FICHA DE **CONSOLIDACIÓN**

División de polinomios

1. Realiza las siguientes divisiones de monomios.

a) $2x^3 : x$ **c)** $5x^4 : 2x^3$ **e)** $x^5 : 2x^3$ **g)** $14x^6 : \left(-7x^6\right)$

b) $-x^5 : x^2$ **d)** $7x^2 : x^2$ **f)** $-5x^3 : \left(-4x\right)$ **h)** $-4x^7 : 4x^7$

2. Dados los polinomios $P(x) = 2x^5 - 6x^4 + 3x^3$, $Q(x) = -5x^3 + 10x^2$ y $R(x) = -3x^2 + 6x^3$ calcula:

a) $P(x) : x^3$ **c)** $P(x) : \left(-3x^3\right)$ **e)** $Q(x) : 5x$ **g)** $R(x) : \left(-x^2\right)$

b) $P(x) : 2x^2$ **d)** $Q(x) : \left(-5x^2\right)$ **f)** $R(x) : \left(-3x^2\right)$ **h)** $R(x) : 6x$

3. Calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones.

a) $\left(2x^3 - x^2 + 5x - 1\right) : \left(x^2 + 1\right)$ **c)** $\left(x^3 - x^2 - x + 3\right) : \left(x^2 + x + 1\right)$

b) $\left(2x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x\right) : \left(x^3 + x\right)$ **d)** $\left(x^7 + 2x^6 + x^5 + 2x^4 + x^3 + 2x^2 - x\right) : \left(x^2 + 2x\right)$

4. Utiliza la regla de Ruffini para efectuar las siguientes divisiones. Identifica el cociente y el resto.

a) $\left(x^5 - 4x^4 + 5x^3 + 3x^2 - 2x + 3\right) : \left(x - 3\right)$ **d)** $\left(x^4 + 16\right) : \left(x + 1\right)$

b) $\left(x^3 - 1\right) : \left(x - 1\right)$ **e)** $\left(2x^3 - 2x + 4\right) : \left(x - 3\right)$

c) $\left(2x^3 - 3x + 2\right) : \left(x + 2\right)$ **f)** $\left(x^2 - 4x + 4\right) : \left(x - 2\right)$

5. Utiliza la regla de Ruffini para realizar las siguientes divisiones exactas. Expresa el dividiendo como divisor por cociente.

a) $\left(x^3 - 3x - 2\right) : \left(x - 2\right)$ **e)** $\left(x^6 + 5x^5 - x - 5\right) : \left(x + 5\right)$

b) $\left(x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 7x + 3\right) : \left(x + 3\right)$ **f)** $\left(x^2 - 36\right) : \left(x - 6\right)$

c) $\left(x^4 + 4x^3 - x - 4\right) : \left(x + 4\right)$ **g)** $\left(x^2 + 6x + 9\right) : \left(x + 3\right)$

d) $\left(x^3 - 4x^2 - 6x + 5\right) : \left(x - 5\right)$ **h)** $\left(x^2 - 20x + 100\right) : \left(x - 10\right)$

6. Calcula el valor de *k* para que las siguientes divisiones sean exactas

a) $\left(x^3 - 3x + k\right) : \left(x - 1\right)$ **c)** $\left(2x^3 - 2x^2 + kx + 6\right) : \left(x - 3\right)$

b) $\left(2x^3 - x^2 - 5x + k\right) : \left(x + 1\right)$ **d)** $\left(x^3 + 2x^2 + kx + 4\right) : \left(x + 2\right)$

7. Contesta justificando tus respuestas.

a) ¿Qué podemos decir del grado del cociente de dividir dos polinomios?

b) ¿Qué podemos decir del grado del resto de dividir dos polinomios?

c) Si el resto de una división entre polinomios es cero, ¿qué relación hay entre ellos?

d) ¿Qué relación hay entre el grado del dividendo y el grado del cociente en una división por Ruffini?

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN**

Factorización de polinomios

1. Indica si $x = 2$ y $x = -1$ son raíces de los siguientes polinomios.

a) $x^2 - 3x + 2$ **c)** $x^2 + 3x + 2$ **e)** $x^3 - 3x^2 + 4$ **g)** $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

b) $x^2 + x - 2$ **d)** $x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ **f)** $x^3 + 4x^2 + 5x + 2$ **h)** $x^2 - 4x + 4$

2. Calcula, sin hacer la división, el resto de las siguientes operaciones y di si son exactas o no.

a) $(x^3 + 4x^2 + 5x + 2) : (x + 2)$ **e)** $(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) : (x - 2)$

b) $(x^2 + 8x + 15) : (x - 3)$ **f)** $(x^2 - 25) : (x - 5)$

c) $(x^2 - 2x + 1) : (x + 1)$ **g)** $(x^3 - 16) : (x + 4)$

d) $(x^3 + 4x^2 - 5x + 2) : (x - 1)$ **h)** $(x^2 - 8x + 16) : (x - 4)$

3. Estudia si $(x + 1)$ es divisor de los siguientes polinomios. En caso de serlo, descompón el polinomio como el producto del divisor por el cociente.

a) $x^2 + 2x + 1$ **d)** $x^2 + 1$

b) $x^2 + x$ **e)** $x^2 - 1$

c) $2x^3 + 2x^2$ **f)** $x^2 - 2x + 1$

4. Calcula k para que los siguientes polinomios sean divisibles entre $(x - 2)$. A continuación, expresa cada uno como producto de dos factores.

a) $x^3 - 2x^2 + kx - 2$ **d)** $2x^2 + kx + 6$

b) $x^2 - x + k$ **e)** $x^3 - 6x^2 + kx - 8$

c) $kx^2 - 5x + 6$ **f)** $x^2 - 7x + k$

5. Los siguientes polinomios tienen una raíz común. Encuéntrala y descomponlos en producto de dos factores.

a) $x^3 + x^2 - 2x$ **b)** $x^3 - x^2 - 2x$ **c)** $x^4 - 2x^3 - 15x^2$ **d)** $3x^3 - 13x^2 + 12x$

6. Encuentra una raíz de cada uno de los siguientes polinomios y descomponlos en el producto de dos factores.

a) $x^3 - x^2 + x - 1$ **c)** $x^3 - 2x^2 + 2x - 4$ **e)** $x^3 + x^2 + 4x + 4$ **g)** $x^2 + 6x + 9$

b) $x^2 - 2x + 1$ **d)** $x^3 + 4x^2 + 6x + 4$ **f)** $x^2 - 4x + 4$ **h)** $x^3 - 3x^2 + 3x - 9$

7. Contesta justificando tus respuestas.

a) De un polinomio $P(x)$ sabemos que $P(2) = 0$ ¿Se puede descomponer en factores?, ¿cuál será uno de ellos?

b) De un polinomio de grado 4 sabemos que $P(x) = Q(x)\,(x - 3)$. ¿Cuánto vale $P(3)$? ¿Puede ser $Q(3) = 0$?

c) Un polinomio de grado 3 tiene como raíces $x = -1$, $x = 2$ y $x = 0$. ¿Cuál es el polinomio?

d) Si dividimos $P(x)$ entre $(x - 4)$ ¿cuál es el grado del resto?

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN**

Operaciones con fracciones algebraicas

1. Halla el valor numérico de las siguientes fracciones algebraicas, cuando sea posible, para $x = 1$ y $x = -2$.

a) $\dfrac{x+1}{x-3}$ **b)** $\dfrac{x^2+1}{x-1}$ **c)** $\dfrac{x+3}{x+2}$ **d)** $\dfrac{x}{x^2+x-2}$

2. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas.

a) $\dfrac{x^2-x}{x^2+2x}$

b) $\dfrac{x^3+3x^2}{x^2+3x}$

c) $\dfrac{x^4-6x^3+9x^2}{2x^2-6x}$

d) $\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-1}$

e) $\dfrac{x-5}{x^2-10x+25}$

f) $\dfrac{x+1}{x^2+x}$

3. Efectúa las siguientes sumas y restas con fracciones algebraicas. Expresa el resultado de la manera más simplificada posible.

a) $\dfrac{2x-3}{3x+2}+\dfrac{x+5}{3x+2}-\dfrac{3x+4}{3x+2}$

b) $\dfrac{x-6}{x-3}+\dfrac{-2x+5}{x-3}-\dfrac{5x+4}{x-3}$

c) $\dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x-2}{x+1}$

d) $\dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x-2}{x+2}$

e) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{x}{x-5}$

f) $\dfrac{5}{x-1}-\dfrac{x}{x^2-1}$

g) $2x+\dfrac{1}{x-2}$

h) $x-1-\dfrac{x}{x+5}$

4. Efectúa las siguientes multiplicaciones con fracciones algebraicas. Expresa el resultado de la manera más simplificada posible.

a) $\dfrac{1}{x-1}\cdot\dfrac{x^2-1}{x}$

b) $\dfrac{x^2-4}{x-1}\cdot\dfrac{2x}{x^2+2x}$

c) $\dfrac{x+5}{x-1}\cdot\dfrac{2x-2}{x-5}$

d) $\dfrac{5x^3}{x-2}\cdot\dfrac{2x-4}{x^2+4x}$

e) $\dfrac{3x-9}{x-1}\cdot\dfrac{2x-2}{x-3}$

f) $\dfrac{x^2-4}{x+2}\cdot\dfrac{2x}{x-2}$

g) $\dfrac{x-4}{4x-1}\cdot\dfrac{2x}{x^3-16x}$

h) $\dfrac{x^2-9}{x-3}\cdot\dfrac{x}{x^2+3x}$

FICHA DE **CONSOLIDACIÓN** Operaciones con fracciones algebraicas

5. Efectúa las siguientes divisiones con fracciones algebraicas. Expresa el resultado de la manera más simplificada posible.

a) $\dfrac{1}{x-1} : \dfrac{1}{x^2-1}$

b) $\dfrac{x^2-4}{x+3} : \dfrac{x^2+2x}{2x}$

c) $\dfrac{x+5}{x+1} : \dfrac{x-5}{2x+2}$

d) $\dfrac{x+4}{5x} : \dfrac{x^2+4x}{2x+4}$

e) $\dfrac{2}{x-1} : \dfrac{2x-2}{x}$

f) $x^2-4 : \dfrac{x+2}{2x}$

g) $\dfrac{x-4}{2x} : \dfrac{2x-8}{3x}$

h) $\dfrac{x-3}{x^2-9} : \dfrac{x}{x+3}$

6. Contesta justificando tus respuestas.

a) ¿Se puede simplificar x^2 en la siguiente fracción $\dfrac{x^2+4}{x^2}$?

b) Al calcular el valor numérico de una fracción algebraica para $x = 6$ obtenemos $\dfrac{0}{0}$. ¿Qué podemos deducir?

c) En la siguiente resta de fracciones algebraicas $\dfrac{x-2}{x+5} - \dfrac{x^2-1}{x+5}$, ¿cómo afecta el signo menos a la segunda fracción?

d) ¿Se puede sumar un polinomio y una fracción algebraica?

FICHA DE **PROFUNDIZACIÓN**

Siempre positivo, nunca negativo

Existen polinomios cuyo valor numérico siempre es mayor o igual que cero, sea cuál sea el valor de la variable *x*.

Un ejemplo podría ser el polinomio $P(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$. Al buscar sus raíces por el método de Ruffini podemos comprobar que este polinomio tiene dos raíces dobles, $x = 1$ y $x = -2$.

	1	2	−3	−4	4
1		1	3	0	−4
	1	3	0	−4	$\boxed{0}$
1		1	4	4	
	1	4	4	$\boxed{0}$	
−2		−2	−4		
	1	2	$\boxed{0}$		
−2		−2			
	1	$\boxed{0}$			

La factorización de este polinomio es $P(x) = (x-1)^2 \cdot (x+2)^2$.

Esta factorización es el **producto de dos cuadrados**, razón por la que, sea cual sea el valor de *x*, el valor del polinomio siempre será positivo o igual a cero (será cero cuando $x = 1$ ó $x = -2$).

1. Demuestra que los siguientes polinomios solo toman valores positivos, sea cual sea el valor de la variable.

a) $P(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4$

b) $Q(x) = x^4 - 10x^3 - 37x^2 - 60x + 36$

c) $R(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$

d) $T(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 2$

2. ¿Puede ser que el valor numérico de un polinomio de grado 3 sea siempre positivo, para cualquier valor de la variable *x*? Justifica tu respuesta.