

| | | | | | | |
|--|----------------|-------------------|---------------|--|------------------|------|
| | Nombre: | SOLUCIONES | | | 1ª Evaluación | Nota |
| | Curso: | 3º ESO | Grupo: | | Examen II | |
| | Fecha: | | | | | |

La no explicación clara y concisa de cada problema implica una penalización del 25% de la nota

1.- Calcula paso a paso cada una de las siguientes operaciones combinadas. (1 punto)

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.9)

$$-4 \cdot (4-2)^{-2} - (-3+1)^3 + (2 \cdot 3)^2 : (-1-5) - 4 : (2-3)^{-7} = -4 \cdot (2)^{-2} - (-2)^3 + (6)^2 : (-6) - 4 : (-1)^{-7} =$$

$$= \frac{-4}{2^2} + 8 - 6 + 4 = \frac{-4}{4} + 8 - 6 + 4 = -1 + 8 - 6 + 4 = 5$$

2.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones. (Recuerda que en la última tendrás que calcular antes la fracción generatriz de cada uno de los números decimales.) (2 puntos)

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.2) (B.2.1.3) (B.2.1.9)

$$a) \left(\frac{10}{50}\right)^{-3} - \sqrt[3]{\frac{125}{27}} - \sqrt{\frac{25}{3} - \frac{11}{9}} \cdot \left(\sqrt[3]{-\frac{8}{125}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} - \sqrt[3]{\frac{5^3}{3^3}} - \sqrt{\frac{75}{9} - \frac{11}{9}} \cdot \left(\sqrt[3]{-\frac{2^3}{5^3}}\right)^{-1} =$$

$$= 5^3 - \frac{5}{3} - \sqrt{\frac{64}{9}} \cdot \sqrt[3]{-\frac{5^3}{2^3}} = 5^3 - \frac{5}{3} + \frac{8 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 125 - \frac{5}{3} + \frac{4 \cdot 5}{3 \cdot 1} = 125 - \frac{5}{3} + \frac{20}{3} = 125 + 5 = 130$$

$$b) 1,3 + 1,4 + 1,05 = \frac{13}{10} + \frac{14-1}{9} + \frac{105-10}{90} = \frac{13}{10} + \frac{13}{9} + \frac{95}{90} = \frac{117}{90} + \frac{130}{90} + \frac{95}{90} = \frac{342}{90} = \frac{19}{5}$$

3.- Un profesor escribe en la pizarra la siguiente operación: $\sqrt[5]{8^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} =$

Y pide a la mitad de la clase que la resuelva mediante las propiedades de los radicales, y a la otra mitad, que lo hagan con las propiedades de las potencias. ¿Qué resultado obtendrá cada una de las partes de la clase? (0,5 + 1 puntos)

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.5)

Mediante las propiedades de las potencias:

$$\sqrt[5]{8^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 2^{\frac{6}{5} \cdot 2} \cdot 2^{-\frac{2}{3} \cdot 2} \cdot 2^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{6 \cdot 2}{5} - \frac{2 \cdot 2}{3} - \frac{1}{2}} = 2^{\frac{36-20-15}{30}} = 2^{\frac{36-35}{30}} = 2^{\frac{1}{30}}$$

Mediante las propiedades de los radicales:

$$\sqrt[5]{8^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt[30]{8^{12}} \cdot \sqrt[30]{\frac{1}{4^{10}}} \cdot \frac{1}{\sqrt[30]{2^{15}}} = \sqrt[30]{(2^3)^{12}} \cdot \sqrt[30]{\frac{1}{(2^2)^{10}}} \cdot \sqrt[30]{\frac{1}{2^{15}}} = \sqrt[30]{\frac{2^{36}}{2^{20} \cdot 2^{15}}} = \sqrt[30]{2} = \sqrt[30]{2}$$

4.- Ordena de menor a mayor estos radicales. (0,5 puntos) $\sqrt{7}$ $\sqrt[3]{5}$ $\sqrt[4]{11}$

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.5)

Para poder ordenarlos, primero tenemos que reducir a índice común:

$$\sqrt{7} \quad \sqrt[3]{5} \quad \sqrt[4]{11} \quad \rightarrow \quad \text{m.c.m.}(2,3,4) = 12 \quad \rightarrow \quad \sqrt[12]{7^6} \quad \sqrt[12]{5^4} \quad \sqrt[12]{11^3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt[12]{7^6} = \sqrt[12]{117649} \\ \sqrt[12]{5^4} = \sqrt[12]{625} \\ \sqrt[12]{11^3} = \sqrt[12]{1331} \end{array} \right\} \rightarrow \sqrt[12]{5^4} < \sqrt[12]{11^3} < \sqrt[12]{7^6} \rightarrow \sqrt[3]{5} < \sqrt[4]{11} < \sqrt{7}$$

5.- Calcula aplicando las propiedades de las potencias de base 10: (1 punto)

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.5)

$$\frac{1000^2 \cdot \left(\frac{10}{0,1}\right)^{-2} : (0,001)^2 \cdot 100^{-3} \cdot 5^0}{(0,001)^{-2} \cdot 100^4 : (0,1)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{0,01}\right)^{-3}} = \frac{(10^3)^2 \cdot \left(\frac{10}{10^{-1}}\right)^{-2} : (10^{-3})^2 \cdot (10^2)^{-3}}{(10^{-3})^{-2} \cdot (10^2)^4 : (10^{-1})^{-3} \cdot \left(\frac{1}{10^{-2}}\right)^{-3}} = \frac{10^6 \cdot 10^{-4} : 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{10^{-6} \cdot 10^8 : 10^3 \cdot 10^6} = \frac{10^2}{10^5} = 10^{-3}$$

6.- Las dos quintas partes de las personas residentes en cierta población tienen más de 60 años y de ellos, uno de cada quince son personas de más de ochenta años. ¿Cuántos residentes tiene esa población sabiendo que los octogenarios son 48? (2 puntos)

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Nos dicen que $\frac{1}{15}$ de los $\frac{2}{5}$ de la población son personas de más de 80 años, por tanto:

$$\frac{1}{15} \text{ de } \frac{2}{5} \text{ son mayores de 80} = \frac{1}{15} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{75} \text{ son mayores de 80.}$$

Además, como nos dicen que en total son 48 octogenarios, llegamos a:

$$\frac{2}{75} \text{ de la población son 48 personas, por tanto: } \frac{1}{75} \text{ serán } 48:2=24 \text{ y de aquí, } \frac{75}{75} \text{ serán } 75 \cdot 24=1.800$$

Por tanto, el número de residentes es de 1.800 personas.

7.- Calcula los valores de a , b , c y d en esta igualdad: $\sqrt[3]{100^9 \cdot 98^9 \cdot 81^{15}} = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d$

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.8.3) (B.2.1.5)

Como el radicando está formado por números compuestos, vamos a empezar por descomponerlos en factores primos:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{100^9 \cdot 98^9 \cdot 81^{15}} &= \sqrt[3]{(10^2)^9 \cdot (2 \cdot 7^2)^9 \cdot (3^4)^{15}} = \sqrt[3]{[(2 \cdot 5)^2]^9 \cdot (2 \cdot 7^2)^9 \cdot (3^4)^{15}} = \\ &= \sqrt[3]{2^{18} \cdot 5^{18} \cdot 2^9 \cdot 7^{18} \cdot 3^{60}} = \sqrt[3]{2^{27} \cdot 3^{60} \cdot 5^{18} \cdot 7^{18}} = 2^9 \cdot 3^{20} \cdot 5^6 \cdot 7^6 \end{aligned}$$

Por tanto, $a=9$, $b=20$, $c=6$ y $d=6$

8.- Un camión cisterna tiene una capacidad de 5.000 litros y se desplaza a una velocidad constante de 80 km/h. ¿Cuánto tardará en traer una carga de agua de una fuente que está a 20 kilómetros y que arroja un caudal de 50 litros por minuto? (1 punto)

ESTANDARES DE APRENDIZAJE Y SU RELACION CON LAS COMPETENCIAS CLAVE: (B.1.1.1) (B.1.1.2) (B.1.1.3) (B.1.8.3) (B.2.1.10)

Si el camión tiene una capacidad de 5.000 litros y la fuente arroja un caudal de 50 litros por minuto, se llenará en:

$$5000l : 50 \frac{l}{\text{min}} = 100 \text{ min}$$

Si además el camión recorre 80 km en una hora, para recorrer 20 km tardará menos:

$$\frac{80 \text{ km}}{1 \text{ hora}} = \frac{20 \text{ km}}{x} \quad \rightarrow \quad x = \frac{20}{80} = \frac{1}{4} \text{ de hora}$$

Por tanto necesita 100 minutos para llenar el camión y otros 15 minutos para llegar desde la fuente al pueblo, en total 115 minutos.

Así que tardará 2 horas menos 5 minutos.

Bonus: Calcula el valor de k en la siguiente expresión: $\sqrt[4]{k} = \frac{1}{3}$

Mediante la definición de raíz cuarta: $\sqrt[4]{k} = \frac{1}{3} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{1}{3}\right)^4 = k \quad \rightarrow \quad k = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$