

1.- Un automovil circula por una carretera rectilínea con una velocidad de 54 km/h y desde él se lanza una piedra perpendicularmente a la carretera con una velocidad de 5 m/s.

a) ¿Cuál es el valor de la velocidad de la piedra en el instante del lanzamiento?

En realidad nos piden el módulo del vector velocidad, y para ello lo primero es escribir todas sus componentes en m/s.

$$54 \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000\cancel{\text{m}}}{1\cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\cancel{\text{h}}}{3600\text{s}} = 15\text{ms}^{-1}$$

Por tanto el vector velocidad será:

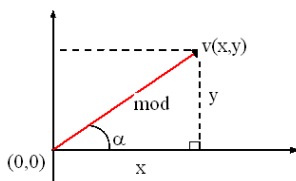
$$\vec{V} = 15\mathbf{i} + 5\mathbf{j} \text{ m/s} = (15, 5)$$

y su módulo:

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{15^2 + 5^2} = 5\sqrt{10}\text{ms}^{-1} = 15,81\text{ms}^{-1}$$

Así que **la velocidad de la piedra en el momento del lanzamiento es de 15,81 m/s.**

b) ¿Qué ángulo forma el vector velocidad con la carretera?



Utilizando las razones trigonométricas:

$$\text{sen} \alpha = \frac{v_y}{v} = \frac{5}{15,81} = 0,32 \rightarrow \alpha = \text{Arcsen}(0,32) = 18^\circ 26' 6''$$

El ángulo formado es de 18 grados, 26 minutos y 6 segundos.

2.- Un motorista sale de su casa a las seis de la mañana. Al llegar a un cierto lugar, se le estropea la moto y ha de volver andando. Calcular a qué distancia ocurrió la avería, sabiendo que las velocidades en moto y andando son respectivamente de 90 Km/h y de 5 Km/h y que llegó a su casa 4 horas después.

Si llamamos x a la distancia entre su casa y el punto donde se estropea la moto. Podemos escribir las ecuaciones de ambos movimientos:

$$\text{Moto : } x = 90t_m \quad \text{a Pie : } x = 5t_p$$

Donde el tiempo total es de 4 horas: $t_m + t_p = 4 \rightarrow t_p = 4 - t_m$

Si sustituimos en la ecuación de a pie, obtenemos un sistema:
$$\begin{cases} x = 90t_m \\ x = 5(4 - t_m) \end{cases}$$

Si lo resolvemos:

$$90t_m = 5(4 - t_m) \rightarrow 90t_m = 20 - 5t_m \rightarrow 95t_m = 20 \rightarrow t_m = \frac{4}{19} \text{ horas}$$

Por tanto el espacio recorrido en moto será:

$$x = 90t_m = 90 \cdot \frac{4}{19} = 18,95 \text{ km}$$

Así que **la avería ocurre a aproximadamente 19 km de su casa.**

3.- Unos delincuentes pasan un control de policía a una velocidad constante de 180 km/h. Cinco segundos después sale un coche patrulla para darles caza con una aceleración constante de 2 m/s^2 .

a) ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzarlos?

Tenemos un alcance de dos móviles que se mueven uno con MRU y el otro con MRUA.

Si llamamos x al espacio recorrido por ambos y t al tiempo transcurrido para los delincuentes, para la policía, que sale 5 segundos después, el tiempo será $t-5$. Con esto las ecuaciones de ambos movimientos serán:

$$\text{Policia : } x = x_o + v_{op} \cdot (t-5) + \frac{1}{2} a (t-5)^2 = \frac{1}{2} a (t-5)^2 = \frac{1}{2} 2 (t-5)^2 = (t-5)^2$$

$$\text{Delincuentes : } x = x_o + v_d \cdot t = v_d \cdot t = 50t$$

Tenemos un sistema en el que:

$$\begin{cases} x = (t-5)^2 \\ x = 50t \end{cases} \rightarrow \text{si igualamos ambas expresiones: } (t-5)^2 = 50t \rightarrow t^2 - 10t + 25 = 50t$$

Obtenemos una ecuación de segundo grado, cuya solución es:

$$t^2 - 60t + 25 = 0 \rightarrow t = \frac{60 \pm \sqrt{60^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2} = \frac{60 \pm 10\sqrt{35}}{2} = \begin{cases} t_1 = 59,58s \\ t_2 = 0,42s \end{cases}$$

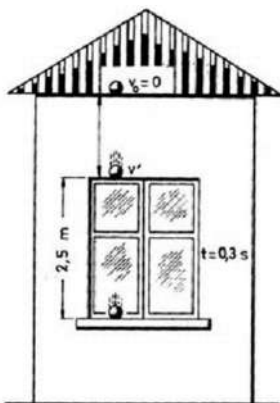
Como la policía sale 5 segundos mas tarde, **tardan en alcanzarlos aproximadamente 55 segundos.**

b) ¿A qué distancia del control los alcanzan?

$$\text{Sustituyendo en } x = 50t = 50 \cdot 59,58s = 2979m$$

Por tanto los alcanzan **a 2.979 metros del control.**

4.- Se deja caer una pelota desde la cornisa de un edificio y tarda 0,3 segundos en pasar por delante de una ventana de 2,5 metros de alto. ¿A qué distancia de la cornisa se encuentra el marco superior de la ventana?



Como se trata de una caída libre, tenemos: $y = y_o + v_o t + \frac{1}{2} g t^2$

En el trayecto de la ventana:

$$2,5 = v' \cdot 0,3 + \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot (0,3)^2$$

Si despejamos v' que es la velocidad al empezar la ventana:

$$v' = \frac{y - \frac{1}{2} g t^2}{t} = \frac{2,5m - 0,5 \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot (0,3s)^2}{0,3s} = 6,86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Por tanto la velocidad de la pelota al comenzar la ventana es de 6,86 m/s

Para calcular la distancia entre la cornisa y la ventana utilizamos la ecuación independiente del tiempo:

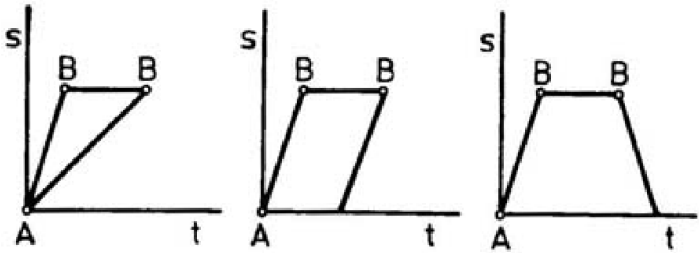
$$v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot g \cdot h \quad \rightarrow \quad h = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{(6,86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 2,4 \text{ m}$$

Por tanto, la ventana **está 2,4 metros por debajo de la cornisa.**

5.-

a) Un móvil va de A a B, se detiene en B un rato y por último regresa a A por el mismo camino y con la misma velocidad. Justifica cuál de estas gráficas representa correctamente su movimiento

La gráfica 3, porque en las otras dos el tiempo vuelve hacia atrás, y eso es imposible.



b) ¿Es posible que un móvil parta del reposo con movimiento rectilíneo y uniforme? ¿Por qué?

No, si cambia de velocidad habrá aceleración, y si hay aceleración no es un MRU.

BONUS.- Un ciclista va por una región donde existen subidas y bajadas, ambas de igual longitud. En las subidas marcha a 5 km/h, y en las bajadas, a 20 km/h. Calcula su velocidad media en km/h.

Si las subidas y las bajadas tienen la misma longitud X, tenemos:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Sub} : x = 5 \cdot t_s \quad \rightarrow \quad t_s = \frac{x}{5} \\ \text{Baj} : x = 20 \cdot t_b \quad \rightarrow \quad t_b = \frac{x}{20} \end{array} \right\} \text{ la velocidad media se calcula } V = \frac{s}{t}$$

Si sustituimos con los datos obtenidos:

$$V = \frac{x + x}{t_s + t_b} = \frac{2x}{\frac{x}{5} + \frac{x}{20}} = \frac{2x}{\frac{5x}{20}} = \frac{40x}{5x} = 8 \text{ km/h}$$

Por tanto **la velocidad media es de 8km/h**

1.- Dado el triángulo de vértices A(4,-2), B(-8,-2) y C(-2,6).

a) Halla su perímetro.

Para hallar el perímetro, calculamos primero los vectores que unen dichos puntos:

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (-8, -2) - (4, -2) = (-12, 0)$$

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (-2, 6) - (4, -2) = (-6, 8)$$

$$\overrightarrow{BC} = C - B = (-2, 6) - (-8, -2) = (6, 8)$$

Calculamos los módulos de cada uno y los sumamos:

$$\overrightarrow{AB} = (-12, 0) \rightarrow \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{144} = 12$$

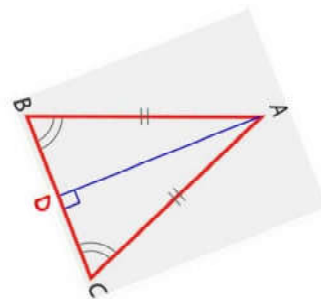
$$\overrightarrow{AC} = (-6, 8) \rightarrow \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{36 + 64} = 10$$

$$\overrightarrow{BC} = (6, 8) \rightarrow \|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{36 + 64} = 10$$

Por tanto, **su perímetro es de 32 unidades de longitud.**

b) Comprueba que es isósceles.

Queda claro que se trata de un triángulo isósceles porque al calcular los módulos de los tres vectores hemos visto que hay dos iguales y otro diferente, por tanto **es isósceles.**



2.- Un acorazado se aleja de la costa, en la que hay un alto acantilado. A 680 m de la costa dispara un cañonazo y el eco es percibido 4,1 s después. Calcula, en kilómetros por hora, la velocidad del acorazado sabiendo que es constante. (la velocidad del sonido es de 340 m/s).



Tenemos un barco que se aleja de la costa a velocidad constante v_b . Y tenemos el sonido que se desplaza en sentido contrario. Por tanto el eco va desde el barco a la costa y de la costa vuelve al barco.

Si el eco es percibido 4,1 segundos después, quiere decir que el sonido ha recorrido:

$$s = v_s \cdot t = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 4,1 \text{ s} = 1394 \text{ m}$$

Si el barco está a 680 m de la costa, el sonido recorre 1360 metros entre ir y volver, por tanto la diferencia es la distancia que recorre el barco.

$$x_b = 1394 \text{ m} - 680 \cdot 2 = 1394 - 1360 = 34 \text{ m}$$

$$\text{Así que la velocidad del barco vendrá dada por } v_b = \frac{s}{t} = \frac{34 \text{ m}}{4,1 \text{ s}} = 8,29 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 29,85 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

Por tanto el barco **se desplaza a aproximadamente 30 km/h.**

3.- Un automóvil circula con una velocidad constante de 120 Km/h cuando el conductor ve una colisión múltiple a 90 metros de distancia, pisa el freno y aplica al coche una deceleración de 6 m/s^2 , si el tiempo de reacción del conductor es de 0,15 segundos, averigua si logrará detenerse a tiempo o si por el contrario chocará con los otros vehículos.

$$\text{Convertimos la velocidad a metros por segundo: } v = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{100 \text{ m}}{3 \text{ s}} = 33,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Si el conductor tarda 0,15 segundos en reaccionar, el coche recorre en ese tiempo:

$$s_o = v \cdot t = \frac{100 \text{ m}}{3 \text{ s}} \cdot 0,1 \text{ s} = \frac{10}{3} \text{ m} = 3,33 \text{ m}$$

Para calcular el espacio recorrido por el coche hasta frenar, utilizamos la ecuación independiente del tiempo:

$$v_f^2 - v_o^2 = 2 \cdot a \cdot s \quad \rightarrow \quad s_f = \frac{v_f^2}{2 \cdot a} = \frac{(33,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 92,59 \text{ m}$$

Así que el coche recorre en total:

$$S = s_o + s_f = 3,33 + 92,59 = 95,92 \text{ m}$$

Por tanto **chocará con los otros.**

4.- Una piedra cae libremente y pasa por delante de un observador situado a 300 m del suelo. A los dos segundos pasa por delante de otro que está a 200 m del suelo. Calcular:
a) altura desde la que cae.

Como se trata de una caída libre, tenemos: $y = y_o + v_o t + \frac{1}{2} g t^2$

En el trayecto entre los dos observadores, la piedra recorre 100 m y tarda 2 segundos.

Si despejamos v_o que es la velocidad al pasar por el primer observador:

$$v_o = \frac{y - \frac{1}{2} g t^2}{t} = \frac{100 \text{ m} - 0,5 \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot (2 \text{ s})^2}{2 \text{ s}} = 40,19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Por tanto la velocidad de la piedra al llegar al primer observador es de 40,19 m/s

Para calcular la altura desde la que cae utilizamos la ecuación independiente del tiempo:

$$v_f^2 - v_o^2 = 2 \cdot g \cdot h \quad \rightarrow \quad h = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2 \cdot g} = \frac{(40,19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2 \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 82,33 \text{ m}$$

Por tanto, la piedra cae desde una altura de 82,33 metros por encima del primer observador, así que la piedra **cae desde una altura total de 382,33 metros.**

b) velocidad con que choca contra el suelo.

Para esto basta sustituir otra vez en la independiente del tiempo:

$$v_f^2 - v_o^2 = 2 \cdot g \cdot h \quad \rightarrow \quad v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 382,33 \text{ m} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} = 86,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Por lo que choca contra el suelo a 86,6 m/s.

5.-

a) ¿Es lo mismo trayectoria que desplazamiento ?. Explica la respuesta con un ejemplo.

En general no, pero en los movimientos rectilíneos si.

b) Justifica si es posible que un móvil parta del reposo con un MRU.

No es posible, porque si cambia la velocidad habrá aceleración, y si hay aceleración no es un MRU.

1.- El vector $\overline{AB}$ tiene la misma dirección que el vector $\overline{CD}$, sus sentidos son opuestos y la longitud de $\overline{CD}$ es tres veces la de $\overline{AB}$. Determina las coordenadas del punto D sabiendo que A(3,-2), B(6,1) y C(5,5). Haz una comprobación gráfica del resultado.

Calculamos al vector $\overline{AB} = B - A = (6,1) - (3,-2) = (3,3)$, su módulo es: $\|\overline{AB}\| = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

Si el módulo del vector $\overline{CD}$ es el triple del de $\overline{AB}$, tenemos que: $\|\overline{CD}\| = 3\|\overline{AB}\| = 3 \cdot 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

Como además los dos vectores son opuestos y paralelos, el vector $\overline{CD}$ será de la forma $\overline{CD} = (a,a)$ porque las dos componentes son iguales.

Si llamamos al punto D(x,x), y calculamos el vector $\overline{CD} = D - C = (x,x) - (5,5) = (x-5, x-5)$

Su módulo será: $\|\overline{CD}\| = \sqrt{(x-5)^2 + (x-5)^2} = 9\sqrt{2}$

Si elevamos al cuadrado ambas expresiones: $(x-5)^2 + (x-5)^2 = 162$ y operamos un poco, llegamos a:

$$x^2 - 10x + 25 + x^2 - 10x + 25 = 162 \rightarrow 2x^2 - 20x + 50 = 162 \rightarrow x^2 - 10x - 56 = 0$$

$$\text{Que si resolvemos nos da: } x^2 - 10x - 56 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 14 \end{cases}$$

Por tanto el punto D sería D(4,4) ó D(14,14).

Desechamos la segunda opción porque si D(14,14) no se verifica una de las premisas del problema.

2.- En el último tramo del rally Paris-Dakar, a 30 km de la meta, pasa por el control un vehículo todo terreno a una velocidad constante de 125 km/h. Cinco minutos más tarde pasa por el mismo control una moto que circula a 170 km/h. Supuestas las dos velocidades constantes:

a) ¿Qué vehículo llega primero a la meta?, ¿Por qué?

Ambos vehículos se desplazan con un MRU. Veamos cuánto tarda en llegar el primero:

$$v = \frac{x}{t} \rightarrow t_1 = \frac{x}{v} = \frac{30\text{km}}{125\text{km/h}} = 0,24\text{h} = 864\text{s}$$

En cuanto al segundo:

$$v = \frac{x}{t} \rightarrow t_2 = \frac{x}{v} = \frac{30\text{km}}{170\text{km/h}} = 0,18\text{h} = 635,3\text{s}$$

Si el segundo sale 5 minutos después, entonces tardaría:

$$t_2 = 635,3\text{s} + 300\text{s} = 935,3\text{s}$$

Por tanto, llegaría primero **el vehículo todo terreno**.

b) ¿A qué distancia de la meta se encontrará el segundo en ese instante?

Si el primero tarda 864 s y el segundo 935,3 s, entonces cuando el primero esté en la meta el segundo estará a:

$$t = t_2 - t_1 = 935,3\text{s} - 864\text{s} = 71,3\text{s}$$

Luego conocido el tiempo, podemos calcular a qué distancia se encuentra:

$$v = \frac{x}{t} \rightarrow x = vt = 170 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{71,3\text{s}}{3600\text{s/h}} = 3,367\text{km}$$

Por tanto, cuando el 4X4 llega a la meta, la moto se encuentra **a 3,367 km de la meta**.

3.- Un conejo corre hacia su madriguera que se encuentra a 150 m de su posición a una velocidad constante de 54 km/h. En ese preciso instante un perro que se encuentra 30 metros más atrás, inicia su persecución con una aceleración constante de 3 m/s². Deduce si el perro alcanza al conejo antes de que se meta en su madriguera.

Si expresamos la velocidad del conejo en unidades S.I., tenemos: $v_{\text{conejo}} = 15\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ podremos calcular el tiempo que tardaría en llegar a su madriguera si se desplaza con MRU:

$$v = \frac{x}{t} \rightarrow t_{\text{conejo}} = \frac{x}{v} = \frac{150\text{m}}{15\text{m/s}} = 10\text{s}$$

Por el contrario, el perro se desplaza con MRUA, si recorre 150m+30m=180m con una aceleración constante de 3 m/s², tardará:

$$x = \cancel{x_0} + \cancel{v_0}t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}at^2 \rightarrow t_{\text{perro}} = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 180\text{m}}{3\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}} = 2\sqrt{30}\text{s} = 10,95\text{s}$$

Como vemos el conejo tarda menos en llegar, por lo que **el perro no lo alcanza**.

4.- Una piedra se lanza verticalmente hacia arriba y cae al suelo 10 segundos después de su lanzamiento.

a) Calcula la velocidad con la que se lanzó.

Si tarda 10 segundos en subir y bajar, es porque tarda 5 segundos en subir y otros cinco segundos en bajar, por tanto, con este dato podemos calcular la velocidad inicial, sabiendo que la velocidad final en la subida es cero.

$$v = v_0 + gt \rightarrow 0 = v_0 + gt \rightarrow v_0 = -gt = -(-9,81)\text{m/s}^2 \cdot 5\text{s} = 49,05 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Se lanzó con 49,05 m/s de velocidad.

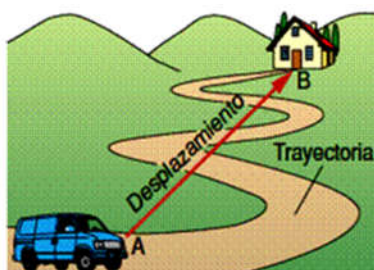
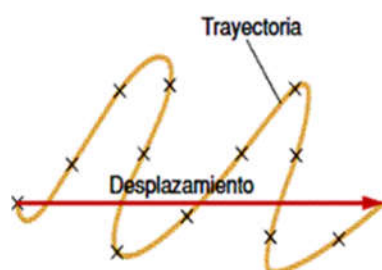
b) Calcula la altura máxima alcanzada.

Para la altura máxima alcanzada, utilizamos la ecuación independiente del tiempo:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot g \cdot h \rightarrow h = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{0 - (49,05\text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2}{2 \cdot (-9,81\text{m}\cdot\text{s}^{-2})} = 122,625\text{m}$$

Así que alcanzará **aproximadamente 123 metros de altura**.

5.- Desde un punto de vista conceptual, ¿es lo mismo decir trayectoria recorrida que desplazamiento realizado?, ¿Podría darse algún caso en el que estas dos magnitudes coincidieran?



Desde un punto de vista conceptual no, la trayectoria es una magnitud escalar, mientras que el desplazamiento es una magnitud vectorial, así que queda claro que no son la misma cosa.

Ocurre que en movimientos rectilíneos, ambas coinciden puesto que la trayectoria es rectilínea y el vector desplazamiento está sobre ella, por tanto coincide la trayectoria con el módulo del vector desplazamiento.

BONUS.- Un ciclista va por una región donde existen subidas y bajadas, ambas de igual longitud. En las subidas marcha a 5 km/h, y en las bajadas, a 20 km/h. Calcula su velocidad media en km/h.