

	Nombre:	SOLUCIONES		1ª Evaluación	Nota
	Curso:		Simulacro Examen II		
	Fecha:		Unidades I y II		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- En una pausa publicitaria vemos que 5/9 son anuncios de coches. Del resto, 2/5 son anuncios de apuestas deportivas. Si los anuncios de apuestas fueron ocho; **a)** ¿cuántos anuncios no fueron ni de apuestas ni de coches?; **b)** ¿cuántos anuncios fueron de coches?; **c)** si cada anuncio dura 15 segundos y nos publicitan que volverán en 7 minutos, ¿nos mintieron? (1,5 puntos)

🍏 Anuncios de **Coches**: $\frac{5}{9}$

🍏 Quedan $1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$

🍏 Anuncios de **Apuestas**: $\frac{2}{5}$ de $\frac{4}{9} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 9} = \frac{8}{45} \rightarrow$ Coches + Apuestas: $\frac{5}{9} + \frac{8}{45} = \frac{25}{45} + \frac{8}{45} = \frac{33}{45} = \frac{11}{15}$

🍏 Quedan: $1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$

Si de apuestas fueron 8 anuncios, entonces:

$$\frac{8}{45} \text{ son } 8 \rightarrow \frac{1}{45} \text{ son } 8 : 8 = 1 \text{ y } \frac{45}{45} \text{ son } 1 \cdot 45 = 45 \text{ anuncios}$$

El total de anuncios es de 45 y como $\frac{4}{15}$ no son de coches ni de apuestas deportivas, tenemos que:

$$\frac{4}{15} \text{ de } 45 = \frac{4}{15} \cdot 45 = 12$$

Por tanto 12 anuncios no son ni de apuestas ni de coches.

De coches fueron 5/9 de 45, que son 25 anuncios.

25 anuncios son de coches.

Si cada anuncio dura 15 segundos, el total de la pausa es de $45 \cdot 15 = 675$ segundos $= \frac{675}{60} = 11,25$ min

Luego queda claro que **nos mintieron** porque nos publicitaron que volverían en 7 minutos.

2.- Se depositan 15.000 € en un banco al 2,5% anual. Al acabar el año se saca todo el dinero, se añaden 10.000 € y se deposita todo en otro banco al 4% durante dos años más. ¿Cuánto dinero habrá al final?

En el primer banco, el capital final lo podemos calcular utilizando cualquiera de los dos métodos; por interés simple, como por interés compuesto:

🍏 **Por interés simple:**

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{15.000 \cdot 2,5 \cdot 1}{100} = 375 \text{ €} \text{ Y el capital final } C_f = C_o + I = 15.000 + 375 = \mathbf{15.375 \text{ €}}$$

🍏 **Por interés compuesto:**

$$C_f = C_o \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = 15.000 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{100}\right)^1 = 15.000 \cdot 1,025 = \mathbf{15.375 \text{ €}}$$

Para calcular el capital final obtenido en el segundo banco lo haremos aplicando **interés compuesto** al resultado obtenido de la primera parte más 10.000 €:

$$C_f = C_o \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = 25.375 \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^2 = 27.445,60 \text{ € en la que hemos utilizado } \begin{cases} C_o = 25.375 \text{ €} \\ r = 4 \% \\ t = 2 \text{ años} \end{cases}$$

Por tanto, al final obtendrá un capital de 27.445,60 €

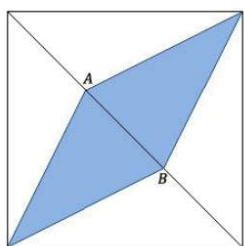
3.- Calcula aplicando las propiedades de las potencias:

$$\left[\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot (-3)^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right]^2}{2 \cdot 3^6 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-6}} \right]^{-3}$$

Para calcularlo voy a expresarlo todo en potencias de base 3 y utilizar las propiedades de las potencias para operar:

$$\left[\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot (-3)^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right]^2}{2 \cdot 3^6 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-6}} \right]^{-3} = \left[\frac{3^{-2} \cdot 3^2 \cdot [(3)^3]^2}{2 \cdot 3^6 - 3^6} \right]^{-3} = \left[\frac{3^{-2} \cdot 3^2 \cdot 3^6}{3^6 (2-1)} \right]^{-3} = \left[\frac{3^{-2+2+6}}{3^6 \cdot 1} \right]^{-3} = \left[\frac{3^6}{3^6} \right]^{-3} = 1^{-3} = 1$$

4.- Los puntos A y B dividen la diagonal del cuadrado en tres partes iguales. Si el área del cuadrado es 81 cm², ¿cuánto medirá el lado del rombo? Da el valor exacto. (1,5 puntos)

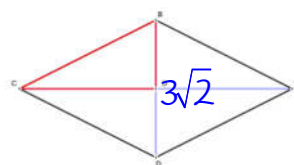


Si el área del cuadrado es de 81 cm², su lado será: $l = \sqrt{81} = 9 \text{ cm}$, y aplicando el Teorema de Pitágoras calculamos la longitud de la diagonal:

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow d^2 = 2l^2 \rightarrow d = \sqrt{2 \cdot l^2} = \sqrt{2 \cdot 9^2} = \sqrt{162} = 9\sqrt{2}$$

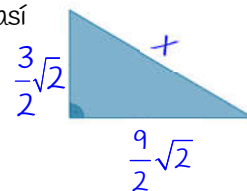
Como dice que los puntos A y B dividen a la diagonal en tres partes iguales, cada una de esas partes medirá $\frac{1}{3} \cdot 9\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$,

por tanto, ya tenemos la medida de la diagonal menor del rombo.



Si nos fijamos solo en uno de los 4 triángulos rectángulos que forman el rombo podemos observar que un cateto mide la mitad de lo que mide cada parte, $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ y el otro la mitad de lo que mide la diagonal, $\frac{9}{2}\sqrt{2}$, así que, con estos datos y aplicando de nuevo el teorema de Pitágoras llegamos a:

$$x^2 = b^2 + c^2 \rightarrow x = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{2} + \frac{81}{2}} = \sqrt{\frac{90}{2}} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ cm}$$



Por tanto, el lado del rombo mide $3\sqrt{5} \text{ cm}$

5.- Calcula el valor de la siguiente expresión:

$$\frac{\left[(4\sqrt{50} - 3\sqrt{72}) \cdot (2\sqrt{2} + \sqrt{18})\right] \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{12} + \sqrt{8}} =$$

Antes de operar, vamos a extraer de los radicales todos los factores que se pueda:

$$\frac{\left[\frac{(4\sqrt{50} - 3\sqrt{72}) \cdot (2\sqrt{2} + \sqrt{18})}{\sqrt{12} + \sqrt{8}} \right] \cdot \sqrt{2}}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}} = \frac{\left[\frac{(4 \cdot 5\sqrt{2} - 3 \cdot 2 \cdot 3\sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{2} + 3\sqrt{2})}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}} \right] \cdot \sqrt{2}}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}$$

Hecho esto, agrupamos y multiplicamos:

$$\frac{\left[\frac{(4 \cdot 5\sqrt{2} - 3 \cdot 2 \cdot 3\sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{2} + 3\sqrt{2})}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}} \right] \cdot \sqrt{2}}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}} = \frac{\left[\frac{(20\sqrt{2} - 18\sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{2} + 3\sqrt{2})}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}} \right] \cdot \sqrt{2}}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}} = \frac{\left[\frac{(2\sqrt{2}) \cdot (5\sqrt{2})}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}} \right] \cdot \sqrt{2}}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}} =$$

Simplificando llegamos a:

$$\frac{\cancel{2}\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\cancel{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{5\sqrt{2} \cdot 2 \cdot 2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{5 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

Como en el denominador hay una suma de raíces, tenemos que racionalizar multiplicando arriba y abajo por el conjugado del denominador:

$$\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{10\sqrt{6} - 10\sqrt{4}}{3 - 2} = \frac{10\sqrt{6} - 10 \cdot 2}{1} = 10(\sqrt{6} - 2)$$

Así que el resultado es: $10(\sqrt{6} - 2)$

6.- Calcula el valor de los números a , b , c y d en la siguiente igualdad: $9^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{6^3}} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{c}{d}}$

Escribimos todo en forma de potencia:

$$9^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{6^3}} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}} = (3^2)^{\frac{3}{4}} \cdot 6^{-\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{-\frac{3}{4}} \cdot 3^{-\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{3}{4} + \frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{2} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2}} = 2^{-\frac{3}{4} + \frac{2}{4}} \cdot 3^{\frac{6}{4} - \frac{3}{4} - \frac{2}{4}} =$$

$$= 2^{-\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{4}} = \frac{3^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{1}{4}}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{4}} \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{c}{d}} \rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2 \\ c=1 \\ d=4 \end{cases}$$

Así que, $a=3$, $b=2$, $c=1$ y $d=4$

7.- Calcula aplicando la definición, los siguientes logaritmos: (2 puntos)

$$a) \log_5(5\sqrt{5}) = x \rightarrow 5^x = 5\sqrt{5} \rightarrow 5^x = 5 \cdot 5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{3}{2}} \rightarrow 5^x = 5^{\frac{3}{2}} \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

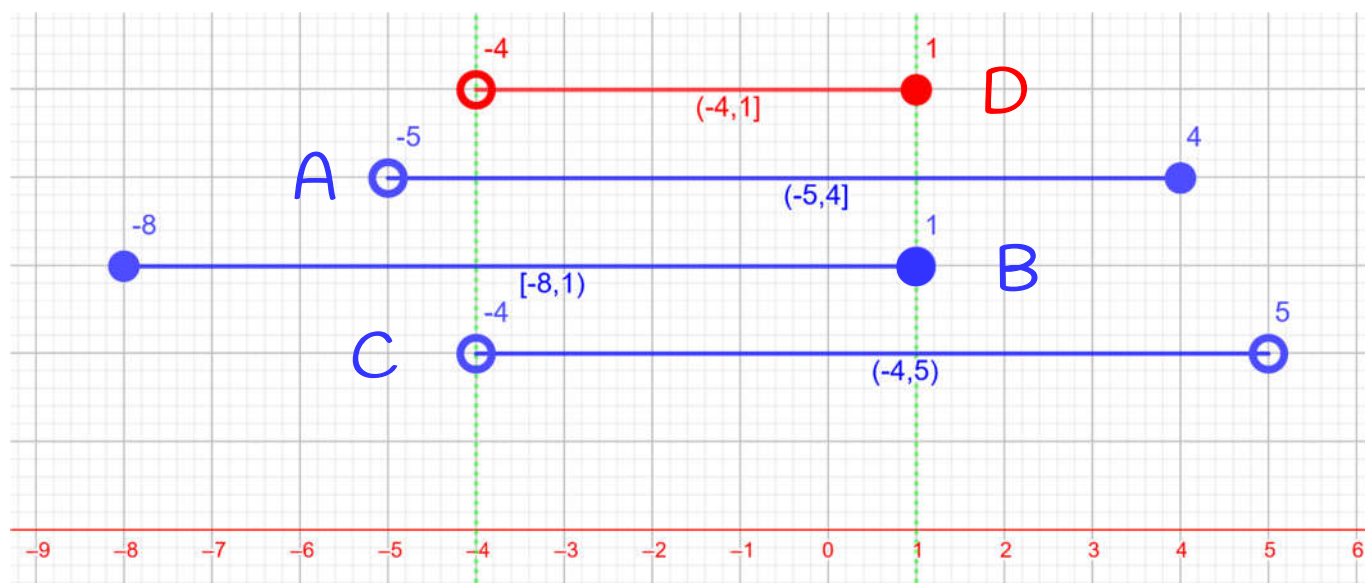
$$\rightarrow \log_5(5\sqrt{5}) = \frac{3}{2}$$

$$b) \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2\sqrt{8}}\right) = y \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^y = \left(\frac{1}{2\sqrt{8}}\right) \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^y = \left(\frac{1}{4\sqrt{2}}\right) \rightarrow \frac{1}{2^y} = \frac{1}{2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2^y} = \frac{1}{2^{\frac{5}{2}}} \rightarrow y = \frac{5}{2} \rightarrow \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2\sqrt{8}}\right) = \frac{5}{2}$$

Bonus.– Escribe tres intervalos A, B y C cuya intersección sea el intervalo $D: \{x \in \mathbb{R} / -4 < x \leq 1\}$

La respuesta a este ejercicio es abierta y tiene muchísimas soluciones, voy a buscar una de ellas dibujando:



He dibujado los intervalos $A=(-5, 4]$; $B=[-8, 1)$ y $C=(-4, 5)$ y vemos gráficamente que la intersección de todos ellos da como resultado el intervalo $D=(-4, 1]$

$$A \cap B \cap C = D$$