



1. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado con paréntesis.

a) $3(x+1) + (3-x) = 7 - 3(1-x)$

c) $-(3-2x) - (x+1) = -11 - 3(1-x)$

b) $2(x+2) - (x+3) = 1 - 3x$

d) $2x+1 = 15 - 2(7-x)$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado con denominadores.

a) $\frac{3x}{2} - \frac{2x}{3} - \frac{5}{3} = 0$

c) $\frac{3x-1}{4} - \frac{2x}{3} = \frac{1}{12}$

b) $\frac{5x}{4} - x = 2$

d) $\frac{3-x}{5} + \frac{x}{3} = \frac{4}{5}$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones con paréntesis y denominadores.

a) $\frac{2(x+2)}{3} - \frac{6-x}{4} = \frac{5}{3}$

c) $\frac{3x-1}{4} - 3\left(1 - \frac{2x}{3}\right) = \frac{31}{4}$

b) $\frac{3x}{4} - 3\left(x - \frac{2x}{3}\right) = -\frac{5}{4}$

d) $\frac{4(2x-1)}{3} - \frac{x}{3} = -\frac{1}{2} - \frac{3(2-4x)}{2}$

4. Completa el siguiente *EcuSudoku*, en el que tienes que cambiar cada letra por el resultado de las ecuaciones de primer grado correspondientes que se muestran más abajo.

(En cada fila, columna o caja del *EcuSudoku* aparecen todos los números del 1 al 9).

5	3	H	E	7	F	I	B	A
6	D	A	1	9	5	C	H	F
B	9	8	C	H	A	G	6	D
8	G	I	D	6	B	H	A	3
4	A	E	8	G	3	D	I	1
7	B	C	I	2	H	F	G	6
I	6	B	G	C	D	2	8	H
A	F	D	4	1	9	E	C	5
C	H	G	A	8	E	B	7	9

A. $6 + 2x - 3 = 5x - 4x + 5$

D. $\frac{x+3}{2} + \frac{2x-4}{5} = x$

G. $3(2-x) + 4 = 5 - (3x-10) - x$

B. $2(3x+1) - 2\left(x - \frac{7}{2}\right) = x + 12$

E. $5(2x-7) - (x-2) = 3 + 3x$

H. $\frac{12x}{3} + 2 = \frac{3x}{2} + 12$

C. $10 - 2(-x+3) = 4x - 2$

F. $\frac{x+2}{2} + 5 = x - \frac{x-2}{3} + 4$

I. $\frac{x-5}{4} - \frac{x-5}{36} = \frac{x-1}{9}$



1. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas.

- | | |
|------------------|---------------------|
| a) $x^2 - 1 = 0$ | d) $5x^2 + 125 = 0$ |
| b) $x^2 - 4 = 0$ | e) $2x^2 = 2$ |
| c) $3x^2 = 27$ | f) $4x^2 = 1$ |

2. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas.

- | | |
|---------------------|------------------|
| a) $2x^2 - 8x = 0$ | d) $5x^2 = 125x$ |
| b) $x^2 - 4x = 0$ | e) $2x^2 = 4x$ |
| c) $5x^2 - 25x = 0$ | f) $2x^2 = -2x$ |

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado completas.

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| a) $x^2 - 5x + 6 = 0$ | d) $2x^2 + 7x - 15 = 0$ |
| b) $x^2 - 6x + 8 = 0$ | e) $2x^2 - 5x + 2 = 0$ |
| c) $x^2 + 3x - 4 = 0$ | f) $6x^2 - 14x + 4 = 0$ |

4. Sin resolver las siguientes ecuaciones, indica el número de soluciones que tiene cada una de ellas.

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| a) $x^2 - x + 1 = 0$ | d) $x^2 - 3x - 4 = 0$ |
| b) $x^2 - 2x + 1 = 0$ | e) $x^2 - 4x + 4 = 0$ |
| c) $x^2 + 7x + 12 = 0$ | f) $x^2 + x + 6 = 0$ |

5. Calcula el valor de k que debe tomar en cada una de las siguientes ecuaciones para que tengan una única solución, y resuélvelas para dicho valor de k .

- | | |
|-----------------------|--------------------------|
| a) $x^2 + 4x + k = 0$ | d) $x^2 - kx + 16 = 0$ |
| b) $x^2 + 2x + k = 0$ | e) $kx^2 - 3x + 3 = 0$ |
| c) $x^2 - kx + 9 = 0$ | f) $kx^2 - 20x + 10 = 0$ |

6. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado.

- | | |
|---|------------------------------|
| a) $x^2 - \frac{x}{2} = \frac{1}{3} - \frac{2x}{3}$ | c) $6(x+2)^2 = 13(x+1)(x+2)$ |
| b) $\frac{x^2}{2} - \frac{3x}{5} = \frac{1}{5} - \frac{x}{6}$ | d) $(2x+1)(x+1) = 5(x+1)$ |



1. Si sumamos 5 unidades al doble de un número, se obtiene el mismo resultado que si le sumamos 7 unidades a ese número. ¿Cuál es dicho número?
2. La suma de tres números impares consecutivos es 177. Halla esos tres números.
3. La diferencia entre la cuarta y la quinta parte de un número es 20. Halla dicho número.
4. Daniela es tres años más joven que su hermana Martina y un año mayor que su hermano Hugo. Entre los tres suman la edad de su madre, Arantxa, que tiene 38 años. ¿Cuál es la edad de cada uno de ellos?
5. En un taller se han contado 42 vehículos en total, sabiendo que hay motos y coches. Y si cuentas sus ruedas hay un total de 108. ¿Cuántas motos y cuántos coches hay en el taller?
6. Lucía ayuda a su padre, que trabaja en una óptica, a limpiar las lentes de los artículos que hay en el escaparate: telescopios, prismáticos y gafas de sol. Cada telescopio tiene 5 lentes, cada prismático tiene 4, y todas las gafas tienen 2. Si hay la mitad de prismáticos que de gafas, y la quinta parte de telescopios que de prismáticos, ¿cuántos artículos hay de cada tipo si Lucía ha limpiado un total de 90 lentes?
7. Si restamos 10 unidades al cuadrado de un número, el resultado coincide con el triple de dicho número. ¿Cuál es el número buscado?
8. El producto de dos números enteros consecutivos es 72. ¿Cuáles son dichos números?
9. El producto de dos números pares positivos consecutivos es igual a 48. ¿Cuáles son dichos números? ¿Existen dos pares consecutivos negativos que satisfagan la condición anterior?
10. El área de una habitación rectangular es 6 m^2 . Calcula las dimensiones de dicha habitación si se sabe que uno de sus lados es 5 metros más largo que el otro. Plantea una ecuación de segundo grado para resolverlo.
11. Calcula cuánto mide la base de un triángulo isósceles de área 20 cm^2 si su altura mide 3 cm más que su base.



El **folio** es un formato de papel cortado al tamaño de 215 mm de ancho y 315 mm de largo. Era el tamaño de papel usual en Europa, hasta que se adoptó la norma internacional de papel DIN, y el tamaño estándar de papel más común pasó a ser el **A4**.

1. Mide los lados de una hoja de tamaño A4. ¿Cuánto vale la razón $\frac{\text{largo}}{\text{ancho}}$?

Si hubieras colocado el ancho en el numerador y el largo en el denominador, habrías obtenido un resultado distinto (el inverso). En esta ficha, al referirnos a la razón entre los lados de una hoja, entenderemos siempre el cociente del **lado mayor entre el menor**.

2. Puede que el resultado del ejercicio anterior no te resulte familiar. Calcula el cuadrado de la razón con ayuda de una calculadora.

Vemos entonces que la razón entre los lados del formato A4 es la raíz cuadrada de un número entero.

A continuación, dobla la hoja A4 por la mitad del lado mayor. El formato que resulta se llama **A5**, y es parecido a una **cuartilla** (que es la mitad de un folio).

3. ¿Cuánto vale la razón de los lados de un papel de tamaño A5?

El formato A3 se obtiene pegando dos hojas A4 por el lado mayor. El tamaño es similar al del **pliego**, que es el resultado de unir dos folios por el lado largo.

4. ¿Cuánto vale la razón de los lados de un papel de tamaño A3? ¿Qué observas?

Imagina que queremos diseñar un tamaño de papel que no sea proporcional al formato A4 (es decir, con distinto cociente entre sus lados), pero que también cumpla la propiedad observada en el ejercicio anterior.

Para ello, supongamos que el lado mayor mide c , y el menor, d . Así, la razón entre los lados es $x = \frac{c}{d}$.

Al doblar el papel, obtenemos una hoja cuyos lados miden d (coincide con el menor de la hoja anterior) y $\frac{c}{2}$ (es la mitad del lado mayor de la hoja anterior). Pueden ocurrir dos casos:

A. Primer caso: El lado mayor es $\frac{c}{2}$.

En este caso, la razón entre los lados de la nueva hoja es $\frac{\frac{c}{2}}{d} = \frac{1}{2}x$, la mitad de la razón de la hoja inicial.

Para que la razón entre los lados sea igual en ambos tamaños debe cumplirse la ecuación $x = \frac{x}{2}$, cuya única solución es $x = 0$. Por lo tanto, si el lado mayor es $\frac{c}{2}$, es imposible que se cumpla la propiedad buscada.

B. El lado mayor es d .

En este caso, la razón entre los lados de la nueva hoja es $\frac{d}{\frac{c}{2}} = \frac{2}{x}$, es decir, el doble del inverso de la razón

de la hoja inicial. Para que la razón entre los lados sea igual en ambos tamaños debe cumplirse la ecuación $x = \frac{2}{x}$.

5. Resuelve la ecuación $x = \frac{2}{x}$. ¿Existe alguna otra proporción, distinta a la marcada por la norma DIN, que cumpla la propiedad observada en el ejercicio anterior?



1. A continuación se presentan una serie de operaciones con fracciones. Calcula el valor decimal de cada una de ellas con ayuda de una calculadora.

a) $1 + \frac{1}{2}$

c) $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$

b) $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}$

d) $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$

Cada apartado se basa en el anterior: se amplía el último denominador (el más pequeño) sumando $\frac{1}{2}$.

Además, parece que el valor decimal de la expresión se va concretando: cada vez se acerca más a un cierto valor intermedio entre 1,4 y 1,5. Para averiguar este valor necesitaríamos prolongar este procedimiento hasta el infinito.

Un procedimiento muy empleado en matemáticas para resolver este tipo de situaciones es emplear **ecuaciones**. Para ello, lo primero es definir la incógnita que queremos resolver, en este caso se trata del valor decimal al que tiende la expresión infinita del ejercicio anterior.

$$x = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}$$

El primer denominador que aparece, que empieza con 2, presenta prácticamente la misma estructura que el número x en su totalidad. De hecho, es igual al propio valor de x aumentado en una unidad, $x + 1$. En otras palabras, la expresión anterior equivale a la ecuación:

$$x = 1 + \frac{1}{x + 1}$$

2. Resuelve la ecuación $1 + \frac{1}{x} = x$.

3. Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones.

a) $1 + \frac{1}{1}$

c) $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}$

b) $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}$

d) $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}$

4. Repitiendo la estrategia anterior, busca el valor de la siguiente fracción «infinita».

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$$