



1.- Indica si $x = 2$ es solución de las siguientes ecuaciones.

a) $2x + 5(x - 2) = 4x - 4$

c) $\frac{x}{2} - \frac{x+4}{3} = x - 4$

b) $x^2 + 3x + 2 = 0$

d) $x^3 - 4x^2 + 5x = 2$

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado.

a) $2(x - 1) + 5x = 3x - 1$

e) $3(x - 1) - 5(2x - 5) = -x + 4$

b) $3x + 5(x - 2) = 7(x + 3) - 5$

f) $-\frac{x-2}{5} + \frac{x}{2} = 10$

c) $2x - \frac{x+5}{2} = \frac{1}{2}(x-2) - \frac{3}{2}$

g) $x(x - 1) = x^2 + 4x + 20$

d) $3x - \frac{x+1}{3} = 4x$

h) $-x^2 + 3(x - 1) = -4(2 - x^2) - 5x^2$

3.- Resuelve las siguientes ecuaciones de grado 2 incompletas.

a) $x^2 - 2x + 4 = 2(x^2 - x)$

c) $x^2 + 3x = 2x(x + 1)$

b) $x^2 + 1 = 2x^2 - 24$

d) $x^2 - 1 = 2(x - 1)(x + 2) + 3$

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones de grado 2 completas.

a) $(2x - 1)(x - 5) = 0$

c) $\frac{x(x - 1)}{4} = \frac{x^2 + 5}{3}$

b) $\frac{x(x - 1)}{2} = \frac{x + 2}{4}$

d) $25(x + 3)(4x - 20) = 0$

5.- Encuentra el valor o valores de k para que las siguientes ecuaciones tengan una única solución real.

a) $18x^2 - 12x + k = 0$

b) $kx^2 - 2x - 5 = 0$

c) $2x^2 + kx + 2 = 0$

d) $x^2 + kx - 5 = 0$

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones de grado mayor que 2.

a) $x^3 - x^2 + x = 0$

b) $x^4 - 4x^2 = 0$

c) $x^3 - 5x^2 = -6x$

d) $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$

7.- Contesta, de forma razonada, las siguientes preguntas.

a) Si una ecuación de grado dos es incompleta con $c = 0$, ¿cuál es una de sus soluciones?

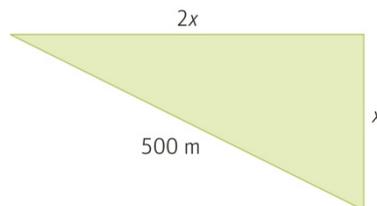
b) $P(x)$ es un polinomio de grado 2, $P(x) = 0$ tiene una única solución $x = \frac{2}{3}$. ¿Qué se puede decir de $P(x)$?

c) Un polinomio $P(x)$ tiene grado 3 y tiene como raíces $x = 1$, $x = -2$ y $x = 5$. ¿Cuáles son las soluciones de la ecuación $P(x) = 0$?

d) ¿Cuál es el número máximo de soluciones reales de una ecuación bicuadrada? ¿Y el mínimo?



- 1.- Halla tres números enteros consecutivos cuya suma sea 966.
- 2.- Halla dos números impares consecutivos cuyo producto sea 51075.
- 3.- Halla dos números múltiplos de 3 consecutivos cuyo producto sea 1188.
- 4.- Halla la edad de Juan sabiendo que el doble de la edad que tenía hace 5 años es 30.
- 5.- Halla la edad de María sabiendo que la mitad de la edad que tendrá dentro de 20 años es 15.
- 6.- El espacio recorrido por un coche a velocidad constante durante 2 horas es 100 km. Halla la velocidad a la que circula.
- 7.- La madre de Daniel tiene 30 años más que él y entre los dos suman 42 años. Calcula la edad de Daniel.
- 8.- Un marco mide 10 cm más de alto que de ancho. Halla sus dimensiones si sabemos que su área es de 264 cm^2 .
- 9.- En un triángulo rectángulo, un cateto mide 12 m y la hipotenusa mide 4 m más que el otro cateto. Calcula el otro cateto y la hipotenusa.
- 10.- En un triángulo isósceles, el ángulo desigual es el triple que uno de los otros dos. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo?
- 11.- Cuatro amigos se han comido una tarta que han repartido de la siguiente forma: Daniel se ha comido la mitad que María, Pedro, la tercera parte que Daniel y Silvia se ha comido tanta tarta como Daniel y Pedro juntos. ¿Qué parte de la tarta se ha comido cada uno?
- 12.- Una finca tiene forma de triángulo rectángulo. Sabemos que uno de los lados que forma el ángulo recto es la mitad que el otro y que el lado opuesto al ángulo recto mide 500 m. Indica las dimensiones de la finca y la cantidad de cerca que se necesita.





1.- Comprueba si la pareja de números $x = -2$ e $y = 3$ es solución de los siguientes sistemas.

a) $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ -x + 2y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -2x - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \frac{3x}{2} - \frac{y}{3} = -4 \\ \frac{2x + y}{5} = 1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 0 \\ \frac{2x}{3} + \frac{y}{9} = -1 \end{cases}$

2.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método de sustitución.

a) $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + 4y = -1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - 2y = 12 \\ 3x - 4y = 18 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ -5x + 2y = 9 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2(x + 1) - 3y = 11 \\ 5x + 2(y + 4) = 2 \end{cases}$ f) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{2} = -2 \end{cases}$ g) $\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ x - 6y = -\frac{3}{2} \end{cases}$ h) $\begin{cases} \frac{2(x + 1)}{5} + \frac{y + 4}{3} = 3 \\ \frac{x}{4} - \frac{3(y + 1)}{7} = 1 \end{cases}$

3.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método de igualación.

a) $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ x + 4y = -1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - 2y = 12 \\ x - 4y = 6 \end{cases}$ d) $\begin{cases} -2x - 3y = -5 \\ 5x + 2y = 18 \end{cases}$ e) $\begin{cases} \frac{x}{4} - 5y = -4 \\ \frac{x}{2} + 3y = 5 \end{cases}$ f) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = -2 \\ x - \frac{y}{2} = 4 \end{cases}$

4.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método de reducción.

a) $\begin{cases} x + y = -1 \\ x - y = 5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - 2y = 12 \\ 3x - 4y = 6 \end{cases}$ d) $\begin{cases} -2x - 3y = -9 \\ 5x + 5y = 15 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2x - 5y = -4 \\ \frac{x}{2} + 3y = -1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1 \\ x - \frac{y}{2} = 0 \end{cases}$

5.- Clasifica los siguientes sistemas de ecuaciones lineales según el número de soluciones.

a) $\begin{cases} -2x - 3y = -11 \\ 5x + y = -5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ -2x + 4y = -2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - 12y = 4 \\ 3x - 18y = 6 \end{cases}$ d) $\begin{cases} -2x - y = 1 \\ x + \frac{y}{2} = 5 \end{cases}$

6.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales mediante el método gráfico, clasifícalos según el número de soluciones e identifica la posición relativa de las rectas correspondientes.

a) $\begin{cases} x - y = -2 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -2x + 3y = 6 \\ x + 2y = -3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -2x - 3y = 4 \\ 4x + 6y = 12 \end{cases}$ d) $\begin{cases} -2x + y = -1 \\ 4x - 2y = 2 \end{cases}$

Unidad 5 Ecuaciones y sistemas

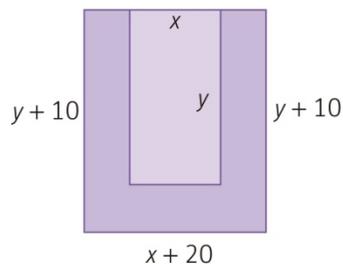
FICHA DE

CONSOLIDACIÓN



Problemas con sistemas de ecuaciones

- 1.- Clara ha comprado en una tienda 5 bocadillos de jamón y 5 refrescos y ha pagado 25 €. Enrique ha comprado en la misma tienda 3 bocadillos de jamón y 5 refrescos y ha pagado 18 €. ¿Qué precio tienen los bocadillos de jamón y los refrescos?
- 2.- Las edades de una madre y su hija se diferencian en 26 años, hace 10 años la madre tenía el triple que su hija. ¿Cuáles son las edades actuales de las dos?
- 3.- David tiene billetes de 5 € y de 10 €. En total tiene 215 €. Si tiene 25 billetes, ¿cuántos tiene de cada clase?
- 4.- En un hotel hay habitaciones con dos camas y habitaciones con cinco camas. En total se pueden alojar 500 personas. Si hay 106 habitaciones, ¿cuántas habitaciones hay de cada clase?
- 5.- En una tienda alquilan bicicletas y triciclos. Todos usan las mismas ruedas. En total hay 42 vehículos y las ruedas que se necesitan para tenerlos todos funcionando son 100. ¿Cuántos vehículos hay de cada clase?
- 6.- Se ha mezclado leche de 1 €/l con leche de 0,75 €/l y se han obtenido 150 l de leche a un precio de 0,8 €/l. ¿Cuántos litros de cada clase se han usado?
- 7.- Una finca de forma rectangular tiene 25 m más de largo que de ancho. Para vallarla se necesitan 1000 m de cerca. ¿Cuáles son las dimensiones de la finca?
- 8.- Tenemos un poster al que ponemos una cartulina negra de 10 cm de ancho en tres de sus lados. El poster tiene un perímetro de 180 cm y la cartulina negra tiene un perímetro exterior de 200 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del poster?



- 9.- Un autobús sale de una ciudad A hacia otra ciudad B y lleva una velocidad constante de 60 km/h. Al mismo tiempo sale un autobús desde B hacia A con velocidad de 70 km/h. Las dos ciudades distan 195 km.
 - a) ¿Cuántos kilómetros recorre cada autobús hasta que se encuentran?
 - b) ¿Cuánto tiempo tardan en encontrarse?



Dos matemáticos del siglo XVI, el italiano Gerolamo Cardano y el francés François Vieta, establecieron las relaciones que existen entre las raíces de un polinomio y los coeficientes del mismo. Se denominan Fórmulas de Cardano-Vieta.



En esta actividad vas a deducir estas relaciones en el caso de una ecuación de segundo grado con coeficiente principal $a = 1$.

Como ya sabes, las soluciones de una ecuación de segundo grado $x^2 + bx + c = 0$, vienen dadas por

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2} \text{ y } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$$

Realiza la suma y el producto de las soluciones: $x_1 + x_2$ y $x_1 \cdot x_2$ y contesta

- ¿Qué resultado has obtenido?
- ¿Es alguno de los coeficientes de la ecuación inicial?
- ¿Qué relación hay entre los coeficientes de la ecuación y sus raíces?

Ahora te resultará muy sencillo resolver los siguientes ejercicios.

1. Resuelve de forma mental las siguientes ecuaciones de segundo grado utilizando las relaciones entre los coeficientes de las ecuaciones y sus soluciones.

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$

c) $x^2 + 4x + 3 = 0$

e) $x^2 + x - 6 = 0$

b) $x^2 - 4x + 3 = 0$

d) $x^2 - x - 12 = 0$

f) $x^2 + 4x + 4 = 0$

2. Utiliza las relaciones anteriores para hallar una ecuación de segundo grado con coeficientes enteros con estas soluciones. Nota: Si la ecuación tiene una única solución, es decir, cuando $b^2 - 4c = 0$, se dice que la solución es doble.

a) 2 y 3

c) -1 y -4

e) $\frac{2}{3}y - 1$

b) 4 y -2

d) 5 (doble)

f) $-\frac{1}{2}y - \frac{3}{4}$

3. Busca las relaciones entre las soluciones de una ecuación de segundo grado y sus coeficientes en el caso en que a pueda tomar cualquier valor no nulo.



Ya sabes plantear situaciones que se resuelven con sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas. Pero, ¿y si tuviéramos más incógnitas? Vamos a resolver de forma sencilla algunas de estas situaciones.

1. Marcos, Cristina y Sara están junto a una báscula.

- Cuando se suben Marcos y Cristina, la báscula marca 120 kg.
- Cuando se suben Marcos y Sara, la báscula marca 117 kg.
- Cuando se suben Cristina y Sara, la báscula marca 107 kg.

¿Cuánto pesa cada uno?

1.º Si llamamos x al peso de Marcos, y al peso de Cristina y z al peso de Sara, tenemos que:

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ x + z = 117 \\ y + z = 107 \end{cases}$$

2.º Sumando las tres ecuaciones obtenemos $2(x + y + z) = 344 \Rightarrow x + y + z = 172$

3.º Sabiendo que el peso de los tres juntos es de 172 kg, es fácil deducir el peso de cada a partir de cada ecuación.

$$\begin{cases} x + y = 120 & \Rightarrow z = 52 \\ x + z = 117 & \Rightarrow y = 55 \\ y + z = 107 & \Rightarrow x = 65 \end{cases}$$

Otra estrategia puede ser despejar una variable y sustituirla en las otras dos ecuaciones para que nos quede un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

2. En una caja registradora hay 34 billetes, unos de 5 €, otros, de 10 € y otros, de 20 € con un valor total de 310 €. Si sabes que hay el triple de billetes de 5 € que de 20 €, ¿cuántos billetes hay de cada tipo?

1.º Si llamamos x , y , z respectivamente al número de billetes de 5, 10 y 20 €, el sistema nos quedaría:

$$\begin{cases} x + y + z = 34 \\ 5x + 10y + 20z = 310 \\ x = 3z \end{cases} \xrightarrow{x=3z} \begin{cases} y + 4z = 34 \\ 10y + 35z = 310 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 10 \\ z = 6 \end{cases} \Rightarrow x = 18$$

3. Resuelve el siguiente problema utilizando la estrategia que consideres más conveniente.

Las edades actuales de Pablo, de su padre y de su abuelo suman 100 años. El padre de Pablo nació cuando su abuelo tenía 20 años. Sabemos que dentro de 10 años, la edad de Pablo y la de su padre juntas serán la de su abuelo. ¿Qué edad tiene cada uno en la actualidad?

¿Qué vas a hacer?

Nuestra familia se muda a una nueva casa y nos tenemos que encargar de empaquetar todas nuestras cosas para que los transportistas puedan llevar las cajas a nuestra nueva habitación.

¿Cómo vas a hacerlo?

1. Necesitarás hacer un inventario de todas las cosas que tienes que transportar, libros, ropa, juegos, consola, equipo de música... Y de sus tamaños aproximados.
2. ¿Cuántas cajas necesitas? ¿Cuáles serán sus medidas para que quepan tus cosas, pero no pesen demasiado? ¿Cuánto te van a costar?
3. Cuando termines esta tarea, completarás la rúbrica para reflexionar sobre la manera en que has trabajado.

¡Adelante!

¡Nos mudamos, vamos a empaquetar!

PASO 1. Realiza un inventario.

Por grupos de cuatro alumnos debéis preparar un inventario de todos los objetos que tendrías que transportar a una nueva casa. Debéis poneros de acuerdo: cuántos libros, cuántos juegos, cuánta ropa o zapatos, el portátil, el flexo, el trofeo del torneo de fin de curso del año pasado... Haced un promedio entre todos.

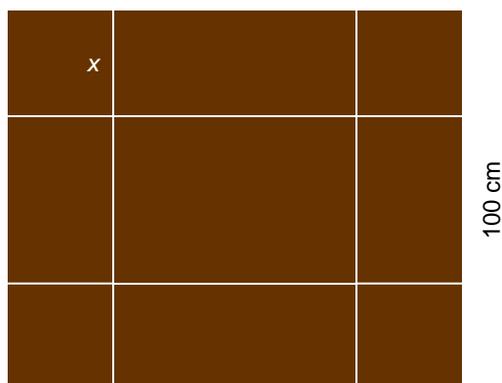
Luego, anotad el tamaño y la masa aproximada de todos esos objetos. También si son frágiles o si son fáciles de empaquetar o su forma dificulta este trabajo.

¿Cuál os parece la mejor forma de organizar toda esta información? Elegid un criterio y aplicadlo a vuestro inventario.

PASO 2. ¿Cuántas cajas necesitas?

Las cajas más baratas que encontramos para empaquetar las cosas que queremos llevar no están montadas y vienen en planchas de cartón que miden 120 cm de largo y 100 cm de ancho.

Para construir las cajas, hay que quitar un cuadradito en cada esquina para poder doblar la plancha y formar los ortopedros.



120 cm

¿Cómo debes montar cada caja para que te quepan el mayor número de objetos posibles sin sobrepasar los 20 kilos de masa en total?

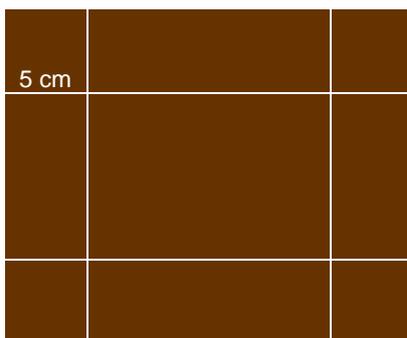
Por ejemplo, si tus libros miden unos 25 cm x 16 cm x 5 cm y quieres hacer dos montones dentro de la caja, la base deberá medir, como mínimo, 35 cm de largo por 30 de ancho. Para calcular el alto, es decir, el valor de x , podemos plantear una ecuación. Según el valor de x obtenido podemos calcular el número de libros y la masa de la caja. Si nos hemos pasado, podemos sacar algunos libros y guardar otros objetos que tengan una masa menor.

Repite este procedimiento para todos los objetos de tu inventario.

¿Cuántas cajas necesitas? ¿Cuál va a ser el tamaño de cada una? ¿Qué vas a guardar? ¿Cuál va a ser su masa aproximada? Crea un registro de cajas con su contenido.

PASO 3. Calcula los gastos

Cada plancha de cartón cuesta 5 €, pero además debemos comprar las planchas para construir las tapas. De la misma forma que con las cajas, tendremos que cortar un cuadradito de cada esquina de la caja para formar la tapa, pero debemos tener en cuenta que este cuadradito debe medir como mínimo 5 cm de lado para que la caja cierre correctamente.



Nos ofrecen los siguientes tamaños, cada uno con un precio diferente.

- A. 90 cm x 70 cm: 2,50 €
- B. 70 cm x 50 cm: 1,50 €
- C. 50 cm x 25 cm: 1 €

¿Qué tapas necesitas para tapar tus cajas?

Calcula el coste total de las cajas con sus tapas correspondientes.

PASO 5. Presentar los resultados de vuestra encuesta

Cada grupo deberá presentara su inventario y su registro de cajas, junto con el coste total calculado. Debéis explicar a la clase cuál es vuestro método de empaquetar, cuanto más novedoso y original mejor.

Una vez que todos los grupos hayan presentado sus informes, realizad una votación para elegir qué equipo ha preparado la mejor mudanza.