Números Primos y Compuestos

NÚMERO PRIMO ABSOLUTO

Es aquel número entero positivo, mayor que 1, que se divide sin resto sólo por la unidad y por sí mismo.

Ejemplos:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, ...

NÚMERO COMPUESTO

Es aquel número entero positivo que admite divisores distintos de la unidad y de sí mismo.

Ejemplo:

		Divisores
4	➡	1, 2, 4
10	➡	1, 2, 5, 10

Observación

La unidad es el único número entero positivo que no es primo ni compuesto, pues tiene 1 solo divisor.

NÚMEROS PRIMOS ENTRE SÍ (PESI)

Son aquellos que admiten como único divisor común a la unidad.

Ejemplo:

		Divisores
6	➡	1, 2, 3, 6
15	➡	1, 3, 5, 15
20	➡	1, 2, 4, 5, 10, 20

* 6. 15 y 20 son números PESI, ya que su único divisor común es la unidad.

* 6 y 20 no son PESI, ya que tienen dos divisores comunes, la unidad y el dos.

* 15 y 20 no son PESI.

DESCOMPOSICIÓN CANÓNICA

Es la representación de un número mediante el producto indicado de potencias de exponente entero positivo, de los divisores primos del número.

La descomposición canónica de un número es única.

Ejemplo:

$$\left.\begin{array}{l l|}
540 & 2 \\
270 & 2 \\
135 & 3 \\
45 & 3 \\
15 & 3 \\
5 & 5 \\
1 &
\end{array}\quad\right\} 540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

En general, todo número compuesto «N» se puede expresar:

$$N = A^n \,.\, B^m \,.\, C^p \ldots$$

Donde:

A, B, C, ... son números primos absolutos y diferentes.

m, n, p, ... son números enteros positivos.

PRINCIPALES FÓMULAS

Dado el número «N» descompuesto canónicamente:

$$N = A^n \,.\, B^m \,.\, C^p \ldots\ldots\ldots\ldots M^k$$

Cantidad de divisores (C.D.)

$$\boxed{C.D._N = (n+1)\,(m+1)\,(p+1) \ldots\ldots\ldots\ldots (K+1)}$$

Ejemplo: $180 = 2^2 \,.\, 3^2 \,.\, 5$

$$C.D._{180} = (2+1)\,(2+1)\,(1+1) = 18 \text{ divisores}$$

Suma de divisores (S.D.)

$$\boxed{S.D._N = \frac{A^{n+1}-1}{A-1} \,.\, \frac{B^{m+1}-1}{B-1} \,.\, \frac{C^{p+1}-1}{C-1} \ldots\ldots\ldots \frac{M^{k+1}-1}{M-1}}$$

Ejemplo: $180 = 2^2 \,.\, 3^2 \,.\, 5$

$$S.D._{180} = \frac{2^3-1}{2-1} \,.\, \frac{3^3-1}{3-1} \,.\, \frac{5^2-1}{5-1} = 546$$

NOTA:

Total Divisores de un Número	=	Total Divisores Primos	+	Total Divisores Compuestos	+	Unidad

PROBLEMAS RESUELTOS

1. ¿Cuántos divisores tiene el número: $N = 12^4 . 15^3$?

Resolución

Descomponiendo canónicamente el número:

$$N = (2^2 . 3)^4 . (3 . 5)^3$$
$$= 2^8 . 3^4 . 3^3 . 5^3$$
$$= \underbrace{2^8 . 3^4 . 5^3}_{\text{Descomposición Canónica}}$$

Luego, la cantidad de divisores de N será:

$$CD(N) = (8 + 1)(7 + 1)(3 + 1)$$

$\therefore$ $D(N) = 288$

2. ¿Cuántos divisores primos tiene: N = 1 965 600

Resolución

Descomprimiendo canónicamente:

$$1\,965\,600 = 2^5 . 3^3 . 5^2 . 7^1 . 13^1$$

Entonces los divisores primos serán: 2; 3; 5; 7 y 13

$\therefore$ CD (Primos) = 5

3. Determinar la cantidad de divisores compuestos de: $N = 24^3 . 21^2$

Resolución

Todo número entero positivo tiene como divisor a la unidad, tiene divisores primos y también divisores compuestos, luego:

$$D(N) = 1 + D\,(\text{Primos}) + (\text{Compuestos}) \quad \text{.......} \; (I)$$

Descomponiendo canónicamente:

$$N = (2^3 . 3)^3 . (3 . 7)^2$$
$$= 2^9 . 3^3 . 3^2 . 7^2$$
$$= 2^9 . 3^5 . 7^2 \qquad \leftarrow \text{Descomposición Canónica}$$

Luego: $CD(N) = (9 + 1)(5 + 1)(2 + 1)$

$$CD(N) = 180$$

Tiene como divisores primos a 2, 3 y 7

$$D(\text{Primos}) = 3$$

En (I): $180 = 1 + 3 + CD(\text{Compuestos})$

$\therefore$ $CD(\text{compuestos}) = 176$

4. Para el número 2160, determinar:
   (I) ¿Cuántos de sus divisores son múltiplos de 2?
   (II) ¿Cuántos de sus divisores son múltiplos de 3?
   (III) ¿Cuántos de sus divisores son múltiplos de 12?
   (IV) ¿Cuántos de sus divisores son múltiplos de 15?

Resolución

La descomposición canónica de 2160 es:

$$2160 = 2^4 \,.\, 3^3 \,.\, 5^1$$

Su cantidad total de divisores será:

$$CD(2160) = 5 \,.\, 4 \,.\, 2 = 60$$

(I) Para calcular la cantidad de divisores múltiplos de 2, se separa en la descomposición canónica de un factor 2:

$$2160 = 2\,(2^3 \,.\, 3^3 \,.\, 5^1)$$

De este modo los divisores múltiplos de 2 serán:

$$CD(\overset{\circ}{2}) = 4 \,.\, 4 \,.\, 2 = 32$$

(II) Si se desea calcular la cantidad de divisores múltiplos de 3, se separa en la descomposición canónica un factor 3:

$$2160 = 2\,(\underbrace{2^4 \,.\, 3^2 \,.\, 5^1})$$

$$CD(\overset{\circ}{3}) = 5 \,.\, 3 \,.\, 2 = 30$$

(III) La cantidad de divisores múltiplos de $12(2^2 \,.\, 3)$ se calcula:

$$2160 = 2^2 \,.\, 3\;(\underbrace{2^2 \,.\, 3^2 \,.\, 5^1})$$

$$CD(\overset{\circ}{12}) = 3 \,.\, 3 \,.\, 2 = 18$$

(VI) Análogamente, la cantidad de divisores múltiplos de 15(3x5) será:

$$2160 = 3 \,.\, 5\;(\underbrace{2^4 \,.\, 3^2})$$

$$CD(\overset{\circ}{15}) = 5 \,.\, 3 = 15$$

5. Determinar el valor de «n»; si el numero: $N = 15 \, . \, 18^n$, tiene 144 divisores.

Resolución

Descomponiendo polinómicamente:

$$N = (3 \, . \, 5) \, . \, (2. \, 3^2)^n$$
$$= 3. \, 5. \, 2^n \, . \, 3^{2n}$$
$$= \underbrace{2^n . 3^{2n+1} . 5^1}_{\text{Descomposición Canónica}}$$

Por dato sabemos que:

$$CD\,(N) = 144$$

Luego:

$$(n + 1)(2n + 2)(1 + 1) = 144$$
$$(n + 1) \, 2(n + 1) \, (2) = 144$$
$$(n + 1)^2 = 36$$
$$\therefore \quad n = 5$$

6. ¿Cuántos ceros hay que agregar a la derecha de 275 para que el número resultante tenga 70 divisores?

Resolución

Sea «n» el número de ceros agregados:

$$N = 275\underbrace{000....00}_{\text{“n”}}$$

Descomponiendo canónicamente:

$$N = 275 \, . \, 10^n$$
$$N = 5^2 \, . \, 11 \, . \, (2. \, 5)^n$$
$$N = \underbrace{2^n . 5^{n+2} . 11}_{\text{Descomposición Canónica}}$$

Por dato se sabe que:

$$CD(N) = 70$$
$$(n + 1)(n + 3)(2) = 70$$
$$(n + 1) \, (n + 3) = \underbrace{35}_{5.7} \quad \Rightarrow \quad n = 4$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. ¿Cuántos divisores tiene 103488?
A) 24 B) 36 C) 48
D) 72 E) 84

2. ¿Cuántos divisores tiene $E = 8X8^2X8^3X...X8^{32}$?
A) 1580 B) 1581 C) 1583
D) 1584 E) 1585

3. ¿Cuántos divisores impares tiene 42^3x99^2?
A) 90 B) 92 C) 96
D) 98 E) 99

4. Si 16^n tiene «m» divisores ¿Cuántos divisores tendrá 256^n?
A) 4m + 1 B) 4m-1 C) 2m-1
D) 2m+1 E) 4m

5. Sean $A = 2x15^k$ y $B = 30^k$; si la cantidad de divisores de B es 3 veces mas que la cantidad de divisores de A. ¿Cuantos divisores no primos tiene 10^{k+1}?
A) 77 B) 78 C) 79
D) 81 E) 87

6. Halle b si 12^bx18 tiene 126 divisores
A) 8 B) 6 C) 11
D) 5 E) 7

7. Calcule la suma de todos los números primos de la forma $\overline{nmn}_{(3)}$
A) 32 B) 34 C) 36
D) 38 E) 40

8. ¿Cuántos números menores que 180 son primos terminados en 9?
A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

9. Calcule P si $10^{P+3} + 10^p$ tiene 194 divisores compuestos.
A) 1 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

10. ¿Cuál es el menor número que multiplicado por si mismo tiene 75 divisores?
A) 300 B) 450 C) 120
D) 150 E) 180

11. Halle la suma de cifras del menor número que tenga 20 divisores.
A) 9 B) 6 C) 11
D) 12 E) 15

12. ¿Cuántos divisores m15 admite $N = 54x45^3$?
A) 50 B) 51 C) 52
D) 54 E) 56

13. Si $a^{\alpha}xb^{\alpha+2}$ es la descomposición canonica de un numeral que tiene 15 divisores cuya suma es 403. halle «a + b»
A) 5 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

14. Indique por cuantas veces 60 hay que multiplicar 280 para que el resultado tenga 2592 divisores..
A) 11 B) 9 C) 7
D) 13 E) 17

15. Si $\overline{abc}$ es primo absoluto ¿Cuántos divisores tendrá $N = \overline{abcabc}$?
A) 8 B) 16 C) 20
D) 24 E) 30

16. ¿Cuántos números de 4 cifras, divisibles por 11 y que tengan 14 divisores existen?
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

17. ¿Cuántos divisores tiene el menor número, cuya suma de cifras es 54?
A) 16 B) 24 C) 32
D) 48 E) 64

18. Halle «n» si la suma de los números de los divisores de $14x30^n$ y $21x15^n$ es 96.
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

19. Si M = $3x45^n$ tiene 207 divisores múltiplos de 3 mas que P = $45x3^n$. Halle la suma de los divisores de «n»
A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19

20. Si M = $2x3^nx7^m$ tiene 40 divisores divisibles por 9 y 30 divisores pares. halle el producto «mxn»
A) 20 B) 21 C) 24
D) 26 E) 30

21. Si el número 455^a tiene 182 divisores m5 pero PESI con 7. ¿Cuántos divisores son m91?
A) 2366 B) 2484 C) 2532
D) 2664 E) 2748

22. Calcule «n» sabiendo que N = $360x28^n$ tiene 252 divisores m105.
A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

23. ¿Cuántos números primos de la forma $\overline{n5n}$ existen si son menores que 500?
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

24. Si $\overline{abc} - \overline{cba}$ tiene 24 divisores. halle «a + c»
A) 10 B) 21 C) 37
D) 27 E) 18

25. Si N = $\overline{1a}x\overline{1b}x\overline{1c}x\overline{1d}$ (descomposición canonica). ¿Cuántos divisores tiene (a+b+c+d)?
A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

26. la suma de 3 números primos absolutos es 66. Si la diferencia de los mayores es 18. Calcule el producto de los 3 números.
A) 1236 B) 1886 C) 1648
D) 1998 E) 1676

27. Halle la cantidad de divisores de n^n si se sabe que 15^nx35^n tiene 225 divisores.
A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

28. Sea $N = P(P-5)^3(P-4)$ una descomposición canonica. ¿Cuántos divisores tiene $2P^2$?

A) 4 B) 5 C) 6
D) 8 E) 9

29. Halle «a+b» en el número $N = 2^a x 7^b$ sabiendo que el cuadrado de N tiene 30 divisores mas, mientras que su raíz cuadrada tiene 9 divisores menos de lo que tiene N.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

30. Si los números $\overline{4a}$; 16 y 18 son PESI. halle la suma de valores de «a»

A) 18 B) 21 C) 23
D) 24 E) 25

CLAVES

01. E	02. E	03. C	04. C	05. B	06. B	07. C	08. D	09. C	10. E
11. B	12. D	13. A	14. C	15. B	16. A	17. E	18. B	19. D	20. A
21. A	22. B	23. B	24. A	25. B	26. B	27. D	28. C	29. D	30. E