGLA DE LOS SIGNOS

Al multiplicar dos números enteros:

- Si los dos factores tienen el **mismo signo,** el **resultado** final es **positivo.** $\left.\begin{matrix}(+)\cdot(+)=+\\(-)\cdot(-)=+\end{matrix}\right\}$
- Si los dos factores tienen **distinto signo,** el **resultado** final es **negativo.** $\left.\begin{matrix}(+)\cdot(-)=-\\(-)\cdot(+)=-\end{matrix}\right\}$

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

División de números enteros

Igual que en la multiplicación, lo único nuevo que necesitas aprender para dividir enteros es la forma de calcular el signo del cociente. Con lo que ya sabes del producto, es fácil averiguar ese signo:

$(+4) \cdot (+5) = +20 \rightarrow (+20) : (+4) = +5 \rightarrow$ *Más entre más, más.*

$(-4) \cdot (-5) = +20 \rightarrow (+20) : (-4) = -5 \rightarrow$ *Más entre menos, menos.*

$(+4) \cdot (-5) = -20 \begin{cases} \rightarrow (-20) : (+4) = -5 \rightarrow \textit{Menos entre más, menos.} \\ \rightarrow (-20) : (-5) = +4 \rightarrow \textit{Menos entre menos, más.} \end{cases}$

La **regla de los signos** para la división coincide con la del producto.

SIGNOS IGUALES: $(+) : (+) = +$; $(-) : (-) = +$

SIGNOS DIFERENTES: $(+) : (-) = -$; $(-) : (+) = -$

▼ **EJEMPLOS**

$(-12) : (+4) = -3 \quad (+30) : (-5) = -6 \quad (+18) : (+9) = +2 \quad (-15) : (-3) = +5$

Ten en cuenta

No es lo mismo…

$[(-60) : (+6)] : (-2)$

$[-10] : (-2)$

$+5$

que…

$(-60) : [(+6) : (-2)]$

$[-60] : (-3)$

$+20$

La división de enteros **no es asociativa.**

Operaciones combinadas

En las expresiones con números enteros hemos de atender:

- Primero, a los paréntesis.
- Después, a la multiplicación y a la división.
- Por último, a la suma y a la resta.

▼ **EJEMPLO**

$15 - 3 \cdot [6 - (-12) : (+4)]$

$15 - 3 \cdot [6 - (-3)]$

$15 - 3 \cdot [+9]$

$15 - 27$

-12

$15 - 3 \cdot [6 - (-12) : (+4)] = 15 - 3 \cdot [6 - (-3)] =$

$= 15 - 3 \cdot [6 + 3] =$

$= 15 - 3 \cdot [+9] = 15 - 27 = -12$

Actividades

1 Calcula estos productos:

a) $3 \cdot (-2)$ b) $4 \cdot (+5)$ c) $8 \cdot (-6)$

d) $-5 \cdot (+3)$ e) $-2 \cdot (-4)$ f) $-6 \cdot (+3)$

g) $(-4) \cdot (+7)$ h) $(+2) \cdot (+6)$ i) $(-5) \cdot (-7)$

j) $(+3) \cdot (-8)$ k) $(-9) \cdot (-3)$ l) $(-6) \cdot (+4)$

2 Calcula el cociente entero, si existe.

a) $(-8) : (+2)$ b) $(+20) : (-10)$ c) $(-12) : (-4)$

d) $(-4) : (+3)$ e) $(+20) : (-7)$ f) $(-1) : (+6)$

g) $(-15) : (-3)$ h) $(+32) : (+8)$ i) $(-36) : (+9)$

j) $(+42) : (-7)$ k) $(-48) : (-8)$ l) $(+54) : (+6)$

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Ejercicios y problemas

Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

El conjunto ℤ.

1 ▼▽▽ Expresa con la notación de los números enteros, como se hace en el ejemplo:

• **Antonio gana 15 € buzoneando propaganda.**

+(+15) = +15

a) A Rosa le llega una factura de teléfono de 57 €.

b) Por no hacer la tarea, pierdo los dos positivos que tenía en Matemáticas.

c) He resuelto un problema complicado. El profesor me quita los dos negativos que tenía.

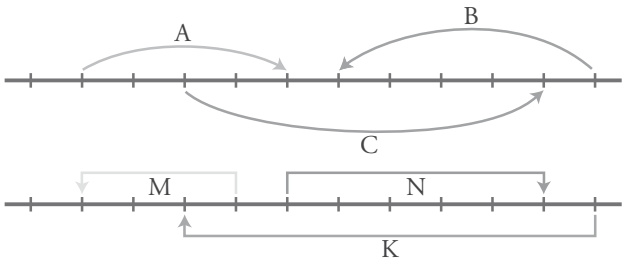
2 ▼▽▽ Ordena de menor a mayor.

a) +6, +2, 0, +4, –7, +3

b) –7, –2, 0, –1, –5, –9

c) –4, 0, +6, –8, +3, –5

3 ▼▼▽ Escribe un número entero para cada movimiento en la recta:



Suma y resta

4 ▼▼▽ Calcula.

a) 13 – 9 + 5 – 7

b) 6 – 8 – 6 + 5 + 4 – 6

c) –3 – 5 + 2 – 1 – 7 + 4

d) –8 – 7 + 2 + 9 – 10 + 18

5 ▼▼▽ Quita paréntesis y opera.

a) (+3) – (+8)

b) (–9) + (–6)

c) (–7) – (–7) – (+7)

d) (–11) + (+8) – (–6)

e) (+15) – (–12) – (+11) + (–16)

6 ▼▼▽ **Ejercicio resuelto**

Calcular: 11 – (5 – 8 – 6 + 3)

Podemos operar antes o después de quitar los paréntesis:

• 11 – (5 – 8 – 6 + 3) = 11 – (5 + 3 – 8 – 6) =
= 11 – (8 – 14) = 11 – (–6) = 11 + 6 = 17

• 11 – (5 – 8 – 6 + 3) = 11 – 5 + 8 + 6 – 3 =
= 11 + 8 + 6 – 5 – 3 = 25 – 8 = 17

7 ▼▼▽ Calcula.

a) (4 + 8) – (3 – 9)

b) 10 + (8 – 15 + 2 – 6)

c) 12 – (7 + 11 – 14 – 8)

d) (6 – 12 + 2) – (11 – 4 + 2 – 5)

8 ▼▼▼ **Ejercicio resuelto**

[(+2) + (–12)] – [(3 – 7) – (7 – 2)] =
= [(+2) + (–12)] – [(–4) – (+5)] =
= [2 – 12] – [–4 – 5] = [–10] – [– 9] =
= –10 + 9 = –1

9 ▼▼▼ Calcula.

a) (5 – 7) – [(–3) + (–6)]

b) (–8) + [(+7) – (–4) + (–5)]

c) (+9) – [(+3) – (3 – 12) – (+8)]

d) [(+6) – (–8)] – [(–4) – (–10)]

e) [(2 – 8) + (5 – 7)] – [(–9 + 6) – (–5 + 7)]

Multiplicación y división

10 ▼▽▽ **Ejercicio resuelto**

(+48) : [(–6) · (+4)]
(+48) : (–24)
–2

(+48) : [(–6) · (+4)] =
= (+48) : [–24] = –2

[(+48) : (–6)] · (+4)
(–8) · (+4)
–32

[(+48) : (–6)] · (+4) =
= [–8] · (+4) = –32

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

11 ▼▽▽ Opera como en el ejercicio resuelto anterior.

a) (–18) : [(+6) · (–3)] b) [(–18) : (+6)] · (–3)

c) (+54) : [(–6) : (+3)] d) [(+54) : (–6)] : (+3)

12 ▼▼▼ **Ejercicio resuelto**

Calcular: (–3) · (–4) – (+2) · (–9) – (– 7) · (–5)

$(-3) \cdot (-4) - (+2) \cdot (-9) - (-7) \cdot (-5)$

$(+12) - (-18) - (+35)$

$12 + 18 - 35$

$30 - 35$

-5

$(-3) \cdot (-4) - (+2) \cdot (-9) - (-7) \cdot (-5) =$
$= (+12) - (-18) - (+35) = 12 + 18 - 35 =$
$= 30 - 35 = -5$

13 ▼▼▼ Opera estas expresiones:

a) 35 + 7 · (6 – 11)

b) 60 : (8 – 14) + 12

c) (9 – 13 – 6 + 9) · (5 – 11 + 7 – 4)

d) (6 + 2 – 9 – 15) : (7 – 12 + 3 – 6)

e) –(8 + 3 – 10) · [(5 – 7) : (13 – 15)]

14 ▼▼▼ Calcula.

a) (–3) · [(–9) – (–7)]

b) 28 : [(–4) + (–3)]

c) [(–9) – (+6)] : (–5)

d) (–11) – (–2) · [15 – (+11)]

e) (+5) – (–18) : [(+9) – (+15)]

f) (–4) · [(–6) – (–8)] – (+3) · [(–11) + (+7)]

g) [(+5) – (+2)] : [(–8) + (–3) – (–10)]

Los números negativos en la calculadora

15 ▼▽▽ **Ejercicio resuelto**

Escribir el número –13 en la pantalla de una calculadora.

• Por medio de una resta:

7 [−] 20 [=] → [-13]

• Con las teclas de memoria:

13 [M−] [MR] → [-13]

16 ▼▽▽ Utilizando los mismos procedimientos que en el ejercicio anterior, escribe en tu calculadora:

a) –3 b) –12 c) –328 d) –1 000

Autoevaluación

1 Escribe un número entero que exprese el significado de cada enunciado:

a) Jorge ha gastado 35 euros en el supermercado.

b) Adela ha recibido 6 euros de paga.

c) Hace frío. Estamos a dos grados bajo cero.

d) Mi casa está en la cuarta planta.

2 Dibuja una recta numérica y representa sobre ella los números siguientes:

(+3), (–4), (+1), (–6), (–1), (+5), (–5)

3 Ordena de menor a mayor:

(+4), (–3), (+5), (–5), (+1), (–6), (+2), (–1)

4 Calcula:

a) 4 – 9 b) 3 – 8 + 1 c) –5 – 7 + 4 + 2

5 Calcula:

a) (–7) + (+4) b) (+2) – (–3) + (–5)

c) (–8) – (5 – 9) d) 20 – [(15 – 9) – (7 + 3)]

6 Resuelve:

a) 5 · (–2) b) (–3) · (–4) c) (–1) · (+3) · (–5)

d) 15 : (–3) e) (–18) : (–6) f) (–20) : [(+12) · (–3)]

7 Resuelve:

a) 3 · 4 – 2 · 7 b) 4 · 5 – 2 · 8

c) 3 · (5 – 7) d) (–2) · (6 – 8)

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.° ESO. Material fotocopiable autorizado.

5 Los números decimales

La mayor parte de los sistemas de numeración de las antiguas civilizaciones son de base decimal: egipcios, griegos, romanos, chinos, indios, árabes... El uso de la base decimal proviene, sin duda, de contar con los dedos de las manos.

Los indios, en el siglo VII, añadieron a la base decimal una notación posicional. Para llegar a este grandioso avance, un paso importantísimo fue la invención del cero, pues con él se señalan las posiciones en las que no hay cantidad: esto que ahora nos resulta tan sencillo y natural, como poner 907 para indicar 9 centenas y 7 unidades, necesitó de muchísimos años para consolidarse.

El sistema de numeración decimal-posicional se usó en Europa solo para designar números enteros. Fue en el siglo XVI cuando se hizo extensivo, también, para cuantificar partes de la unidad.

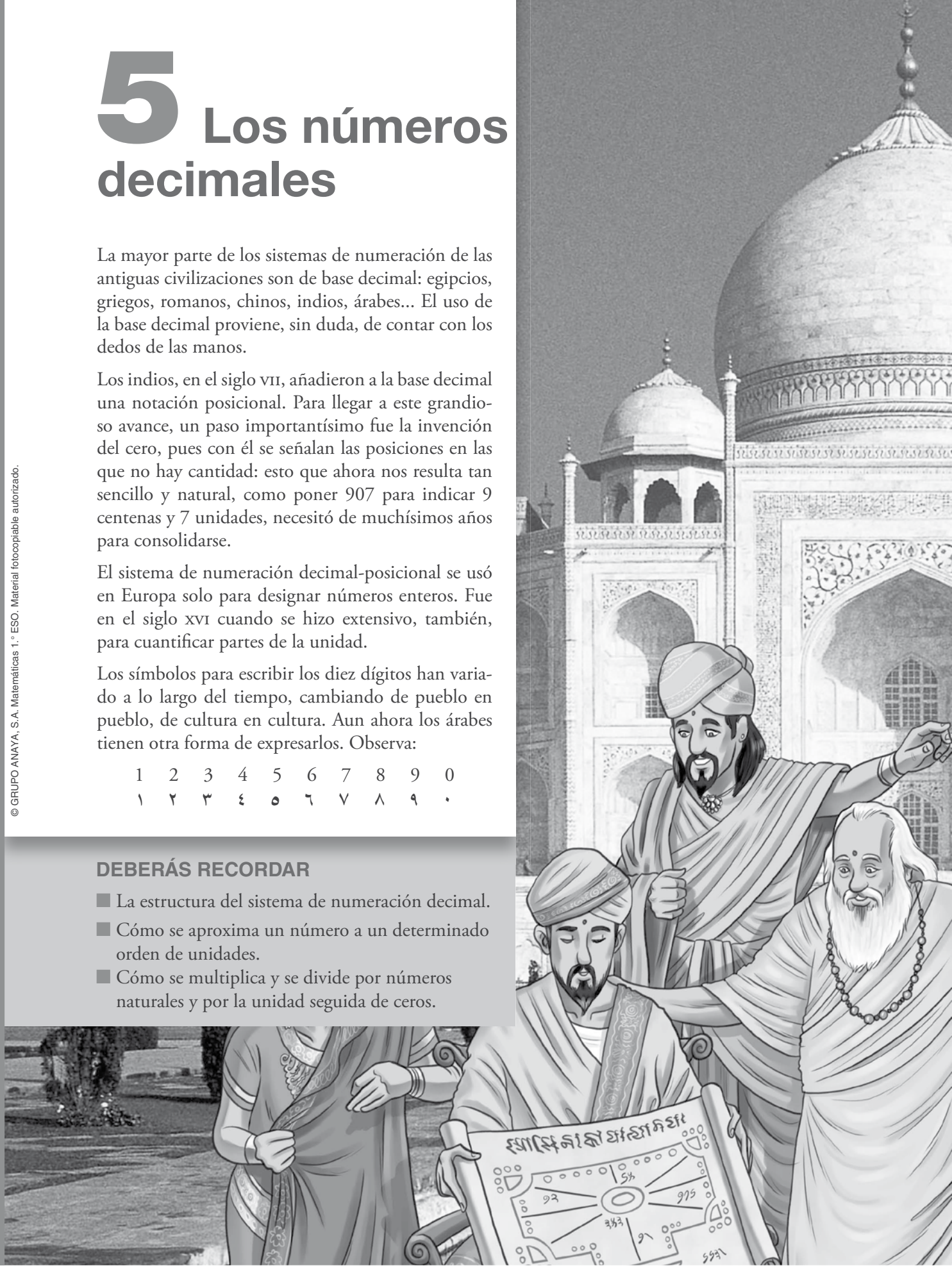
Los símbolos para escribir los diez dígitos han variado a lo largo del tiempo, cambiando de pueblo en pueblo, de cultura en cultura. Aun ahora los árabes tienen otra forma de expresarlos. Observa:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

DEBERÁS RECORDAR

- La estructura del sistema de numeración decimal.
- Cómo se aproxima un número a un determinado orden de unidades.
- Cómo se multiplica y se divide por números naturales y por la unidad seguida de ceros.



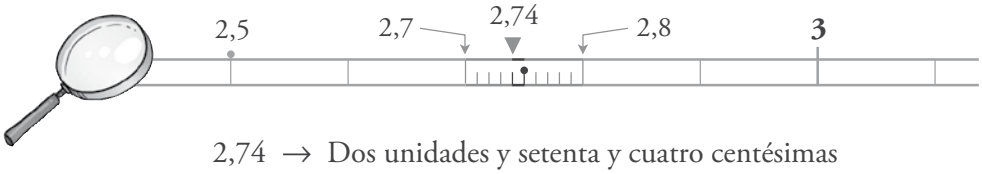
1 Los órdenes de unidades decimales

Para expresar cantidades más pequeñas que la unidad, utilizamos las cifras decimales.

- Al dividir la unidad en diez partes iguales, cada parte es una **décima.**

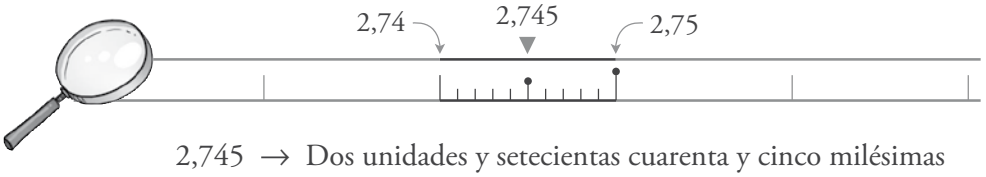
2,7 → Dos unidades y siete décimas

- Al dividir la décima en diez partes iguales, cada parte es una **centésima.**



2,74 → Dos unidades y setenta y cuatro centésimas

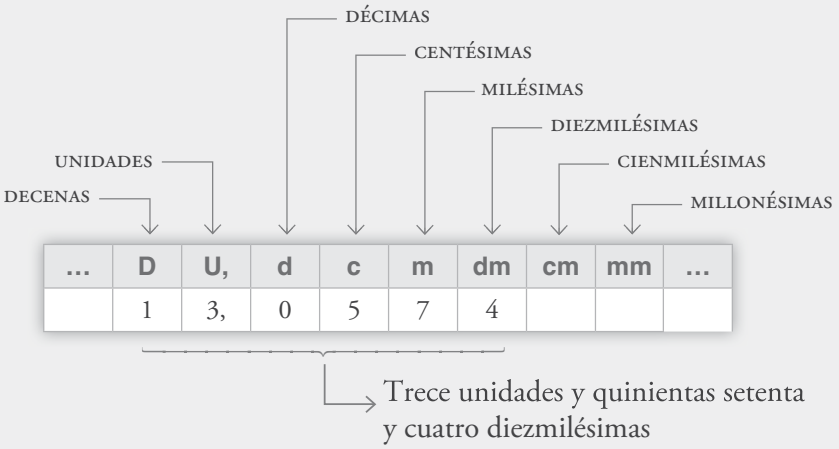
- Al dividir la centésima en diez partes iguales, cada parte es una **milésima.**



2,745 → Dos unidades y setecientas cuarenta y cinco milésimas

- En el sistema de numeración decimal, una unidad de cualquier orden se divide en diez unidades del orden inmediato inferior.

10 U = 10 d = 100 c = 1 000 m = …



- Para leer un número decimal:
  - — Se nombra la parte entera expresada en unidades.
  - — Se nombra la parte decimal expresada en el orden de unidades de la cifra decimal que queda a la derecha.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Ten en cuenta

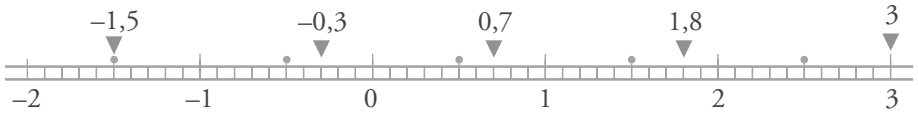
Los ceros a la derecha de un número decimal no modifican el valor del número.

U,	d	c	m
2,	5		
2,	5	0	
2,	5	0	0

2,5 = 2,50 = 2,500

Orden en los números decimales

Los números decimales quedan ordenados en la recta numérica.



$$-1{,}5 < -0{,}3 < 0{,}7 < 1{,}8 < 3{,}0$$

Pero también puedes comparar números, sin acudir a la representación en la recta, observando las cifras y el lugar que ocupan:

- Para comparar dos números decimales, se compara la parte entera.

Por ejemplo:

2,895 < 3,1 ⟶ porque 2 U < 3 U

(dos "y pico" es menos que "tres y pico")

U,	d	c	m
2,	8	9	5
3,	1	0	0

- Si los números tienen la misma parte entera, se iguala el número de cifras decimales poniendo ceros a la derecha y se compara la parte decimal.

Por ejemplo:

5,04 < 5,4 ⟶ porque 4 c < 40 c

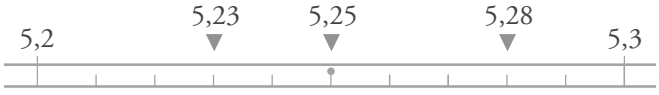
U,	d	c	m
5,	0	4	
5,	4	0	

Entre dos decimales siempre hay otros decimales

- Elijamos dos números cualesquiera; por ejemplo 5,1 y 5,4. Es evidente que entre ellos hay otros decimales:

$$5{,}1 < 5{,}2 < 5{,}3 < 5{,}4$$

- Busquemos, ahora, un número decimal comprendido entre 5,2 y 5,3. Estos dos números se diferencian en una décima, y esa décima se puede dividir en diez centésimas.



Añadiendo alguna de esas centésimas a 5,2, obtenemos decimales comprendidos entre 5,2 y 5,3.

$$5{,}2 = 5{,}20 < 5{,}23 < 5{,}25 < 5{,}28 < 5{,}30 = 5{,}3$$

El proceso puede continuar indefinidamente o repetirse para cualquier otro par de números.

Fíjate

U,	d	c
5,	2	0
5,	2	3
5,	2	5
5,	2	8
5,	3	0

- Los decimales se representan, ordenados, en la recta numérica.
- Entre dos decimales cualesquiera, siempre se pueden encontrar otros números decimales.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.° ESO. Material fotocopiable autorizado.

Aproximación por redondeo

En algunas ocasiones se nos presentan números con demasiadas cifras decimales y preferimos, o nos vemos obligados, a sustituirlos por otros más manejables de valor aproximado.

Problema resuelto

Los siete miembros de un equipo de atletismo deciden regalar a su entrenador un cronómetro que cuesta 30 €. ¿Cuánto debe aportar cada uno?

Para resolver el problema, divide con tu calculadora 30 : 7.

30 ÷ 7 = → 4.2857142

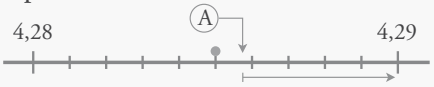
Como no tiene sentido dar como solución 4,2857… €, recurrimos a las aproximaciones:

APROXIMACIONES DEL NÚMERO A = 4,2857…

- Aproximación a las unidades → 4

- Aproximación a las décimas → 4,3

- Aproximación a las centésimas → 4,29



Como ves, en cada caso se toma la unidad, la décima o la centésima más cercana al número original.

Para aproximar un número a un determinado orden de unidades:

- Se suprimen todas las cifras a la derecha de dicho orden.
- Si la primera cifra suprimida es igual o mayor que cinco, se suma uno a la cifra anterior.

Ten en cuenta

Las cantidades de dinero, en el comercio, se redondean a las centésimas (céntimos de euro).

7,586 €
⇓
7,59 €

Ejercicios resueltos

1. **Redondear a las décimas los números siguientes:**

   a) 13,8271

   b) 24,1532

   a) 13,8 $\boxed{271}$ —APROXIMACIÓN→ 13,8

   Observa que la primera cifra suprimida es 2 < 5.

   Por tanto, en la aproximación la cifra de las décimas no varía.

   b) 24,1 $\boxed{532}$ —APROXIMACIÓN→ 24,2

   Observa que la primera cifra suprimida es 5 ≥ 5.

   Por tanto, sumamos una unidad a las décimas (1 + 1 = 2).

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

2. Redondear a las centésimas los números siguientes:

a) 13,8271

b) 24,1532

a) $13,82\boxed{71} \xrightarrow{\text{APROXIMACIÓN}} 13,83$

Observa que la primera cifra suprimida es $7 > 5$.

Por tanto, sumamos una unidad a las centésimas $(2 + 1 = 3)$.

b) $24,15\boxed{32} \xrightarrow{\text{APROXIMACIÓN}} 24,15$

Observa que la primera cifra suprimida es $3 < 5$.

Por tanto, en la aproximación la cifra de las centésimas no varía.

Actividades

1 Escribe cómo se leen.

a) 0,7 b) 0,05 c) 0,002

d) 1,2 e) 12,56 f) 5,184

g) 1,06 h) 5,004 i) 2,018

2 Escribe con cifras.

a) Ocho décimas.

b) Dos centésimas.

c) Tres milésimas.

d) Trece milésimas.

e) Tres unidades y cuatro décimas.

f) Doce unidades y veinticinco centésimas.

g) Seis unidades y ocho centésimas.

h) Una unidad y trescientas once milésimas.

i) Cinco unidades y catorce milésimas.

3 Escribe cómo se leen.

a) 0,0007 b) 0,0042 c) 0,0583

d) 0,00008 e) 0,00046 f) 0,00853

g) 0,000001 h) 0,000055 i) 0,000856

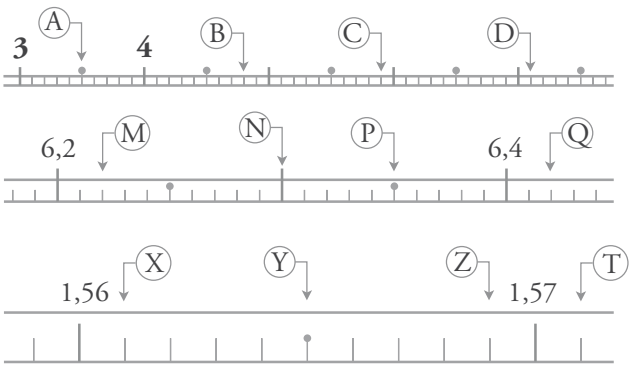
4 Escribe con cifras.

a) Quince diezmilésimas.

b) Ciento ochenta y tres cienmilésimas.

c) Cincuenta y ocho millonésimas.

5 Indica el valor que representa cada letra:



6 Dibuja una recta numérica y representa estos valores:

A = 3 B = 3,4 C = 3,75 D = 4

7 Ordena de menor a mayor.

a) 5,83 5,51 5,09 5,511 5,47

b) 0,1 0,09 0,099 0,12 0,029

c) 0,5 –0,8 –0,2 1,03 –1,1

8 Copia y escribe un número en cada casilla.

$2,6 < \square < 2,8$ $7 < \square < 8$

$0,3 < \square < 0,5$ $0,4 < \square < 0,5$

$1,25 < \square < 1,27$ $3,42 < \square < 3,43$

9 Aproxima a las unidades.

a) 5,18 b) 3,65 c) 9,95

d) 0,75 e) 1,099 f) 3,901

10 Aproxima a las centésimas.

a) 0,574 b) 1,278 c) 5,099

d) 3,0051 e) 8,0417 f) 2,999

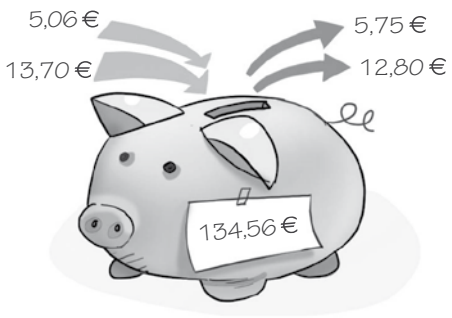
© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

2 Operaciones con números decimales

Suma y resta

Ya conoces la suma y la resta de decimales. Por eso, nos limitaremos a repasarlas incorporando el manejo de los números negativos.

Problema resuelto



En la hucha de Iván había 134,56 €, pero ha tenido dos ingresos de 5,06 € y 13,70 €, respectivamente, y ha sufrido dos extracciones, una de 5,75 € y otra de 12,80 €. ¿Cuál es su saldo actual?

C	D	U,	d	c
1	3	4,	5	6
	1	3,	7	0
+		5,	0	6
1	5	3,	3	2

D	U,	d	c
1	2,	8	0
+	5,	7	5
1	8,	5	5

C	D	U,	d	c
1	5	3,	3	2
–	1	8,	5	5
1	3	4,	7	7

(134,56 + 13,70 + 5,06) – (12,80 + 5,75) = 153,32 – 18,55 = 134,77

Solución: El saldo actual de Iván es de 134,77 €.

Para sumar o restar números decimales:

- Se colocan en columna haciendo corresponder las comas.
- Se suman (o se restan) unidades con unidades, décimas con décimas, etc.

Todo lo que se dijo sobre los números negativos en las operaciones con enteros sirve también para las operaciones con decimales.

Actividades

1 Calcula mentalmente.

a) 0,8 + 0,4 b) 1 – 0,3

c) 1,2 + 1,8 d) 2,4 – 0,6

e) 3,25 + 1,75 f) 2,5 – 0,75

g) 4,08 + 0,12 h) 3 – 0,15

2 Calcula con lápiz y papel.

a) 6,12 + 0,87 + 1,342

b) 124,75 + 86,287 + 5,3408

c) 132 – 26,53

d) 12,8 – 1,937

e) 175,4 – 86,9207

3 Añade tres términos a estas series:

a) 3,25 – 4 – 4,75 – 5,5 – …

b) 8,65 – 8,5 – 8,35 – 8,2 – …

c) 1,5 – 1,62 – 1,74 – 1,86 – …

4 Recuerda las operaciones con números positivos y negativos y calcula.

a) 0,5 – 0,75 b) 1,2 – 1,5

c) 0,25 – 1 d) 2 – 1,95

e) 0,4 + 0,8 – 1,6 f) 2,7 – 0,95 – 1,04

5 Roberto mide 1,66 m; Macarena, 0,38 m más, y Miguel, 0,23 m menos que Macarena. ¿Cuánto mide Miguel?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Multiplicación

También conoces la multiplicación de decimales. Por eso, al igual que en la suma y en la resta, solo la repasaremos.

Problema resuelto

¿Cuánto paga Marta por una pieza de 3,5 m de tela que se vende a 12,85 € el metro?

$$\begin{array}{rrrrrl} & 1 & 2, & 8 & 5 & \longleftarrow \text{2 cifras decimales} \\ & & \times & 3, & 5 & \longleftarrow \text{1 cifra decimal} \\ \hline & 6 & 4 & 2 & 5 & \\ 3 & 8 & 5 & 5 & & \\ \hline 4 & 4, & 9 & 7 & 5 & \longleftarrow \text{2 + 1 = 3 cifras decimales} \end{array}$$

Solución: 44,975 € $\xrightarrow{\text{REDONDEO}}$ 44,98 €. Marta paga 44,98 €.

Para multiplicar números decimales:

- Se multiplican como si fueran enteros.
- Se coloca la coma en el producto, apartando tantas cifras decimales como las que reúnan entre todos los factores.

Recuerda también que para multiplicar por 10, por 100, por 1000, …, se desplaza la coma hacia la *derecha* uno, dos, tres, … lugares.

▼ **EJEMPLOS**

2,45 · 10 = 24,5 2,45 · 100 = 245

2,45 · 1 000 = 2 450 2,45 · 10 000 = 24 500

Actividades

6 Copia y completa (no te olvides de las comas).

$$\begin{array}{rrrr} & \square, & 6 & \\ \times & 1, & \square & \\ \hline 1 & 4 & 4 & \\ \square & \square & & \\ \hline 3 & \square & \square & \end{array} \qquad \begin{array}{rrrrr} & 3, & 7 & 5 & \\ & \times \square, & \square & & \\ \hline & 3 & 3 & 7 & 5 \\ & 7 & 5 & 0 & \\ \hline \square & \square & \square & \square & \square \end{array}$$

7 Calcula.

a) 8 · 0,3 b) 5 · 0,5

c) 0,4 · 0,3 d) 0,75 · 2

e) 0,25 · 4 f) 0,25 · 5

g) (–0,1) · (+6) h) 0,2 · (–0,4)

i) (–0,1) · (–0,2) j) (–0,2) · (–0,2)

8 Multiplica.

a) 3,26 · 100 b) 35,29 · 10 c) 4,7 · 1 000

d) 9,48 · 1 000 e) –6,24 · 100 f) 0,475 · (–10)

9 Calcula con lápiz y papel.

a) 3,25 · 16 b) 2,6 · 5,8 c) 27,5 · 10,4

d) 3,70 · 1,20 e) 4,03 · 2,7 f) 5,14 · 0,08

10 Opera como en el ejemplo.

- **5,6 – 2,1 · (0,5 – 1,2) = 5,6 – 2,1 · (–0,7) = = 5,6 + 1,47 = 7,07**

a) 8,3 + 0,5 · (3 – 4,2) b) 3,5 – 0,2 · (2,6 – 1,8)

c) (5,2 – 6,8) · (3,6 – 4,1) d) (1,5 – 2,25) · (3,6 – 2,8)

11 Si el aceite está a 3,15 € el litro, ¿cuánto costará una botella de aceite de 0,75 litros?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.° ESO. Material fotocopiable autorizado.

3 División de números decimales

Divisor entero. Aproximación del cociente

Vamos a repasar la forma de obtener las cifras decimales del cociente hasta conseguir la aproximación deseada.

Problemas resueltos

1. **Cuatro hermanos quieren repartir la paga de 35 € que les ha dado su abuelo. ¿Qué cantidad le corresponde a cada uno?**

```
35     |4      → El cociente entero deja un resto de 3 unidades.
 3      8
   ↓
35,0   |4      → Para seguir dividiendo, transformamos las 3 unidades
 3 0    8,      del resto en 30 décimas.
   ↓
35,0   |4      → Ahora repartimos 30 décimas entre 4. Por eso, ponemos
 3 0    8,7     la coma decimal en el cociente. Sobran 2 décimas.
   2
   ↓
35,00  |4      → Para seguir dividiendo, se transforman las 2 décimas
 3 0    8,75    en 20 centésimas.
   20
    0
```

Solución: A cada hermano le corresponden 8,75 €.

2. **Con una pieza de tela de 7,3 m de longitud, se han confeccionado tres vestidos iguales. ¿Qué longitud de tela se ha empleado en cada uno?**

```
7,3   |3     →  7,3   |3     →  7,300…  |3
1      2        1 3    2,       1 3      2,433…
                                  10
                                   10
                                    1…
```

La división no termina nunca. El cociente es periódico.

Solución: En cada vestido se han empleado 2,43 m de tela.

Para obtener el cociente decimal:

- Al bajar la cifra de las décimas del dividendo, se pone la coma decimal en el cociente y se continúa la división.
- Si no hay suficientes cifras decimales en el dividendo, se añaden los ceros necesarios para lograr la aproximación deseada.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.° ESO. Material fotocopiable autorizado.

Recuerda también que para dividir por 10, por 100, por 1000, …, se desplaza la coma hacia la *izquierda* uno, dos, tres, … lugares.

▼ **EJEMPLOS**

15,3 : 10 = 1,53 15,3 : 100 = 0,153

15,3 : 1 000 = 0,0153 15,3 : 10 000 = 0,00153

Actividades

1 Divide mentalmente.

a) 1 : 2 b) 5 : 2

c) 7 : 2 d) 1 : 4

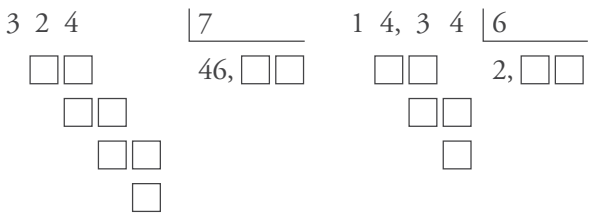
e) 2 : 4 f) 5 : 4

g) 1,2 : 2 h) 1,2 : 3

i) 1,2 : 4 j) 0,6 : 3

k) 0,8 : 4 l) 0,9 : 9

2 Copia y completa.



3 Calcula el cociente exacto.

a) 28 : 5 b) 53 : 4

c) 35 : 8 d) 7,5 : 3

e) 6,2 : 5 f) 12,5 : 4

4 Calcula el cociente sacando, como máximo, dos cifras decimales.

a) 47 : 3 b) 9 : 7

c) 169 : 11 d) 7,7 : 6

e) 14,3 : 9 f) 96,7 : 2

5 Calcula el cociente sacando, como máximo, dos cifras decimales.

a) 526 : 23 b) 6 321 : 145

c) 82,93 : 36 d) 1 245,4 : 263

6 Divide.

a) 5 : 10 b) 8 : 100

c) 2 : 1 000 d) 3,6 : 10

e) 5,7 : 100 f) 2,8 : 1 000

g) 2,54 : 10 h) 57,25 : 100

i) 0,3 : 1 000 j) 1,2 : 10 000

7 Observa el ejemplo y calcula el cociente con dos cifras decimales.

• **5 : 9** → $\widehat{5}$ | **9** → **5,0** | **9** → **5,00** | **9**
0 **5** **0,5** **50** **0,55**
5

a) 1 : 4 b) 3 : 5

c) 30 : 8 d) 2 : 9

e) 6 : 11 f) 5 : 234

8 Observa el ejemplo y calcula el cociente con dos cifras decimales.

• **0,8 : 6** → $\widehat{0,8}$ | **6** → **0,8** | **6** → **0,80** | **6**
0 **2** **0,1** **20** **0,13**
2

a) 0,9 : 5 b) 0,5 : 4

c) 0,3 : 9 d) 1,2 : 7

e) 0,08 : 2 f) 0,02 : 5

9 Arancha ha gastado 51,60 € en los diez días que ha estado de vacaciones en la playa.

¿Cuánto ha gastado, por término medio, al día?

10 Los seis botes iguales de refresco que hemos comprado pesan, en total, 2,07 kg.

¿Cuánto pesa cada bote?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.° ESO. Material fotocopiable autorizado.

Ejercicios y problemas

Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

El sistema de numeración decimal

1 ▼▽▽ Escribe cómo se leen.

a) 13,4 b) 0,23 c) 0,145
d) 0,0017 e) 0,0006 f) 0,000148

2 ▼▽▽ Escribe con cifras.

a) Treinta y siete unidades y dos décimas.
b) Ocho centésimas.
c) Cinco unidades y cuarenta y dos milésimas.
d) Ciento veinte cienmilésimas.

3 ▼▽▽ Escribe con cifras.

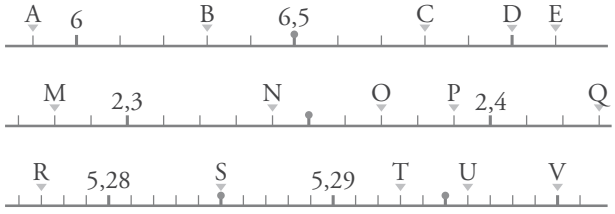
a) Media unidad. b) Media décima.
c) Media centésima. d) Un cuarto de unidad.

Orden. Representación. Redondeo

4 ▼▽▽ Ordena de menor a mayor en cada caso:

a) 1,4 1,390 $1,3\widehat{9}$ 1,399 1,41
b) –0,6 0,9 –0,8 2,07 –1,03

5 ▼▽▽ Asocia a cada letra un número:



6 ▼▽▽ **Ejercicio resuelto**

Aproximar 4,7998 a las…

Décimas → 4,8 Centésimas → 4,80
Milésimas → 4,800

7 ▼▽▽ Aproxima, en cada caso, a las unidades, a las décimas y a las centésimas:

a) 2,499 b) 1,992 c) 0,999

Operaciones

Sumas y restas

8 ▼▽▽ Calcula mentalmente.

a) ¿Cuánto le falta a 4,7 para valer 5?
b) ¿Cuánto le falta a 1,95 para valer 2?
c) ¿Cuánto le falta a 7,999 para llegar a 8?

9 ▼▽▽ Realiza estas operaciones:

a) 13,04 + 6,528
b) 2,75 + 6,028 + 0,157
c) 4,32 + 0,185 – 1,03
d) 6 – 2,48 – 1,263

Multiplicación y división

10 ▼▽▽ Multiplica.

a) 0,6 · 0,4 b) 0,03 · 0,005
c) 1,3 · 0,08 d) 15 · 0,007
e) 2,65 · 1,24 f) 0,25 · 0,16

11 ▼▽▽ Multiplica y divide mentalmente.

a) 0,12 · 10 b) 0,12 : 10
c) 0,002 · 100 d) 0,002 : 100
e) 0,125 · 1 000 f) 0,125 : 1 000

12 ▼▽▽ Multiplica, fíjate en los resultados y reflexiona.

a) 6 · 0,5 b) 10 · 0,5
c) 22 · 0,5 d) 0,8 · 0,5
e) 1,4 · 0,5 f) 4,2 · 0,5

¿Qué observas?

Interpreta y exprésate

13 ▼▼▼ Un mayorista de frutas compra a pie de huerta una carga de 12 800 kg de peras a 0,45 €/kg.

Una vez en el almacén, al seleccionar la mercancía aparta 300 kg de piezas defectuosas y envasa el resto, distribuyéndolo en el mercado minorista a 0,90 €/kg.

Los gastos de envasado y comercialización ascienden a 1 300 €.

a) ¿Cuál de las siguientes expresiones utilizarías para calcular la ganancia obtenida?

I. (12 800 – 300) · 0,90 – 12 800 · 0,45 – 1 300

II. (12 800 – 300) · (0,9 – 0,45) – 1 300

III. 12 800 · (0,90 – 0,45) – 1 300 – 300

b) ¿Cuál será la expresión de dicha ganancia si la fruta apartada se vende a un fabricante de mermeladas a 0,20 €/kg?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Resuelve problemas

14 ▼▽▽ Patricia colecciona monedas de 10 y de 20 céntimos. Tiene 87 de las primeras y 52 de las segundas. ¿Cuál es el valor de su colección?

15 ▼▽▽ Con una cinta de 20 metros se han confeccionado 25 lazos iguales.

¿Cuánto mide el trozo de cinta que lleva un lazo?

16 ▼▽▽ ¿Cuántos litros de perfume se necesitan para llenar 1 000 frascos de 33 mililitros?

17 ▼▼▽ Diez canicas de cristal pesan 88 gramos, y nueve canicas de cerámica, 80 gramos.

¿Qué pesa más, una canica de cristal o una de cerámica?

18 ▼▼▽ El Atlético de Villarrobles C.F. lleva jugados cinco partidos con los siguientes resultados:

	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º
GOLES A FAVOR	3	2	2	0	1
GOLES EN CONTRA	1	2	1	1	1

a) ¿Cuál es la media de goles conseguidos?

b) ¿Cuál es la media de goles recibidos?

19 ▼▼▽ Raquel ha hecho este trimestre tres exámenes de matemáticas. En el primero ha sacado un 5,5; en el segundo, un 7, y en el tercero, un 2,40. ¿Cuál es su nota media?

20 ▼▼▽ Rosa y Javier compran en el supermercado:

— Cinco cajas de leche a 1,05 € la caja.

— Una bolsa de bacalao de 0,920 kg a 13,25 €/kg.

— Un paquete de galletas que cuesta 2,85 €.

— Un cuarto de kilo de jamón a 38,40 €/kg.

¿Cuánto pagan en caja por la compra?

21 ▼▼▼ Martina tiene dos teléfonos móviles contratados en dos compañías diferentes, A y B. La compañía telefónica A cobra 30 céntimos por establecimiento de llamada y 20 céntimos al minuto. La compañía B no cobra establecimiento de llamada, pero cobra 25 céntimos por minuto.

a) ¿Cuánto cuesta una llamada de 10 minutos en cada teléfono?

b) ¿Cuántos minutos dura una llamada que tiene el mismo coste en ambas compañías?

c) Explica brevemente qué teléfono le conviene usar a Martina, dependiendo del tiempo previsto para la llamada.

Autoevaluación

1 Escribe con cifras.

a) Veintiocho milésimas.

b) Dos unidades y siete centésimas.

c) Ciento treinta y dos diezmilésimas.

d) Nueve millonésimas.

2 Ordena de menor a mayor y representa en la recta.

2,07 – 0,27 – 2,71 – 2,7 – 2,17

3 Completa con un número decimal en cada caso:

a) 2 < … < 3 b) 4,5 < … < 4,6 c) 0,1 < … < 0,11

4 Redondea a las décimas y a las centésimas.

a) 2,726 b) $5,\widehat{6}$

5 Calcula.

a) 2,8 – 3,75 + 1,245

b) 2,8 · 3,75

c) 3 · 2,6 – 1,75 · 4,2

6 Calcula con dos cifras decimales.

a) 7 : 13

b) 54,5 : 12

7 El melón se vende a 1,75 €/kg. ¿Cuánto costará un melón de 2,800 kilos?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

6 El Sistema Métrico Decimal

El intercambio de mercancías, el comercio, obliga a disponer de un sistema de medidas que sirva de referencia. Desde siempre, cualquier grupo humano de cierto nivel de civilización tuvo un sistema de medidas.

Los antiguos egipcios utilizaban medidas anatómicas: pies, brazos… El *codo* era la longitud del antebrazo del comerciante. Pero está claro que esa longitud es variable (depende del comerciante), por lo que se acabó imponiendo una unidad de longitud concreta e invariable a la que se llamó *codo real.* Esta es la unidad de longitud más antigua que se conoce.

Los griegos y los romanos imitaron a los egipcios y tomaron el codo como unidad de medida, aunque las longitudes de los codos egipcio, griego y romano eran distintas. Esto pasó con frecuencia a lo largo de la historia: unidades de medida con el mismo nombre resultaban tener distinto tamaño.

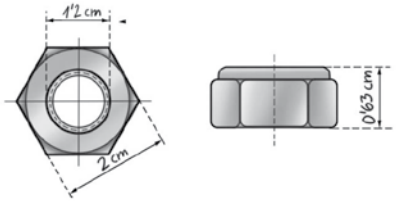
Al proliferar el negocio entre países se hizo necesario crear un sistema de medidas universal. El *Sistema Métrico Decimal* se creó en Francia a finales del siglo XVIII y fue pronto adoptado por la mayoría de los países. Actualmente, el 95% de la población mundial se rige por él.

DEBERÁS RECORDAR

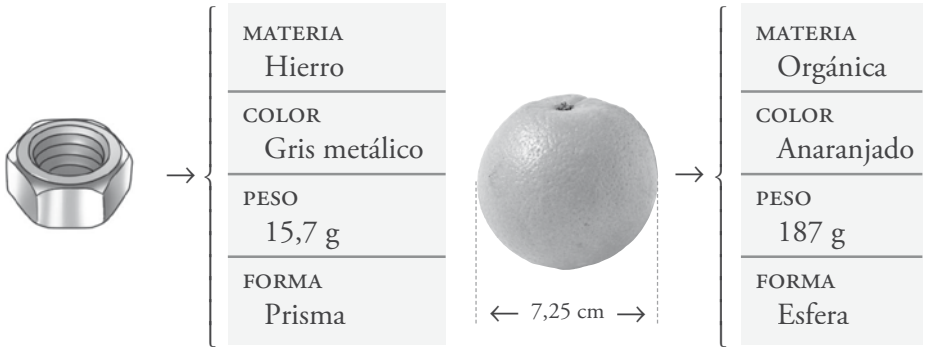
- Las equivalencias entre los distintos órdenes de unidades del sistema de numeración decimal.
- Cómo se multiplica y se divide por la unidad seguida de ceros.
- Cómo se aproximan cantidades por redondeo.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

1 Las magnitudes y su medida



Para recopilar y transmitir información relativa a los objetos, nos fijamos en sus cualidades y propiedades características.

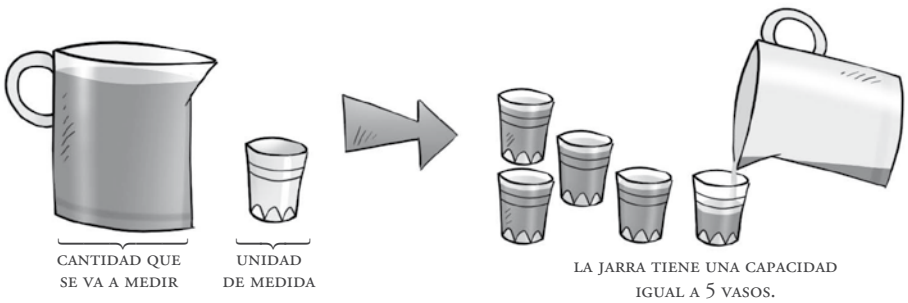


Algunas de esas cualidades se pueden medir y cuantificar de forma numérica. Son las **magnitudes.**

Ejemplos de magnitudes: peso, longitud, superficie, capacidad, temperatura…

Qué es medir una magnitud

Medir una cantidad de una magnitud es compararla con otra cantidad fija y predeterminada llamada **unidad de medida.**



Una magnitud se puede medir en distintas unidades. Para que la información que aporta una medida sea significativa, la unidad utilizada ha de ser conocida y aceptada por toda la comunidad. Es decir, debe ser **convencional** y estandarizada.

Actividades

1 Copia y completa con un par de unidades de medida en cada caso:

MAGNITUD	LONGITUD	CAPACIDAD	PESO	DINERO
UNIDADES DE MEDIDA	metro centímetro			

2 Mide el largo y el ancho de tu mesa, tomando como unidad de medida:

a) El palmo. b) Tu lapicero.

3 ¿Qué magnitudes se miden con estas unidades?:

a) Segundo b) Bit c) Grado centígrado

d) Gramo e) Voltio f) Metro cuadrado

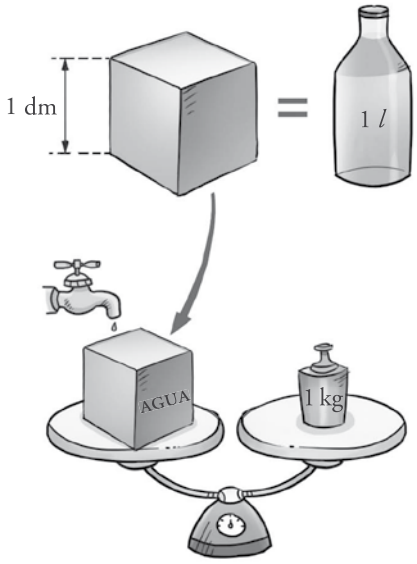
© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

2 El Sistema Métrico Decimal

MERIDIANO TERRESTRE = 40 000 km

A lo largo de la historia, cada región, cada país, cada grupo cultural ha adoptado sus propias unidades de medida, diferentes en cada caso.

La diversidad de unidades dificultaba la comunicación entre las distintas comunidades. Así surgió la necesidad de crear un sistema de medidas que fuera conocido y adoptado por todos los países. A finales del siglo XVIII (en 1792), la Academia de Ciencias de París propuso para tal fin el Sistema Métrico Decimal.



El **Sistema Métrico Decimal** (S.M.D.) es un conjunto de unidades de medida relacionadas por las magnitudes fundamentales:

MAGNITUD		UNIDAD		
LONGITUD	→	EL METRO	→	Es la diezmillonésima parte de un cuadrante del meridiano terrestre.
CAPACIDAD	→	EL LITRO	→	Es la capacidad de un cubo de un decímetro de arista.
PESO	→	EL GRAMO	→	Es el peso de un centímetro cúbico de agua.

Además, cada unidad posee un juego de múltiplos y submúltiplos que se designan con los prefijos siguientes:

MÚLTIPLOS				SUBMÚLTIPLOS		
KILO	HECTO	DECA	← UNIDAD →	DECI	CENTI	MILI
1 000 U	100 U	10 U	1 U	0,1 U	0,01 U	0,001 U

Actividades

1 Nombra:

a) Los múltiplos del metro.
b) Los múltiplos del gramo.
c) Los submúltiplos del litro.
d) Los submúltiplos del gramo.
e) Los múltiplos del litro.
f) Los submúltiplos del metro.

2 Recuerda y contesta.

a) ¿Cuántos metros hay en un hectómetro?
b) ¿Cuántos litros hay en un decalitro?
c) ¿Cuántos gramos hay en un kilogramo?
d) ¿Cuántos decilitros hay en un litro?
e) ¿Cuántos centímetros hay en un metro?
f) ¿Cuántos miligramos hay en un gramo?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

3 Medida de la longitud

Como sabes, la unidad fundamental en el S.M.D. para medir longitudes es el **metro.** Recuerda sus múltiplos y submúltiplos:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1 000 m	100 m	10 m		0,1 m	0,01 m	0,001 m

Observa que diez unidades de un orden cualquiera hacen una unidad del orden inmediato superior. Por eso, decimos que las unidades de longitud *van de diez en diez*.

Cambios de unidad

Para cambiar de unidad cantidades de longitud, conviene que te organices utilizando una tabla de múltiplos y submúltiplos. Así, el cambio de unidad se reduce a un movimiento de la coma decimal.

▼ **EJEMPLOS**

		km	hm	dam	m	dm	cm	mm	
15 km	→	1	5	0	0	0,			→ 15 000 m
0,062 dam	→				0	6,	2		→ 6,2 dm
1,28 m	→				1	2	8	0,	→ 1 280 mm
243 cm	→				2,	4	3		→ 2,43 m

2 m 5 dm = 2,5 m = 250 cm

Cantidades complejas e incomplejas

Cuando una cantidad de longitud viene expresada en varias unidades, decimos que está en **forma compleja.**

Cuando viene en una sola unidad, decimos que está en **forma incompleja.**

FORMA COMPLEJA		FORMA INCOMPLEJA		FORMA INCOMPLEJA
2 m 5 dm	⟷	2,5 m	⟷	250 cm

Observa cómo transformamos cantidades de longitud de una forma a la otra.

Ejercicio resuelto

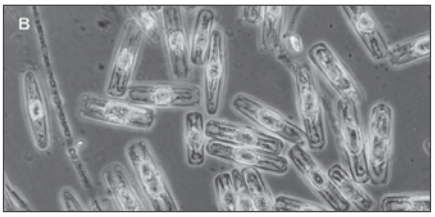
a) Pasar a forma compleja: 12,06 hm

b) Pasar a metros: 3 dam 8 m 7 cm

		km	hm	dam	m	dm	cm	mm	
12,06 hm	→	1	2,	0	6				→ 1 km 2 hm 6 m
3 dam 8 m 7 cm	→			3	8,	0	7		→ 38,07 m

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Unidades para medir longitudes muy pequeñas

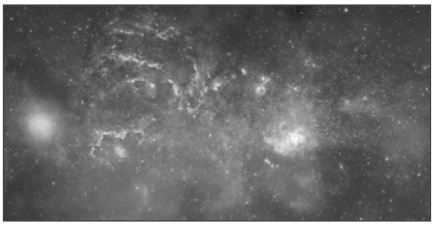


Algas diatomeas al microscópico óptico.

Hay unidades de longitud más pequeñas que el milímetro:

- La **micra** → 1 μm = 0,001 mm (milésima de milímetro)
  Se utiliza para medir microorganismos (microbios, bacterias, etc.).
- El **nanómetro** → 1 nm = 0,000001 mm (millonésima de milímetro)
- El **ángstrom** → 1 Å = 0,000000001 mm
  Se usa para medir distancias atómicas.

Unidades para medir longitudes muy grandes



Centro de la Vía Láctea.

Hay otras unidades, superiores al kilómetro, que sirven para medir distancias entre los astros:

- La **unidad astronómica** → 1 UA ≈ 150 millones de kilómetros → Es la distancia media de la Tierra al Sol y se usa para medir distancias entre planetas.
- El **año luz** → 1 año luz ≈ 9,5 billones de kilómetros → Es la distancia que recorre la luz en un año. Se usa para medir distancias entre galaxias.

Actividades

1 Copia la tabla y coloca en ella estas cantidades:

a) 6,4 km b) 146,5 m
c) 0,82 hm d) 38,92 dm
e) 27 dam f) 636 mm

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
	1	4	6,	5		

→ 146,5 m

2 Expresa en metros:

a) 18 km b) 16 dm
c) 0,4 hm d) 500 cm
e) 5,6 dam f) 2 340 mm

3 Expresa en centímetros.

a) 0,06 hm b) 0,8 dm
c) 1,2 m d) 40 mm
e) 25 dm f) 39 mm

4 Copia y completa.

a) 2 462 m = ... km b) 1,6 km = ... dam
c) 4,2 dam = ... hm d) 0,52 hm = ... m
e) 256 cm = ... m f) 5,4 m = ... cm
g) 400 mm = ... dm h) 1 año luz = ... UA

5 Expresa en forma compleja.

a) 2 368 m b) 15,46 m
c) 0,0465 dam d) 52,6 hm
e) 12,83 dm f) 3 064 mm

6 Expresa en metros.

a) 6 km 4 hm 8 dam
b) 5 hm 3 m 6 dm
c) 5 m 4 dm 7 cm
d) 3 dam 7 cm 1 mm

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.° ESO. Material fotocopiable autorizado.

4 Medida de la capacidad

La unidad fundamental del S.M.D. para medir capacidades es el **litro,** que coincide con la capacidad de un recipiente de un decímetro de arista.

Recuerda los múltiplos y los submúltiplos del litro:

	10		10		10		10		10		10	
kl		*hl*		*dal*		*l*		*dl*		*cl*		*ml*
1 000 *l*		100 *l*		10 *l*				0,1 *l*		0,01 *l*		0,001 *l*

Igual que en las unidades de longitud, cada unidad de capacidad equivale a diez unidades del orden inmediato inferior. Es decir, las unidades de capacidad *van de diez en diez*.

Entrénate

1 Indica la unidad más apropiada para expresar la capacidad de los recipientes siguientes:

a) El depósito de agua de una población.

b) Un camión cisterna.

c) Una garrafa de agua.

d) Un frasco de champú.

e) Un frasquito de perfume.

2 Reproduce la tabla y coloca en ella estas cantidades:

a) 0,046 *kl* b) 0,07 *l*

c) 2,75 *hl* d) 15,28 *dl*

kl	*hl*	*dal*	*l*	*dl*	*cl*	*ml*

3 Expresa en litros.

a) 2,75 *kl* b) 42,6 *dl*

c) 74,86 *hl* d) 350 *cl*

e) 1,46 *dal* f) 3 800 *ml*

4 Expresa en litros.

a) 1 *kl* 6 *hl* 7 *dal*

b) 6 *hl* 5 *l* 6 *dl*

c) 2 *dl* 7 *cl* 8 *ml*

d) 3 *hl* 5 *dl* 9 *ml*

Cambios de unidad

Para pasar una cantidad de capacidad de una unidad a otra, utilizaremos la tabla que ya conocemos.

▼ **EJEMPLOS**

		kl	*hl*	*dal*	*l*	*dl*	*cl*	*ml*		
2,73 *kl*	→	2,	7	3	0,					→ 2 730 *l*
560 *l*	→		5,	6	0,					→ 5,6 *hl*
0,0268 *l*	→				0,	0	2	6,	8	→ 26,8 *ml*
60 *cl*	→				0,	6	0,			→ 0,6 *l*

Observa que actuamos de la misma forma que lo hacíamos con las unidades de longitud, y que la coma decimal se desplaza tantos lugares como saltos hay en la tabla entre la unidad inicial y la final.

Paso de forma compleja a incompleja, y viceversa

Ejercicios resueltos

a) Pasar a litros 3 *kl* 2 *dal* 6 *l* 5 *dl*.

b) Pasar a forma compleja 807,4 litros.

		kl	*hl*	*dal*	*l*	*dl*	*cl*	*ml*	
3 *kl* 2 *dal* 6 *l* 5 *dl*	→	3	0	2	6,	5			→ 3 026,5 *l*
807,4 *l*	→		8	0	7,	4			→ 8 *hl* 7 *l* 4 *dl*

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

5 Medida del peso

La unidad principal del S.M.D. para medir pesos es el **gramo,** que coincide con el peso del agua que cabe en un cubo de un centímetro de arista. Como es una unidad muy pequeña, en la práctica se utiliza fundamentalmente el kilogramo.

Igual que en las unidades de longitud y de capacidad, los múltiplos y los submúltiplos del gramo *aumentan y disminuyen de diez en diez*.

10	10	10	10	10	10
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1 000 g	100 g	10 g		0,1 g	0,01 g	0,001 g

Para medir pesos grandes, se añaden dos múltiplos del kilogramo:

- El **quintal métrico** (q) → 1 q = 100 kg
- La **tonelada métrica** (t) → 1 t = 1 000 kg

Cambios de unidad

Actuaremos como en la longitud y la capacidad.

Ejercicios resueltos

Transformar estas cantidades en la unidad indicada:

a) 0,0583 kg, a gramos; b) 630 cg, a gramos; c) 13 500 kg, a toneladas

a) tres saltos

kg	hg	dag	g	dg
0,	0	5	8,	3

0,0583 kg = 0,0583 · 1 000 = 0,058,3 g

b) 630 cg = 630 : 100 = 6,30, g

c) 13 500 kg = 13 500 : 1 000 = 13,500, t

Paso de forma compleja a incompleja, y viceversa

Ejercicios resueltos

a) Pasar a gramos 8 hg 6 g 7 dg 5 cg.

b) Pasar a forma compleja 1 206 gramos.

	kg	hg	dag	g	dg	cg	
8 hg 6 g 7 dg 5 cg →		8	0	6,	7	5	→ 806,75 g
1 206 g →	1	2	0	6			→ 1 kg 2 hg 6 g

Entrénate

1 Indica la unidad más apropiada para expresar el peso de los siguientes objetos:

a) La carga de un camión.
b) Una cabra.
c) Una manzana.
d) Una lenteja.
e) Los componentes de un medicamento.

2 Expresa en gramos.

a) 4,08 kg b) 0,7 hg
c) 25 dag d) 58 dg
e) 2 cg f) 5 300 mg

3 Expresa en gramos.

a) 6 kg 5 hg 8 dag
b) 2 kg 4 dag 9 g
c) 8 dag 5 g 6 dg
d) 3 g 5 dg 7 cg

4 Un perro pesaba 4 kg 50 g. Se le ha cortado el pelo y ahora pesa 3 985 g. ¿Cuánto pesa el pelo cortado?

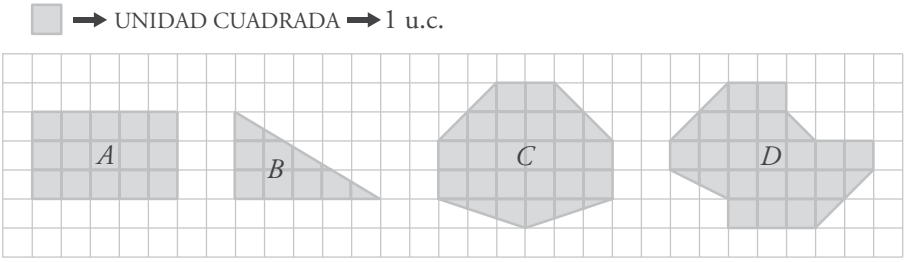
© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.° ESO. Material fotocopiable autorizado.

6 Medida de la superficie

Medida directa de superficies

Para medir superficies, tomaremos como unidad una cantidad de superficie con forma de cuadrado (unidad cuadrada). Así, medir una superficie será averiguar cuántas unidades cuadradas contiene.

▼ **EJEMPLOS**



S_A = 15 u.c. S_B = 7,5 u.c. S_C = 23 u.c. S_D = 22,5 u.c.

Unidades de superficie del Sistema Métrico Decimal

La unidad principal de medida de superficie es el **metro cuadrado,** que se complementa con sus correspondientes múltiplos y submúltiplos.

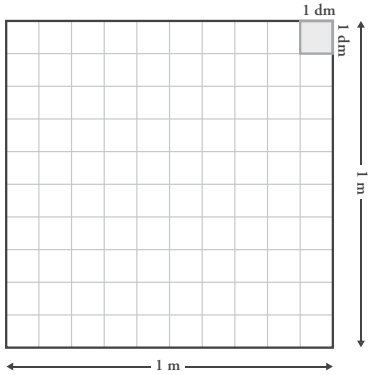
100	100	100	100	100	100
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1 000 000 m^2	10 000 m^2	100 m^2		0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000001 m^2
	ha	a	ca			

Unidades agrarias

Se utilizan para medir campos (agro = = campo).

- **Hectárea** (ha)
  1 ha = 10 000 m^2 = 1 hm^2
- **Área** (a)
  1 a = 100 m^2 = 1 dam^2
- **Centiárea** (ca)
  1 ca = 1 m^2

Para comprender las equivalencias entre estas unidades, observa la figura siguiente, que representa un metro cuadrado y su descomposición en decímetros cuadrados:

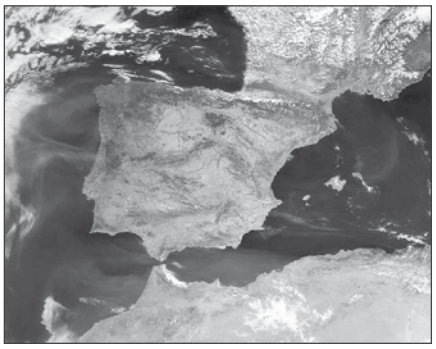


- El metro cuadrado se divide en 10 filas de 10 decímetros cuadrados.

  Por tanto:

  $1\ m^2 = 10 \times 10\ dm^2 = 100\ dm^2$

- Lo mismo pasa con cada unidad respecto de la siguiente. Por eso decimos que las unidades de superficie *aumentan y disminuyen de cien en cien*.



La Península Ibérica tiene una superficie aproximada de 600 000 km^2 = = 60 000 000 ha.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Cambios de unidad

Para pasar cantidades de superficie de una unidad a otra, tendremos en cuenta que las unidades de superficie aumentan y disminuyen de cien en cien.

Ejercicio resuelto

Pasar estas medidas a las unidades indicadas:

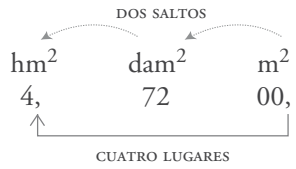
a) 47 200 m^2 = … hm^2 **b) 6,2 dm^2 = … cm^2**

c) 1,25 a = … m^2 **d) 252 800 m^2 = … ha**

	km^2	hm^2 ha	dam^2 a	m^2 ca	dm^2	cm^2	mm^2	
47 200 m^2 →		4,	7 2	0 0,				→ 4,72 hm^2
6,2 dm^2 →					6,	2 0,		→ 620 cm^2
1,25 a →			1,	2 5,				→ 125 m^2
252 800 m^2 →		2 5,	2 8	0 0,				→ 25,28 ha

Observa que por cada salto de unidad en la tabla, la coma decimal se desplaza **dos lugares.**

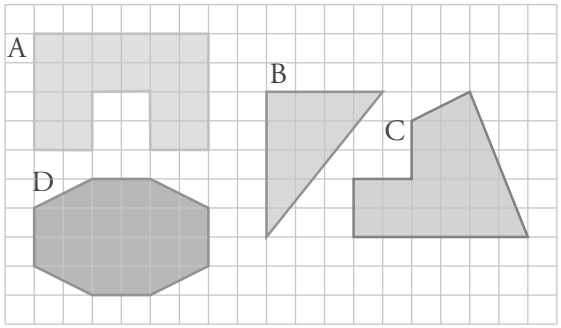
Observa

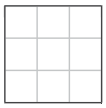


47 200 m^2 = 47 200 : 10 000 = = 4,72 hm^2

Actividades

1 Calcula la superficie de estas figuras tomando como unidad el cuadrado de la cuadrícula:



2  ¿Cuántas pulgadas cuadradas tiene un cuadrado que mide 3 pulgadas de lado?

3 Indica la unidad más apropiada para expresar las superficies siguientes:

a) La extensión de Portugal.

b) La extensión de un pantano.

c) La superficie de una vivienda.

d) La superficie de una hoja de papel.

4 Expresa en metros cuadrados.

a) 0,006 km^2 b) 5,2 hm^2

c) 38 dam^2 d) 70 dm^2

e) 12 800 cm^2 f) 8 530 000 mm^2

5 Expresa en centímetros cuadrados.

a) 0,06 dam^2 b) 5,2 m^2

c) 0,47 dm^2 d) 8 mm^2

6 Copia y completa.

a) 5,1 km^2 = ... hm^2 b) 825 hm^2 = ... km^2

c) 0,03 hm^2 = ... m^2 d) 53 000 m^2 = ... dam^2

e) 420 cm^2 = ... mm^2 f) 52 800 mm^2 = ... dm^2

7 Expresa en metros cuadrados.

a) 5 km^2 48 hm^2 25 dam^2

b) 6 dam^2 58 m^2 46 dm^2

c) 5 m^2 4 dm^2 7 cm^2

8 Pasa a forma compleja.

a) 587,24 hm^2 b) 587 209,5 m^2 c) 7 042,674 dm^2

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Ejercicios y problemas

Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

Unidades de longitud

1 ▼▽▽ Indica en cada longitud la unidad adecuada para expresarla:

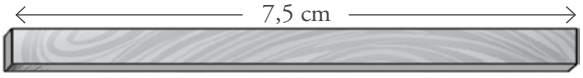
a) Longitud de un lapicero.

b) Radio de un átomo.

c) Altura de una casa.

d) Distancia entre dos estrellas.

2 ▼▽▽ Expresa en metros, en decímetros y en centímetros la longitud del listón.



3 ▼▽▽ Copia y completa.

a) 2,7 hm = ... km = ... dam = ... dm

b) 2 380 m = ... km = ... hm = ... cm

c) 47 m = ... dam = ... dm = ... hm

d) 382 cm = ... m = ... dm = ... mm

4 ▼▽▽ Expresa en metros.

a) 3 km 8 hm 5 dam

b) 8 dam 5 m 7 cm

c) 1 m 4 dm 6 cm 7 mm

5 ▼▽▽ Expresa en centímetros.

a) 5 dam 6 m 3 dm 4 cm

b) 3 m 8 dm 7 cm 9 mm

c) 2 m 5 cm 4 mm

Unidades de peso

6 ▼▽▽ Nombra la unidad adecuada para expresar el peso de:

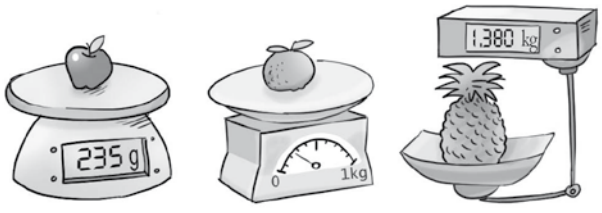
a) La carga de un barco.

b) Un elefante.

c) Un bolígrafo.

d) Un grano de arroz.

7 ▼▽▽ Expresa en kilos y en gramos el peso de cada fruta:



8 ▼▽▽ Pasa a gramos.

a) 1,37 kg

b) 0,7 kg

c) 0,57 hg

d) 1,8 dag

e) 0,63 dag

f) 5 dg

g) 18,9 dg

h) 480 cg

i) 2 500 mg

j) 385 cg

9 ▼▽▽ Expresa en toneladas.

a) 15 000 kg

b) 8 200 kg

c) 400 kg

d) 1 kg

10 ▼▽▽ Copia y completa.

a) 5,4 t = ... kg = ... hg = ... dag

b) 0,005 kg = ... g = ... mg = ... dag

c) 7 hg = ... dag = ... g = ... dg

d) 42 g = ... dag = ... cg = ... mg

11 ▼▽▽ Expresa en gramos.

a) 4 kg 5 hg 2 dag 3 g

b) 9 hg 8 dag 5 g 4 dg

c) 6 dag 8 g 6 dg 8 cg

d) 7 dg 6 mg

12 ▼▽▽ Pasa a forma compleja.

a) 4,225 kg

b) 38,7 g

c) 1 230 cg

d) 4 623 mg

Unidades de capacidad

13 ▼▽▽ Nombra la unidad adecuada para medir la capacidad de:

a) Un dedal.

b) Un cántaro.

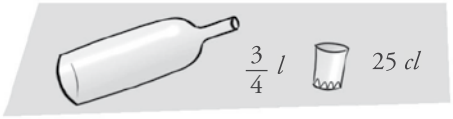
c) Un bote de refresco.

d) Un camión cisterna.

14 ▼▽▽ Expresa en centilitros la cantidad de agua que hay en la jarra, y en mililitros, la cantidad de aceite que hay en la probeta.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

15 ▼▽▽ Expresa en decilitros la capacidad de la botella, y con una fracción de litro, la capacidad del vaso.



16 ▼▽▽ Copia y completa.

a) 1 *kl* = ... *l*
b) 1 *hl* = ... *l*
c) 1 *dal* = ... *l*
d) 1 *dl* = ... *l*
e) 1 *cl* = ... *l*
f) 1 *ml* = ... *l*

17 ▼▽▽ Expresa en centilitros.

a) 0,15 *hl*
b) 0,86 *dal*
c) 0,7 *l*
d) 1,3 *l*
e) 26 *dl*
f) 580 *ml*

18 ▼▽▽ Copia y completa.

a) 4,52 *kl* = ... *hl*
b) 0,57 *hl* = ... *dal*
c) 15 *dal* = ... *l*
d) 0,6 *l* = ... *cl*
e) 850 *ml* = ... *dl*
f) 1 200 *cl* = ... *l*
g) 2 000 *ml* = ... *dl*
h) 380 *dal* = ... *kl*

19 ▼▽▽ Traduce a litros.

a) 8 *kl* 6 *hl* 3 *l*
b) 5 *hl* 2 *dal* 7 *l* 2 *dl*
c) 1 *dal* 9 *l* 6 *dl* 3 *cl*
d) 4 *l* 2 *dl* 5 *cl* 7 *ml*

Unidades de superficie

20 ▼▽▽ Asocia cada superficie con la unidad adecuada para expresar su medida:

a) Una hoja de papel. — km^2
b) El suelo de una vivienda. — cm^2
c) El ala de una abeja. — m^2
d) La Península Ibérica. — mm^2

21 ▼▽▽ Copia y completa.

a) 1 km^2 = ... m^2
b) 1 m^2 = ... dm^2
c) 1 hm^2 = ... m^2
d) 1 m^2 = ... cm^2
e) 1 dam^2 = ... m^2
f) 1 m^2 = ... mm^2

22 ▼▽▽ Copia y completa.

a) 4 km^2 = ... dam^2
b) 54,7 hm^2 = ... m^2
c) 0,005 dam^2 = ... dm^2
d) 0,7 dm^2 = ... mm^2
e) 5 400 m^2 = ... hm^2
f) 174 cm^2 = ... dm^2

23 ▼▽▽ Pasa a decímetros cuadrados.

a) 0,146 dam^2
b) 1,4 m^2
c) 0,36 m^2
d) 1 800 cm^2
e) 544 cm^2
f) 65 000 mm^2

24 ▼▽▽ Expresa en forma compleja.

a) 248 750 dam^2
b) 67 425 m^2
c) 83 545 cm^2
d) 2 745 600 mm^2

25 ▼▽▽ Expresa en hectáreas.

a) 572 800 a
b) 50 700 m^2
c) 25,87 hm^2
d) 6,42 km^2

Autoevaluación

1 ¿Dónde y cuándo nació el S.M.D.?

2 Indica la unidad adecuada, en cada caso, para medir:

a) La anchura de un campo de fútbol.
b) El grosor de un folio.
c) La capacidad de un frasco de perfume.
d) El peso de la carga de un camión.

3 Completa.

a) 5,2 km = … m
b) 7 hm = … m
c) 13 dm = … m
d) 250 cm = … m

4 Completa.

a) 3 hm 8 dam 4 m 5 dm = … m
b) 5 *l* 6 *dl* 7 *cl* = … *l*
c) 5 kg 3 hg 7 dag 8 g = ... g

5 Pasa a metros cuadrados.

a) 5 hm^2 = … m^2
b) 13 dam^2 = … m^2
c) 4 800 cm^2 = … m^2
d) 79 000 000 dm^2 = ... m^2

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

7 Las fracciones

Los egipcios, en el siglo XVII a.C., manejaban las fracciones de forma muy curiosa: solo admitían aquellas cuyo numerador es 1 (fracciones unitarias):

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots$$

Esto significa que, al repartir 4 panes entre 7 personas, en lugar de expresar el resultado como $\frac{4}{7}$, debían ponerlo así: $\frac{1}{2} + \frac{1}{14}$, o bien así: $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{14}$.

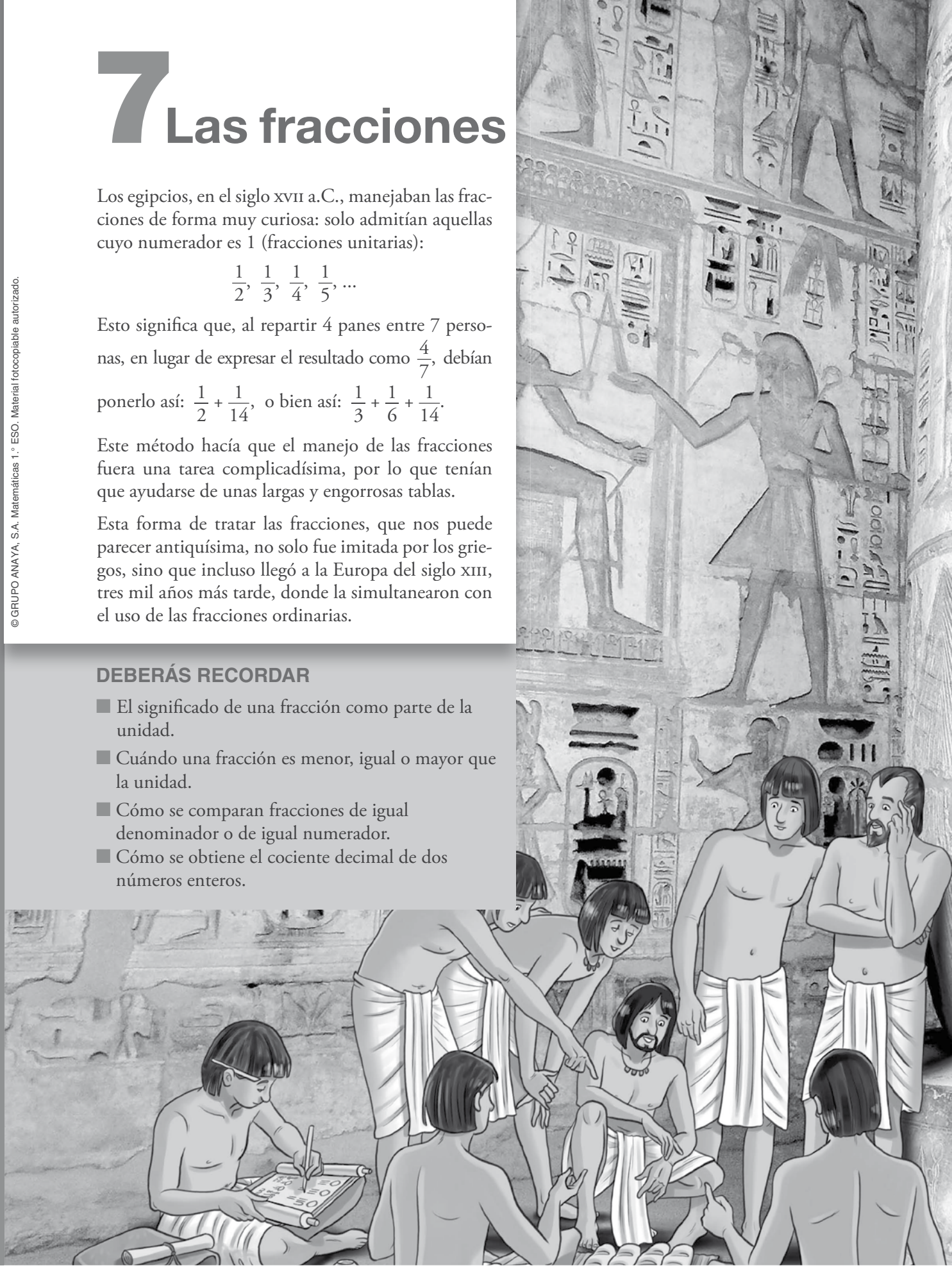
Este método hacía que el manejo de las fracciones fuera una tarea complicadísima, por lo que tenían que ayudarse de unas largas y engorrosas tablas.

Esta forma de tratar las fracciones, que nos puede parecer antiquísima, no solo fue imitada por los griegos, sino que incluso llegó a la Europa del siglo XIII, tres mil años más tarde, donde la simultanearon con el uso de las fracciones ordinarias.

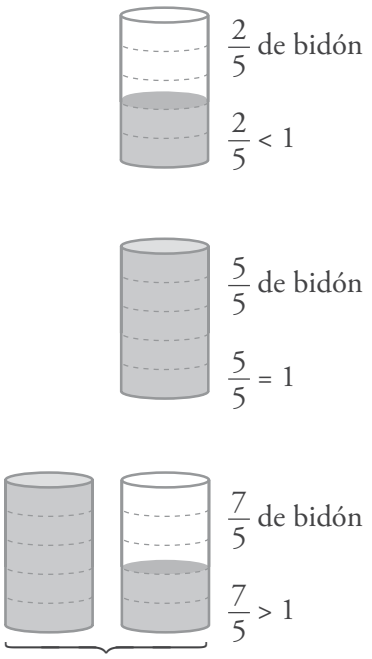
© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

DEBERÁS RECORDAR

- El significado de una fracción como parte de la unidad.
- Cuándo una fracción es menor, igual o mayor que la unidad.
- Cómo se comparan fracciones de igual denominador o de igual numerador.
- Cómo se obtiene el cociente decimal de dos números enteros.



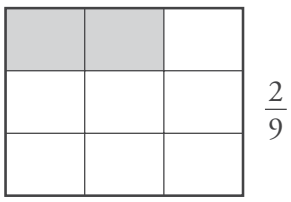
1 El significado de las fracciones

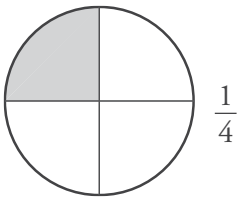


Una fracción se puede contemplar como una parte de la unidad, como un operador o como una división. Ahora vamos a profundizar en esos tres significados de las fracciones.

Las fracciones expresan partes de la unidad

Un todo se toma como unidad y se divide en porciones iguales. Una fracción indica una determinada cantidad de esas porciones.


$\frac{2}{9}$


$\frac{1}{4}$

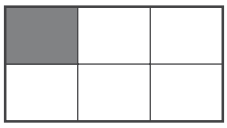
Términos de una fracción:

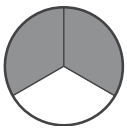
$\frac{a}{b}$ ← NUMERADOR
$\frac{a}{b}$ ← DENOMINADOR

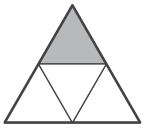
- El **numerador** indica el número de porciones que se toman.
- El **denominador** indica el número total de porciones en que se ha dividido la unidad.

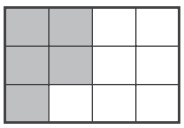
Actividades

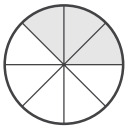
1 Escribe la fracción que representa la parte coloreada en cada figura:

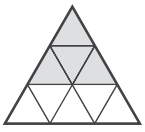
a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

2 Representa las fracciones siguientes:

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{5}{8}$

3 Escribe una fracción para indicar la cantidad de pizza que ha comprado cada uno:

4 Indica, para cada fracción, si es menor, igual o mayor que la unidad:

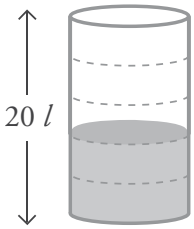
a) $\frac{2}{7}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{6}{6}$ d) $\frac{8}{5}$ e) $\frac{3}{3}$ f) $\frac{5}{6}$

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Las fracciones son operadores

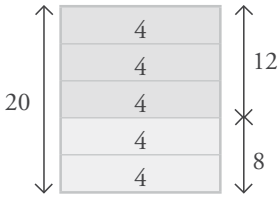
Una fracción es un número que opera a una cantidad y la transforma.

Por ejemplo, si el bidón tiene una capacidad de 20 litros:



→ Aquí hay $\frac{2}{5}$ de 20 litros $\begin{cases} \frac{1}{5} \text{ de } 20 = 20 : 5 = 4 \\ \frac{2}{5} \text{ de } 20 = 4 \cdot 2 = 8 \end{cases}$

$\frac{2}{5}$ de 20 litros = (20 : 5) · 2 = 8 litros



$\frac{2}{5}$ de 20 = 8

$\frac{3}{5}$ de 20 = 12

Para calcular la **fracción de un número,** se divide el número entre el denominador, y el resultado se multiplica por el numerador.

Actividades

5 Calcula mentalmente.

a) $\frac{1}{4}$ de 8 b) $\frac{1}{3}$ de 12 c) $\frac{1}{5}$ de 20

$\frac{3}{4}$ de 8 $\frac{2}{3}$ de 12 $\frac{3}{5}$ de 20

d) $\frac{1}{6}$ de 18 e) $\frac{1}{7}$ de 14 f) $\frac{1}{8}$ de 40

$\frac{5}{6}$ de 18 $\frac{2}{7}$ de 14 $\frac{5}{8}$ de 40

6 Calcula.

a) $\frac{2}{5}$ de 15 b) $\frac{3}{4}$ de 12 c) $\frac{3}{7}$ de 21

d) $\frac{2}{3}$ de 30 e) $\frac{4}{5}$ de 30 f) $\frac{3}{8}$ de 24

g) $\frac{3}{4}$ de 48 h) $\frac{2}{3}$ de 72 i) $\frac{3}{5}$ de 85

7 Opera.

a) $\frac{1}{4}$ de 384 b) $\frac{3}{5}$ de 715 c) $\frac{5}{7}$ de 483

8 De una caja de 24 bombones se ha consumido 1/6.

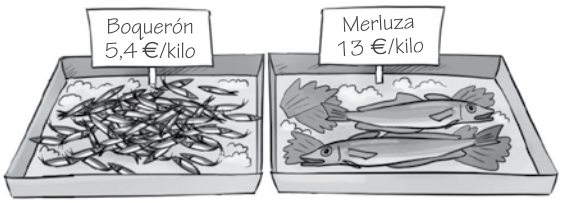
¿Cuántos bombones se han consumido? ¿Cuántos quedan?

9 En mi clase, entre chicos y chicas, somos 27. Las chicas representan los 4/9 del total. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay en clase?

10 En un campamento internacional de verano hay 280 campistas, de los que 3/7 son españoles. ¿Cuántos españoles hay en el campamento?

11 De las 40 bolas que hay en un frasco, 3/10 son rojas. ¿Cuántas bolas rojas hay?

12 ¿Cuánto cuesta 1/4 kg de boquerones? ¿Y 3/4 kg de merluza?

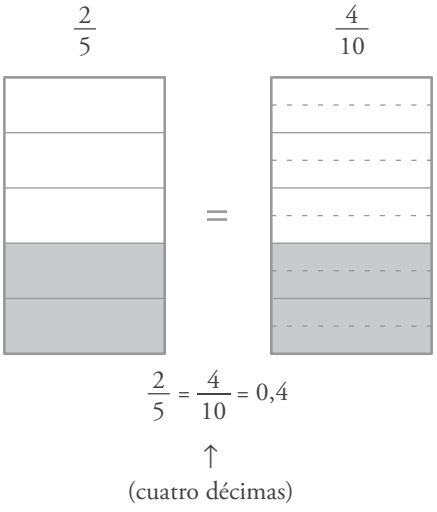


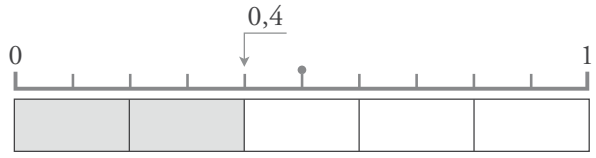
© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.° ESO. Material fotocopiable autorizado.

Las fracciones son divisiones indicadas

Una fracción equivale al cociente del numerador entre el denominador. Por tanto, una fracción se puede expresar con un número decimal.

Observa, por ejemplo, que $\frac{2}{5}$ de unidad equivalen al valor decimal 0,4:





$\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0,4$

2,0 | 5

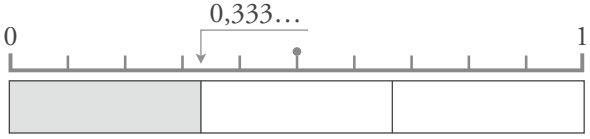
0 0,4

Paso de fracción a decimal

Para transformar una fracción en un número decimal, se divide el numerador entre el denominador.

Algunas fracciones generan decimales periódicos.

Por ejemplo, observa que $\frac{1}{3} = 0,333\ldots = 0,\widehat{3}$:

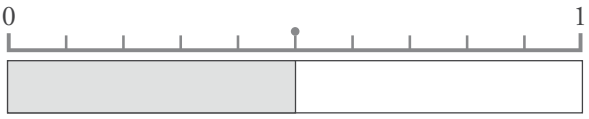


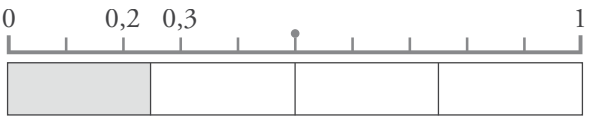
$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,3333\ldots$

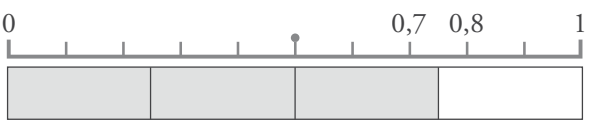
En estos casos, la fracción resulta más exacta y precisa que la expresión en forma de número decimal.

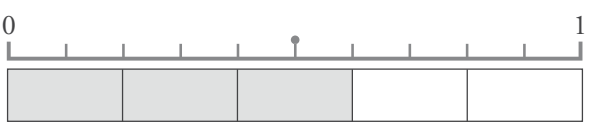
Actividades

13 Expresa en forma de fracción y en forma decimal el número representado en cada caso:

a) 

b) 

c) 

d) 

14 Copia y completa con un número decimal.

a) $\frac{1}{8} = 1 : 8 = \ldots$ b) $\frac{7}{9} = 7 : 9 = \ldots$

c) $\frac{3}{10} = 3 : 10 = \ldots$ d) $\frac{5}{12} = 5 : 12 = \ldots$

15 Divide y expresa en forma decimal.

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{2}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{4}{2}$

e) $\frac{1}{5}$ f) $\frac{2}{5}$ g) $\frac{3}{5}$ h) $\frac{4}{5}$

16 Pasa a forma decimal.

a) $\frac{3}{8}$ b) $\frac{5}{4}$ c) $\frac{7}{10}$ d) $\frac{5}{2}$

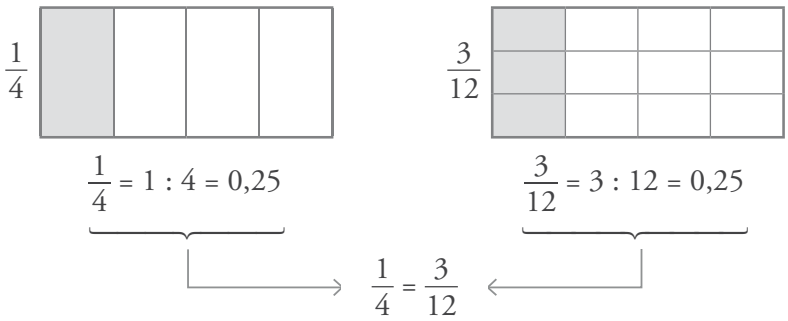
e) $\frac{2}{3}$ f) $\frac{1}{6}$ g) $\frac{5}{6}$ h) $\frac{4}{9}$

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

2 Fracciones equivalentes

Fracciones diferentes con el mismo valor

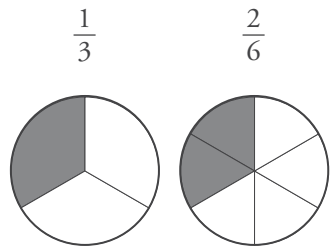
Observa:



Las fracciones $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{12}$ son equivalentes.

Decimos que dos **fracciones** son **equivalentes** cuando expresan la misma porción de unidad; es decir, cuando tienen el mismo valor numérico.

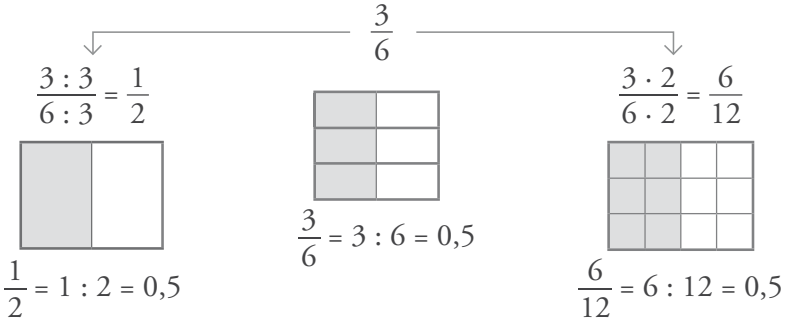
Ejemplo



$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0{,}333\ldots$
$\frac{2}{6} = 2 : 6 = 0{,}333\ldots$
$\Big\} \ \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

Cómo obtener fracciones equivalentes

Observa que al multiplicar o al dividir los dos términos de una fracción por el mismo número, la porción de unidad representada no varía.

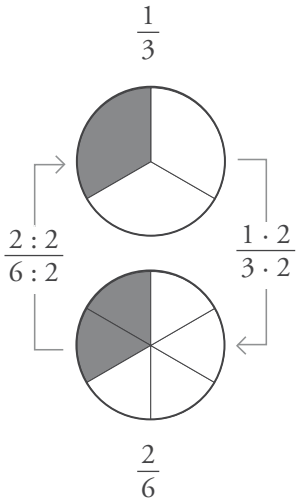


Como ves, las tres fracciones de la ilustración son equivalentes. $\Big\} \ \frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{6}{12}$

Propiedad fundamental de las fracciones

Si se multiplican, o se dividen, los dos términos de una fracción por el mismo número, se obtiene otra fracción equivalente a la primitiva. Es decir, el valor de la fracción no varía.

Ejemplo



▼ **EJEMPLOS**

- $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}$

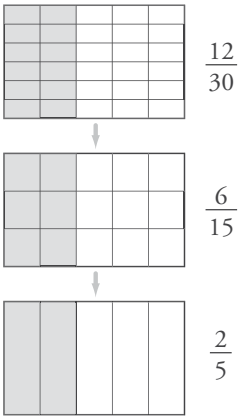
  $\frac{3}{4}$ es equivalente a $\frac{15}{20}$.

- $\frac{12}{18} = \frac{12 : 6}{18 : 6} = \frac{2}{3}$

  $\frac{12}{18}$ es equivalente a $\frac{2}{3}$.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Simplificación de fracciones



Simplificar una fracción es sustituirla por otra equivalente con los términos más sencillos. Esto se consigue **dividiendo** los dos términos por el mismo número.

▼ **EJEMPLO**

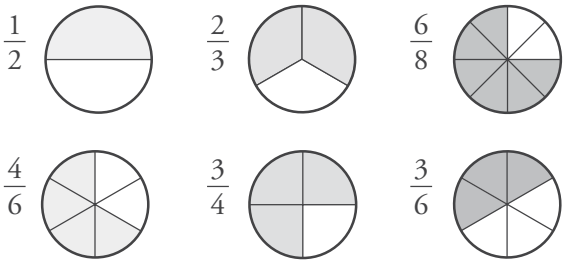
$$\frac{\mathbf{12}}{\mathbf{30}} = \frac{12:2}{30:2} = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{15}} = \frac{6:3}{15:3} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}} \leftarrow \boxed{\text{Fracción irreducible}}$$

Observa que hemos dividido dos veces por divisores comunes de 12 y 30.

- Para simplificar una fracción, se dividen el numerador y el denominador por el mismo número.
- Una fracción que no se puede simplificar se dice que es **irreducible.**

Actividades

1 Busca, entre estas, tres pares de fracciones equivalentes.



2 Di si son equivalentes las fracciones de cada pareja hallando su valor numérico:

a) $\frac{3}{5}$ y $\frac{6}{10}$ b) $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{8}$

c) $\frac{4}{6}$ y $\frac{6}{9}$ d) $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{9}$

3 Busca tres pares de fracciones equivalentes.

$\frac{2}{5}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{5}{15}$ $\frac{9}{12}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{10}{18}$

4 Copia y completa para obtener fracciones equivalentes.

a) $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$

b) $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot \square}{5 \cdot 3} = \frac{\square}{\square}$

c) $\frac{18}{30} = \frac{18 \cdot 2}{30 \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$

d) $\frac{18}{30} = \frac{18 : \square}{30 : 3} = \frac{\square}{\square}$

5 Escribe, en cada caso, dos fracciones equivalentes:

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{15}{20}$ d) $\frac{18}{24}$

6 Simplifica.

a) $\frac{15}{20}$ → dividiendo entre 5.

b) $\frac{20}{30}$ → dividiendo entre 2 y, después, entre 5.

7 Simplifica cada una de estas fracciones:

a) $\frac{6}{8}$ b) $\frac{3}{6}$

c) $\frac{5}{10}$ d) $\frac{9}{12}$

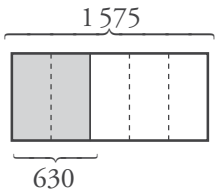
e) $\frac{10}{18}$ f) $\frac{21}{28}$

g) $\frac{33}{22}$ h) $\frac{13}{26}$

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

3 Algunos problemas con fracciones

Estudia detenidamente los procesos seguidos en los problemas que vienen a continuación. Te servirán para resolver otros muchos problemas similares con fracciones.



CÁLCULO DE LA FRACCIÓN

De los 1 575 volúmenes que tiene la biblioteca del colegio, en este momento están prestados 630.

¿Qué fracción de libros está prestada?

$$\left.\begin{array}{l}\text{Prestados} \longrightarrow 630\\ \text{Total} \longrightarrow 1\,575\end{array}\right\} \text{Fracción prestada} \longrightarrow \frac{630}{1\,575}$$

Simplificando entre 3, 3, 5 y 7:

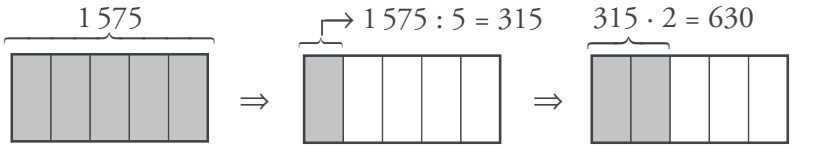
$$\frac{630}{1\,575} = \frac{630:3}{1\,575:3} = \frac{210}{525} = \frac{210:3}{525:3} = \frac{70}{175} = \frac{70:5}{175:5} = \frac{14}{35} = \frac{14:7}{35:7} = \frac{2}{5}$$

Solución: Están en préstamo $\frac{2}{5}$ de los libros.

FRACCIÓN DE UN NÚMERO: PROBLEMA DIRECTO

En la biblioteca del colegio hay 1 575 volúmenes, de los que están en préstamo dos quintas partes.

¿Cuántos libros hay prestados?



$$\frac{1}{5} \text{ de } 1\,575 = 1\,575 : 5 = 315 \rightarrow \frac{2}{5} \text{ de } 1\,575 = 315 \cdot 2 = 630$$

Solución: Hay prestados 630 libros.

En la práctica, este problema se resolvería así:

$$\frac{2}{5} \text{ de } 1\,575 = (1\,575 : 5) \cdot 2 = 315 \cdot 2 = 630$$

Actividades

1 De los 1800 € que gana un empleado al mes, dedica 540 € a pagar la hipoteca del piso. ¿Qué fracción de lo que gana al mes utiliza para abonar la hipoteca?

2 Un empleado gana 1 800 € al mes y dedica tres décimas partes a pagar la hipoteca del piso. ¿Cuánto paga mensualmente de hipoteca?

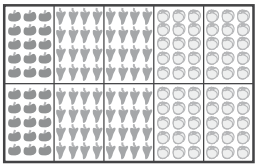
© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Ejercicios y problemas

Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

La fracción: parte de la unidad

1 ▼▽▽ Observa la distribución de la huerta de Adrián:

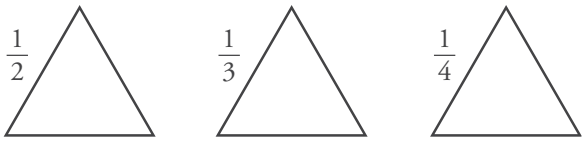


a) ¿Qué fracción de la superficie de la huerta está plantada de tomates?

b) ¿Qué fracción está sembrada de pimientos?

c) ¿Qué fracción no está sembrada de pimientos?

2 ▼▽▽ Colorea en cada triángulo la fracción indicada.



3 ▼▽▽ ¿Qué fracción de semana ocupan los días hábiles? ¿Qué fracción ocupa el fin de semana?

L - M - X - J - V - S - D

La fracción de un número

4 ▼▽▽ Calcula mentalmente.

a) $\frac{2}{3}$ de 9 b) $\frac{4}{5}$ de 20

c) $\frac{3}{4}$ de 80 d) $\frac{2}{7}$ de 14

e) $\frac{5}{6}$ de 60 f) $\frac{5}{8}$ de 400

5 ▼▽▽ Calcula.

a) $\frac{2}{3}$ de 192 b) $\frac{4}{5}$ de 375

c) $\frac{3}{7}$ de 749 d) $\frac{3}{4}$ de 332

e) $\frac{5}{8}$ de 1 096 f) $\frac{4}{9}$ de 153

Fracciones y números decimales

6 ▼▽▽ Transforma cada fracción en número decimal.

a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{9}{10}$ c) $\frac{17}{10}$ d) $\frac{7}{2}$ e) $\frac{5}{4}$ f) $\frac{5}{8}$

7 ▼▽▽ Asocia las cantidades correspondientes.

La cuarta parte de un euro	0,75 €
Tres cuartos de euro	0,25 €
La quinta parte de un euro	0,05 €
Un veinteavo de euro	0,01 €
Un céntimo de euro	0,20 €

Fracciones equivalentes

8 ▼▽▽ Busca pares de fracciones equivalentes.

$\frac{1}{4}$ $\frac{12}{15}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{12}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{12}{28}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{15}{20}$

9 ▼▽▽ Simplifica.

a) $\frac{2}{4}$ b) $\frac{10}{14}$

c) $\frac{5}{15}$ d) $\frac{18}{22}$

e) $\frac{5}{25}$ f) $\frac{6}{27}$

g) $\frac{21}{28}$ h) $\frac{22}{33}$

10 ▼▽▽ Obtén la fracción irreducible.

a) $\frac{30}{45}$ b) $\frac{20}{60}$ c) $\frac{56}{80}$ d) $\frac{165}{330}$

11 ▼▼▽ Estas son las notas de los 25 estudiantes de una clase en un control de Ciencias Sociales:

6,25	5	8	7,50	5,25
5	1,75	6,75	4,50	5,5
5,50	6	6,25	8,25	3,75
3,25	9,75	6,75	6	5
7,75	8,25	10	4,25	6,25

a) ¿Qué fracción de la clase ha aprobado?

b) ¿Qué fracción ha suspendido?

12 ▼▼▽ Expresa, en cada caso, como una fracción de hora:

a) 15 minutos. b) 30 minutos.

c) 10 minutos. d) 6 minutos.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Resuelve problemas

13 ▼▽▽ Con un bidón de 20 litros se llenan 200 frascos de agua de colonia.

¿Qué fracción de litro entra en cada frasco?

14 ▼▽▽ Francisco y Carmen compran una tableta de chocolate cada uno. Francisco come 1/4, y Carmen, 2/8.

¿Cuál de los dos ha comido un trozo más grande? Justifica tu respuesta.

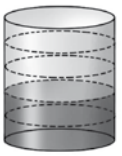
15 ▼▽▽ De un pilón de riego de 45 000 litros, se han consumido siete octavas partes.

¿Cuántos litros quedan en el depósito?

16 ▼▼▽ Julia compró un queso de 2 kilos y 800 gramos, pero ya ha consumido dos quintos.

¿Cuánto pesa el trozo que queda?

17 ▼▼▽ En este bidón hay 8 litros de agua.



¿Cuántos litros caben en total en el bidón?

18 ▼▼▽ He comprado 2/5 de una empanada que han pesado 300 gramos. ¿Cuánto pesaba la empanada completa?

19 ▼▼▼ Se han sembrado de alfalfa los 4/5 de la superficie de una finca, y aún quedan 600 metros cuadrados sin sembrar.

¿Cuál es la superficie total de la finca?

20 ▼▼▼ Rosario ha sacado 3/5 del dinero que tenía en la hucha y aún le quedan 14 euros.

¿Cuánto tenía antes de abrirla?

Autoevaluación

1 ¿Qué fracción de hora son 12 minutos?

2 Representa en un gráfico la fracción 8/9.

3 En un concurso oposición aprueban 15 candidatos y suspenden 35. ¿Qué fracción de los opositores ha aprobado?

4 Calcula.

a) Tres cuartos de 240 b) $\frac{2}{5}$ de 80

5 Expresa en forma decimal.

a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{1}{8}$

6 Empareja fracciones equivalentes.

$\frac{12}{18}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{5}{25}$ $\frac{4}{14}$ $\frac{8}{12}$ $\frac{6}{21}$

7 Simplifica.

a) $\frac{9}{21}$ b) $\frac{20}{30}$ c) $\frac{36}{48}$

8 En una de las estanterías de la biblioteca hay 300 libros. Las cinco sextas partes son novelas.

¿Cuántas novelas hay en la estantería?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

8 Operaciones con fracciones

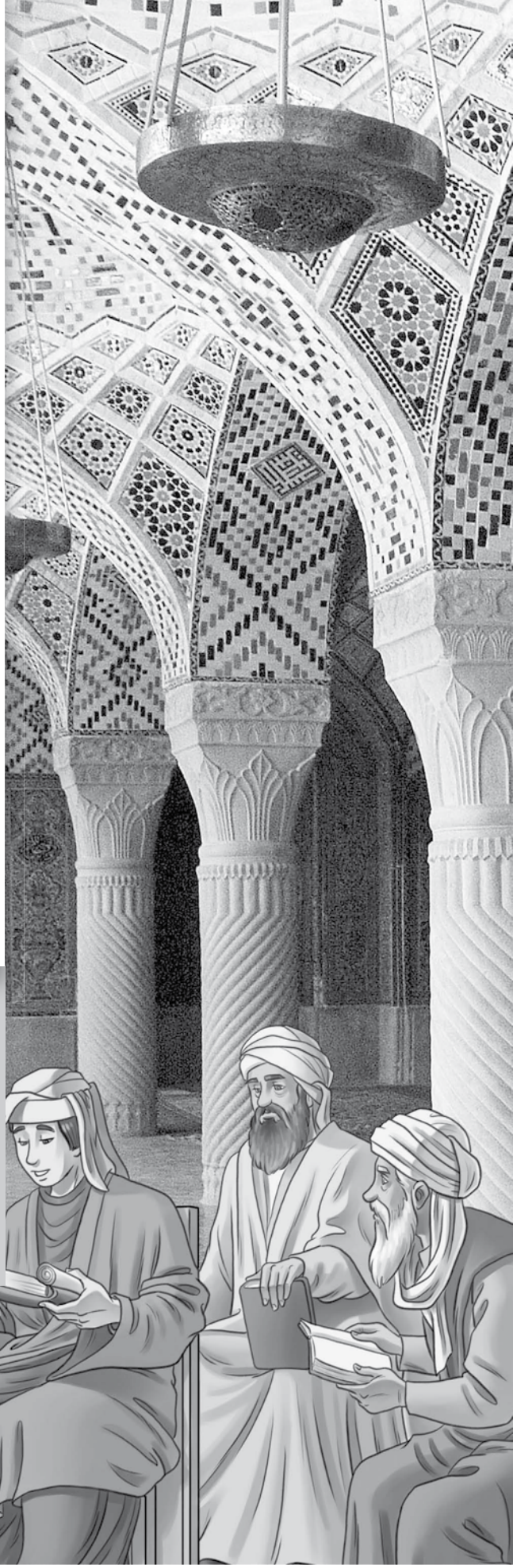
Los griegos tomaron de los egipcios el uso de las fracciones unitarias. Hacia el siglo IV a.C. empezaron a utilizar fracciones ordinarias, aunque el resultado de sus operaciones lo expresaban mediante fracciones unitarias.

En el siglo I, Herón de Alejandría manejaba habitualmente las fracciones ordinarias, pero cuando escribía "para el hombre práctico" lo hacía, asombrosamente, con las unitarias.

Este uso mixto de los dos tipos de fracciones se mantuvo hasta el siglo XIII. El italiano Fibonacci manejó con soltura las ordinarias, pero en sus libros seguía dedicando tiempo y esfuerzo al manejo de las unitarias, porque sus lectores las preferían.

El verdadero nombre de Fibonacci era Leonardo de Pisa. Su padre Bonaccio (Fi-bonacci, hijo de Bonaccio) fue mercader y viajó mucho por el norte de África. Fibonacci tuvo maestros musulmanes y de ellos aprendió, con gran provecho, la matemática árabe, que ayudó a introducir en Europa.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.



DEBERÁS RECORDAR

- Cómo se suman y se restan fracciones de igual denominador.
- Cómo se obtienen fracciones equivalentes.
- Cómo se simplifican fracciones.
- El significado de la multiplicación y de la división, y las relaciones que ligan ambas operaciones.

1 Reducción a común denominador

Algunas operaciones con fracciones (comparar, sumar…) resultan más sencillas cuando las fracciones tienen denominadores iguales. Por ejemplo:

— Ordenar $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{7}$ y $\frac{5}{7}$ es obvio $\rightarrow \frac{1}{7} < \frac{2}{7} < \frac{5}{7}$

— Sin embargo, ordenar $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$ y $\frac{5}{6}$ no es tan sencillo a simple vista. Se hace necesario reducir a común denominador.

Ejemplo

Vamos a reducir a común denominador $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{7}{12}$.

mín.c.m. (8, 4, 12) = 24

$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{12}$
↓	↓	↓
24 : 8 = 3	24 : 4 = 6	24 : 12 = 2
↓	↓	↓
$\frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3}$	$\frac{3 \cdot 6}{4 \cdot 6}$	$\frac{7 \cdot 2}{12 \cdot 2}$
↓	↓	↓
$\frac{15}{24}$	$\frac{18}{24}$	$\frac{14}{24}$

Reducir fracciones a común denominador es sustituirlas por otras equivalentes con el mismo denominador.

Método para reducir fracciones a común denominador

Fíjate en el ejemplo del margen mientras sigues el proceso que se expone a continuación.

Para reducir fracciones a común denominador

- Calcula el mínimo común múltiplo, m, de los denominadores.
- Transforma cada fracción en otra equivalente que tenga por denominador m.

  Para ello, se multiplican los dos miembros de cada fracción por el número que resulta de dividir m entre el denominador.

Actividades

1 **Ejercicio resuelto**

Reducir a común denominador $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{6}$, poniendo de denominador común 12.

$12 : 4 = 3 \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$

$12 : 6 = 2 \rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{2}{12}$

2 Reduce al denominador común que se indica.

a) $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ (denominador común 6)

b) $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{6}$ (denominador común 6)

c) $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{5}$ (denominador común 10)

d) $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ (denominador común 12)

e) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ (denominador común 12)

f) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{8}$ (denominador común 8)

3 Reduce a denominador común.

a) $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{5}$

b) $\frac{5}{6}$ y $\frac{4}{9}$

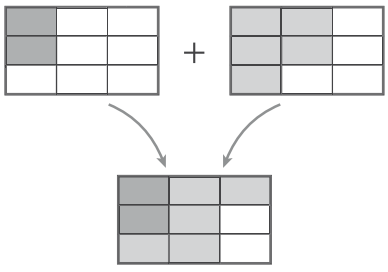
c) $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{6}$

d) $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{10}$ y $\frac{7}{20}$

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

2 Suma y resta de fracciones

Vamos a recordar los distintos casos que pueden presentarse al sumar o al restar fracciones.



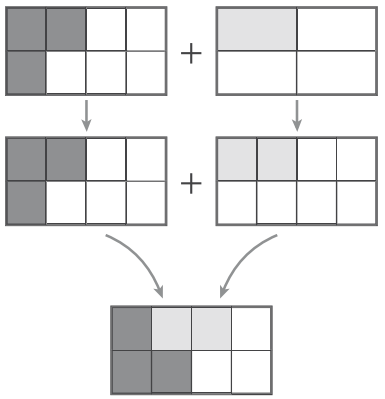
$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9}$

Con igual denominador

Para sumar o restar fracciones de igual denominador, se suman o se restan los numeradores, dejando el mismo denominador.

▼ **EJEMPLO**

$$\frac{5}{9} + \frac{8}{9} - \frac{7}{9} = \frac{5 + 8 - 7}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$



$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$

Con distinto denominador

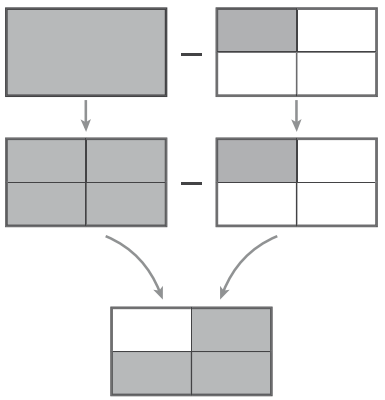
Cuando las fracciones tienen denominadores diferentes, las reduciremos, primero, a común denominador.

▼ **EJEMPLO**

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{5} - \frac{1}{10} = \begin{cases} \text{mín.c.m. } (4, 5, 10) = 20 \\ \text{Tomaremos 20 como denominador común.} \end{cases}$$

$$= \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 2}{10 \cdot 2} = \frac{5}{20} + \frac{12}{20} - \frac{2}{20} =$$

$$= \frac{5 + 12 - 2}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$



$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Suma de fracciones con números enteros

Si alguno de los sumandos es un número entero, se le trata como una fracción con denominador la unidad.

▼ **EJEMPLO**

$$2 - \frac{7}{3} + \frac{5}{6} = \left(\text{Cambiamos 2 por la fracción } \frac{2}{1}\right).$$

$$= \frac{2}{1} - \frac{7}{3} + \frac{5}{6} = \begin{cases} \text{mín.c.m. } (1, 3, 6) = 6 \\ \text{Tomaremos 6 como denominador común.} \end{cases}$$

$$= \frac{2 \cdot 6}{1 \cdot 6} - \frac{7 \cdot 2}{3 \cdot 2} + \frac{5}{6} = \frac{12}{6} - \frac{14}{6} + \frac{5}{6} =$$

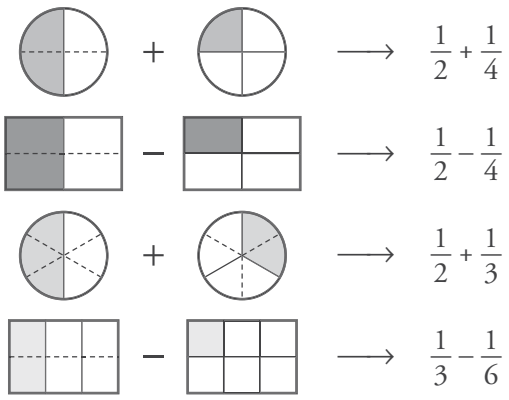
$$= \frac{12 - 14 + 5}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Observa que en las operaciones con fracciones, se deben simplificar siempre los resultados, entregando una fracción irreducible.

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Actividades

1 Observa y calcula mentalmente.



$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$

2 Calcula, reduciendo primero a común denominador.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ b) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$

c) $\frac{5}{3} + \frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$

e) $\frac{1}{6} + \frac{7}{8}$ f) $\frac{3}{4} - \frac{1}{3}$

g) $\frac{3}{10} + \frac{2}{15}$ h) $\frac{3}{8} - \frac{1}{6}$

3 Transforma cada entero en una fracción de denominador la unidad y opera:

a) $1 + \frac{1}{5}$ b) $1 - \frac{3}{5}$

c) $2 + \frac{2}{7}$ d) $2 - \frac{5}{3}$

4 Opera y simplifica los resultados.

a) $\frac{2}{9} + \frac{5}{18}$ b) $\frac{1}{4} - \frac{1}{12}$

c) $\frac{3}{10} + \frac{8}{15}$ d) $\frac{3}{5} - \frac{1}{10}$

e) $\frac{2}{5} + \frac{7}{20}$ f) $\frac{5}{6} - \frac{3}{10}$

g) $\frac{1}{10} + \frac{1}{6}$ h) $\frac{13}{18} - \frac{1}{6}$

i) $\frac{5}{8} + \frac{1}{24}$ j) $\frac{13}{15} - \frac{7}{10}$

5 Calcula.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$

c) $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{5}$ d) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} - 1$

e) $\frac{7}{4} - \frac{5}{8} - \frac{2}{3}$ f) $\frac{4}{3} + \frac{3}{2} - 2$

g) $\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6}$ h) $\frac{3}{5} - \frac{5}{8} + \frac{7}{20}$

6 Calcula y simplifica los resultados.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{2} - \frac{5}{6} + \frac{4}{5}$

c) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{3}{5}$ d) $\frac{1}{4} + \frac{3}{10} - \frac{1}{20}$

e) $1 - \frac{3}{10} - \frac{8}{15}$ f) $1 - \frac{4}{15} - \frac{2}{5}$

g) $\frac{5}{2} - 2 + \frac{1}{10}$ h) $\frac{1}{4} + \frac{3}{10} - \frac{1}{20}$

i) $\frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{7}{12}$ j) $\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}$

7 Nuria ha gastado 3/4 del dinero que tenía en un libro y 1/5 en un refresco. ¿Qué parte del dinero ha gastado? ¿Qué parte le queda?

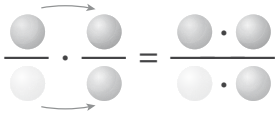
8 Marta ha comprado tres cuartos de kilo de queso y le da a su vecina un tercio de kilo. ¿Qué fracción de kilo le queda?

9 En un crucero de recreo, 2/5 de los pasajeros son europeos; 1/6, africanos, y 1/15, asiáticos. El resto son americanos. ¿Qué fracción de los viajeros son americanos?

10 Con una botella que contiene dos litros de agua, se llenan dos vasos de cuarto de litro y un botellín de un tercio de litro. ¿Qué fracción de litro queda en la botella?

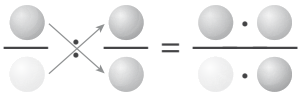
© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

3 Multiplicación y división de fracciones



Para multiplicar fracciones

- Se multiplican los numeradores $\longrightarrow$ $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$
- Se multiplican los denominadores $\rightarrow$



Para dividir dos fracciones, se multiplican los términos cruzados. $\rightarrow$ $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

Actividades

1 Calcula y, si es posible, simplifica.

a) $5 \cdot \frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{4} \cdot 3$

c) $\frac{3}{4} \cdot 2$ d) $(-5) \cdot \frac{3}{10}$

e) $6 \cdot \frac{1}{8}$ f) $\frac{3}{4} \cdot (-4)$

2 Multiplica y, si es posible, simplifica.

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}$

c) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$ d) $\frac{5}{3} \cdot \frac{6}{11}$

e) $\frac{3}{4} \cdot \frac{10}{15}$ f) $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{9}$

g) $\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{5}$ h) $\frac{10}{3} \cdot \frac{3}{5}$

i) $\frac{12}{5} \cdot \frac{5}{18}$ j) $\frac{15}{8} \cdot \frac{2}{3}$

3 Expresa con una fracción.

a) El triple de dos séptimos.

b) La mitad de la mitad.

c) La mitad de un cuarto.

d) La cuarta parte de un tercio.

e) Un tercio de tres cuartos.

4 Luis avanza $\frac{3}{4}$ de metro con cada paso. ¿Cuántos metros avanza con mil pasos?

5 Un bote de refresco de naranja contiene un tercio de litro.

¿Cuántos litros se necesitan para llenar 60 botes?

6 Divide y, si es posible, simplifica.

a) $5 : \frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{2} : 5$ c) $\frac{3}{2} : 6$

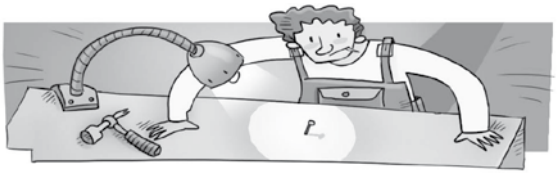
d) $7 : \frac{14}{3}$ e) $\frac{2}{5} : 3$ f) $5 : \frac{10}{3}$

7 Divide.

a) $\frac{1}{2} : \frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{5} : \frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{7} : \frac{3}{4}$

d) $\frac{3}{7} : \frac{5}{2}$ e) $\frac{2}{11} : \frac{1}{5}$ f) $\frac{7}{4} : \frac{5}{3}$

8 Un clavo penetra 3/4 de centímetro con cada martillazo. ¿Cuántos golpes de martillo se necesitan para que penetre 6 centímetros?



9 Con 3/4 de kilo de café se han llenado 5 bolsas. ¿Qué fracción de kilo contiene cada una?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

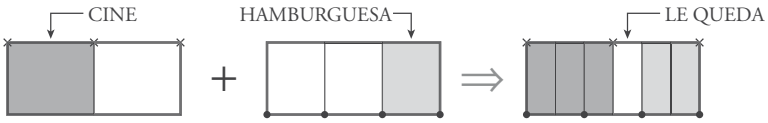
4 Algunos problemas con fracciones

Analiza los problemas siguientes, observa sus diferencias y reflexiona sobre los procesos seguidos en su resolución. Te ayudarán en muchos problemas con fracciones.

Suma de fracciones

PROBLEMA 1

Manuel gasta la mitad de su dinero en el cine y la tercera parte en una hamburguesa. ¿Qué fracción del dinero que tenía ha gastado? ¿Qué fracción le queda?



GASTA $\rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ $\rightarrow$ LE QUEDA $\rightarrow \frac{1}{6}$

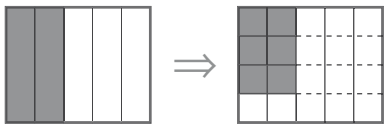
Solución: Manuel ha gastado $\frac{5}{6}$ de su dinero y le queda $\frac{1}{6}$.

Ten en cuenta

Para calcular la fracción de otra fracción, se multiplican ambas fracciones.

Por ejemplo:

$\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{5}$



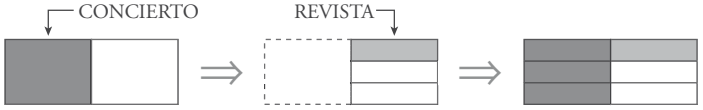
$\frac{2}{5} \longrightarrow \frac{3}{4}$ de $\frac{2}{5} = \frac{6}{20}$

$\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{20}$

Fracción de otra fracción

PROBLEMA 2

Marta gasta la mitad de su dinero en un concierto y la tercera parte "de lo que le quedaba" en una revista. ¿Qué fracción de su dinero ha gastado? ¿Qué fracción le queda?



CONCIERTO: Gasta $\rightarrow \frac{1}{2}$. Queda $\rightarrow \frac{1}{2}$.

REVISTA: Gasta $\rightarrow \frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$. Quedan $\rightarrow \frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6}$.

Solución: Ha gastado $\frac{4}{6}$ de su dinero y le quedan $\frac{2}{6}$ (simplifica estos resultados).

Actividades

1 Andrea ha gastado 2/3 de su dinero en un vestido y 1/5 en un pañuelo. ¿Qué fracción del dinero le queda?

2 Si a Andrea le quedan 20 €, ¿cuánto tenía al principio?

3 Iván ha gastado 2/3 de su dinero en una camisa y 1/5 de lo que le quedaba en una corbata. ¿Qué fracción del dinero le queda?

4 Si a Iván le quedan 20 €, ¿cuánto tenía al principio?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Ejercicios y problemas

Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

Operaciones con fracciones

Suma y resta

1 ▼▽▽ Calcula mentalmente.

a) $1 - \frac{1}{2}$ b) $1 - \frac{1}{4}$ c) $1 - \frac{3}{4}$

d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ e) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ f) $\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$

2 ▼▽▽ Opera.

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{3}{8}$ b) $\frac{1}{3} + \frac{8}{9} - \frac{25}{27}$

c) $2 - \frac{3}{2} + \frac{1}{6}$ d) $\frac{3}{4} - \frac{7}{5} + \frac{3}{10}$

e) $\frac{2}{5} + \frac{7}{10} - \frac{11}{15}$ f) $\frac{8}{5} - 1 + \frac{13}{15}$

g) $\frac{1}{6} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8}$ h) $\frac{5}{9} + \frac{1}{4} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12}$

3 ▼▼▽ **Ejercicio resuelto**

Calcular: $\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) =$

a) Podemos operar, primero, en los paréntesis.

$$= \frac{6+5}{15} - \frac{5-2}{10} = \frac{11}{15} - \frac{3}{10} = \frac{22-9}{30} = \frac{13}{30}$$

b) O podemos quitar, primero, los paréntesis.

$$= \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{12+10-15+6}{30} = \frac{13}{30}$$

Multiplicación y división

4 ▼▽▽ Multiplica y reduce.

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6}$ b) $\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5}$ c) $\frac{4}{15} \cdot \frac{5}{8}$ d) $\frac{8}{9} \cdot \frac{9}{8}$

e) $\frac{12}{5} \cdot \frac{7}{12}$ f) $\frac{10}{7} \cdot \frac{7}{15}$ g) $\frac{7}{15} \cdot \frac{5}{14}$ h) $\frac{2}{7} \cdot \frac{21}{16}$

5 ▼▽▽ Divide y simplifica.

a) $\frac{2}{5} : \frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{3} : \frac{2}{6}$ c) $\frac{1}{3} : \frac{1}{7}$ d) $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$

e) $\frac{1}{2} : \frac{4}{5}$ f) $\frac{15}{12} : \frac{3}{10}$ g) $\frac{5}{3} : \frac{1}{6}$ h) $\frac{2}{7} : \frac{6}{14}$

6 ▼▼▽ Opera como en el ejemplo y compara los resultados de cada apartado.

• $\frac{2}{5} : \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{5} : \frac{3}{10} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

a) $\frac{3}{4} : \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}\right)$ $\left(\frac{3}{4} : \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{5}$

b) $\frac{2}{5} : \left(\frac{3}{5} : \frac{1}{2}\right)$ $\left(\frac{2}{5} : \frac{3}{5}\right) : \frac{1}{2}$

Operaciones combinadas

7 ▼▼▽ **Ejercicio resuelto**

Calcular: $\frac{5}{11} \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{5}\right) =$

$$= \frac{5}{11} \cdot \frac{15-4}{10} = \frac{5}{11} \cdot \frac{11}{10} = \frac{5 \cdot \cancel{11}}{\cancel{11} \cdot 10} = \frac{1}{2}$$

8 ▼▼▽ Calcula.

a) $\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$ b) $\frac{1}{4} : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$

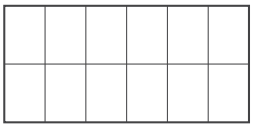
c) $2 \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{6}\right)$ d) $\frac{1}{10} : \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}\right)$

e) $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9}\right)$ f) $\frac{7}{9} : \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{9}\right)$

Reflexiona, decide y aplica

9 ▼▼▽ Una bolsa contiene canicas. La cuarta parte son rojas; la tercera parte, verdes, y el resto, blancas.

a) Representa los colores en el gráfico.



b) ¿Qué fracción de las canicas de la bolsa son blancas?

c) ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones responden a la pregunta anterior?:

I. $1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$ II. $1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right)$

III. $1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3}$ IV. $\left(1 - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{3}$

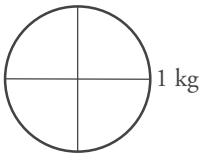
© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.º ESO. Material fotocopiable autorizado.

Ejercicios y problemas

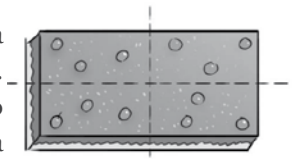
Consolida lo aprendido utilizando tus competencias

Resuelve problemas

10 ▼▽▽ Rosa ha comprado un queso de tres cuartos de kilo y le ha dado a su hija medio kilo. ¿Cuánto pesa el trozo que se ha quedado ella?



11 ▼▽▽ Hoy ha sido la fiesta de cumpleaños de Marta. Su madre había comprado una tarta muy grande de la que se ha consumido la mitad. Después, han apartado una cuarta parte para los abuelos, que no han podido venir. El resto nos lo comeremos mañana. ¿Qué parte de la tarta ha quedado para mañana?



12 ▼▽▽ La mitad de los habitantes de una aldea viven de la agricultura; la tercera parte, de la ganadería, y el resto, de los servicios.

¿Qué fracción de la población vive de los servicios?

13 ▼▽▽ Un peregrino recorre 1/6 del camino en la primera semana, 1/3 en la segunda semana y 2/9 en la tercera. ¿Qué fracción del camino le queda por recorrer al principio de la cuarta semana?

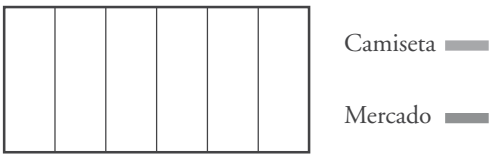
14 ▼▽▽ Una furgoneta de reparto carga 40 cajas de vino. Cada caja contiene 12 botellas de tres cuartos de litro.

¿Cuántos litros de vino van en la furgoneta?

15 ▼▽▽ ¿Cuántos litros de perfume se necesitan para llenar 100 frasquitos de 3/20 de litro?

16 ▼▼▽ Marta ha gastado la mitad del dinero que llevaba en una camiseta; la tercera parte, en el mercado, y aún le quedan 10 euros.

a) Representa la situación sobre el gráfico.



b) ¿Cuánto dinero llevaba?

17 ▼▼▼ De un listón de madera, cortamos la tercera parte para hacer una banderola. Después, cortamos la mitad de lo que queda para arreglar la valla del jardín. El trozo que sobra mide 40 centímetros.

¿Cuánto medía el listón antes de cortarlo?

Autoevaluación

1 Reduce a común denominador:

$$\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$$

2 Ordena de menor a mayor las tres fracciones del ejercicio anterior.

3 Calcula.

a) $\frac{3}{4} - \frac{7}{12}$ b) $1 + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}$

4 Calcula y simplifica.

a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$ b) $\frac{4}{15} : \frac{2}{3}$

5 En casa de Raquel compran una tarta. Al mediodía consumen la mitad de la tarta, y en la cena, la tercera parte.

¿Qué porción de tarta han consumido?

¿Qué porción queda?

6 Julián avanza 4/5 de metro en cada paso.

¿Cuánto avanza en 10 pasos?

7 Un botellín de agua contiene 1/3 de litro.

¿Cuántos botellines se llenan con 30 litros?

© GRUPO ANAYA, S.A. Matemáticas 1.° ESO. Material fotocopiable autorizado.