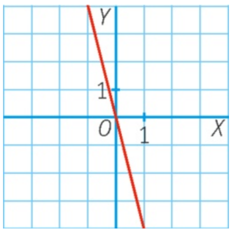
FICHA DE **CONSOLIDACIÓN**

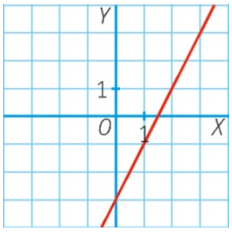
Funciones lineales

1. Indica la pendiente de las siguientes rectas.

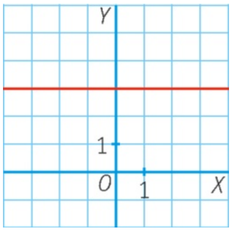
a)



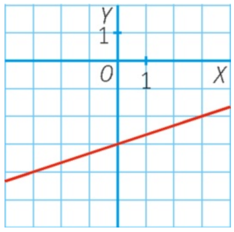
b)



c)



d)

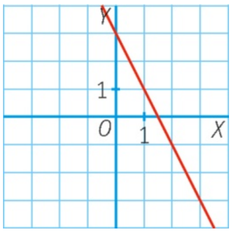


2. Calcula la pendiente de las rectas que pasan por los puntos *A* y *B*.

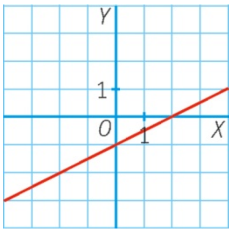
a) $A(1, 3)$ y $B(2, 6)$ **b)** $A(-2, 3)$ y $B(2, 1)$ **c)** $A(2, 5)$ y $B(-2, 9)$ **d)** $A(0, -2)$ y $B(2, 5)$

3. Indica la pendiente y la ordenada de las siguientes rectas.

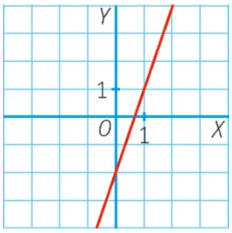
a)



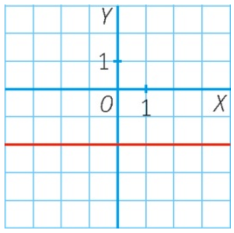
b)



c)

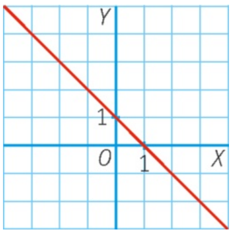


d)

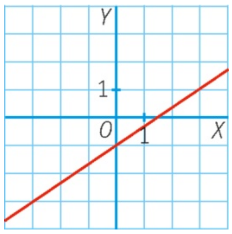


4. Asocia cada recta con su ecuación.

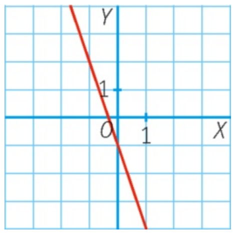
a)



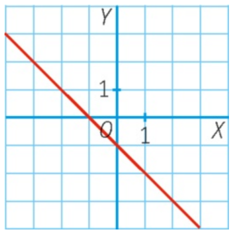
b)



c)



d)



I. $y = 1 - x$ **II.** $y = -x - 1$ **III.** $y = -3x - 1$ **IV.** $y = \frac{2x}{3} - 1$

5. Halla la ecuación explícita de las rectas de las siguientes rectas.

a) Tiene pendiente 2 y ordenada en el origen $-\frac{1}{3}$.

b) Pasa por los puntos A (1, 1) y $B(-1, 2)$.

c) Tiene pendiente 3 y pasa por el punto (4, –1).

d) Pasa por el origen y tiene pendiente –4.

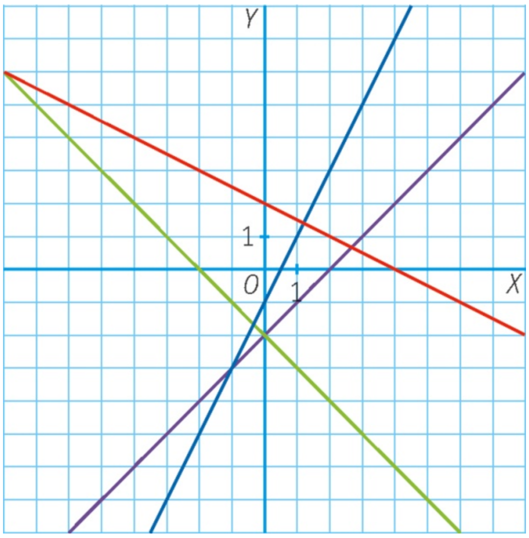
e) Pasa por el punto (0, –2) y tiene pendiente $-\frac{1}{2}$.

6. Halla la ecuación implícita de las siguientes rectas.

a) $y = 3x - 2$ **b)** $y - 2 = 4 \cdot (x - 1)$ **c)** $y = -\frac{2}{3}x + 1$

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Funciones lineales

7. Escribe la ecuación de las siguientes rectas.



FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Posiciones relativas de rectas

1. Indica, de forma razonada, la posición relativa de los siguientes pares de rectas.

a) r: $2x + y = 2$, s: $y = -2x - 1$

b) $6x - 9y = 12$, s: $10x - 15y = 20$

c) r: $2x + y = 2$, s: $x - y = 2$

d) r: $-x + y = 2$, s: $2y = 2$

2. Escribe tres rectas paralelas a $y = 3x - 2$.

3. Dados los siguientes pares de rectas, estudia su posición relativa y calcula el punto de corte cuando sean secantes.

a) r: $x + y = 2$, s: $y = -2x + 3$

b) r: $2x + y = 2$, s: $2y + 4x + 1 = 0$

c) r: $x + y = 2$, s: $y = -x - 1$

d) r: $y - 2 = -3(x - 1)$, s: $y = -3x + 5$

4. Dadas las rectas r: $x - 3y = 2$, s: $-2x + 6y + 4 = 0$:

a) Calcula la pendiente de cada una de ellas.

b) Represéntalas gráficamente.

c) ¿Cuál es su posición relativa?

5. Calcula la ecuación punto - pendiente de las siguientes rectas.

a) Es paralela a $y = 2x - 3$ y pasa por el punto (4, 3).

b) Es paralela a $2x - 3y + 2 = 0$ y pasa por el punto (–3, 0).

c) Es paralela a $y - 2 = 0$ y pasa por el punto (0, –2).

6. Escribe la ecuación de dos rectas que se corten en el punto $A(1, 1)$.

7. Calcula el valor de k para que la recta $y = -2x + 5$ y la recta $x + ky - 2 = 0$ sean paralelas.

8. Una empresa de autobuses *A* cobra 1,75 € por gastos de gestión y 7 céntimos por cada kilómetro recorrido. Otra empresa *B* cobra 1 € por gastos de gestión y 9 céntimos por kilómetro.

a) Representa gráficamente el precio en céntimos de un billete de autobús en función de la distancia en kilómetros que separe el origen y el destino. Usa una escala adecuada para las dos variables.

b) Si la distancia entre dos ciudades es de 20 km, ¿en qué empresa interesa comprar el billete?

c) Si la distancia entre dos ciudades es de 200 km, ¿en qué empresa interesa comprar el billete?

d) Calcula la distancia para la que las dos empresas cobran igual por el billete.

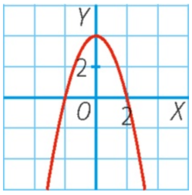
FICHA DE CONSOLIDACIÓN — Funciones cuadráticas

1. Indica cuál de las siguientes expresiones representan parábolas.

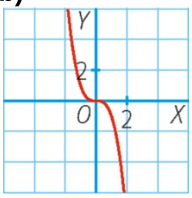
a) $f(x) = -x^2 - x - 1$ **b)** $f(x) = -1 + (x + 3)^2 - 2x$ **c)** $f(x) = x^2 - (x - 2)^2$

2. Identifica las parábolas entres las siguientes gráficas.

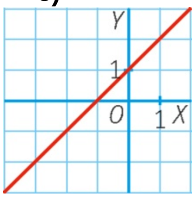
a)



b)



c)



3. Calcula las coordenadas del vértice de las siguientes parábolas. Sin dibujar, razona si es un máximo o un mínimo.

a) $f(x) = -x^2 - 2x + 1$
b) $f(x) = 2x^2 - 6x - 2$
c) $f(x) = 3x^2 - 12x + 12$
d) $f(x) = 5 - 2x^2$
e) $f(x) = x^2 - 5x + 3$
f) $f(x) = -(x + 3)^2$

4. Calcula el eje de simetría e indica el sentido de las ramas de las siguientes parábolas.

a) $f(x) = -x^2 - 4$
b) $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$
c) $f(x) = 3x^2 + 6x - 2$
d) $f(x) = -3 + 2x^2$
e) $f(x) = 2x^2 - 8x$
f) $f(x) = -x^2 - x - 1$

5. Calcula los puntos de corte con los ejes de las siguientes parábolas.

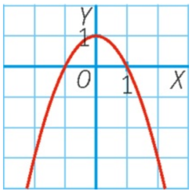
a) $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ **b)** $f(x) = 3x^2 + 10$ **c)** $f(x) = -4x^2 + 8x$

6. Representa las siguientes parábolas.

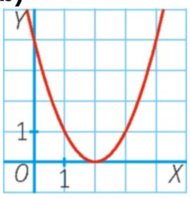
a) $f(x) = x^2 - x - 2$
b) $f(x) = 2x^2 + x + 1$
c) $f(x) = -2x^2 - 4x - 4$
d) $f(x) = 2x^2$
e) $f(x) = -x^2 - 1$
f) $f(x) = -2x^2 + 6x$

7. De las siguientes parábolas, calcula el vértice, el eje de simetría, los puntos de corte con los ejes, y el signo del coeficiente de x^2.

a)

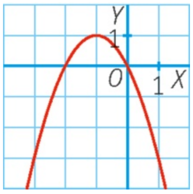


b)

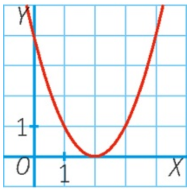


8. Asocia a cada gráfica su expresión.

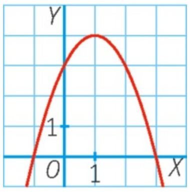
a)



b)



c)



I. $f(x) = x^2 - 4x + 4$ **II.** $f(x) = -x^2 - 2x$ **III.** $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN**

Ingresos, costes y beneficios

En el mundo de la empresa, las funciones ingreso, coste y beneficio son esenciales. Como es lógico, el empresario lo que buscará es minimizar costes, con el objetivo de maximizar tanto los ingresos, como los beneficios.

Si denotamos por $I(x)$ la función ingresos, $C(x)$ la función costes y $B(x)$ la función beneficios, la relación entre las tres será lógicamente $B(x) = I(x) - C(x)$. En los próximos cursos analizarás de una forma más profunda estas funciones hallando intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos. Pero cuando estas funciones son lineales o cuadráticas ya podemos averiguar muchos de estos aspectos.

Veámoslo con un ejemplo:

El coste de fabricación de una serie de hornos viene dado por la función $C(x) = x^2 + 40x + 30\,000$, donde x representa el número de hornos fabricados. Supongamos que cada horno se vende por 490 euros.

Determínese la función de beneficios.

¿Cuántos hornos deben fabricarse y venderse para que los beneficios sean máximos? ¿Cuál es el importe de esos beneficios máximos?

¿Cuántos hornos se tienen que fabricar y vender como mínimo y como máximo para no incurrir en pérdidas?

La función ingresos será $I(x) = 490x$, con lo que la función beneficios será:

$B(x) = I(x) - C(x) = 490x - (x^2 + 40x + 30\,000) = -x^2 + 450x - 30\,000$

Como la función beneficios es una función cuadrática con el término x^2 negativo, su vértice será el máximo absoluto de la función.

Vértice: $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-450}{-2} = 225 \quad ; \quad y_v = -225^2 + 450 \cdot 225 - 30\,000 = 20\,625$

Con lo cual, habría que fabricar y vender 225 hornos para obtener un beneficio máximo de 20 625 €.

Los puntos de corte de la función con eje X serán $x = \frac{-450 \pm \sqrt{450^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-30\,000)}}{2 \cdot (-1)} \approx \frac{-450 \pm 287{,}23}{-2} = \begin{cases} 81{,}38 \\ 368{,}62 \end{cases}$.

Con lo cual, teniendo en cuenta la forma convexa de la parábola, deben fabricar entre 82 y 368 hornos para no incurrir en pérdidas.

1. **El beneficio anual (en miles de euros) que obtiene una central lechera por la producción de leche está determinada por la función $B(x) = -x^2 + 7x - 10$, dónde x representa los hectolitros producidos en una semana. ¿Cuántos hectolitros debe producir para maximizar el beneficio? Calcular el beneficio máximo.**

FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN**

Precio de las entradas

Como hemos visto en la actividad anterior, hay funciones que nos permiten averiguar de qué manera actuar en el mundo empresarial para maximizar unos beneficios.

En ocasiones, la función ingresos es un poco más complicada de construir, pero si el resultado final es una función cuadrática convexa, el análisis similar al anterior. Esta idea también se podría aplicar a una función costes que resultase una función cuadrática cóncava en la que buscásemos el mínimo.

Veámoslo con un ejemplo:

Un club de fútbol ha hecho un estudio mediante el cual sabe que si pone las entradas a 20 € acuden a su estadio 3000 personas. Por cada euro que suba las entradas, acuden al estadio 100 personas menos y por cada euro que las baje acuden al estadio 100 personas más. ¿A qué precio debe poner las entradas para maximizar los ingresos? Calcula esos ingresos máximos

Hagamos primero una pequeña tabla para darnos cuenta de la situación:

Precio entradas (€)	Asistentes	Ingresos (€)
18	3200	57 600
19	3100	58 900
20	3000	60 000
21	2900	60 900
22	2800	61 600

Si llamamos x a los euros que sube la entrada (si x <0 se interpretaría como una bajada), la función ingresos quedaría:

$I(x) = (20 + x) \cdot (3000 - 100x) = -100x^2 + 1000x + 60\,000$

El máximo estará en el vértice de la parábola:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-1000}{2 \cdot (-100)} = 5 \qquad ; \qquad I(5) = 25 \cdot 2500 = 62\,500$$

Debe poner las entradas a 25 €, y así recaudaría unos ingresos máximos de 62 500 €.

1. Un centro comercial sabe que si el precio de un frigorífico lo pone a 300 €, consigue vender en un mes 150 unidades. Además conoce que por cada 10 € que rebaje el precio, vende 6 unidades más, y viceversa. ¿A qué precio debe poner el precio del frigorífico para maximizar sus ingresos? Hallar esos ingresos máximos.