	Nombre:	**S O L U C I O N E S**	1ª Evaluación	Nota
	Curso:		Examen I	
	Fecha:		**U.D. 1: Los números Reales**	

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Calcula paso a paso las siguientes operaciones combinadas: (2 puntos)

$$a)\ \left[\sqrt{36}:3\cdot\left(3^2-5\right)+4^2\cdot\left(\sqrt{16}-2\right):2\right]:\left(16^2:\sqrt{16}\cdot 8^3\right)^0=\left[6:3\cdot(9-5)+16\cdot(4-2):2\right]:1=$$

$$=\left[2\cdot 4+16\cdot 2:2\right]=8+16=24$$

$$b)\ 0,0\widehat{9}+\frac{1}{3+\frac{2}{3+\frac{1}{2}}}=\frac{1}{10}+\frac{1}{3+\frac{2}{\frac{7}{2}}}=\frac{1}{10}+\frac{1}{3+\frac{4}{7}}=\frac{1}{10}+\frac{1}{\frac{25}{7}}=\frac{1}{10}+\frac{7}{25}=\frac{5}{50}+\frac{14}{50}=\frac{19}{50}$$

2.- Un funcionario del estado ha tenido dos subidas de sueldo este año debido a la inflación, la primera del 2,5 % y la segunda del 0,5 %. Si su sueldo actual es de 1.854,23 €. ¿Cuál era su sueldo a principios de año?, Si el ministro de hacienda prometió un aumento del 3%, justifica razonadamente si les dijo la verdad o les mintió. (1 punto)

El salario del funcionario ha subido 2 veces a lo largo del último año, así que vamos a calcular el índice de variación de cada uno de los aumentos:

- Subida del 2,5% → $Iv_1=1+\frac{\%}{100}=1+\frac{2,5}{100}=1+0,025=1,025$
- Subida del 0,5 % → $Iv_2=1+\frac{\%}{100}=1+\frac{0,5}{100}=1+0,005=1,005$

El índice de variación total de estos dos aumentos se calcula multiplicando los índices de variación de cada uno de ellos:

$$Iv_{Total}=Iv_1\cdot Iv_2=1,025\cdot 1,005=1,030125$$

Para calcular el salario antes de ambas subidas nos ayudaremos de la expresión:

$$Cantidad_{final}=Cantidad_{inicial}\cdot Iv_{Total}$$

De la que despejaremos la cantidad inicial:

$$Cantidad_{inicial}=\frac{Cantidad_{final}}{Iv_{Total}}\quad\rightarrow\quad Cantidad_{inicial}=\frac{1.854,23}{1,030125}=1.800\ €$$

Por lo que, su sueldo a principios de año era de 1.800 €

Puesto que el Iv_{Total}=1,030125, el aumento total del salario ha sido del 3,0125 %, por tanto, podemos decir que el ministro cumplió con su promesa, es más, les aumentó el precio un poquito más de lo que prometió. Cosa rara en un político.

El ministro cumplió con su palaba puesto que subió un poco más del 3% del salario.

3.- En una muestra de pacientes que están siendo tratados de una enfermedad pulmonar, se observa que los 2/5 son no fumadores. Del resto de pacientes, los 2/9 no tienen colesterol. Si los pacientes que son fumadores y tienen colesterol son 210, ¿cuántos pacientes son fumadores sin colesterol?, ¿cuántos pacientes son fumadores?, ¿de cuántos pacientes consta la muestra? (1,5 puntos)

Si nos ayudamos de unas llaves para representar los datos del problema, llevamos a:

$$\text{Pacientes}\begin{cases}\frac{2}{5}\ \text{No Fumadores}\\ \frac{3}{5}\ \text{Si Fumadores}\begin{cases}\frac{2}{9}\ \text{No Colesterol}\\ \frac{7}{9}\ \text{Si Colesterol}\quad\rightarrow\quad 210\ \text{Pacientes}\end{cases}\end{cases}$$

Por tanto, como podemos observar en el cuadro anterior, 7/9 de los 3/5 de los pacientes son pacientes fumadores y con colesterol, y como nos dicen que estos son 210, con esto ya podemos calcular todo, empezando por el número de pacientes.

$$\frac{7}{9}\,de\,\frac{3}{5}\,\text{de los pacientes son 210 pacientes}\quad\rightarrow\quad\frac{7}{9}\frac{3}{5}=\frac{7}{15}$$

Si $\frac{7}{15}$ de los pacientes son 210, $\frac{1}{15}$ son 30 pacientes y $\frac{15}{15}$ son 30·15=450 pacientes.

El total de pacientes de la muestra es de 450 pacientes.

- Fumadores sin colesterol son: $\frac{2}{9}\,de\,\frac{3}{5}\,\text{de } 450 \quad\rightarrow\quad \frac{2}{9}\frac{3}{5}\cdot 450 = 60$ pacientes
- Fumadores son: $\frac{3}{5}\,\text{de } 450 \quad\rightarrow\quad \frac{3}{5}\cdot 450 = 270$ pacientes

Por tanto, la muestra es de 450 pacientes, de los cuales 270 son fumadores y de ellos 60 no tienen colesterol.

4.- Expresa en forma de intervalo los números que cumplen la expresión: $|x-4|\geq 1$ (1 punto)

Para ver que números cumplen la expresión, vamos a ir probando algunos de ellos:

$Si\ x=8 \rightarrow |8-4|=|4|=4\geq 1 \rightarrow$ funciona
$Si\ x=7 \rightarrow |7-4|=|3|=3\geq 1 \rightarrow$ funciona
$Si\ x=6 \rightarrow |6-4|=|2|=2\geq 1 \rightarrow$ funciona
$Si\ x=5 \rightarrow |5-4|=|1|=1\geq 1 \rightarrow$ funciona
$Si\ x=4{,}9 \rightarrow |4{,}9-4|=|0{,}9|=0{,}9\geq 1 \rightarrow$ No funciona
$Si\ x=4 \rightarrow |4-4|=|0|=0\geq 1 \rightarrow$ No funciona
$Si\ x=3{,}1 \rightarrow |3{,}1-4|=|-0{,}9|=0{,}9\geq 1 \rightarrow$ No funciona
$Si\ x=3 \rightarrow |3-4|=|-1|=1\geq 1 \rightarrow$ funciona
$Si\ x=2 \rightarrow |2-4|=|-2|=2\geq 1 \rightarrow$ funciona
$Si\ x=1 \rightarrow |1-4|=|-3|=3\geq 1 \rightarrow$ funciona

Luego queda claro que funciona para números menores o iguales que 3 y para números mayores o iguales que 5.

Que se puede expresar de dos formas diferentes: $\mathbb{R}-(3,5)$ ó $(-\infty,3]\cup[5,+\infty)$

5.- Los números 2,5 y 2,6 son dos aproximaciones del valor n=18/7. (2 puntos)

a) Calcula el error absoluto en cada caso.
b) ¿Cuál de las dos aproximaciones está más próxima a n?
c) ¿Cuál de ellas ha sido por redondeo y cual por truncamiento?
d) ¿Qué aproximación es mejor?

a) El error absoluto, E_A, es la diferencia en valor absoluto entre el valor real y el valor aproximado, y viene dado por: $E_A = \left|V_{Real} - V_{Aprox}\right|$

$$\rightarrow \begin{cases} \text{Para } 2{,}5 \rightarrow E_A = \left|V_{Real} - V_{Aprox}\right| = \left|\frac{18}{7} - \frac{5}{2}\right| = \frac{1}{14} \\ \text{Para } 2{,}6 \rightarrow E_A = \left|V_{Real} - V_{Aprox}\right| = \left|\frac{18}{7} - \frac{13}{5}\right| = \frac{1}{35} \end{cases}$$

b) Como sabemos de la teoría, el error absoluto indica cuánto nos alejamos del valor real, y se ve claramente que el error absoluto de 2,6 es menor que el de 2,5.

Aunque también se puede calcular el valor decimal de 18/7; $\frac{18}{7} = 2{,}\overparen{571428}$, y así queda claro que está más cercano de 2,6.

c) Pues esta respuesta es evidente, 2,5 es la aproximación por truncamiento mientras que 2,6 es la aproximación por redondeo.

d) Para saber qué aproximación era de mejor calidad, utilizábamos el error relativo, así que:

$$E_r = \frac{E_A}{V_R} \cdot 100 \rightarrow \begin{cases} \text{Para } 2{,}5 \rightarrow E_r = \frac{E_A}{V_R} \cdot 100 = \frac{1/14}{18/7} \cdot 100 = 2.78\% \\ \text{Para } 2{,}6 \rightarrow E_A = \frac{E_A}{V_R} \cdot 100 = \frac{1/35}{18/7} \cdot 100 = 1{,}11\% \end{cases}$$

Queda claro que la aproximación de 2,6 es mucho mejor

6.- Se ha pedido un préstamo a devolver durante 6 años a una tasa de interés compuesto trimestral del 3%. Si al final de esos 6 años hemos abonado en total 13.500 euros. ¿De qué capital se pidió el préstamo? (1 punto)

Se trata de un problema de interés compuesto del que conocemos el capital final, el tiempo, el T.I.N. y en el que nos piden el capital inicial. Por tanto, basta con despejar el capital inicial de la fórmula del interés compuesto:

$$C_{Final} = C_{Inicial} \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \rightarrow C_{Inicial} = \frac{C_{Final}}{\left(1 + \frac{r}{100}\right)^t}$$

El único problema que se nos presenta es que el TIN es del 3% trimestral y el tiempo es de 6 años, y como ya vimos en clase, ambas tenían que estar en las mismas unidades de tiempo, por tanto, expresaremos el tiempo en trimestres y todo irá bien.

$$6 \ \cancel{\text{años}} \cdot \frac{4 \text{ trimestres}}{\cancel{\text{año}}} = 24 \text{ trimestres}$$

Por tanto:

$$C_{\text{Inicial}} = \frac{C_{\text{Final}}}{\left(1+\frac{r}{100}\right)^t} = \frac{13.500}{\left(1+\frac{3}{100}\right)^{24}} = 6.641{,}11\ €$$

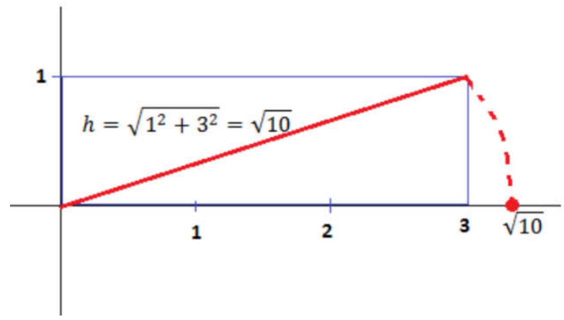
Por lo que el préstamo fue de 6.641,11 €.

7.- Representa de manera exacta en la recta real el número $\sqrt{10}$. (0,5 puntos)

Para ello, nos ayudaremos del Teorema de Pitágoras. Sabemos que el número $\sqrt{10}$ es la diagonal de un rectángulo de lados 3 y 1:

$$\sqrt{10} = \sqrt{9+1} = \sqrt{3^2+1^2}$$

Por tanto, si lo dibujamos tenemos la figura de la derecha y bastaría con ayudarnos de un compás para pinchar en el (0,0) y prolongar la diagonal hasta la recta real. Esto nos daría la medida de $\sqrt{10}$ en dicha recta.



8.- En un remoto poblado de Nueva Guinea hay 1.400 mujeres. El 14 % de ellas lleva un solo pendiente. Del 86% restante, la mitad lleva dos pendientes y la otra mitad no lleva ninguno. Si los hombres del poblado no llevan pendientes, ¿Cuántos pendientes hay en total en dicho poblado? (1 punto)

Si el 14 % de las mujeres lleva un pendiente y del resto, el 86 %, la mitad lleva dos y la otra ninguno, esto es como si el 86 % de las mujeres llevara un pendiente, o lo que es lo mismo que todas llevan 1 pendiente.

Por tanto, en el poblado hay 1.400 pendientes.

Si nos ayudamos de un esquema:

1.400 Mujeres
- 14% lleva 1 pendiente
- 86%
  - 50% llevan 2 pendientes
  - 50% llevan 0 pendientes

  Es como si el 86 % llevaran 1 pendiente → Todas llevan 1 pendiente

Bonus: Para que un interés simple anual proporcione los mismos intereses que un interés compuesto, ambos al mismo T.I.N., ¿durante cuánto tiempo habría que dejar depositado el capital en el banco? **Justifica la respuesta**

El capital final en un interés simple viene dado por: $C_f = C_o + I = C_o + \frac{C_o \cdot r \cdot t}{100} = C_o \cdot \left(1+\frac{r \cdot t}{100}\right)$, mientras que en un interés compuesto viene dado por: $C_f = C_o \cdot \left(1+\frac{r}{100}\right)^t$, para que sean iguales, basta con igualarlas:

$$C_o \cdot \left(1+\frac{r \cdot t}{100}\right) = C_o \cdot \left(1+\frac{r}{100}\right)^t \quad \rightarrow \quad \cancel{C_o} \cdot \left(1+\frac{r \cdot t}{100}\right) = \cancel{C_o} \cdot \left(1+\frac{r}{100}\right)^t \quad \rightarrow \quad 1+\frac{r \cdot t}{100} = \left(1+\frac{r}{100}\right)^t$$

$$Si\ t=1 \quad \rightarrow \quad 1+\frac{r \cdot 1}{100} = \left(1+\frac{r}{100}\right)^1 \quad \rightarrow \quad 1+\frac{r}{100} = 1+\frac{r}{100} \quad \rightarrow \quad 0=0 \quad \rightarrow \quad \text{Identidad}$$

Por tanto, el tiempo ha de ser de 1 año para que los intereses sean los mismos.

Compruébalo con un ejemplo y verás.