



1.- En una bolsa hay 10 bolas numeradas del 1 al 10. Se saca una bola al azar.

- a) Escribe el espacio muestral.
- b) Escribe un suceso imposible.
- c) Escribe tres sucesos elementales.
- d) Escribe tres sucesos que no sean elementales.
- e) Escribe dos sucesos incompatibles.
- f) Escribe dos sucesos contrarios.
- g) Escribe dos sucesos compatibles.

2.- a) Escribe el espacio muestral asociado a la extracción de dos bolas con reemplazamiento de una bolsa en la que hay bolas rojas, verdes y negras.

- b) Describe un suceso imposible.

3.- Escribe el espacio muestral asociado al experimento: "Lanzar dos dados cúbicos y sumar las puntuaciones", mediante una tabla de doble entrada.

4.- En un centro de secundaria los alumnos cursan algunas de las siguientes materias: Inglés, Francés, Alemán, Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas y Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas. Se consideran los sucesos.

- $C_1$ : Ser alumno de 1º,     $C_2$ : Ser alumno de 2º,     $C_3$ : Ser alumno de 3º,     $C_4$ : Ser alumno de 4º  
 $I_1$ : Cursar Inglés,     $I_2$ : Cursar Francés,     $I_3$ : Cursar alemán,  
 $M_1$ : Cursar Matemáticas académicas     $M_2$ : Cursar Matemáticas aplicadas.

Describe los siguientes sucesos como una operación de los sucesos anteriores

- a)  $S_1$ : Alumnos de 2º que cursan Inglés.
- b)  $S_2$ : Alumnos de Inglés y Francés.
- c)  $S_3$ : Alumnos de 1º y de 4º.
- d)  $S_4$ : Alumnos que cursan Alemán o Matemáticas aplicadas.
- e)  $S_5$ : Alumnos de 3º que cursan Matemáticas aplicadas.
- f)  $S_6$ : Alumnos de Secundaria.
- g)  $S_7$ : Alumnos de 3º que cursan Francés o Matemáticas académicas.
- h)  $S_8$ : Alumnos que no cursan Inglés.
- i)  $S_9$ : Alumnos de 2º que no cursan Francés.
- j)  $S_{10}$ : Alumnos que cursan algún idioma.

5.- Describe los sucesos del ejercicio anterior que se indican:

- a)  $I_3 \cup M_1$
- b)  $C_2 \cap I_3$
- c)  $I_3 \cap \overline{C_4}$
- d)  $C_1 \cup I_1 \cup I_2$
- e)  $\overline{C_3}$ .
- f)  $C_1 \cup C_2$
- g)  $M_1 \cup M_2$
- h)  $C_3 \cap \overline{I_3}$
- i)  $\overline{C_3} \cap \overline{C_1}$
- j)  $\overline{I_3} \cup \overline{M_2}$



- 1.- En el lanzamiento de un dado cúbico. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.
  - a) Que salga par.
  - b) Que salga mayor que 3.
  - c) Que no salga menor o igual que 4.
  - d) Que salga par o primo.
  - e) Que salga impar y mayor que 3.
  
- 2.- Se extrae una carta de una baraja española. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.
  - a) Que salga figura.
  - b) Que salga oros.
  - c) Que no salga espadas.
  - d) Que salga par o copas.
  - e) Que no salga figura.
  
- 3.- Se lanzan dos dados cúbicos y se suman las puntuaciones. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.
  - a) Que sumen más de 6.
  - b) Que sumen un número par.
  - c) Que sumen 10.
  - d) Que sumen menos de 10 y más de 7.
  - e) Que sumen entre 2 y 5.
  - f) Que sumen más de 9 o menos de 3.
  - g) Que no sumen más de 8.
  
- 4.- En una bolsa están los temas del examen de Matemáticas numerados del 1 al 5. Los dos primeros temas son de Aritmética, los dos siguientes de Álgebra y el último de Probabilidad. Se elige un tema al azar. Calcula la probabilidad de que:
  - a) Sea de Álgebra.
  - b) Sea par y de Aritmética.
  - c) Sea impar o de Álgebra.
  - d) Sea de Probabilidad.
  - e) No sea de Probabilidad.
  - f) No sea impar.
  - g) Sea de Álgebra y de Probabilidad.
  
- 5.- Contesta, de forma razonada, a las siguientes cuestiones.
  - a) ¿La probabilidad de un suceso es siempre positiva?
  - b) ¿Hay sucesos cuya probabilidad es mayor que 1?
  - c) Si un suceso  $A$  está contenido en otro suceso  $B$  entonces  $P(A) > P(B)$ .
  - d) Si  $P(A) = 0,7$ , ¿cuánto vale  $P(\bar{A})$ ?



- 1.- Indica si los siguientes experimentos compuestos son dependientes o independientes.
  - a) Lanzar dos dados.
  - b) Lanzar una moneda y un dado.
  - c) Sacar dos bolas de una bolsa.
  - d) Sacar dos bolas de dos bolsas distintas.
  - e) Elegir dos alumnos al azar y ver si han aprobado Matemáticas.
  - f) Sacar una bola de una urna, ver su color, devolverla a la urna y sacar otra bola para ver su color.
  - g) Sacar dos cartas de una baraja.
  
- 2.- Se lanza una moneda y se saca una bola al azar de una urna con dos bolas rojas, tres blancas y cinco verdes. Dibuja un diagrama de árbol que permita calcular la probabilidad de que salga:
  - a) Cara y bola roja.
  - b) Cruz y bola verde.
  - c) Cara y bola blanca.
  
- 3.- Se saca una bola al azar de una bolsa, se mira su color, se devuelve a la bolsa y se saca otra bola. La bolsa contiene 5 bolas blancas y 10 negras. Calcula las probabilidades de que:
  - a) Las dos bolas sean blancas.
  - b) Las dos bolas sean negras.
  - c) La primera bola sea blanca y la segunda negra.
  - d) La primera bola sea negra y la segunda blanca.
  - e) Una bola sea blanca y otra negra.
  
- 4.- Se sacan dos bolas al azar de una bolsa que contiene 5 bolas blancas y 10 negras. Calcula las probabilidades de que:
  - a) Las dos bolas sean blancas.
  - b) Las dos bolas sean negras.
  - c) La primera bola sea blanca y la segunda negra.
  - d) La primera bola sea negra y la segunda blanca.
  - e) Una bola sea blanca y otra negra.
  
- 5.- Se sacan dos temas al azar de un total de 10 temas de un examen. Un alumno ha estudiado 6 temas. Calcula la probabilidad de que el alumno:
  - a) Sepa los dos temas.
  - b) No sepa ningún tema.
  - c) Sepa el primer tema y el segundo no.
  - d) Sepa el segundo tema pero no el primero.
  - e) Sepa algún tema.
  
- 6.- En una clase de 30 alumnos, hay 20 alumnos que tardan menos de 5 minutos en llegar de su casa al instituto, 6 alumnos tardan más de 5 y menos de 10 minutos y 4 alumnos tardan más de 10 minutos. Elegimos dos de ellos al azar.
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que los dos tarden menos de 5 minutos?
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que el primero tarde menos de 5 minutos, y el segundo, más de 10?
  - c) ¿Cuál es la probabilidad de que el primero tarde más de 10 minutos, y el segundo, entre 5 y 10?
  - d) ¿Cuál es la probabilidad de que los dos tarden más de 10?

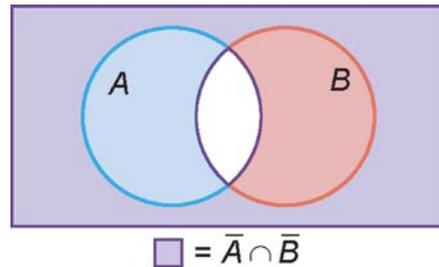
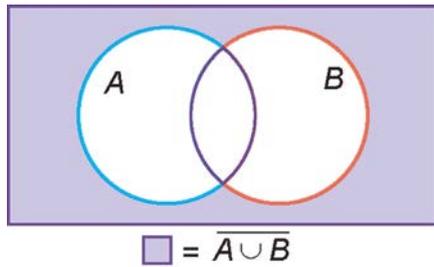


Augustus De Morgan fue un matemático y lógico británico que vivió en el siglo XIX (1806 – 1871). Fue profesor de matemáticas en el University College de Londres y presidente de la Sociedad Matemática de Londres.

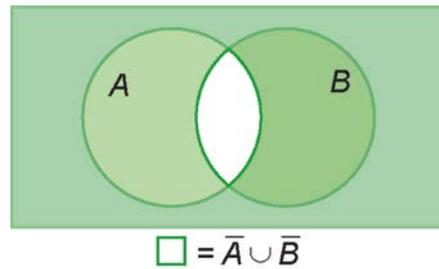
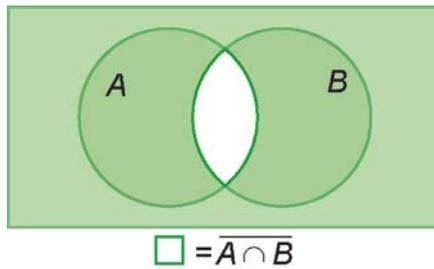
Las leyes de De Morgan relacionan la unión e intersección de sucesos con sus complementarios.

Dados dos sucesos  $A$  y  $B$

- El complementario de la unión es la intersección de los complementarios.  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$



- El complementario de la intersección de la es la unión de los complementarios.  $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$



1. En un experimento aleatorio, el espacio muestral es  $E = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ . Se considera el suceso

$A = \{a, b, c\}$  y el suceso  $\bar{B} = \{a, c, f, g\}$ . Calcula.

- $\overline{A \cap B}$
- $\overline{A \cup B}$



**Dos amigos tienen un dado y juegan a ver quién de los dos consigue sacar un seis primero lanzando el dado una vez cada uno. ¿Qué probabilidad de ganar tendrá el que empieza tirando? ¿Y el que tira en segundo lugar?**

El que empieza tirando puede ganar en el primer lanzamiento, en el tercero, en el quinto, etc. Es decir, se trata de un experimento compuesto infinito. Su probabilidad de ganar será:

$$P(\text{gana el } 1^{\circ}) = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \dots = \frac{1}{6} + \frac{25}{36} \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{25}{36}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} + \dots$$

Se puede observar que la anterior suma de infinitos términos, en realidad es la suma de los infinitos términos de una progresión geométrica de primer término  $\frac{1}{6}$  y razón  $\frac{25}{36}$ . Por tanto,

$$P(\text{gana el } 1^{\circ}) = \frac{\frac{1}{6}}{1 - \frac{25}{36}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{11}{36}} = \frac{6}{11}$$

Así, se obtiene que la probabilidad de que gane el que lanza en segundo lugar será  $P(\text{gana el } 1^{\circ}) = 1 - \frac{6}{11}$ .

1. **Tres amigos están con un dado y juegan a ver quién de los dos consigue sacar un seis primero lanzando el dado una vez cada uno y siempre en el mismo orden.**
  - a) ¿Qué probabilidad de ganar tendrá el que empieza tirando?
  - b) ¿Y el que tira en segundo lugar?
  - c) ¿Y el que tira en tercer lugar?
  
2. **Dos amigos juegan a lanzar una moneda alternativamente y ver quién es el primero que obtiene una cara.**
  - a) ¿Qué probabilidad de ganar tendrá el que empieza tirando?
  - b) ¿Y el que tira en segundo lugar?



En la fase final de un concurso de TV, el concursante puede ganar un apartamento en la playa. Para ello debe escoger entre tres cajas. En una de ellas está el premio del apartamento y las otras dos están vacías.

El presentador del concurso pide al concursante que elija una de las cajas. Una vez elegida, el presentador abre una caja que está vacía (observa que lo puede hacer siempre independientemente de la caja que haya elegido el concursante) y ofrece al concursante cambiar su elección y elegir la otra caja.

**¿Qué harías tú, mantener tu primera elección o cambiar la caja?**

La idea popular podría ser que mantuviera la postura inicial. Ahora vamos a analizarlo desde el punto de vista de la probabilidad.

La probabilidad de que en la caja que ha elegido el concursante esté el apartamento es de  $\frac{1}{3}$ .

El resto de las cajas inicialmente también tienen una probabilidad de  $\frac{1}{3}$  de contener el apartamento. El presentador siempre hace lo mismo, y elimina una caja que no tiene el premio, con lo cual quedan solo dos cajas. La caja que ha elegido el concursante sigue teniendo una probabilidad de  $\frac{1}{3}$  de tener el apartamento, por lo que la otra caja tiene una probabilidad de  $\frac{2}{3}$  de tener el apartamento.

Esto es lo que se denomina probabilidad condicionada. La argucia del presentador hace que la probabilidad de la otra caja de contener el premio pase de  $\frac{1}{3}$  a  $\frac{2}{3}$ . Por lo tanto, y analizado desde un punto de vista de la probabilidad, es conveniente cambiar de caja.

- 1. En una casa vive una familia con dos hijos. Una persona llama a la puerta y abre un hijo que es varón. ¿Cuál es la probabilidad de que el otro hijo sea también varón?**