

	Nombre:	SOLUCIONES		EVAL I	Nota
	Curso:		Examen II		
	Fecha:		Naturales y Divisibilidad		

La no explicación clara y concisa de cada uno de los problemas implica una penalización del 25% de la nota

1.- Realiza paso a paso las siguientes operaciones combinadas de números naturales: (2 puntos)

$$a) (10-6):2+4\cdot2-2\cdot3=(4):2+8-6=2+8-6=4$$

$$b) 80:(12-4)-3:3=80:(8)-1=10-1=9$$

$$c) 0\cdot12+[6-6:6]-4+2\cdot1+3^3=0+[6-1]-4+2+27=5-4+2+27=30$$

$$d) 3\cdot\sqrt{25}-2\cdot(\sqrt{36}-3)=3\cdot5-2\cdot(6-3)=15-2\cdot3=15-6=9$$

2.- Calcula utilizando las propiedades de potencias: (1 punto)

$$a) (3^7\cdot3^2)^2=(3^{7+2})^2=(3^9)^2=3^{9\cdot2}=3^{18}$$

$$b) 2^{13}:(2^3)^4=2^{13}:2^{3\cdot4}=2^{13}:2^{12}=2^{13-12}=2^1=2$$

$$c) \left[(2^2)^0\right]^5=2^{2\cdot0\cdot5}=2^0=1$$

$$d) (4^5\cdot4^6):(4^{10}:4^3)=4^{5+6}:4^{10-3}=4^{11}:4^7=4^{11-7}=4^4$$

3.- Tres amigos juntan sus ahorros para comprar una colección de videojuegos usados de la PS5 que cuestan 150 euros en Wallapop. Si Mohamed tiene 27 euros, Cristina el doble que Mohamed y Alisha 18 euros menos que Cristina. ¿tienen suficiente dinero?, ¿Cuánto dinero les falta? (1 punto)

- **Mohamed** tiene 27 €.
- **Cristina** el doble que Mohamed, por tanto $27\cdot2=54$ €
- **Alisha** tiene 18 menos que Cristina, por tanto $54-18=36$ €



Así que entre los tres tienen:

$$27 + 54 + 36 = 117 \text{ €}$$

Por tanto, les faltan:

$$150 - 117 = 33 \text{ €}$$

Así que, no tienen suficiente dinero porque les faltan 33 € para poder comprar el lote de juegos.

4.- Calcula el máximo común divisor (M.C.D.) y el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de los números 360 y 540. (1 punto)

Para calcularlos, lo primero es descomponer en factores primos ambos números:

$$\begin{array}{r|l}
 360 & 2 \\
 180 & 2 \\
 90 & 2 \\
 45 & 3 \rightarrow 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 540 & 2 \\
 270 & 2 \\
 135 & 3 \\
 45 & 3 \rightarrow 540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}$$

Para calcular el máximo común divisor, cogemos los factores que se repiten con el exponente más pequeño:

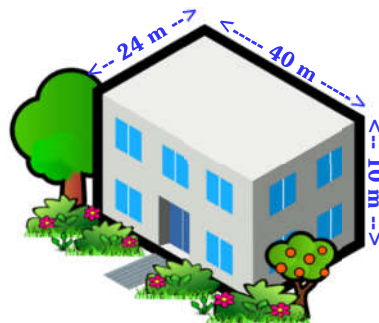
$$M.C.D.(360, 540) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$

Para calcular el mínimo común múltiplo, cogemos todos los factores, se repitan o no, con el mayor exponente:

$$m.c.m.(360, 540) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 1.080$$

Así que el mcm es 1.080 y el MCD es 180.

5.- Mi casa de Almería, tiene la forma de una caja de zapatos y para ahorrar en la factura de la electricidad he pensado en colocar unas placas solares en el tejado que sean cuadradas y lo más grandes posible. Sabiendo que las dimensiones de mi casa son 40 metros de largo por 24 metros de ancho y por 10 metros de alto, ¿Cuánto debe medir el lado de cada una de esas placas? ¿cuántas placas puedo poner? (2 puntos)



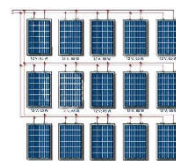
Si quiero colocar placas fotovoltaicas cuadradas lo más grandes posible, tengo que calcular el mayor de los divisores comunes, o lo que es lo mismo el máximo común divisor de 24 y de 40, puesto que las placas tienen que ser como máximo de 24 metros (más pequeñas = máximo). Así que, descomponemos y calculamos el MCD:

$$\left. \begin{array}{l} 24 = 8 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3 \\ 40 = 8 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5 \end{array} \right\} \rightarrow M.C.D.(40, 24) = 2^3 = 8 \text{ m}$$

(Recuerda que para calcular el MCD se cogían los factores comunes con el menor exponente)

Así que las placas cuadradas miden 8 metros de lado.

Para calcular cuántas placas puedo poner, dividimos 24 entre 8; $24:8=3$, así que en el lado que mide 24 m puedo poner 3 placas, y en el otro dividimos 40 entre 8; $40:8=5$, así que en el lado de 40 podemos poner 5 placas. Si hacemos un dibujo, podemos observar que en mi tejado se pueden poner $3 \cdot 5 = 15$ placas solares.



Se pueden poner 15 placas solares.

6.- En la ciudad mejicana de Playa del Carmen, un sitio turístico de la Riviera Maya, se ofrecen tres cruceros diferentes para visitar sus costas paradisíacas. El primero tarda 7 días en regresar a puerto, el segundo tarda 10 días y el tercero tarda 15 días. Si los tres cruceros partieron el mismo día, ¿cuántas semanas tardarán en volver a coincidir los tres cruceros? (1,5 puntos)

Si el primero tarda 7 días, el segundo 10 días y el tercero 15 días, volverán a coincidir después de que pasen 15 días, por tanto, el número tiene que ser mayor que ellos tres. Así que, estamos buscando de los múltiplos comunes de los tres, el menor, o lo que es lo mismo el m.c.m. de ambos.

$$\left. \begin{array}{l} 7 = 7 \\ 10 = 2 \cdot 5 \\ 15 = 3 \cdot 5 \end{array} \right\} \rightarrow m.c.m.(7, 10, 15) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210 \text{ días}$$

Quiere esto decir que volverán a coincidir pasado 210 días, que en semanas son $210:7=30$ semanas.

7.- Elvira se monta en el ascensor de su edificio y toquetea todos los botones de forma que, éste, sube 5 plantas, después baja 3, vuelve a subir 5, baja 8, sube 10, sube 5 y por último baja 6, parándose en la séptima planta ¿En qué planta entró Mónica en el ascensor? (1 punto)

Vamos a calcular cuánto ha subido o bajado, sumando y restando:

$$+ 5 - 3 + 5 - 8 + 10 + 5 - 6 = 8$$

Luego ha subido 8 plantas, si acaba en la séptima es porque estaba en: $7-8 = -1$ el primer sótano o la planta -1.

8.- Representa en la recta numérica y ordena de menor a mayor los siguientes números: (0,5 puntos)

$$+5, -3, -17, 0, +1, -2, -15$$



De menor a mayor: $-17 < -15 < -3 < -2 < 0 < 1 < 5$

BONUS.- Comprueba utilizando el criterio de divisibilidad del 7, que el número 1.260 es divisible por siete.

Sabemos que un número es divisible entre 7 si al cortarle la cifra de las unidades y a lo que queda de número (sin la cifra de las unidades) le restamos el doble de la cifra de las unidades el resultado es 0 o múltiplo de 7.

$$1260 \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 126 \end{array} \right. \rightarrow 126 - 2 \cdot 0 = 126 \left\{ \begin{array}{l} 6 \\ 12 \end{array} \right. \rightarrow 12 - 2 \cdot 6 = 12 - 12 = 0$$

Por tanto, queda comprobado que el número 1.260 es divisible entre 7.