CONSOLIDACIÓN

ф

Tablas de frecuencias

1. Los deportes que practican 20 alumnos de 2.º de ESO son los siguientes.

Fútbol	Tenis	Fútbol	Baloncesto	Fútbol
Fútbol	Remo	Baloncesto	Natación	Tenis
Natación	Baloncesto	Tenis	Baloncesto	Fútbol
Remo	Natación	Baloncesto	Tenis	Baloncesto

- a) ¿De qué tipo es la variable estudiada?
- b) Realiza una tabla de frecuencias.
- c) ¿Cuál es el deporte que más realizan estos alumnos de 2.º de ESO?

2. Hemos preguntado a un grupo de 28 personas por el número de libros que han leído en el último mes y hemos obtenido las siguientes respuestas:

3	5	2	4	5	1	0	0	1	0	2	2	1	1
2	2	2	2	2	1	3	2	5	4	3	2	1	1

- a) ¿De qué tipo es la variable estudiada?
- b) Realiza una tabla de frecuencias con las respuestas obtenidas.
- c) ¿Cuál es la respuesta que más aparece?

3. Las calificaciones obtenidas por un grupo de 24 alumnos en la asignatura de Matemáticas durante la segunda evaluación han sido las siguientes.

Bien	Insuficiente	Insuficiente	Bien	Bien	Notable
Notable	Notable	Sobresaliente	Sobresaliente	Insuficiente	Notable
Notable	Notable	Bien	Bien	Insuficiente	Insuficiente
Suficiente	Bien	Bien	Insuficiente	Notable	Sobresaliente.

- a) ¿De qué tipo es la variable estudiada?
- b) Realiza una tabla de frecuencias.
- c) ¿Cuántos alumnos han aprobado la asignatura de matemáticas en la segunda evaluación?

4. La altura (en cm) de los jugadores de la liga de baloncesto se distribuye de la siguiente manera.

Estatura (cm)	f_{i}
[175,180)	12
[180,185)	25
[185,190)	50
[190,195)	33
[195,200)	30
[200,205)	10

- a) Completa la tabla de frecuencias e indica la marca clase.
- b) ¿Qué porcentaje de jugadores miden más de 190 centímetros?

5. El número de mensajes de WhatsApp que escribe Daniel a lo largo de los 30 días de un mes han sido los siguientes:

12	25	4	12	15	35	42	49	16	23	35	3	21	30	22
36	28	19	3	1	0	49	8	20	15	32	42	15	1	2

- a) Agrupa los datos en intervalos de amplitud 10 y haz la tabla de frecuencias.
- b) ¿Cuál es la marca clase más frecuente?



CONSOLIDACIÓN

ф

Gráficos estadísticos

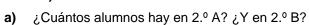
1. Se han recogido las edades (en años) de los primeros 20 visitantes a un parque de atracciones.

12	10	14	12	14	10	11	12	12	12
15	12	11	15	15	11	14	12	13	13

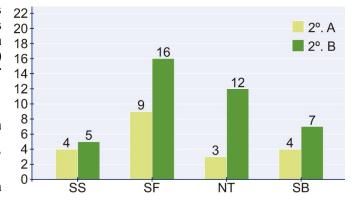
- a) Realiza una tabla de frecuencias.
- b) Representa estos datos mediante un diagrama de barras y un polígono de frecuencias.
- 2. En una olimpiada de Matemáticas para alumnos de 2.º ESO, los 36 alumnos presentados han obtenido las siguientes puntuaciones.

30	30	25	26	25	28	29	25	28	20	20	25
28	27	27	26	20	22	25	28	26	27	28	30
30	30	28	22	20	24	25	26	28	28	30	30

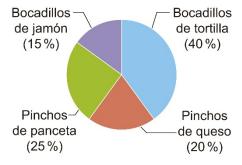
- a) Realiza una tabla de frecuencias.
- b) Representa dichas notas en un diagrama de barras y en un polígono de frecuencias.
- c) Construye el correspondiente diagrama de sectores.
- 3. El siguiente diagrama de barras representa las notas que han sacado los alumnos de dos grupos de 2.º de ESO en Matemáticas. Para cada nota, la columna de la izquierda (color claro) corresponde a 2.º A, y la de la derecha (color oscuro) a 2.º B.



- b) Determina la fracción de suspensos de cada grupo.
- c) ¿Cuál es el porcentaje de aprobados en 2.º A? ¿Y en 2.º B?
- **d)** Construye una tabla de frecuencias de cada uno de los grupos.



- 4. Para financiar el viaje de fin de carrera, unos estudiantes universitarios han vendido en una fiesta 5400 aperitivos entre bocadillos y pinchos, según se muestra en el diagrama de sectores de la derecha.
 - a) Construye una tabla de frecuencias.
 - **b)** ¿Cuántos bocadillos se han vendido en total? ¿Y cuántos pinchos?
 - c) Representa los datos en un diagrama de barras incluyendo el polígono de frecuencias.



5. Los pesos de los 32 alumnos de una clase de 2.º de ESO son los siguientes.

40	45	56	55	48	65	67	66	74	73	62	60	70	72	58	59
45	44	48	55	67	66	69	74	70	50	53	55	54	52	60	62

- a) Agrupa los datos en intervalos de amplitud 5 y realiza una tabla de frecuencias.
- b) Representa los datos en un histograma con el polígono de frecuencias.

CONSOLIDACIÓN

ф

Parámetros de posición y de dispersión

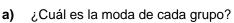
1. Las notas obtenidas por dos grupos de 20 alumnos en un examen de Matemáticas son las siguientes.

			<u>G</u> ı	upo	<u>A</u>								<u>Gı</u>	upo	<u>B</u>				
1	3	4	4	4	5	5	5	5	5	1	2	2	3	3	4	4	4	4	5
5	6	6	6	7	7	8	8	9	10	5	6	7	7	8	8	8	8	9	9

- Calcula la nota media de cada grupo e indica cuál tiene mejor resultado teniendo en cuenta dicha media.
- b) Calcula la mediana de cada grupo e indica cuál obtiene mejor resultado atendiendo a dicha mediana.
- c) Determina la moda de cada grupo.
- d) Calcula la varianza y desviación típica de cada uno de los grupos.
- 2. El número de hermanos de 30 alumnos de 2º ESO se ha recogido en la siguiente tabla.

Nº. de hermanos	f_i
0	7
1	12
2	6
3	3
4	1
6	1

- a) Calcula los parámetros de posición, es decir, la media, la mediana y la moda.
- b) Calcula el rango, la varianza y la desviación típica.
- 3. El siguiente diagrama de barras representa las notas que han sacado los alumnos de dos grupos de 2.º ESO en Matemáticas. Para cada nota, la columna de la izquierda (color claro) corresponde a 2.º A, y la de la derecha (color oscuro) a 2.º B.



- b) Indica la mediana de cada grupo.
- c) Si a cada suspenso se le asigna un 4, a cada suficiente, un 5, a cada notable, un 7, y a cada sobresaliente, un 9, ¿cuál de los dos grupos tiene mejor media en Matemáticas?



4. Un supermercado está haciendo un estudio para conocer los gustos de sus clientes. Para ello ha apuntado el número de artículos que compran los 100 primeros clientes de un día. Los resultados obtenidos se resumen en la siguiente tabla.

Nº. de artículos	f _i
[0,5)	28
[5,10)	44
[10,15)	25
[15,20)	3

- a) Calcula el intervalo modal, la media y el intervalo mediano.
- b) ¿Cuántas personas compran ese día menos de 10 artículos diferentes?

El trazado de una carretera incluye un largo viaducto de 300 metros que cuenta con cámaras en sus dos extremos. A continuación se recoge el tiempo (en segundos) que han tardado en atravesarlo varios vehículos.

12,3 s

14,5 s

15 s

13,5 s

14 s

13,5 s

13,8 s

1. Calcula el tiempo medio que han empleado estos vehículos.

La **velocidad** se define como el espacio recorrido por unidad de tiempo, y se calcula con el cociente entre la distancia recorrida y el tiempo empleado en recorrerla.

$$v = \frac{e}{t}$$

En esta unidad se ha definido la media \bar{x} de una variable estadística x como la suma de todos los valores registrados entre el número de valores registrados, y así se ha calculado el tiempo medio en atravesar el viaducto.

Sin embargo, si tenemos en cuenta que la velocidad es el cociente entre el espacio recorrido y el tiempo empleado, y que el espacio recorrido es siempre el mismo (300 m), la velocidad media de los vehículos estudiados podría calcularse como el cociente entre el espacio recorrido y el tiempo medio en recorrerlo.

$$\overline{v} = \frac{e}{\overline{t}} = \frac{300}{\overline{t}}$$

- 2. Calcula la velocidad media de los coches según la expresión anterior.
- 3. Calcula la velocidad para cada uno de los vehículos estudiados y su media. ¿Coincide con el resultado anterior?
- 4. Imagina ahora que solo hay dos tiempos registrados, t_1 y t_2 . Calcula algebraicamente (es decir, con variables) las siguientes magnitudes.
 - a) La media de los tiempos, \overline{t} .
 - **b)** La velocidad media según el primer método, $\overline{v} = \frac{e}{\overline{t}} = \frac{300}{\overline{t}}$.
 - c) Las velocidades correspondientes a esos tiempos, v_1 y v_2 .
 - d) La media de estas dos velocidades.
 - e) ¿Qué condición deben cumplir t_1 y t_2 para que las velocidades medias de los apartados b) y d) coincidan?



Cuadrados, medias y la varianza

En una casa hay cuatro manteles, todos ellos con forma de cuadrado. En total, cubren una superficie de 168 dm².

- 1. ¿Cuál es el área media de los manteles?
- 2. Completa la siguiente tabla, en la que se recoge el lado y la extensión de cada mantel.

	Lado (cm)	Superficie (dm²)
Mantel 1	20 cm	4 dm ²
Mantel 2		36 dm ²
Mantel 3	80 cm	
Mantel 4		64 dm ²
Media		

- 3. ¿Coincide el cuadrado de la media de los lados con la superficie media? Si no es así, ¿cuál de los dos datos es mayor? ¿En cuánto se diferencian?
- 4. Calcula la varianza de los lados.
- 5. ¿Qué relación guardan la varianza, la superficie media y el cuadrado de la media de los lados?

Esta relación no solo se da en este ejemplo, sino que se cumple para cualquier variable estadística: la varianza coincide con la diferencia entre la media de los cuadrados de los valores que toma dicha variable, $\overline{x^2}$, y el cuadrado de la media, \overline{x}^2 .

$$s^2 = \overline{x^2} - \overline{x}^2$$

Vamos a demostrar este resultado, que nos permite calcular la varianza de otra forma. Supongamos que estamos estudiando un total de *n* datos de la variable estadística *x*. Según lo visto en esta unidad, la varianza es la media aritmética de los cuadrados de las diferencias de cada uno de los datos estudiados con la media,

$$(x_1 - \overline{x})^2$$
, $(x_2 - \overline{x})^2$, ..., $(x_n - \overline{x})^2$

Desarrollamos todos estos cuadrados teniendo en cuenta la expresión notable del cuadrado de una diferencia,

$$(x_1 - \overline{x})^2 = x_1^2 - 2x_1\overline{x} + \overline{x}^2$$

$$(x_2 - \overline{x})^2 = x_2^2 - 2x_2\overline{x} + \overline{x}^2$$
...

$$(x_n - \overline{x})^2 = x_n^2 - 2x_n \overline{x} + \overline{x}^2$$

Hemos dicho antes que la varianza es la media aritmética de las expresiones de la izquierda. Por lo tanto, si dividimos la suma de las partes derechas entre el número total de datos *n* obtendríamos la varianza.

- 6. Continua el proceso hasta demostrar la relación buscada.
- 7. a. ¿Existe algún ejemplo de población en el que la media de las superficies de los manteles sea menor que el cuadrado de la media de sus lados?
 - b. ¿Y algún ejemplo con más de un mantel en el que ambos números coincidan?